Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21100384**

ID профиля: **333889**

Вариант 19

№1 Чистовик (1) В 19

$$S = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

$$S = 14a_1 + 91d \;; d \in \mathbb{Z}; \; d > 0$$

1) $\underbrace{(a_1 + d \cdot 8)}_{a_9} \underbrace{(a_1 + d \cdot 16)}_{a_{17}} > 14a_1 + 91d + 12$

2) $\underbrace{(a_1 + 10d)}_{a_{11}} \underbrace{(a_1 + 14d)}_{a_{15}} < 14a_1 + 91d + 47$

1) $a_1^2 + 24da_1 + 128d^2 > 14a_1 + 91d + 12$

2) $a_1^2 + 24da_1 + 140d^2 < 14a_1 + 91d + 12 + 35$

$\Downarrow$ из 1 и 2

$a_1^2 + 24da_1 + 140d^2 < a_1^2 + 24da_1 + 128d^2 + 35$

$12d^2 < 35$

$d^2 < \frac{35}{12}$

$d < \sqrt{\frac{35}{12}} \Rightarrow d = 1$ ~~...~~

~~$\sqrt{\frac{35}{12}}$~~

$\sqrt{\frac{35}{12}} \overset{<}{\vee} 2$

$\frac{35}{12} \overset{<}{\vee} 4$ $\quad 35 < 48$

№1 Чистовик (2) B19

1) $\begin{cases} (a_1+8)(a_1+16) > 14a_1+91+12 \\ (a_1+10)(a_1+14) < 14a_1+91+47 \end{cases}$

$\begin{cases} a_1^2+24a_1+128 > 14a_1+103 \\ a_1^2+24a_1+140 < 14a_1+138 \end{cases}$

$\begin{cases} a_1^2+10a_1+25 > 0 \\ a_1^2+10a_1+2 < 0 \end{cases}$ $\begin{cases} (a_1+5)^2 > 0 \Rightarrow a \neq -5 \\ a^2+10a_1+2<0 \quad (2) \end{cases}$

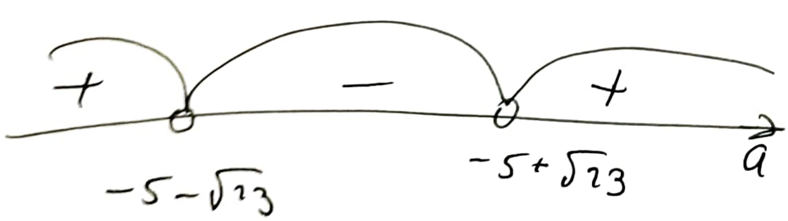
(2) $a^2+10a_1+2<0$

$D = 100 - 2\cdot 4 = 92$

$a_{1,2} = \dfrac{-10 \pm 2\sqrt{23}}{2}$

$a_1 = -5 - \sqrt{23}$

$a_2 = -5 + \sqrt{23}$



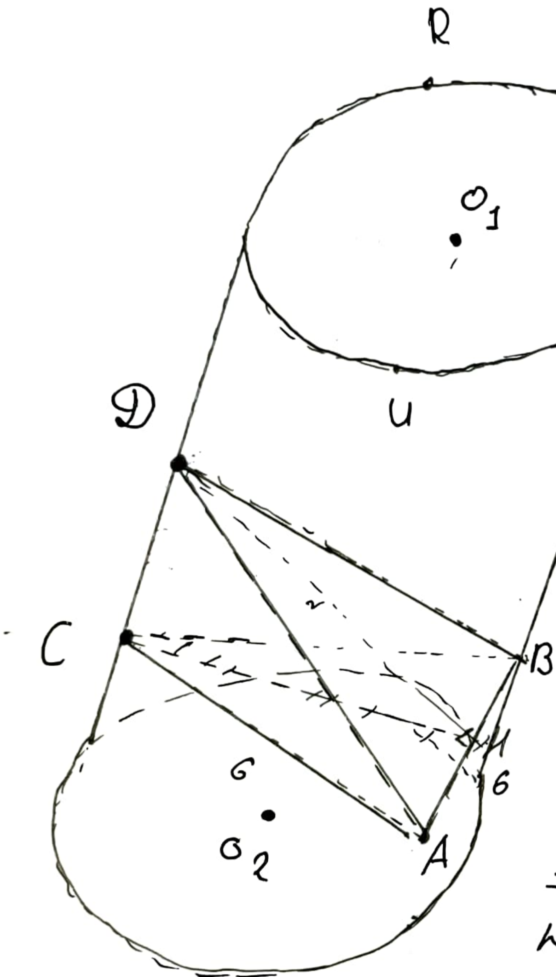
$-5-\sqrt{23} > -10$	$-5+\sqrt{23} > -1$
$-\sqrt{23} > -5$	$\sqrt{23} > 4$
$-5-\sqrt{23} < -9$	$-5+\sqrt{23} < 0$

$\Rightarrow a_1 \in \{-9; -8; -7; -6; \cancel{-5}\ -4; -3; -2; -1\}$

Ответ: $a \in \{-9; -8; -7; -6; \cancel{-5}\ -4; -3; -2; -1\}$

Чистовик ③ В19

№2



1) Т.к $CD \parallel O_1O_2$, то CD лежит на образующей цилиндра (см картинку)

