Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

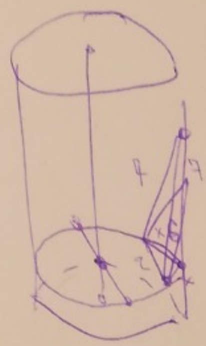
Шифр: **21100430**

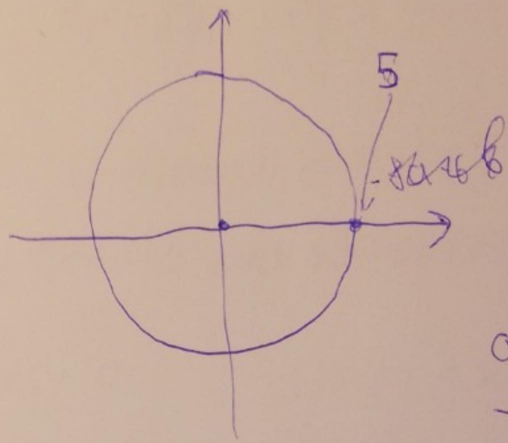
ID профиля: **831110**

Вариант 19

$a^2+b^2 \le \min(-8a-6b; 25)$ черновик

$b>0$ $a<0$ или $b<0$ или $a,b<0$





$-8a-6b \ge 0$

$6b \le -8a$

$b \le -\frac{4}{3}a$

$a^2+b^2 \le -8a-6b$

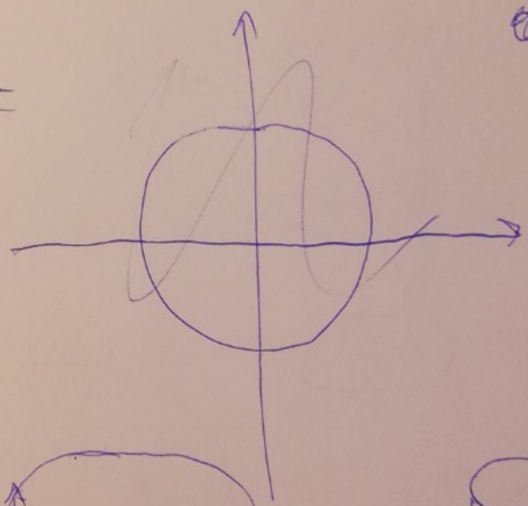
$-8a-6b \le 25$

$a^2+8a+b^2+6b \le 0$

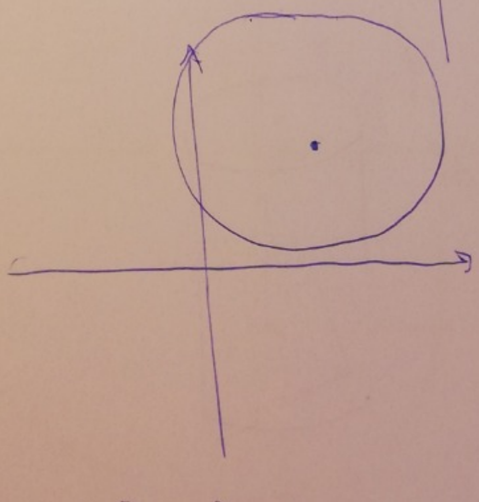
$a<-10$

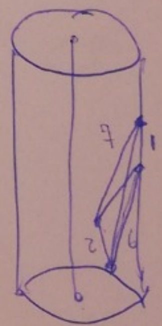
$x<H$

$$\frac{HH_1 - XH_1}{HH_1} =$$



$$\begin{cases} a^2+b^2 \le 25 \\ a^2+8a+b^2+6b \le 0 \end{cases}$$





$a^2+8a+b^2+6b \le 0$

$D = 64-4b^2-24b$

черновик

$a \quad a+b \ldots a+13b \quad S = 14a + 7\cdot 13b$

$(a+8b)(a+16b) > 14a+91b+12$

$70+21=91 \quad (a+10b)(a+14b) < 14a+91b+47 \quad 80+48b^2$

$128b^2$

$a^2+24ab+8\cdot 16b^2 > 14a+91b+12$

$6\cdot 8=48 \quad a^2+24ab+140b^2 < 14a+91b+47$

$80+48=128 \quad \cancel{x+12} \quad x>12 \quad a^2+24a+128-91-14a-12>0$

$x+12b^2<47$

$13+12b^2<47$

$12b^2<34$

$b^2<\frac{34}{12}$

$b^2<2\frac{5}{6}$

$b^2<2$

$b=1$

1) $a^2+10a+29>0$

$(a+5)^2>0$

a^2+10a

-103

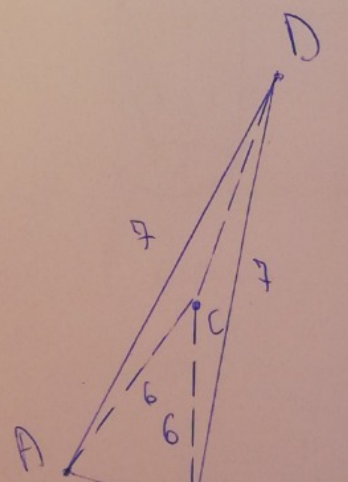
$91-14\cdot 9$

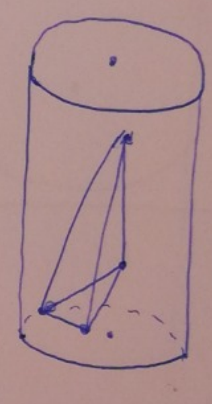
$90+36$

$91+47=138$

-5

23





то есть $b \in [-8; 2]$, а чистовик тогда $D = 36 - 32a - 4a^2 \geq 0$ (4)

