Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

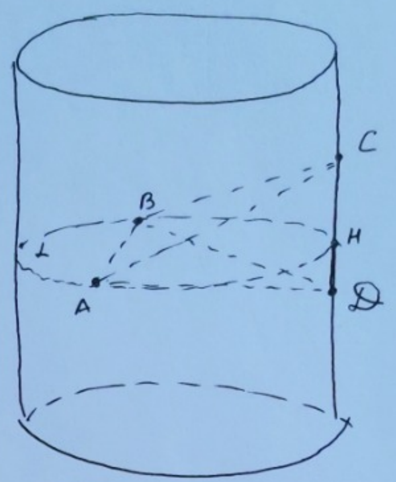
Шифр: **21100404**

ID профиля: **344402**

Вариант 19

Лист ② Чистовик

Задача 2.



Дано:

Тетраэдр $ABCD$

$AD = DB = 7$

$AC = CB = 6$

$AB = 2$

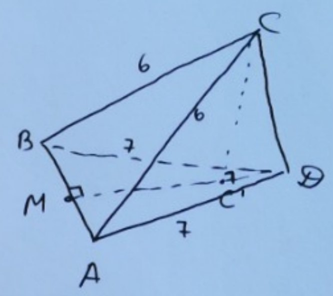
$R = R_{min}$

(Опис. цилиндр Ω)

CD параллельно оси.

CD - ?

Решение:



Рассмотрим сначала тетраэдр $ABCD$

Пусть M - середина AB.

Точка C ортогонально проектируется в точку C',

$C' \in ABD$

В силу симметрии C' лежит на медиане и высоте MD.

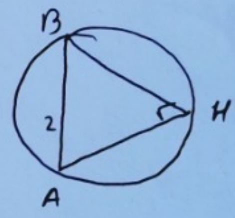
Значит $DC' \perp AB$.

$DC' \perp AB$, C' - проекция точки C => $DC \perp AB$ (по т. о трёх перпендикулярах)

Значит AB ~~ор~~ лежит в пл-ти α, параллельной пл-ти основания цилиндра

(т.к. $CD \perp$ основанию и $CD \perp AB$ => $AB \parallel$ основанию).

Пусть эта пл-ть α пересекает CD в точке H. Тогда рассмотрим $\triangle ABH$:



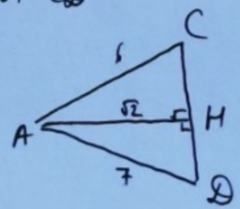
$AB = 2$, радиус описанной окр-ти вокруг треугольника ABH - это и есть радиус цилиндра. Сделаем оценку на R

$2R = \frac{AB}{\sin\angle ABH}$ (т. синусов)

$\sin\angle ABH = \frac{AB}{2R} \leq 1$

$R \geq \frac{AB}{2}$ => $R_{min} = \frac{AB}{2} = 1$. Тогда AB - диаметр, $\angle AHB = 90°$, $AH = BH = \sqrt{2}$
(AH=AH в силу симметрии)

Тогда из ~~прямоугольного~~ треуг-ка ACD находим CD



$HD = \sqrt{AD^2 - AH^2} = \sqrt{47}$

$CH = \sqrt{AC^2 - CH^2} = \sqrt{34}$

Значит $CD = CH + HD = \sqrt{34} + \sqrt{47}$.

Ответ: $\sqrt{34} + \sqrt{47}$

Лист ③ Чистовик

Задание 3.

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2 \le 25 \\ a^2+b^2 \le \min(-8a-6b, 25)\end{cases}$$

Рассмотрим первое ~~уравнение~~ неравенство. Его график в координатах x, y – это набор ~~окружностей~~ кругов с центрами (a; b) и радиусом 5, центры которых, как мы видим, заданы параметрически.

Определим границы этих параметров a и b.

$a^2+b^2 \le \min(-8a-6b, 25)$

Т.к. a^2+b^2 меньше минимального из этих чисел, то это означает, что должны выполняться сразу оба условия.

$$\begin{cases}a^2+b^2 \le 25 \\ a^2+b^2 \le -8a-6b\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}a^2+b^2 \le 25 \\ a^2+8a+b^2+6b \le 0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}a^2+b^2 \le 25 \\ (a+4)^2+(b+3)^2 \le 25\end{cases}$$

Теперь уже рассмотрим графики этих неравенств в осях a и b.

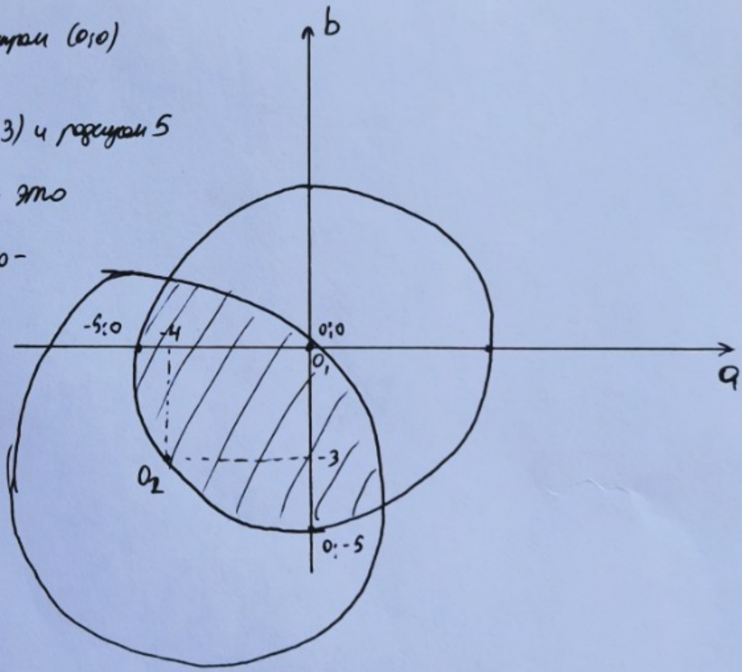


График первого неравенства – круг с центром (0;0) и радиусом 5.