2) Заметим, что $CD \perp$ всем ~~сечениям~~ плоскостям сечения цилиндра, параллельных основаниям

3) Заметим, что ΔBDA – р.б и ΔCBA – р.б $\Rightarrow$ ~~D и C симметричны относит~~ $\Rightarrow$ перпендикуляр к AB ДИ и перпендикуляр к AB СИ пересекутся в одной точк. Но тогда по ТТП очевидно

теорема о трёх перпендикулярах

по т т п $\boxed{DC \perp AB} \Rightarrow (ABC) \parallel (O_1 И R)$

что $DC \perp ABC$; $\Rightarrow R_{цил}$ цилиндра равен радиусу опис окр. около ΔABC

Запишем т косинусов для ΔABC

$6^2 = 4 + 6^2 - 2\cdot 2\cdot 6\cdot \cos\alpha$; $\alpha = \angle CBA$

$4 = 2\cdot 2\cdot 6 \cos\alpha$

$\cos\alpha = \frac{1}{6} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{\sqrt{5}}{6} \Rightarrow R = \frac{AC}{2\sin\alpha} = \frac{6}{\frac{2\sqrt{5}}{6}} = \frac{18}{\sqrt{5}} = \frac{18\sqrt{5}}{5}$

Ответ: $\frac{18\sqrt{5}}{5}$

~~#~~ Чистовик [redacted] 4

№3

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 25 & \mathrm{I}\\ a^2+b^2\le \min(-8a-6b, 25) & \mathrm{II}\end{cases}$$

I Множество окружностей $R=5$; и центром $O(a;b)$

II $a^2+b^2\le\min(-8a-6b, 25)$

Заметим, что ~~в~~ это условие равносильно:

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a^2+b^2\le 25\\ -8a-6b\ge 25\end{cases} \quad \mathrm{I}\\ \begin{cases}a^2+b^2\le -8a-6b\\ -8a-6b\le 25\end{cases} \quad \mathrm{II}\end{array}\right.$$

$$\mathrm{II}\ \begin{cases}(a+4)^2+(b+3)^2\le 25 & (1)\\ -8a-6b\le 25 & (2)\end{cases}$$