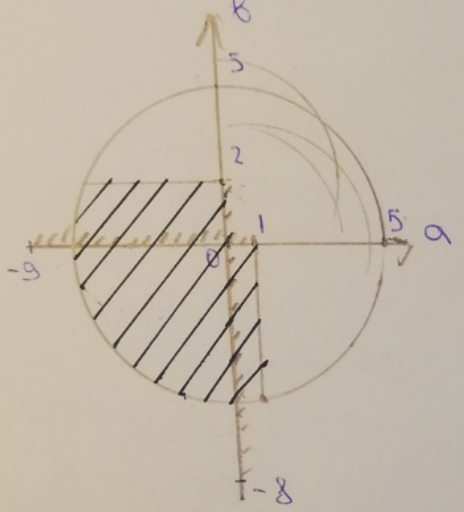
$-a^2 - 8a + 9 \geq 0$

$a^2 + 8a - 9 \leq 0$

$D = 64 + 36 = 10$

$a = \frac{-8 \pm 10}{2} = -9; 1$

то есть $a \in [-9; 1]$ тогда имеем: (рис 1) тогда для (x, y) площадь I и II это: (рис 2)



(рис 1)

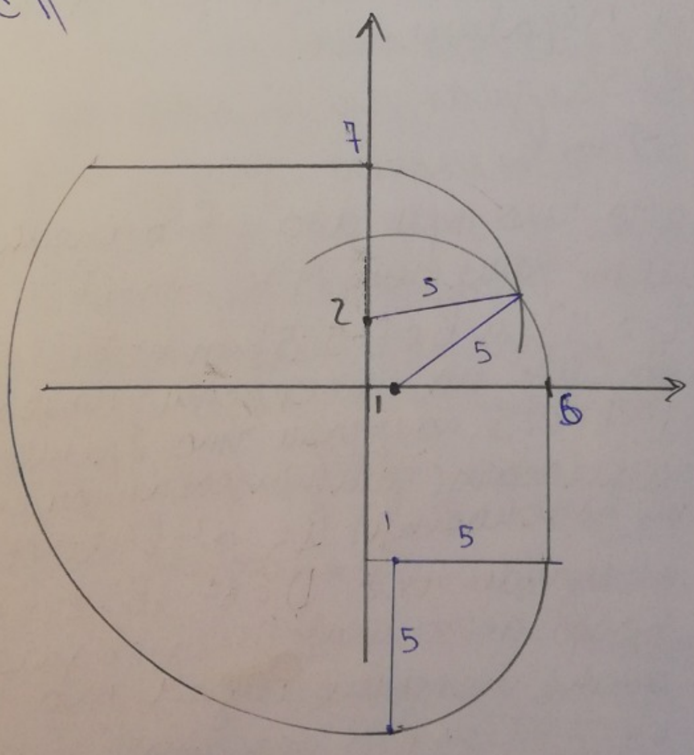
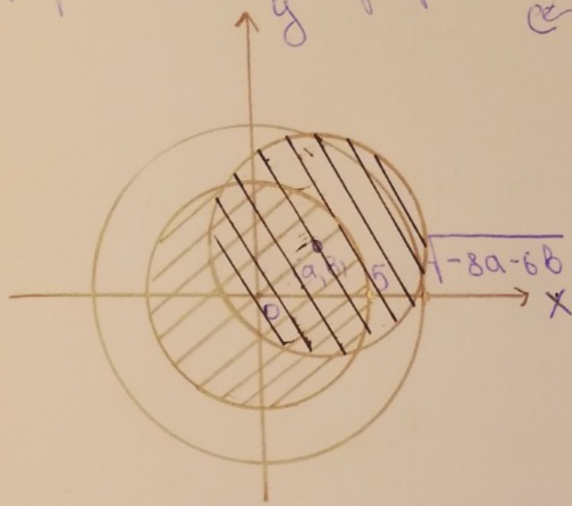


рис 2

21100430 (U831110 M1299333)

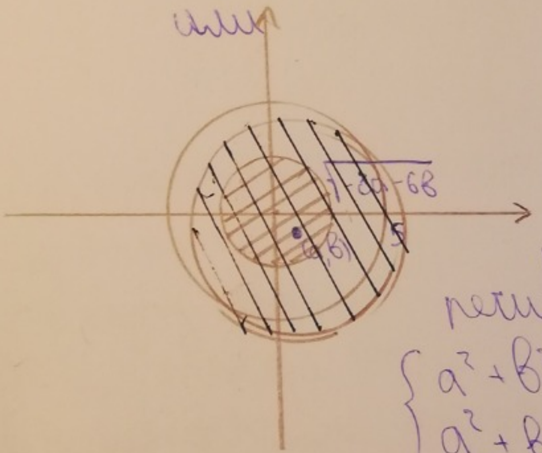
Чистовик ③

рассмотрим неравенство $a^2+b^2 \le \min(-8a-6b;25)$ это неравенство задаёт 2 круга с центром в точке $(0;0)$ ~~с наименьшим из двух радиусом~~ и радиусами 5 и $\sqrt{-8a-6b}$ для каждой пары чисел a и b и ставит точку на плоскости только в том случае если $a^2+b^2 \le 25$ а $a^2+b^2 \le \sqrt{-8a-6b}$



теперь рассмотрим неравенство $(x-a)^2+(y-b)^2 \le 25$ ~~[illegible]~~ это неравенство строит ~~[illegible]~~ круг радиуса 5 около каждой точки из первого рассмотренного неравенства ~~[illegible]~~