График второго – круг с центром (−4;−3) и радиусом 5

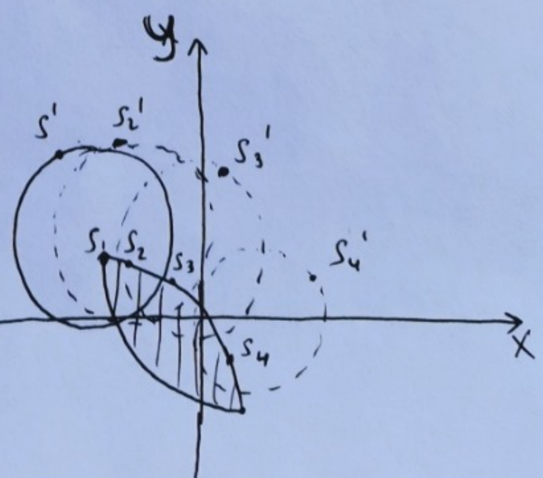
Таким образом, решение системы – это вся область их пересечения. Пусть площадь этой области – S.

Далее всё просто.

Для того, чтобы из координат b a перейти в координаты x и y, нужно нарисовать множество кругов с центрами во всех возможных a и b и радиусами 5.

Определимся с границами этой области.

Для каждой точки S_i из области центров найдётся точка S_i' из области всей фигуры M, удалённая от неё на 5 (т.к. 5 – радиус круга, т.е. S_i' – наиболее удаленная от области S точка, т.е. S_i лежит на границе области M).



(Продолжение на листе №4)

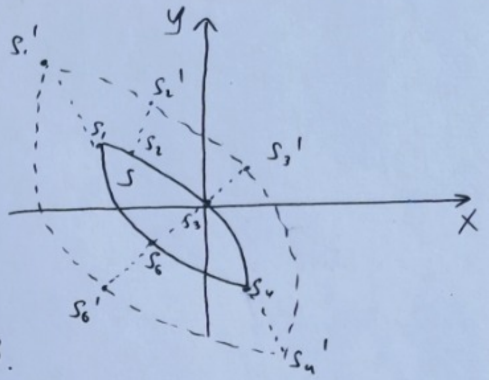
Лист (4) Чистовик

Таким образом,

фигура M подобна фигуре S

при этом коэффициент подобия $k=3$,

т.е. если взять две соответствующие противоположные точки, например, $S_3 S_6$ и $S_3' S_6'$, то



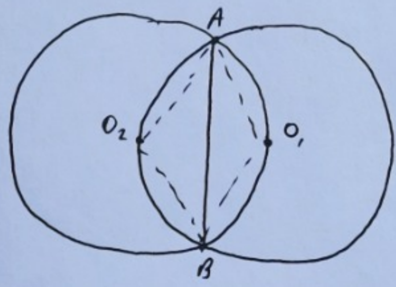
$S_3 S_3' = 5$, $S_6 S_6' = 5$, $S_3 S_6 = O_1 O_2 = 5$

Значит $S_3' S_6' = 15$, $S_3 S_6 = 5 \Rightarrow k = \frac{S_3' S_6'}{S_3 S_6} = 3$.

Значит $\frac{S_M}{S_S} = k^2 = 9$.

Осталось найти площадь области центров S.

Для этого ещё раз рассмотрим ~~[illegible]~~ круги O_1 и O_2. Они оба с радиусом $r=5$, при этом окружность O_2 проходит через центр O_1 и, соответственно O_1 проходит через центр O_2



Пусть точки их пересечения A и B

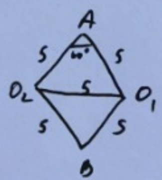
В силу симметрии площади сегментов S_{AO_2B} и S_{AO_1B} равны

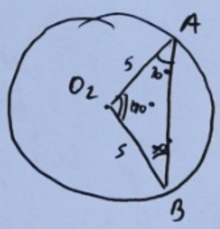
( это равные сегменты равных сфер)

Значит $S_{AO_2BO_1} = 2S_{AO_1B}$. Найдём площадь этого сегмента.

~~площадь S_1 сектора O_2AB~~:

~~Для~~ Рассмотрим O_2AO_1B. Это ромб.





$O_2A = O_2B = O_1A = O_1B = r = 5$

Однако $O_2 \in$ окр-ти $\Rightarrow O_2O_1 = r = 5$

Значит $\angle O_2AO_1 = 60° \Rightarrow \angle O_2AB = 30° = \angle O_2BA$

$\angle AO_2B = 180° - \angle O_2AB - \angle O_2BA = 120°$

площадь S_1 сектора O_2AB – это треть от площади окр-ти (т.к. угол 120°)

$S_1 = \frac{\pi r^2}{3} = \frac{25\pi}{3}$

площадь S_2 треуг-ка O_2AB – это $O_2A \cdot O_2B \cdot \sin 120° \cdot \frac{1}{2} = 25 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{25\sqrt{3}}{4}$.