II (2) ~~$-6b\le 25+8a$~~ ~~из за~~ из II, следует, что

~~$b \ge \frac{25+8a}{6}$~~ $a^2+b^2\le 25 \Rightarrow$ ~~$a\in[-5;5]$~~

$\Rightarrow a\ge -5$

$$a\ge\frac{-25-6b}{8}$$

$$\frac{-25-6b}{8}\ge -5$$

Заметим, что $a\le 1 \Rightarrow$ $-25-6b\ge -40$

$$\frac{-25-6b}{8}\le 1$$

$-6b\ge -15$

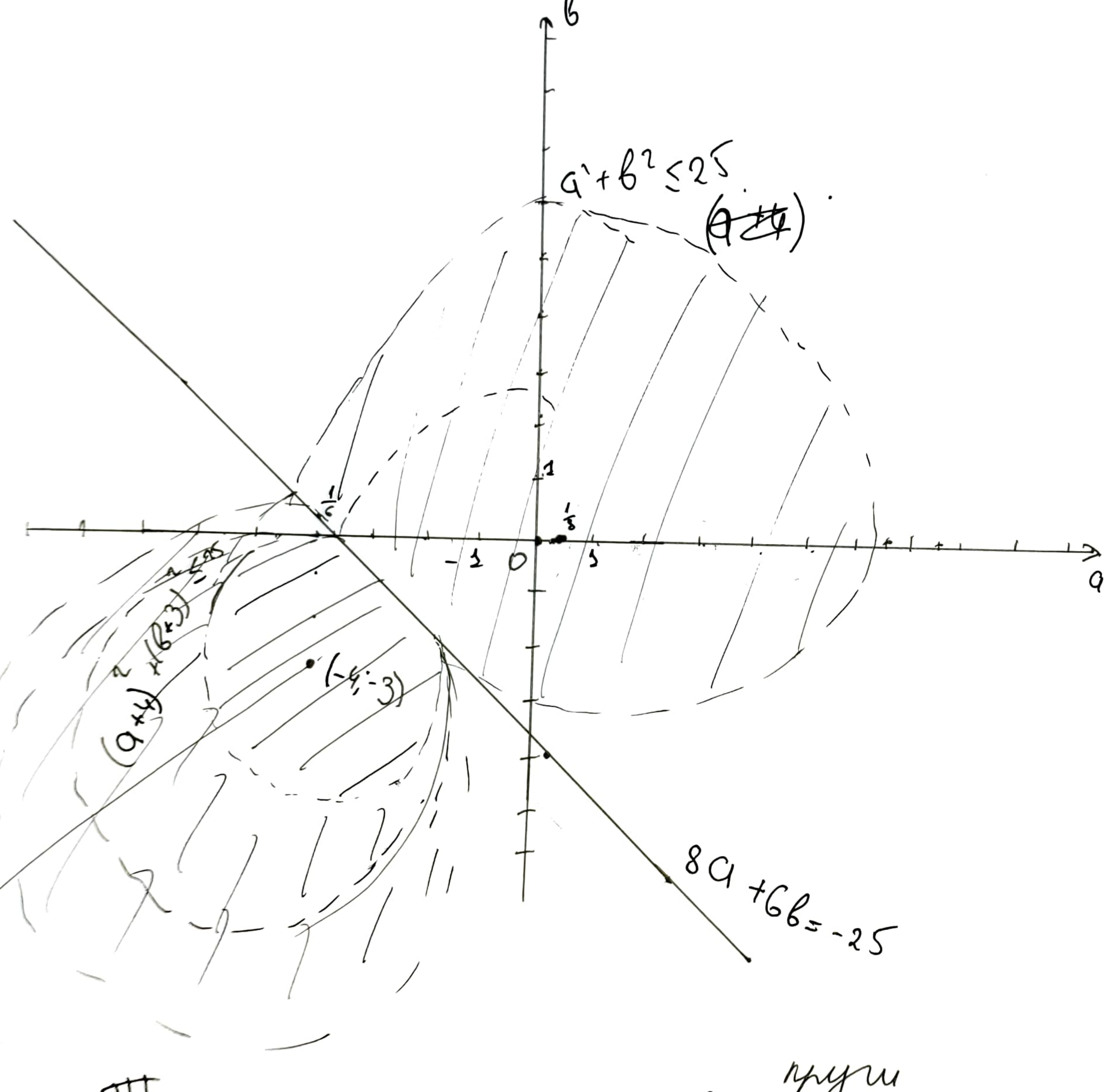
$$b\le\frac{5}{2}$$

$-6b\le 33$ но из (1) мы знаем, что

$b\ge -\frac{11}{2}$ ~~$b\ge -2$~~ $b\le 2$

Чистовик 5

Нарисуем совокупность №3 в координатах a, b



Тогда заметим, что круги ~~окружности~~ вида: $(x-a)^2+(y-b)^2 \le 25$, задают большой квадрат ~~квадр~~ ~~площадь~~. ~~Круг.~~ ~~Круг.~~ ~~что~~ в силу непрерывности достаточно рассмотреть крайние значения a и b