или

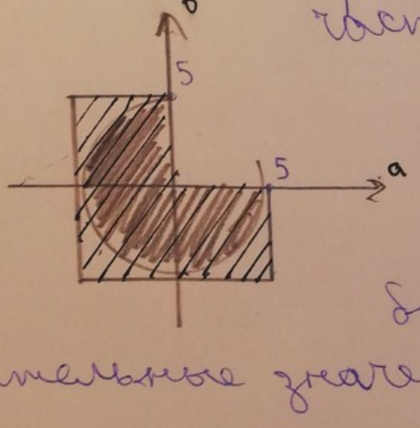


то есть для нахождения площади ГМТ $(x;y)$ нужно найти ГМТ $(a;b)$ для этого решим неравенство

$$\begin{cases} a^2+b^2 \le 25 \\ a^2+b^2 \le -8a-6b \end{cases}$$

очевидно что при $a>0$ и $b>0$ система не имеет решений т.к. $-8a-6b \ge 0$

а так же ~~[illegible]~~ $a \in [-5;5]$ и $b \in [-5;5]$ т.к. $a^2+b^2 \le 25$ то есть решения системы на плоскости находятся в области но из $a^2+b^2 \le 25$ получаем что $\nexists$ решения принадлежат (заштрихованной серым части плоскости) из $a^2+b^2+8a+6b \le 0$ получим что $D = 64-4b^2-24b \ge 0$ т.к. когда $a=1>0$ и $a^2+b^2+8a+6b$ должен быть меньше нуля то $64-4b^2-24b \ge 0$ т.к. иначе $a^2+b^2+8a+6b$ будет принимать только положительные значения



$$:-b^2-6b+16 \ge 0$$

$$b^2+6b-16 \le 0$$

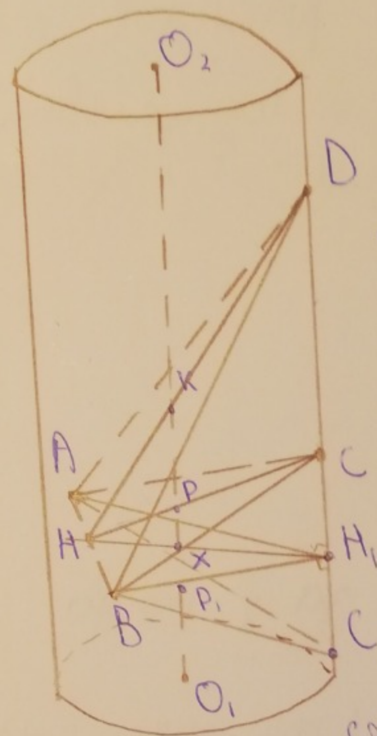
$$D = 36+64 = 10^2 \quad b = \frac{-6 \pm 10}{2} = -8; 2$$

21100430 (U831110 M1299333)

Чистовик

№2

(2)



Дано: $AD=DB=7$

$BC=CA=6$

$AB=2$ $O_1O_2 \parallel DC$

$R_ц - min$

Найти: DC

Решение:

1) т.к. $DC \parallel O_1O_2$ и $\triangle ADB$ и ACB - равнобедренные т.к. $AD=DB$ и $BC=CA$ то прямая AD симметрична BD AC симметрична BC относительно сечения O_2DCO_1 в силу симметричности 2) проведём перпендикуляр из B к прямой DC и из A к прямой DC пусть они попадут в точку H_1 (они попадут в одну точку т.к. всё симметрично относительно O_2DCO_1) тогда если мы отразим $\triangle ABC$ отн. плоскости AH_1B ~~которой~~ мы получим точку C_1 на DC для которой радиус останется тем же однако длина DC - изменится то есть у любого тэтраэдра из условия есть "близнец" для которого R - тоже самое но DC - другое тогда рассмотрим тэтраэдры у которых $\angle DBC$ - острый

3) соединим O_2 и O_1 - отрезком тогда K и P - точки пересечения с $\triangle ADB$ и $\triangle ACB$ - соответственно и в силу симметрии и т.к. K и $P \in O_2O_1$ DK и CP - будут высотами в $\triangle ADB$ и $\triangle ACB$ соответственно тогда пусть H - основание этих высот тогда H_1H - высота в $\triangle AH_1B$ и $X \in HH_1$ и $X \in O_2O_1$ и $X \in$ плоскости $\triangle AH_1B$ в силу симметрии ~~как~~.

4) по т. Пифагора $HC = \sqrt{\left(\frac{AB}{2}\right)^2 + BC^2} = \sqrt{35}$ тогда по т. Пифагора $HH_1 = \sqrt{HC^2 - CH_1^2} = \sqrt{35 - CH_1^2}$ но при этом

21100430 (U831110 M1299333)

Чистовик

1

№1

Пусть $a_1 = a$, а разность прогрессии равна в тогда

$S_{14} = 14a + \frac{13 \cdot 14}{2}b = 14a + 13 \cdot 7b = 14a + 91b$ и из условий что

$a_9 \cdot a_{17} > S + 12$ и $a_{11} \cdot a_{15} < S + 47$ получаем:

$$\begin{cases} (a+8b)(a+16b) > 14a+91b+12 \\ (a+10b)(a+14b) < 14a+91b+47 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2+24ab+128b^2-14a-91b > 12 \\ a^2+24ab+128b^2-14a-91b+12b^2 < 47 \end{cases}$$

обозначим $a^2+24ab+128b^2-14a-91b$ за f тогда

$\begin{cases} f > 12 \\ f+12b^2 < 47 \end{cases}$ то есть $12b^2+13 < 47$ (принимаем $f = 13$ т.к.

f - целое т.к. a и b - целые по условию и $f > 12$) тогда

$12b^2 < 34$

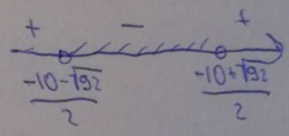
$b^2 < 2\frac{5}{6}$ но т.к. b - целое и $b > 0$ то единственным решением неравенства будет $b = 1$ т.к. ~~в~~ при $b = 2$

$4 < 2\frac{5}{6}$ не верно тогда имеем и $b \neq 0$ т.к. прог. возрастает

$$\begin{cases} a^2+24a+128-14a-91-12 > 0 \\ a^2+24a+128-14a-91+12-47 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2+10a+25 > 0 \\ a^2+10a+140-138 < 0 \end{cases}$$