S_3 сегмента равна

$S_3 = S_1 - S_2 = \frac{25\pi}{3} - \frac{25\sqrt{3}}{4}$

Площадь области пересечения $S = 2S_3 = 2 \cdot \left(\frac{25\pi}{3} - \frac{25\sqrt{3}}{4}\right) = 50\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$

$S_M = 9S = 450\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$

Ответ: $450\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$

Черновик $x^2-2ax+a^2+y^2-2by+b^2$

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 25\\ a^2+b^2\le 25\\ a^2+b^2\le -8a-6b\end{cases}$$

$a^2+b^2\le 25.$

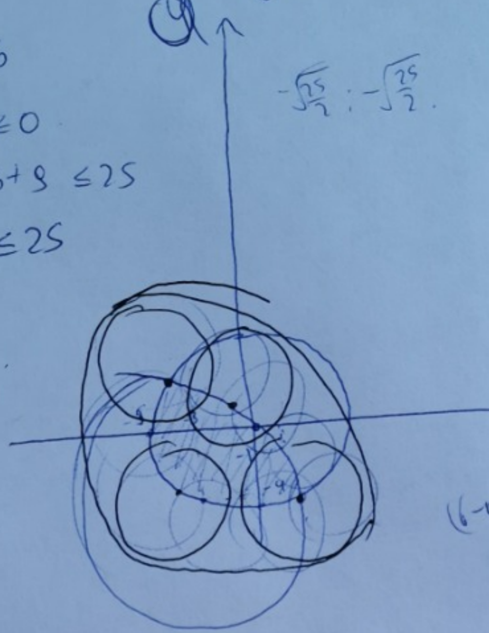
$(x-a)^2+(y-b)^2\le 25$

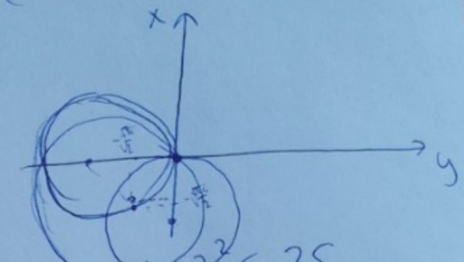
$a^2+8a+b^2+6b\le 0$

$a^2+8a+16+b^2+6b+9\le 25$

$(a+4)^2+(b+3)^2\le 25$

$-\sqrt{\frac{25}{2}};-\sqrt{\frac{25}{2}}.$





$(x-a)^2+(y-b)^2\le 25$

$-8a-6b=25$

$a^2+b^2=25.$

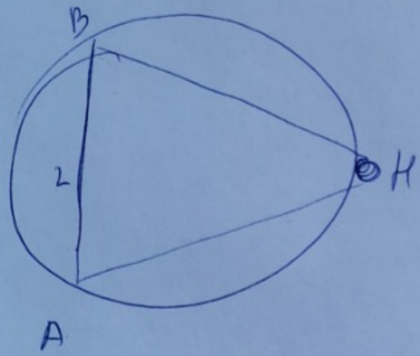
$b=\frac{-25+8a}{6}$

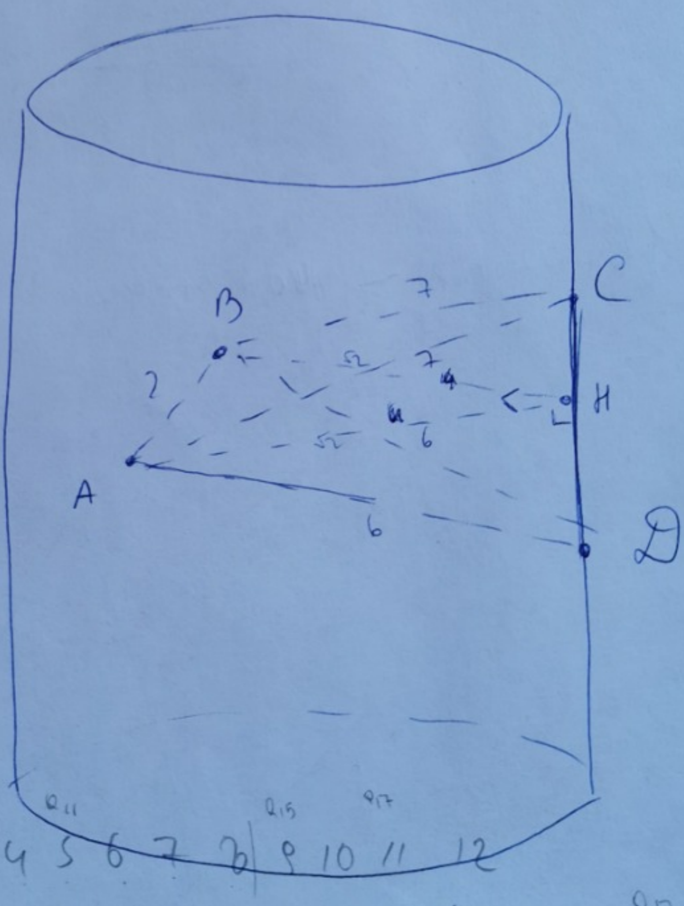
$(6-a)^2+(6-b)^2\le 25.$

$HD=AD^2-AH^2=36-2=\sqrt{34}$

$HD=AD^2-AH^2=49-2=\sqrt{47}$

$CH=AC^2-AH^2=$





$2R=\frac{AB}{\sin\angle AHB}$

$R=\frac{1}{\sin\angle AHB}$

$\frac{1}{R}=\sin\angle AHB\le 1$

$R\ge 1$

$R_{min}=1.$

$S=21$

$S=77$

a_9 a_{11} a_{15} a_{17}

$-5\ -4\ -3\ -2\ -1\ 0\ 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ |\ 9\ 10\ 11\ 12$

a_9 a_{11} a_{15} a_{17}

$-1\ 0\ 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9\ 10\ 11\ 12\ |\ 13\ 14\ 15.$

21100404 (U344402 M1299475)

Черновик

$a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_5 \quad a_6 \ \dots\dots \ a_{14}$ } S

$(a+10d)(a+14d) < S+47$

$(a+8d)(a+16d) > S+12$

$S = \frac{2a_1+d13}{2}\cdot 14 = 14a_1+91d.$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13

$$\begin{cases}(a+10d)(a+14d) < 14a+91d+47\\ (a+8d)(a+16d) > 14a+91d+12\end{cases}$$