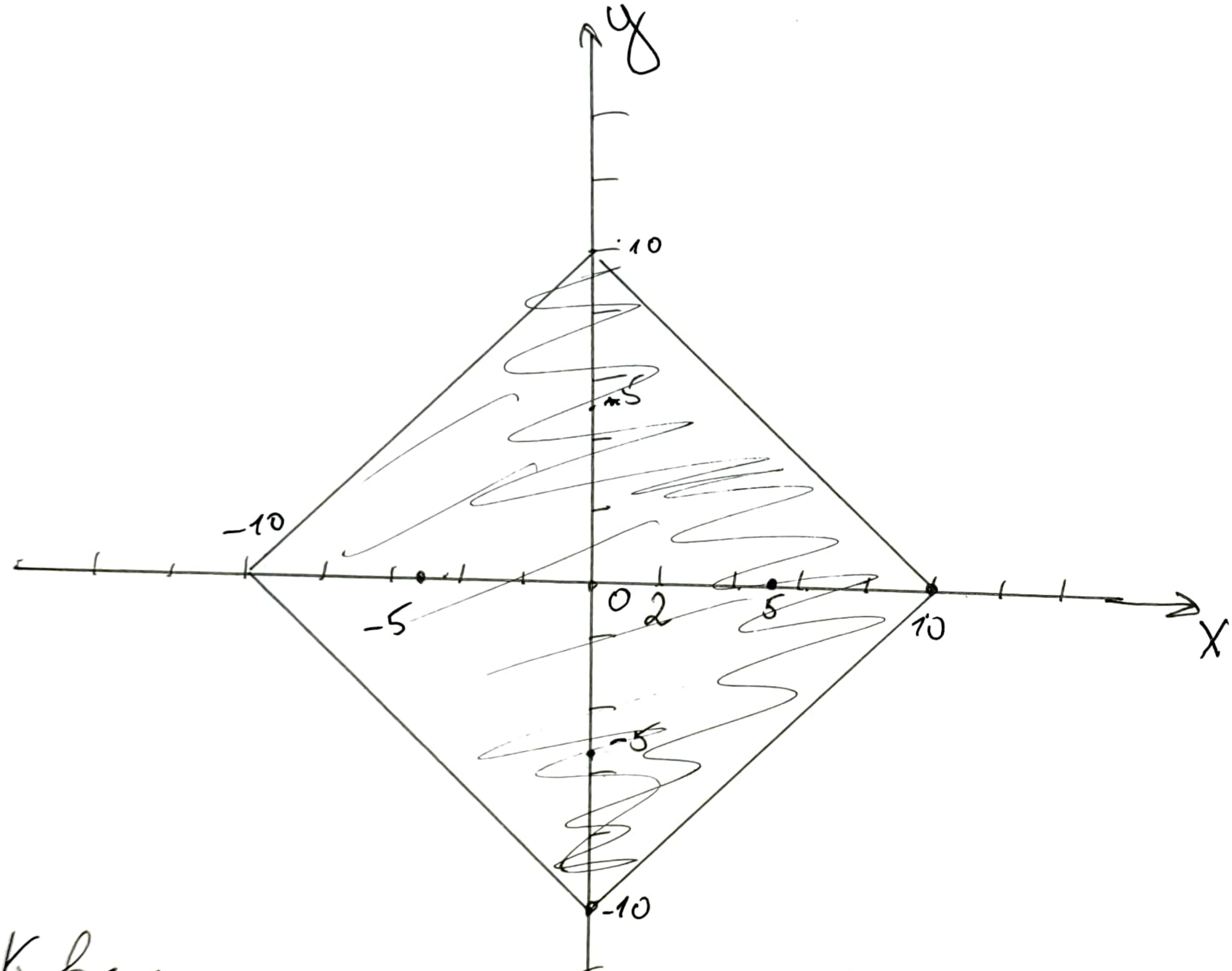
P.S

Чистовик ⑥

~~a=-8; b=20~~

$(a=-5;\ b=0);\ (5;0)$

$(0;\ 5);\ (0;-5)$

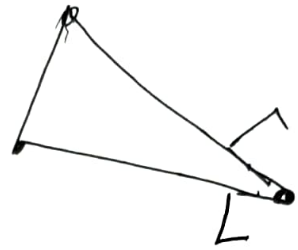
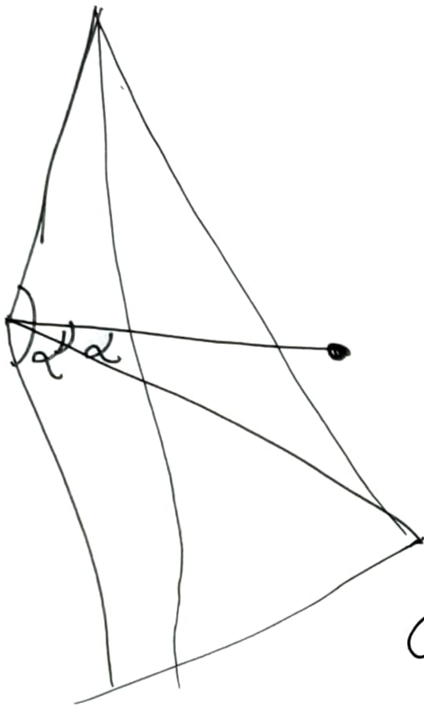


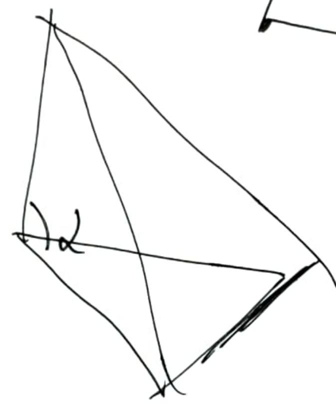
Квадрат с диагоналями 20:

$$\frac{1}{2}\cdot 20\cdot 20=\boxed{200}$$

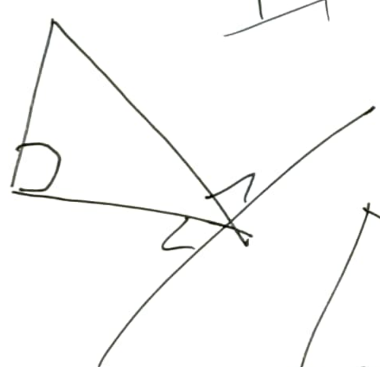
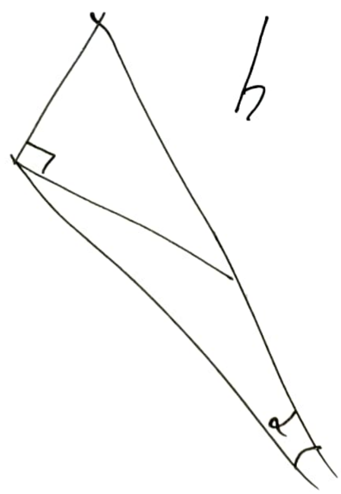
Ответ: 200