$\begin{cases} (a+5)^2 > 0 \\ a^2+10a+2 < 0 \end{cases} \Rightarrow D = 100-8 = 92 \quad a = \frac{-10 \pm \sqrt{92}}{2}$



$$\begin{cases} a \neq -5 \\ a \in \left(\frac{-10-\sqrt{92}}{2}; \frac{-10+\sqrt{92}}{2}\right) \end{cases}$$

~~$a \in \left(\frac{-10-\sqrt{92}}{2}\right.$~~ $a \in (-5-\sqrt{23}; -5) \cup (-5; -5+\sqrt{23})$ т.к. a - целое

то $a = -9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1$ т.к. $5 > \sqrt{23} > 4$

Ответ: $-9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1$

21100430 (U831110 M1299333)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21100430**

ID профиля: **831110**

Вариант 19

Черновик

① = ③ $\cancel{\frac{\cos\alpha}{1-1\ldots}}$ $\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \operatorname{tg}\alpha$ $\frac{\cos\alpha}{\sqrt{1-\cos^2\alpha}} = \operatorname{tg}\alpha$

$\cos^2\alpha = \operatorname{tg}^2\alpha(1-\cos^2\alpha)$

$\frac{1}{\operatorname{tg}^2\alpha} =$

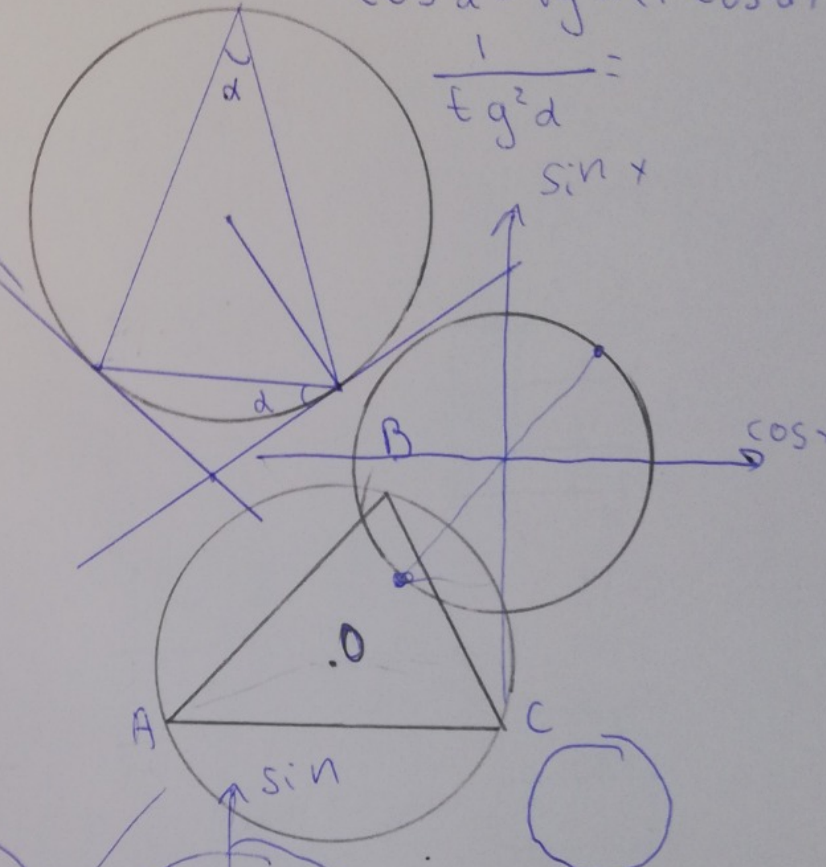
② − 1 = ①

||

$2\log_c b - 1 = \frac{1}{2}\log_b a$

$\cancel{2\log_{\frac{3}{4}}\frac{3}{4} = 1 + 2\log_{\frac{3}{2}}\frac{3}{4}}$

$2\log_{\frac{3}{4}}\frac{3}{4} = 1 + \frac{1}{2}\log_{\frac{3}{4}}\frac{3}{2}$

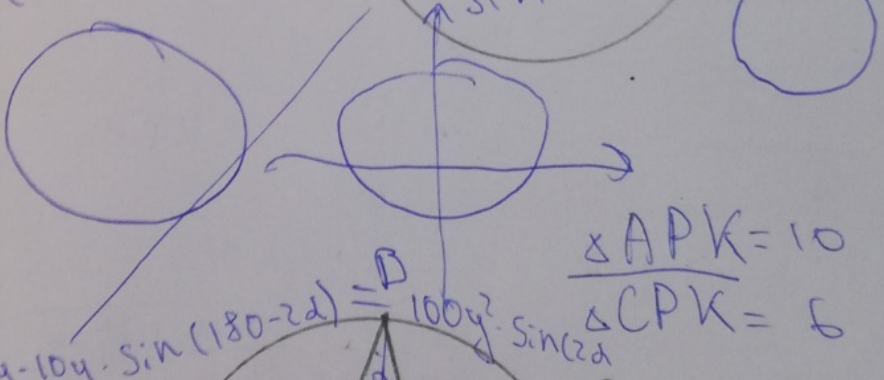


$2 = \log_{\frac{3}{4}}\frac{3}{2}$

arctg 2

80

$\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{3}{4}$



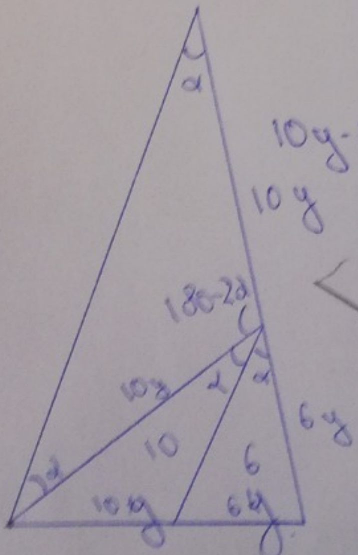
$\Delta APK = 10$

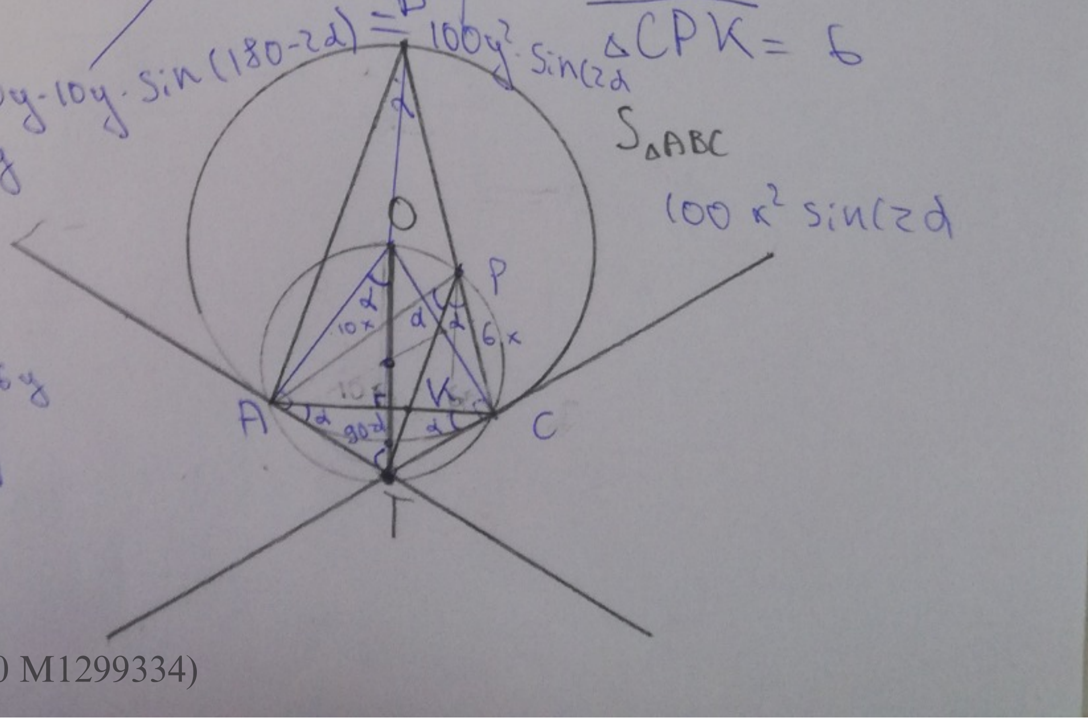
$\Delta CPK = 6$

$S_{\Delta ABC}$

$10y \cdot 10y \cdot \sin(180-2\alpha) = 100y^2 \cdot \sin(2\alpha)$

$100x^2\sin(2\alpha)$





$\sin(2\alpha)\cdot$

черновик

НОД$(a, b, c) = 21 = 3 \cdot 7$

НОД$(a, b, c) = 3^{17} \cdot 7^{15}$

$a = 3^{x_1} \cdot 7^{y_1}$

$b = 3^{x_2} \cdot 7^{y_2}$

$c = 3^{x_3} \cdot 7^{y_3}$

$a = 3^{17} \cdot 7^{15}$

$b = 3^{(1,17)} \cdot 7^{($

$6 \cdot 13 = 60 + 18$

78

$\log_{(\frac{x}{2}-1)^2}\left(\frac{x}{2} - \frac{1}{4}\right) =$

	x	y
a	1	
b	17	
c		

$3 \cdot 2 \cdot 15$