$a^2+24ad+140d^2 < 14a+91d+47$

$a^2+24ad+128d^2 > 14a+91d+12.$

$-128d^2+12 < a^2+24ad-14a-91d < -140d^2+47$

$-128d^2+12 < -140d^2+47$

$12d^2 < 35$

$d=1$ ~~либо~~ $d=2.$

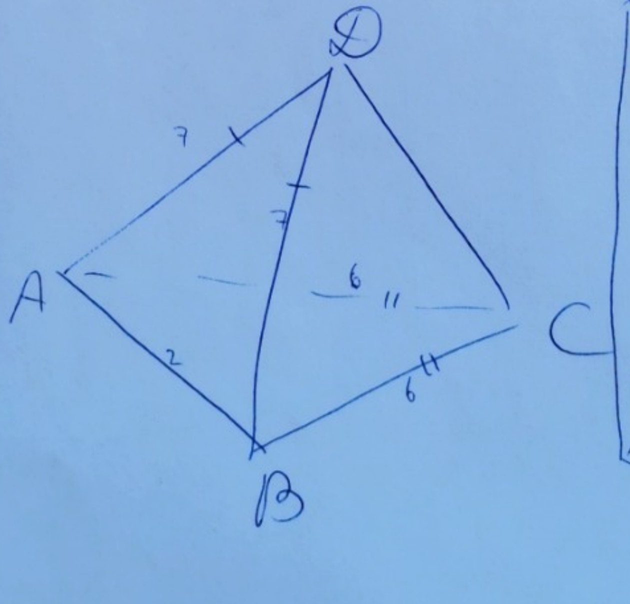
1) $d=1$

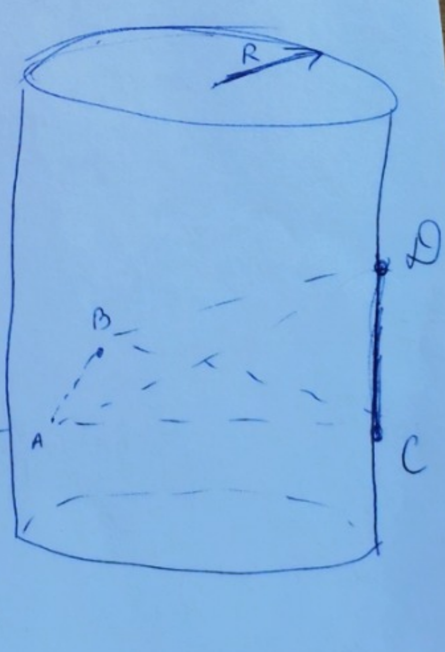
$$\begin{cases}(a+10)(a+14) < 14a+91+47\\ (a+8)(a+16) > 14a+91+47\end{cases}$$

$14a$

$\frac{-10-\sqrt{92}}{2} =$

CD⊥AB





21100404 (U344402 M1299475)

Черновик.

$(x-a)^2+(y-b)^2 \le 25$

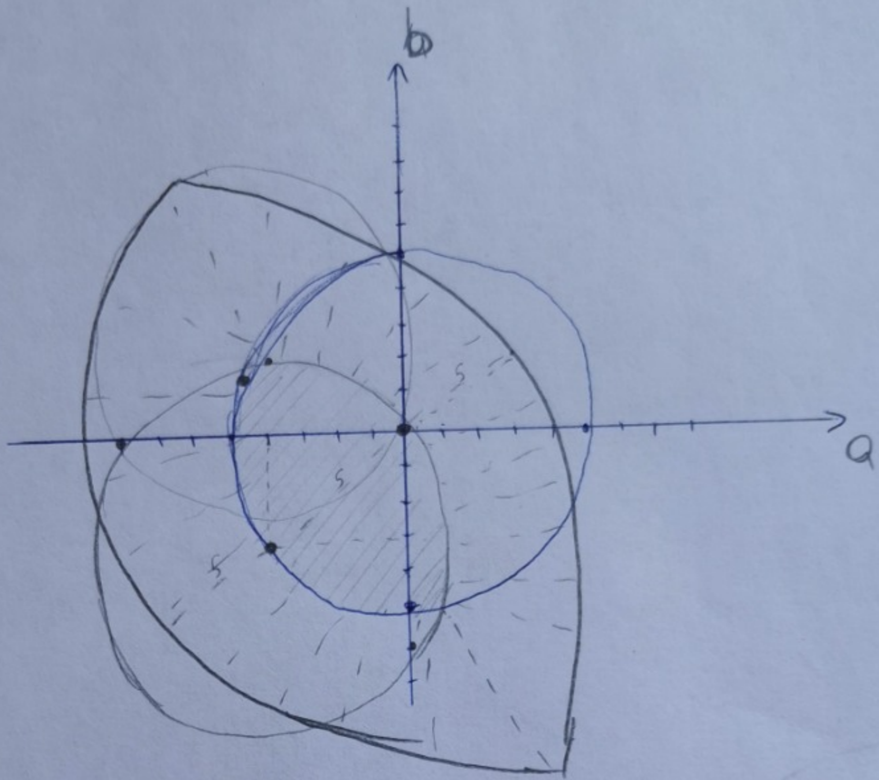
$b=-5;\ a=0$

$x^2+(y+5)^2 \le 25.$

$(x+5)^2+8y^2 \le 25$

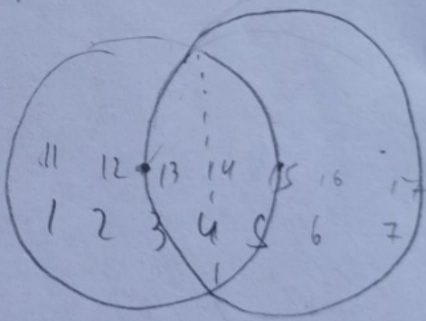
$\left(x+\sqrt{\frac{25}{2}}\right)^2+\left(y+\sqrt{\frac{25}{2}}\right)^2 \le 25.$

$S_\delta' = 9S_{\kappa}$



1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

-9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0



$a_{11} \cdot a_{15} = 5$

$S = -40$

21100404 (U344402 M1299475)

Лист 1 Чистовик Вариант №19.