Черновик

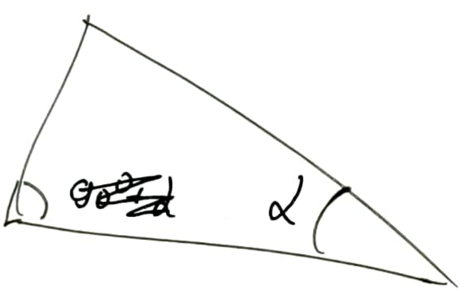



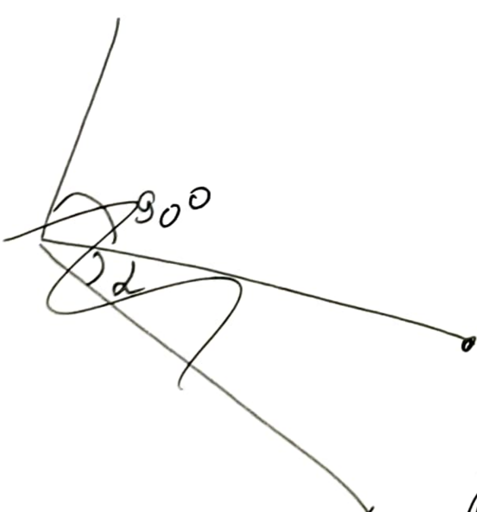


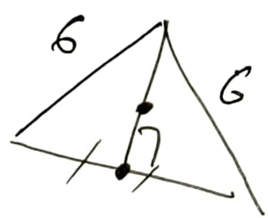
$\cos(90° - \alpha)$

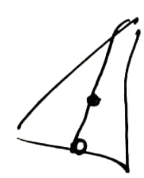



h



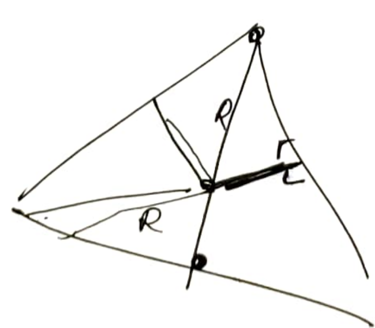






2

$R =$



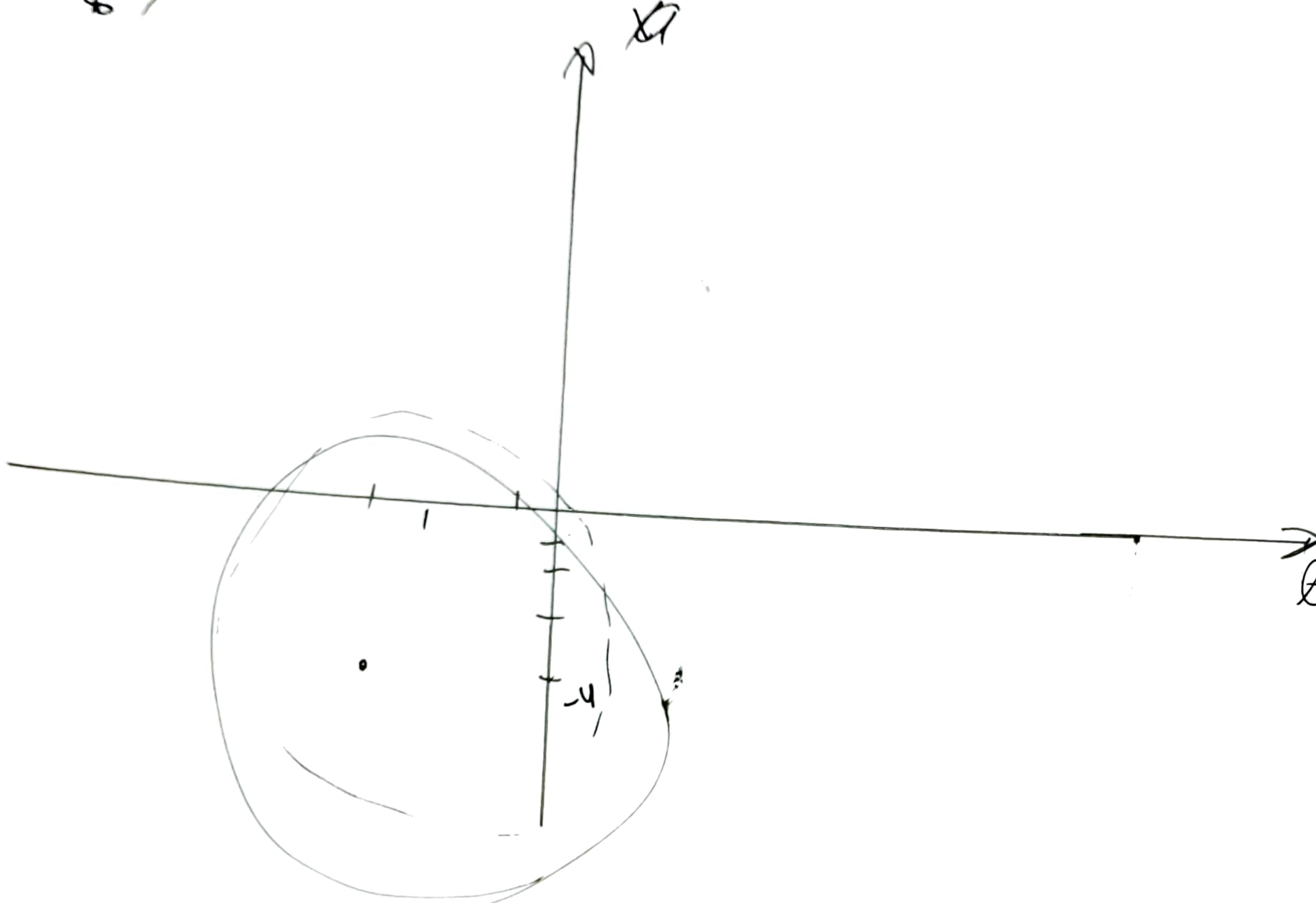
$6^2 =$

3.