$= \frac{1}{2} \log_{\frac{x}{2}-1}\left(\frac{x}{2} - \frac{1}{4}\right)$

$56 + 8 = 64$

$2\log_{x-\frac{11}{4}}\left(\frac{x}{2} - 1\right)$

$2-19$

$x\log_c b = x\log_a c$

$\begin{array}{r} \times 78 \\ 9 \\ \hline 72 \\ 63 \\ \hline 702 \end{array}$

$2\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x - \frac{11}{4}\right)$

1	
1	
17	

$\log_c c = \log_a b$

$\frac{7}{4} - 1 = \frac{7}{2} - \frac{11}{4}$

540

1008

$\frac{7-4}{4} = \frac{14-11}{4}$

$\begin{cases} 1 \\ 17 \\ 1 \end{cases}$

$\log_a b = 1$

$a = b$

$\begin{array}{r} \times 78 \\ 6 \\ \hline 48 \\ 42 \\ \hline 468 \end{array}$

$2,5 - \frac{1}{4} = 5 - \frac{11}{4}$

$\frac{3}{4} = \frac{3}{4}$

$\frac{10-1}{4} = \frac{20-11}{4}$

$a = \frac{4b+3}{4}$

$\begin{cases} 17 \\ 1 \\ 1 \end{cases}$

$-\frac{x}{2} = -\frac{10}{4} = -\frac{5}{2}$ $x = 5$

1

17

17

$2x - 1 = 4a$

$4b + 4 - 1 = 4a$

$2x - 2 = 2b \Rightarrow x = 2b + 2$

$2 + 1$

$4x - 11 = 4c \Rightarrow 8b + 8 - 11 = 4c$

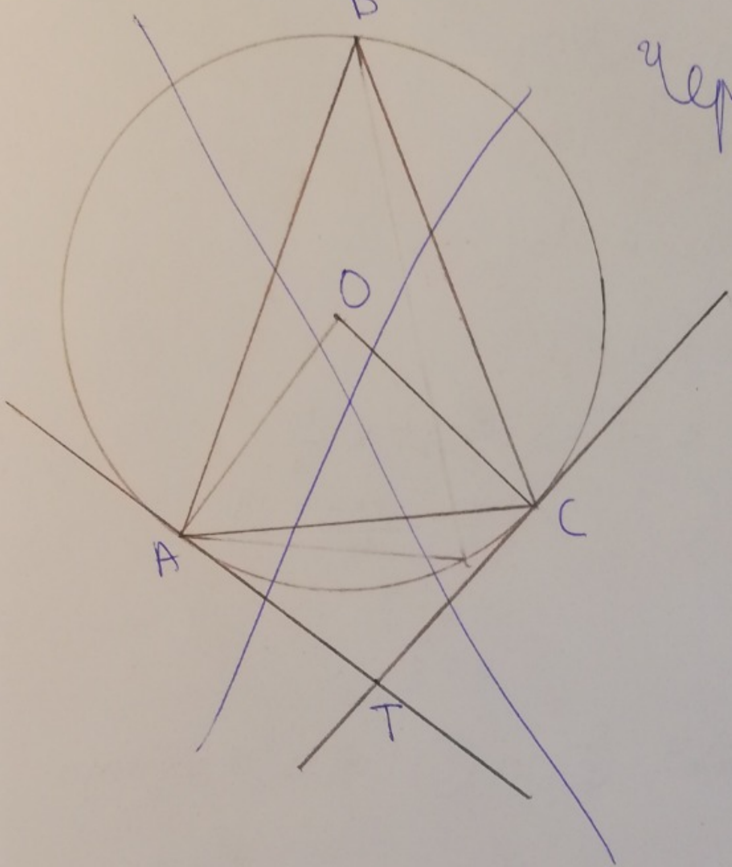
$c = \frac{8b-3}{4}$

$2\log_{\frac{3}{2}}\frac{3}{4} = \frac{1}{2}\log_{\frac{3}{4}}\frac{3}{2}$

21100430 (U831110 M1299334)

№3

Черновик



Чистовик

6

$AP = 5x = 5 \cdot \frac{4}{3} = \frac{20}{3}$

$PC = 3x = 4$

Из по т. косинусов: $AC^2 = AP^2 + PC^2 - 2AP \cdot PC \cdot \cos(2\alpha) =$

$= \frac{400}{9} + 16 - 2 \cdot \frac{20}{3} \cdot 4 \cdot (1 - 2\sin^2(\alpha)) = \frac{400+90+54}{9} - \frac{160}{3}(1 -$

$- 2\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2) = \frac{400+144}{9} - \frac{160}{3}\left(\frac{5-8}{5}\right) = \frac{544}{9} + \frac{160}{3} \cdot \frac{3}{5} =$

$\frac{8}{5}$

3600 1100 560

$= \frac{544 \cdot 5 + 160 \cdot 9}{9 \cdot 5} = \frac{2500 + 200 + 20 + 900 + 540}{9 \cdot 5} = \frac{4160}{9 \cdot 5} = \frac{832}{9}$

$AC = \frac{\sqrt{832}}{3} = \frac{8}{3}\sqrt{13}$

б) Ответ: $\frac{8}{3}\sqrt{13}$

6 21100430 (U831110 M1299334)

Всего 6×6 – случаев то есть ...

Чистовик

5

тогда $S_{\triangle APB} = BP \cdot AP \cdot \sin(\angle APB) = 5x \cdot 5x \cdot (180 - 2\alpha) =$