Задание №1.

данная прогрессия: $a_1, a_2, a_3 \dots a_{14}\ a_{15} \dots$

$S = a_1 + a_2 + \dots + a_{14} = \frac{2a_1 + d\cdot 13}{2} \cdot 14$ (по формуле суммы прогрессии)

Тогда $S = \frac{2a_1 + d\cdot 13}{2} \cdot 14 = 14a_1 + 91d$; $a_n = a_1 + (n-1)d$ - по формуле n-го члена

$\begin{cases} a_9 \cdot a_{17} \geq S + 12 \\ a_{11} \cdot a_{15} < S + 47 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a_1 + 8d)(a_1 + 16d) > 14a_1 + 91d + 12 \\ (a_1 + 10d)(a_1 + 14d) > 14a_1 + 91d + 47 \end{cases}$

$\begin{cases} a_1^2 + 24a_1 d + 128d^2 > 14a_1 + 91d + 12 \\ a_1^2 + 24a_1 d + 140d^2 \leq 14a_1 + 91d + 47 \end{cases}$

$-140d^2 + 47 > a_1^2 + 24a_1 d + 14a_1 - 91d > -128d^2 + 12$

$-140d^2 + 47 > -128d^2 + 12$

$12d^2 < 35$

Т.к. a_1 и d - целые, а прогрессия возрастающая (т.е. $d > 0$), то нам подходит только $d = 1$ (при $d \geq 2$ $12d^2 > 35$)

Тогда подставим $d = 1$ и оценим a

$\begin{cases} (a+10)(a+14) < 14a + 91 + 47 \\ (a+8)(a+16) > 14a + 91 + 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 + 24a + 140 - 14a - 138 < 0 \\ a^2 + 24a + 128 - 14a - 103 > 0 \end{cases}$

$\begin{cases} a^2 + 10a + 2 < 0 \\ a^2 + 10a + 25 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \in [-5-\sqrt{23}; -5+\sqrt{23}] \\ (a+5)^2 > 0 \end{cases}$

$a \in [-9; -1]$, т.к. $4 < \sqrt{23} < 5$

$a \neq -5$

$\Rightarrow a = -9, -8, -7, -6, -4, -3, -2, -1$

Ответ: $a = -9, -8, -7, -6, -4, -3, -2, -1$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21100404**

ID профиля: **344402**

Вариант 19

Лист 1 Чистовик Вариант 13.

Задание №5.

Пусть $a = \log_{(\frac{x}{2}-1)^2}(\frac{x}{2}-\frac{1}{4})$, $b = \log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}}(\frac{x}{2}-1)$, $c = \log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}(x-\frac{11}{4})^2$

По ОДЗ $\frac{x}{2}-1>0$, $\frac{x}{2}-\frac{1}{4}>0$, $x-\frac{11}{4}>0$ => можем вынести квадраты и знаки корня:

$a = \frac{1}{2}\log_{(\frac{x}{2}-1)}(\frac{x}{2}-\frac{1}{4})$, $b = 2\log_{x-\frac{11}{4}}(\frac{x}{2}-1)$, $c = 2\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}(x-\frac{11}{4})$

Заметим, что $a\cdot b\cdot c = 2\cdot 2\cdot \frac{1}{2} = 2$ (их основания сокращаются при умножении, т.к. ~~log~~ $\log_{a_1}a_2\cdot\log_{a_2}a_3\cdot\log_{a_3}a_1 = 1$, т.ч. $\log_{a_1}a_2 = \frac{\ln a_2}{\ln a_1}$ =>

$\log_{a_1}a_2\cdot\log_{a_2}a_3\cdot\log_{a_3}a_1 = \frac{\ln a_2}{\ln a_1}\cdot\frac{\ln a_3}{\ln a_2}\cdot\frac{\ln a_1}{\ln a_3} = 1$)

Пусть z - наименьшие два числа. Тогда третье число по условию $z+1$.

$z\cdot z\cdot(z+1) = 2$

$z^3+z^2=2$

$z^3+z^2-2=0$

$(z-1)(z^2-z+2)=0$

единственный корень $z=1$. Тогда 2 наименьших числа равны 1, наибольшее равно 2.

Рассмотрим все случаи

$a=1$	$b=1$	$c=1$
$\frac{1}{2}\log_{(\frac{x}{2}-1)}(\frac{x}{2}-\frac{1}{4})=1$	$\log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}}(\frac{x}{2}-1)=1$	$\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}(x-\frac{11}{4})^2=1$
$(\frac{x}{2}-1)^2=(\frac{x}{2}-\frac{1}{4})$	$x-\frac{11}{4}=(\frac{x}{2}-1)^2$	$\frac{x}{2}-\frac{1}{4}=(x-\frac{11}{4})^2$
$\frac{x^2}{4}-x+1=\frac{x}{2}-\frac{1}{4}$	$x-\frac{11}{4}=\frac{x^2}{4}-x+1$	$\frac{x}{2}-\frac{1}{4}=x^2-\frac{11}{2}x+\frac{121}{16}$
$x^2-4x+4=2x-1$	$4x-11=x^2-4x+4$	$x^2-6x+\frac{125}{16}=0$
$x^2-6x+5=0$	$x^2-8x+15=0$	не подходит ни $x=1$, ни $x=3$, ни $x=5$ => $c\neq 1$ при $x=1$, $x=3$, $x=5$.
$x=1 \quad x=5$	$x=3 \quad x=5$	

Нашли только одно общее значение $x=5$. Проверим

При $x=5$: $a=b=1$

$c = \log_{\frac{5}{2}-\frac{1}{4}}(5-\frac{11}{4})^2 = \log_{\frac{9}{4}}(\frac{9}{4})^2 = 2$ => $a=b=1$, $c=2$

Ответ: $x=5$

21100404 (U344402 M1299476)

Лист ② Чистовик

Задание №6.