$-8a+6b=0$

$8a+6b=0$

Черновик.



$$\left[\begin{array}{l}(a+4)^2+(b+3)^2\le 25\\ 8a+6b\ge -25\\ a^2+b^2\le 25\end{array}\right.$$

$8a\ge -25-6b$

$$\left(\frac{-25-6b}{8}+4\right)^2+(b+3)^2\le 25$$

$$\left(\frac{25+6b}{8}\right)^2-(25+6b)+b^2+6b+9\le 25$$

$$\left(\frac{25+6b}{8}\right)^2+b^2-25\le 0$$

Черновик

$$\frac{25^2 + 300b + 36b^2 + 64b^2}{64} < 25$$

$$\frac{100b^2 + 300b + 25^2}{64} < 25$$

$$100b^2 + 300b + 25^2 < \underline{25 \cdot 64}$$

$64 \times 25 = 320 ; 128 ; 1600$

$25 \times 25 = 125 ; 50 ; 625$

$39 \times 16 = 234 ; 39 ; 624$

$134 + 39 = 524$

$$100b^2 + 300b - \cancel{625}\ 975 < 0$$

$975 : 25 = 39$

$$\underline{4b^2 + 12b - 39 < 0}$$

$524 + 144 = 668$

$D = 144 + 39 \cdot 4 \cdot 4$

$D =$

$$\frac{-25-6b}{8} \geq -5$$

$$a \geq \frac{-25-6b}{8}$$

$-25-6b \geq -40$

$-6b \geq -15$

$$\frac{-25-6b}{8} \leq 8$$

$a \in [-5; 1]$

$-6b \leq 15$

$b \leq \frac{15}{6}$

$-25-6b \leq 8$

$-6b \leq 33$

$\cancel{b \geq \frac{33}{6}}$

$$\boxed{b \leq \frac{5}{3}}$$

Черновик

~~25 x 6~~

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times\ 64 \\ \hline 100 \\ +\ 150 \\ \hline 1600 \end{array}
\qquad
\begin{array}{r} 39 \\ \times\ 16 \\ \hline 234 \\ +\ 39 \\ \hline 624 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 624 \\ +\ 144 \\ \hline 768 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 768 & 3 \\ \cline{2-2} -6 & \boxed{156} \\ \hline 16 & \\ -15 & \\ \hline 18 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 156 & 3 \\ \cline{2-2} & 52 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 52 & 4 \\ \cline{2-2} & 13 \end{array}$$

$$\frac{-6-3\sqrt{13}}{4} \vee \cancel{-11}\ \frac{-11}{2}$$

$$-6-3\sqrt{13} \vee -22$$

$$\cancel{-3\sqrt{13} \vee -14}$$

$$\frac{-6+3\sqrt{13}}{4} \vee 2$$

$$-6+3\sqrt{13} \vee 8$$

$$3\sqrt{13} \vee 14$$

Чистовик (5) ~~На~~ Черновик

~~№7. Найдём для $b \geq -11$~~

~~$b \in [-5; 25; 2]$ Найдётся a, что~~

№ 3

Подставим a в I ур-е.

$$\left(\frac{-25-6b}{8}+4\right)^2+(b+3)^2\leq 25$$

$$\left(\frac{-25-6b}{8}\right)^2-(25+6b)+b^2+6b\leq 0$$

$$\cancel{-25}\quad \frac{25^2+300b+36b^2}{64}+b^2\leq 25$$

$$100b^2+300b+25^2\leq 1600$$

$$100b^2+300b-975\leq 0$$

$$\cancel{3b}\quad 4b^2+12b-39\leq 0$$

$$D=144+39\cdot 16=2^2\cdot 3^2\cdot 13$$

$$b_{1,2}=\frac{-12\pm 6\sqrt{13}}{8}$$

$$b_{1,2}=\frac{-6\pm 3\sqrt{13}}{4}\Rightarrow b\in\left[\frac{-6-3\sqrt{13}}{4};\ \frac{-6+3\sqrt{13}}{4}\right]$$

Найдётся, такое a, что верна II система

~~Чистовик~~ (б) Черновик.