$= 25x^2 \cdot \sin(2\alpha)$, а $S_{\triangle APC} = AP \cdot PC \sin(\angle APC) = 3x \cdot 5x \cdot$
$\cdot \sin(2x) = 5 \cdot 3 x^2 \cdot \sin(2x) = 10 + 6 = 16 \Rightarrow$

$15x^2 \cdot \sin(2x) = 16$

$x^2 \cdot \sin(2x) = \frac{16}{15}$

$S_{\triangle APB} = 25 \cdot \frac{16}{15} = \frac{5 \cdot 16}{3} \Rightarrow S_{\triangle ABC} = S_{\triangle APB} + S_{\triangle APC} = \frac{80}{3} + 16 = \frac{80 + 48}{3} =$
$= \frac{128}{3}$

а) Ответ: $\frac{128}{3}$

б)

Дано:
$\angle ABC = \operatorname{arctg} 2$
Найти AC

~~$S_{\triangle APC} = 5x \cdot 3x \cdot \sin(2$~~ ~~$S_{\triangle APK} = AP \cdot PK \cdot \sin(\angle APK)$ т.к. $\angle APK = \angle ABC$ то~~

$S_{\triangle APC} = 5x \cdot 3x \cdot \sin(2\angle APK)$ т.к. $\angle APK = \angle ABC$ то
$\sin(2 \operatorname{arctg} 2) = 2 \sin(\operatorname{arctg} 2) \cos(\operatorname{arctg} 2)$

$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \operatorname{tg}\alpha$

$\frac{\sin\alpha}{\sqrt{1 - \sin^2\alpha}} = \operatorname{tg}\alpha$ $\quad \frac{1}{\operatorname{tg}^2\alpha} = \frac{1}{\sin^2\alpha} - 1$

$\frac{1 + \operatorname{tg}^2\alpha}{\operatorname{tg}^2\alpha} = \frac{1}{\sin^2\alpha}$

$\sin^2\alpha = \frac{\operatorname{tg}^2\alpha}{1 + \operatorname{tg}^2\alpha}$

$\sin\alpha = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\alpha}}$

$\sin(\operatorname{arctg} 2) = \frac{2}{\sqrt{1 + 2^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$

$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \operatorname{tg}\alpha$

$\frac{\sqrt{1 - \cos^2\alpha}}{\cos\alpha} = \operatorname{tg}\alpha$

$\frac{1 - \cos^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \operatorname{tg}^2\alpha$

$\frac{1}{\cos^2\alpha} - 1 = \operatorname{tg}^2\alpha$

$\frac{1}{\cos^2\alpha} = \operatorname{tg}^2\alpha + 1$

$\frac{1}{\sqrt{\operatorname{tg}^2\alpha + 1}} = \cos\alpha$

$\cos(\operatorname{arctg} 2) = \frac{1}{\sqrt{2^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