Дано:

$\triangle ABC$

Опис. окр-ть ω (O,R)

Окр-ть Ω $(A, O, C \in \Omega)$

TA, TC – касательные

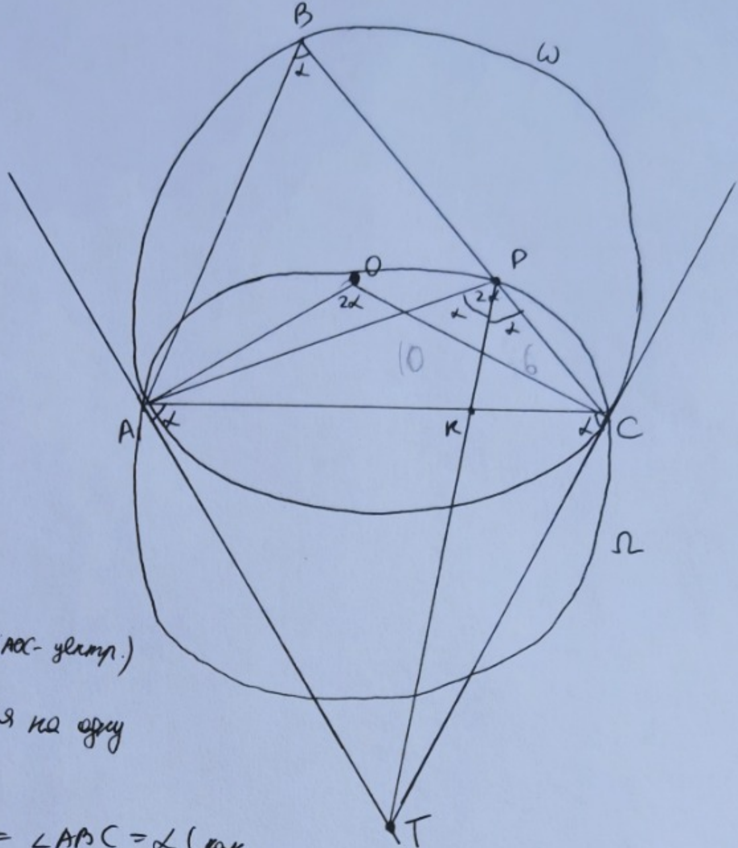
$S_{APK} = 10$

$S_{CPK} = 6$.

а) S_{ABC} – ?

б) $\angle ABC = \operatorname{arctg} 2$

AC – ?



Решение:

а) Пусть $\angle ABC = \alpha$.

$\angle AOC = 2\alpha$ (т.к. $\angle ABC$ – впис., а $\angle AOC$ – центр.)

$\angle APC = 2\angle AOC = 2\alpha$ (т.к. опираются на одну и ту же дугу окр-ти Ω $\smile AC$).

С другой стороны, $\angle CAT = \angle ACT = \angle ABC = \alpha$ (как угол между хордой и касательной для ω)

Значит $\angle ATC = 180° - 2\alpha$. При этом вокруг $APCT$ можно описать окр-ть, т.к.

$\angle ATC + \angle APC = 180° - 2\alpha + 2\alpha = 180° \Rightarrow T \in \Omega$

Тогда $\angle APT = \angle ACT = \alpha$, т.к. они опираются на одну и ту же дугу $\smile AT$.

Аналогично $\angle TAC = \angle TPC = \alpha$

Значит $\triangle CPK \sim \triangle CBA$ (т.к. $\angle CPK = \angle CBA = \alpha$, $\angle ACB$ – общий, по двум углам)

Значит $\frac{S_{CPK}}{S_{ABC}} = k^2$, где k – коэфф-т подобия.

$k = \frac{CK}{CA} = \frac{CP}{CB}$. У треугольников CPK и PAK общая высота $\Rightarrow$ $\frac{S_{PAK}}{S_{PKC}} = \frac{AK}{KC} \Rightarrow \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$

Значит $\frac{CK}{CA} = \frac{1}{\frac{AK}{KC}+1} = \frac{1}{\frac{5}{3}+1} = \frac{3}{8}$. $k = \frac{3}{8}$

Тогда $S_{ABC} = S_{CPK} \cdot k^2 = 6 \cdot \left(\frac{8}{3}\right)^2 = 6 \cdot \frac{64}{9} = \frac{128}{3}$.

б) Пусть $PC = 3x$. Тогда $CB = \frac{8}{3}PC = 8x$, $BP = \cancel{PA} = CB - CP = 5x$.

$BP = PA$, т.к. $\angle APC$ – внешний $\Rightarrow$ $\angle BAP = \angle APC - \angle ABP = \alpha$ $\Rightarrow$ $\triangle APB$ – равнобедр.

Продолжение на листе 3

Лист 3 Чистовик

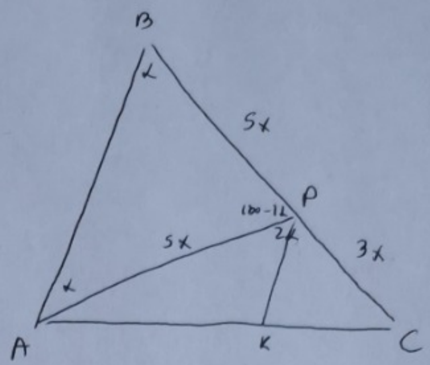
Значит $AP = PB = 5x$

$S_{APC} = \cancel{5x}\ AP \cdot PC \cdot \sin 2\alpha \cdot \frac{1}{2} = 15x^2 \cdot \sin 2\alpha \cdot \frac{1}{2}$

$\alpha = \angle ABC = \operatorname{arctg} 2$ (по условию)

Значит $\operatorname{tg}\alpha = 2$. Тогда $\sin\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$; $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$.