~~I $\begin{cases} a^2+b^2\leq 25 & (1) \\ -8a-6b\geq 25 & (2) \end{cases}$~~

~~(2) $-8a\geq 25+6b$~~

$b=\frac{1}{6};\ a=-4$

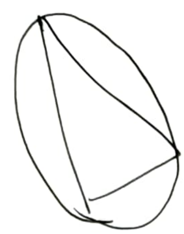
$\cancel{b=0},6$ $a=\frac{1}{8};\ b=-4$

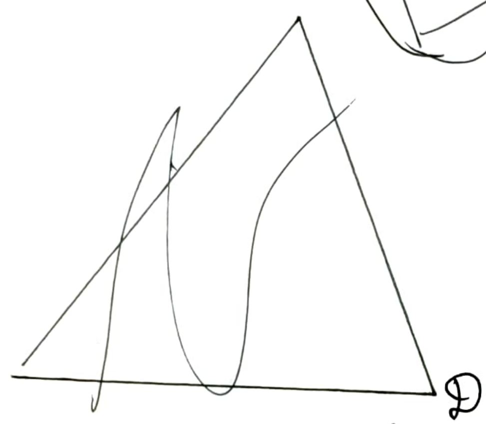
$8a+6b=-25$

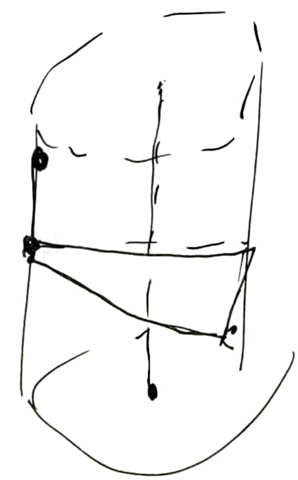
-5 $\frac{+16}{2\cdot 4}$

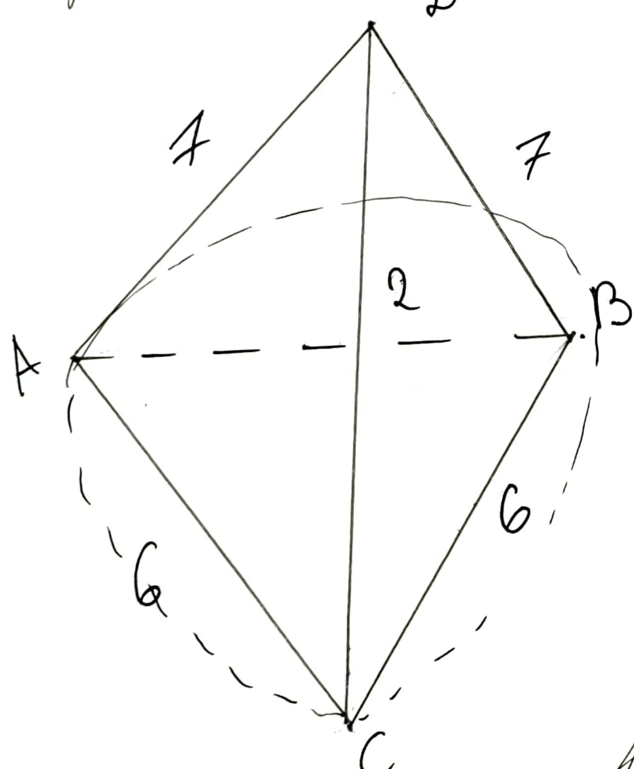
$a=$

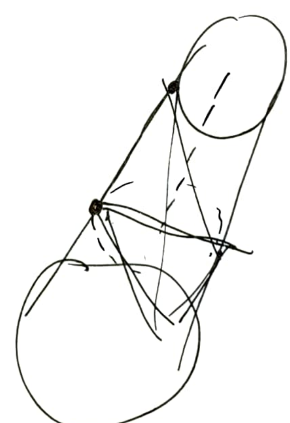
Чорновик

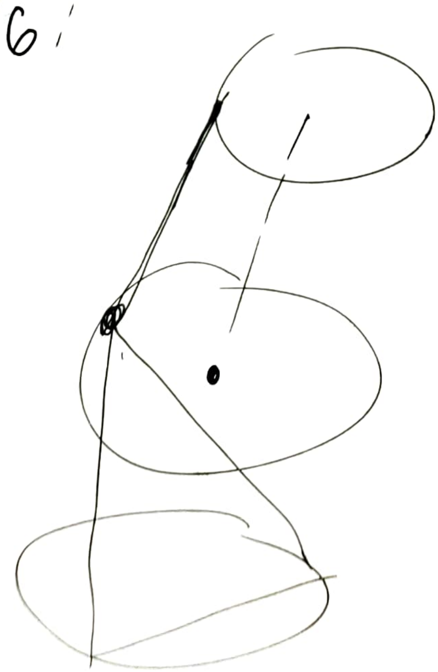












Черновик

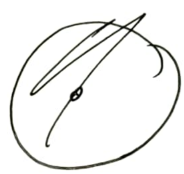
$$\boxed{(x-a)^2+(y-b)^2 \le 25}$$

$$\boxed{a^2+b^2} \le \min(\boxed{-8a-6b};\ 25)$$

1) ~~$a^2+b^2 \ge 25$~~

1) $-8a-6b \le 25$

$x^2 - \cancel{(b-x)}(b$



$a^2+8a+b^2+6b \le 0$ $\quad a\in[0;1]$

$$\boxed{(a+4)^2+(b+3)^2 \le 25}$$

$4 \ge 6$

$0,\ b-0,5$

~~$a+4+b+3=$~~

$a^2+b^2 \le 25$

$8a-6b=25$

$-8a-6b < 25$

$a > \frac{-25-6b}{8}$

Черновик

$$\begin{cases}(a+4)^2+(b+3)^2\le 25\\ a^2+b^2\le 25\end{cases}$$

$a\in[-1;1]$

$\boxed{b\in[\cancel{-8}\;-5;2]}$

$-8a-6b\le 25$

$\cancel{-8a}\;-6b\le 25+8a$

$6b\ge 25+8a$

$$\boxed{b\ge\frac{25+8a}{6}}$$

~~Ч~~ Черновик.