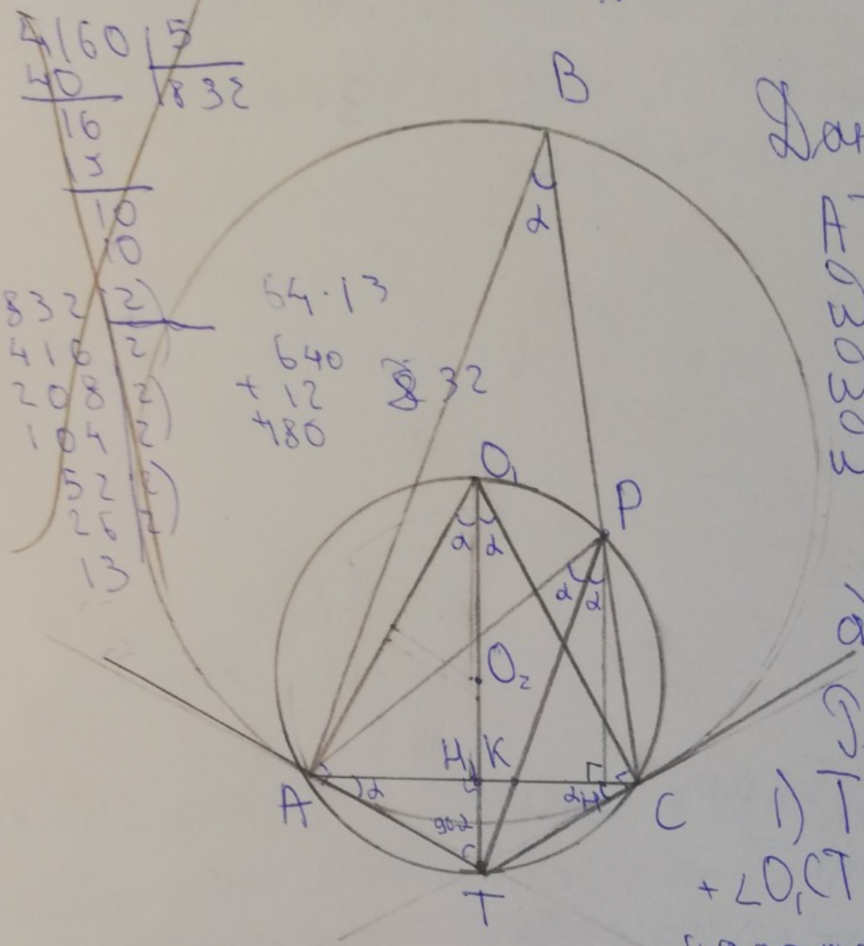
(3)

$6 + 10 = 15x \cdot 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{5}{5} \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot x \Rightarrow 16 = 4x \cdot 3$

$x = \frac{4}{3}$

21100430 (U831110 M1299334)

№3 (4)



Дано: $\omega_1(O_1;R)$; $\omega_2(O_2;r)$

AT, TC – касательные к $\omega_1(O_1;R)$ ΔABC – вписан в $\omega_1(O_1;R)$ ΔAO_1C – вписан в $\omega_2(O_2;r)$ $S_{\Delta APK}=10$

$S_{\Delta CPK}=6$

а) Найти: $S_{\Delta ABC}$

Решение:

1) $T \in \omega_2(O_2;r)$ т.к. $\angle O_1AT + \angle O_1CT = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ т.к. AT и TC – касательные

2) $O_2 \in O_1T$ т.к. $AT=TC$ как отрезки касательной $AO_1=O_1C=R$ и $O_1AT=\angle O_1CT=90^\circ$ то есть O_1ATC – симметричен отн. O_1T но т.к. $AO_2=O_2C=r$ то есть она равноудалена от симметричных точек она принадлежит оси симметрии

3) $\frac{AK}{KC}=\frac{S_{\Delta APK}}{S_{\Delta PKC}}=\frac{10}{6}=\frac{5}{3}$ т.к. PH – общая высота и AK и KC – основания ③

4) $\angle APT=\alpha$, $\angle AO_1T=\angle APT=\alpha$ $\angle ATO_1 = 90-\angle AO_1T=90-\alpha$

$\angle HAT=90^\circ-\angle ATO_1=90^\circ-(90^\circ-\alpha)=\alpha$ $\angle TPC=\angle TAC=\alpha$

то есть PK – биссектриса тогда $\frac{AP}{PC}=\frac{AK}{KC}=\frac{5}{3} \Rightarrow \begin{matrix} AP=5x \\ PC=3x \end{matrix}$

а так же $\angle ABC=\frac{1}{2}\cup ATC=\alpha$ т.к. $\cup TC=\alpha$, а $\cup ATC = 2\cup TC = 2\alpha$

5) $\angle BPA=180-\angle APC=180^\circ-2\alpha \Rightarrow \angle BAP=180^\circ-\angle BPA-\angle ABC = \alpha$ то есть ΔABP – равнобедренный $\Rightarrow AP=PB=5x$

Чистовик

(3)

c) (1) = (3) тогда $\frac{1}{2}\log_b a = 2\log_a c$

$\log_b a^{\frac{1}{2}} = \log_{a^{\frac{1}{2}}} c$

$\log_{a^{\frac{1}{2}}} a^{\frac{1}{2}} = \log_b c$

$\log_b c = 1$

$b = c \Rightarrow \frac{x}{2} - 1 = x - \frac{11}{4}$

$-\frac{x}{2} = -\frac{11+4}{4} = -\frac{7}{4}$

$-x = -\frac{7}{2}$

$x = \frac{7}{2}$

проверим 2 пункт для б и с (т.к. а - не подошел сразу)