$\left(\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{\operatorname{tg}^2\alpha + 1}}\right)$



$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha = \frac{4}{5}$

$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = -\frac{3}{5}$

Тогда $S_{APC} = 15x^2 \cdot \sin 2\alpha \cdot \frac{1}{2} = S_{APK} + S_{PKC} = 16$

$15x^2 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2} = 16$

$6x^2 = 16$

$x^2 = \frac{16}{6} = \frac{8}{3}$.

$x = \sqrt{\frac{8}{3}}$.

По т. косинусов в $\triangle APC$:

$AC^2 = AP^2 + PC^2 - 2AP \cdot PC \cdot \cos 2\alpha$

$AC^2 = 25x^2 + 9x^2 - 2 \cdot 5x \cdot 3x \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)$

$AC^2 = x^2(25 + 9 + 18)$

$AC^2 = 52x^2$

$AC^2 = 52 \cdot \frac{8}{3}$

$AC = \sqrt{52 \cdot \frac{8}{3}} = 4\sqrt{\frac{26}{3}} = \frac{4}{3}\sqrt{78}$

Ответ: а) $S_{ABC} = \frac{128}{3}$

б) $AC = \frac{4}{3}\sqrt{78}$

Лист 4 Чистовик

Задание №4.

$$\begin{cases} НОД(a;b;c) = 21 \\ НОК(a;b;c) = 3^{17} \cdot 7^{15} \end{cases}$$

1) НОК всех чисел содержит только делители 3 и 7 => числа a, b, c не могут содержать других делителей. Тогда:

пусть $\begin{cases} a = 3^{x_1} \cdot 7^{y_1} \\ b = 3^{x_2} \cdot 7^{y_2} \\ c = 3^{x_3} \cdot 7^{y_3} \end{cases}$

2) НОД чисел a, b и c равен 21. Заметим, что он не равен 3 или 7, поэтому найдётся ~~число~~, не делящееся на 9 (не делящееся на 3) и ~~на~~ такое, которое не делится на 49, но делится на 7 (т.к. иначе если $x_1 \geq 2$, $x_2 \geq 2$, $x_3 \geq 2$, то $НОД(a;b;c) = 9k$, т.к. a, b и c делятся на 9).

Значит, какое-то из чисел x_1, x_2, x_3 равно 1 и какое-то из чисел y_1, y_2, y_3 равно 1.

3) С другой стороны, среди x_1, x_2, x_3 найдётся число, равное 17, а среди y_1, y_2, y_3 – число 15, т.к. $НОК(a,b,c) = 3^{\max(x_1,x_2,x_3)} \cdot 7^{\max(y_1,y_2,y_3)}$

4) Значит, 4 значения из 6-ти у нас заданы. Оставшиеся x и y могут принимать значения $x \in [1;17]$, $y \in [1;15]$ (больше 0, но ~~меньше~~ не больше максимального), т.е. всего $17 \cdot 15$ значений

5) Однако тройки упорядоченные, т.е. $[21; 3^{17} \cdot 7^{15}; 3^{17} \cdot 7^{15}]$ и $[3^{17} \cdot 7^{15}; 21; 3^{17} \cdot 7^{15}]$ – это две разные тройки.

Всего у нас есть 18 способов задать 4 значения (по 3 для каждой пары)

1)

	x	y
1	1	1
2	17	15
3	–	–

2)

	x	y
1	1	1
2	–	–
3	17	15

3)

	x	y
1	–	–
2	1	1
3	17	15

4)

	x	y
1	1	15
2	17	1
3	–	–

5)

	x	y
1	1	15
2	–	–
3	17	1

6)

	x	y
1	–	–
2	1	15
3	17	1

и так далее, ...

Значит всего упорядоченных троек $17 \cdot 15 \cdot 18$

Исключим те, которые ~~при то~~ мы посчитали дважды, т.е. которые подходят под два из этих 18-ти способов

	x	y
1	1	1
2	17	15
3	17	15

	x	y
1	1	1
2	1	1
3	17	15

	x	y
1	17	~~15~~
2	1	1
3	1	1

	x	y
1	17	15
2	17	15
3	1	1

. . . .

Таких комбинаций

Черновик

$b - c = 1$

$\log \sqrt{x - \frac{11}{4}} = \frac{x}{2} - 1$

$\frac{x}{2} - \frac{1}{4} = \left(x - \frac{11}{4}\right)^2$

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$\mathrm{tg}^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$

$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt5}$

$\mathrm{tg}\,\angle AHC = 2$

$\mathrm{tg}\,\alpha = 2$

$\sin\alpha = \frac{2}{\sqrt5}$; $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt5}$.

$25 + 27 = 52$

$\sin 2\alpha = \frac{4}{5}$

$\cos 2\alpha = -\frac{3}{5}$

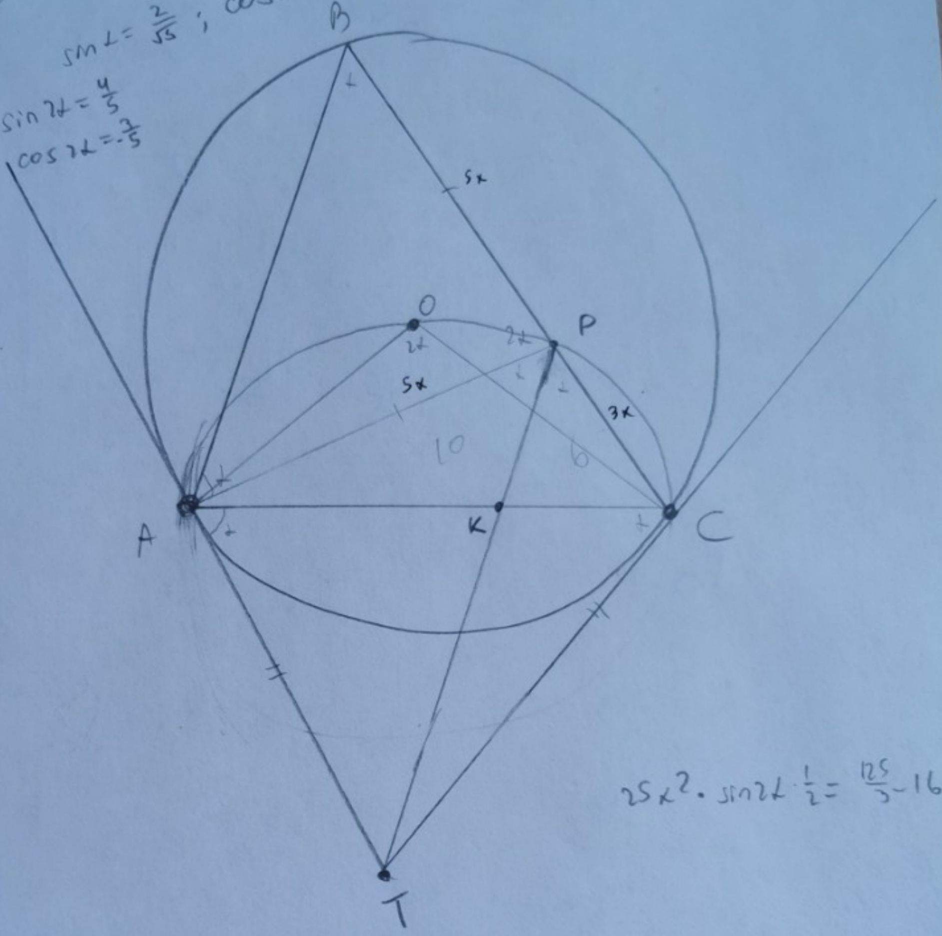
$S_{APK} = 10$

$S_{CPK} = 6$

$16 \cdot \frac{26}{3}$

$S_{APC} = 16$

$\frac{AK}{KC} = \frac{5}{3}$



$25x^2 \cdot \sin 2\alpha \cdot \frac{1}{2} = \frac{125}{3} - 16$

$$\begin{cases} a = 3^{x_1} \cdot 7^{y_1} \\ b = 3^{x_2} \cdot 7^{y_2} \\ c = 3^{x_3} \cdot 7^{y_3} \end{cases}$$

НОД$(a, b, c) = 21 \Rightarrow$ среди x_k есть 0 и среди y есть 0.

НОК$(a,b,c) = 3^{17} \cdot 7^{15} \Rightarrow$ среди x есть 17, среди y есть 15.

$x_1 = 0$, $y_1 = 0$

0	0
17	15
Σ	Σ

0	15
17	0
Σ	Σ

17	1
1	15

x_2

4 значения у нас определены

2 могут принимать все значения в промежутке $x \in [1;17]$, $y \in [1;15]$

Черновик.

$a = 3^{x_1} \cdot 7^{y_1}$
$b = 3^{x_2} \cdot 7^{y_2}$
$c = 3^{x_3} \cdot 7^{y_3}$

либо среди x_1, x_2, x_3 есть 0
либо среди y_1, y_2, y_3.

$17 \cdot 180 = 3060$

$17 \cdot 180 - 8 = 3052$

$x_{max} = 17$
$y_{max} = 15$.

$17 \cdot 270 = 4590$

1) 0 среди x:

$a = 3 \cdot 7^{y_1}$
$b = 3^{x_2} \cdot 7^{y_2}$
$c = 3^{x_3} \cdot 7^{y_3}$

$x_2 = 17, \quad y_2 = 15$

$15 \cdot 2 = 30.$

$\log_{(\frac{x}{2}-1)^2}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right) \quad \log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}}\left(\frac{x}{2}-1\right) \quad \log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)^2$

$a = \frac{1}{2}\log_{(\frac{x}{2}-1)}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right) \quad b = 2\log_{x-\frac{11}{4}}\left(\frac{x}{2}-1\right) \quad c = 2\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)$

$a = \frac{1}{2}\log_y z \quad b = 2\log_{3y-z} y \quad c = 2\log_z 3y-z$

$3y - z = \frac{3x}{2} - 3 - \frac{x}{2} + \frac{1}{4} = x - \frac{11}{4}$

$c = \frac{8}{ba}$

$a = b$
$c = a+1$
$\frac{2}{a^2} = a+1$

1) $a = c$

$\log_y z = \log_z(3y-z)$

$\frac{\ln z}{\ln y} = \frac{\ln 3y-z}{\ln z}$

$abc = 2$

$\boxed{a^2(a+1) = 2 \quad a = 1}$

$ba = 2\log_{3y-z} y \cdot 2\log_y z = 4\log_{3y-z} z$

$\frac{4}{ba} = \log_z 3y-z$

$a^3 + a^2 - 2 = 0$

$(a-1)(a^2-a+2) = 0$

$a = b = 1$

$\frac{x}{2} - 1 = \frac{x}{2} - \frac{1}{4}$

21100404 (U344402 M1299476)

Лист 5 Чистовик

Всего способов $17 \cdot 15 \cdot 18 - 24 = 4590 - 24 = 4566$

Ответ: 4566