б) $a = \frac{5}{2} - \frac{1}{4} = \frac{10-1}{4} = \frac{9}{4}$

$b = \frac{5}{2} - 1 = \frac{3}{2}$

$c = 5 - \frac{11}{4} = \frac{20-11}{4} = \frac{9}{4}$

~~$2\log_{\frac{9}{4}}\frac{9}{4} + 1 = 2\log_{\frac{9}{4}}\frac{3}{2}$~~

~~$2 + 1 = 2\cdot\frac{1}{2}\log_{\frac{3}{2}}\frac{3}{2}$~~

~~$3 = 1$ не подходит~~

$2\log_{\frac{9}{4}}\frac{9}{4} = 2\log_{\frac{9}{4}}\frac{3}{2} + 1$

$2 = 2\cdot\frac{1}{2}\log_{\frac{3}{2}}\frac{3}{2} + 1$

$2 = 2$ подходит

с) $a = \frac{7}{4} - \frac{1}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

$b = \frac{7}{4} - 1 = \frac{3}{4}$

$c = \frac{7}{2} - \frac{11}{4} = \frac{3}{4}$

$2\log_{\frac{3}{2}}\frac{3}{4} + 1 = 2\log_{\frac{3}{4}}\frac{3}{4}$

$2\log_{\frac{3}{2}}\frac{3}{4} = 2 - 1$

$\log_{\frac{3}{2}}\frac{3}{4} = \frac{1}{2}$

$\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \neq \frac{3}{4}$, не подходит

значит единственный подходящий x это 5

Ответ: 5

и всего 6×6 - случаев, то есть ~~всего~~ имеем (2) чистовик

$90\cdot78+6\cdot6=7020+36=7056$ вариантов, а так же $6\cdot90+$ ~~Ответ: 7056 чисел~~ $+6\cdot78$ если в x-столбце 2 единицы или 17 а в y-столбце по одной 1 и 15 и если в y-столбце 2 единицы или 15 и в x-столбце по одной 1 и 17 тогда всего $7056+6\cdot90+6\cdot78=7056+540+468=7056+1008=$
$=8064$ числа

Ответ: 8064 числа

№2

1) $\log_{(\frac{x}{2}-1)^2}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{2}\log_{\frac{x}{2}-1}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)$ | $\frac{x}{2}-\frac{1}{4}=a$ | $=\frac{1}{2}\log_b a$

2) $\log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}}\left(\frac{x}{2}-1\right)=2\log_{x-\frac{11}{4}}\left(\frac{x}{2}-1\right)$ | $\frac{x}{2}-1=b$ | $=2\log_c b$

3) $\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)^2=2\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)$ | $x-\frac{11}{4}=c$ | $=2\log_a c$

а) пусть (2) = (3) тогда $2\log_c b=2\log_a c$

$\log_c c=\log_a b$

$\log_a b=1$

$a=b \Rightarrow \frac{x}{2}-\frac{1}{4}=\frac{x}{2}-1$

$-\frac{1}{4}\neq-1$ то есть (2) $\neq$ (3)

б) пусть (1) = (2) тогда $\frac{1}{2}\log_b a=2\log_c b$

$\log_{b^2}a=\log_c b^2$

$\log_{b^2}b^2=\log_c a$

$\log_c a=1$

$c=a \Rightarrow \frac{x}{2}-\frac{1}{4}=x-\frac{11}{4}$

$-\frac{x}{2}=-\frac{10}{4}$

$x=5$, проверим позже подходит ли под 2 условие

Чистовик:

1

№4

т.к. НОК(a,b,c) = $3^{17}\cdot 7^{15}$ => $a = 3^{x_1}\cdot 7^{y_1}$ где $x_{1,2,3}\le 17$ и $y_{1,2,3}\le 15$

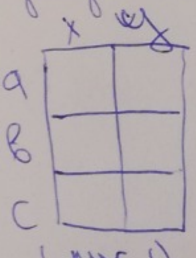
$b = 3^{x_2}\cdot 7^{y_2}$ и

$c = 3^{x_3}\cdot 7^{y_3}$

при этом хотя бы один из x-ов равен 17 и хотя бы один из игреков равен 15 т.к. если бы ни один из x-ов был бы строго меньше 17 то НОК(a,b,c) был бы равен $3^{16}\cdot 7^{15}$ т.к. $3^{16}\cdot 7^{15} < 3^{17}\cdot 3^{15}$ аналогично для y т.к. НОД(a,b,c) = $3\cdot 7$ то хотя бы один из x-ов и y-ов равен 1 т.к. если бы ~~все были~~ не один из x-ов не был бы равен 1 то НОД(a,b,c) = $3^2\cdot 7$ аналогично для y-ов а так же ни один из иксов не равен 0 т.к. если бы хоть один из них был бы равен нулю то НОД(a,b,c) был бы равен 3 или 7 или 1 то есть мы знаем что $x_{1,2,3}\in[1;17]$ – есть 1 и 17

$y_{1,2,3}\in[1;15]$ – есть 1 и 15 то есть

задача сводится к равносильной:



(рис 1)

~~нужно для~~ сколько существует различных таблиц (рис 1) таких что в столбце x есть 1 и 17 и числа от 1 до 17 а в столбце y есть 1 и 15 и числа от 1 до 15

1) посчитаем сколько различных таблиц существует в которых в ~~столбцах~~ столбце x только одна 1 и 17, а в y одна 1 и 15 имеем: для x-столбца $3\cdot 2\cdot 15 = 90$ вариантов: 3 клетки для 1 2 для 17 и 15 вариантов чисел в оставшуюся клетку и для y-столбца $3\cdot 2\cdot 13 = 78$ вариантов ~~итог~~ и всего $90\cdot 78$ вариантов

2) если 1 и 17 и 1 и 15 встречаются по 2 раза получаем: для x столбца: (1,1,17), (1,17,1), (17,1,1), (1,17,17), (17,1,17), (17,17,1)

для y-столбцов: (1,1,15), (1,15,1), (15,1,1), (15,15,1), (15,1,15), (1,15,15)