$$\frac{2a_1+d(n-1)}{2}\cdot n$$

$$(2a_1+d\cdot 13)\cdot 7 = \cancel{2a}\ 14a_1+91d$$

$$\begin{cases} a_1^2+a_1 24d+8\cdot 16d^2 > 14a_1+91d+1^2 \\ a_1^2+24da_1+140d^2 \cancel{=} < 14a_1+91d+\cancel{4}7 \end{cases}$$

$$\cancel{a_1^2}+\cancel{24d}a_1+140d^2 < \cancel{a_1^2}+24\cancel{a_1}d+8\cdot 16d^2+35$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times\ 8 \\ \hline 128 \end{array}$$

$$12d^2 < 35$$

$$d^2$$

$$\begin{array}{r} 91 \\ +\ 47 \\ \hline 138 \end{array}$$

$$\frac{35}{12} \vee 4$$

$$35\cdot 1$$

$$-10$$

$$\cancel{-9}$$

$$-5-\sqrt{23} > \cancel{-8}\ \cancel{-3}$$

$$-5+\sqrt{23} \cancel{>} -1$$

$$\sqrt{23}$$

$$92 \mid 2 \quad 46 \mid 2$$

$$\begin{array}{r} \cancel{1}\ 91 \\ +\ 47 \\ \hline 138 \end{array}$$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21100384**

ID профиля: **333889**

Вариант 19

Чистовик (1)

№ 4

$$\begin{cases} НОД(a,b,c)=21 \\ НОК(a,b,c)=3^{15}\cdot 7^{15} \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow a = 3^{\gamma} 7^{\varphi}$; $\gamma, \varphi \in \mathbb{N}$

$b = 3^{l}\cdot 7^{k}$, $k, l \in \mathbb{N}$

$c = 3^{e}\cdot 7^{f}$, $e, f \in \mathbb{N}$

Но ~~т.к~~ Заметим, что хотя бы одно из чисел $(\varphi; k; f)$ равно 1 и хотя бы одно из чисел $(\gamma; l; e)$ равно 1 (из-за НОДа)

~~Не умаляя общности пусть~~

~~$\varphi = 1$. Тогда k, f~~

~~$k \in [1;15]$, $f \in [1;15]$, т.е $15^2 = \boxed{225}$~~

~~способов выбрать k и f~~

~~Аналогично, если $k=1$, $f=1$~~

~~Но: случай 1,1,1 мы посчитали 3 раза, а~~

~~случаи $(1,1,u)$, $u \in [2;15]$ мы~~

Чистовик 2

№4

Кроме того, заметим, что хотя бы одно из чисел (ч, к, ƒ) равно 15 (из-за Нока)

Аналог (j, l, R)

$2\cdot C_3^2 = 6$

т.е $3\cdot 2\cdot 13 + \cancel{6+6}$

выбираем равн 1

равн 15

$\in[3;14]$

если 2 единицы $= C_3^2$

если 2 „15" $= C_3^2$

Итого: $6\cdot 14$

Аналогично (j, l, R)

т.к. случаи не зависимые =>

всего $\boxed{6^2\cdot 14^2} = 7056$

Ответ: 7056

№5 Чистовик ③

$$\log_{(\frac{x}{2}-1)^2}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}\log_{(\frac{x}{2}-1)}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right) = a$$

$x > 2$; $\boxed{x \neq 4}$

$$\log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}}\left(\frac{x}{2}-1\right) = \cancel{\frac{1}{2}} \cancel{2\log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}}}$$

$$= 2\log_{x-\frac{11}{4}}\left(\frac{x}{2}-1\right) = b$$; $\boxed{x > \frac{11}{4}}$ $x \neq \frac{15}{4}$

$$\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)^2 = 2\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right) = c$$

Заметим, что $\boxed{a \cdot b = \frac{2}{c}}$

1) $a = b$; $c = a+1 \neq 0$

$a^2 = \frac{2}{a+1}$ $\quad a^3 + a - 2 = 0$

$\cancel{a^2(a+1) = 1}$ $\quad (a-1)(a^2+a+2) = 0$

$\cancel{a^3+a-1=0}$ $\quad D < 0$

$\Rightarrow \boxed{a = 1}$

2) $a = c$; $b = a+1$

$a \cdot (a+1) = \frac{2}{a}$; $a^3 + a^2 - 2 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{a = 1}$

Чистовик 4

3) ~~Аналогично первым~~

Заметим, что мы перебрали все случаи =>

$a=1$; $\frac{1}{2}\log_{(\frac{x}{2}-1)}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)=1$

$$\log_{(\frac{x}{2}-1)}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)=2$$

$$\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)=\left(\frac{x}{2}-1\right)^2 \mid \cdot 4$$

$$2x-1=x^2-4x+4$$

$$x^2-6x+5=0$$

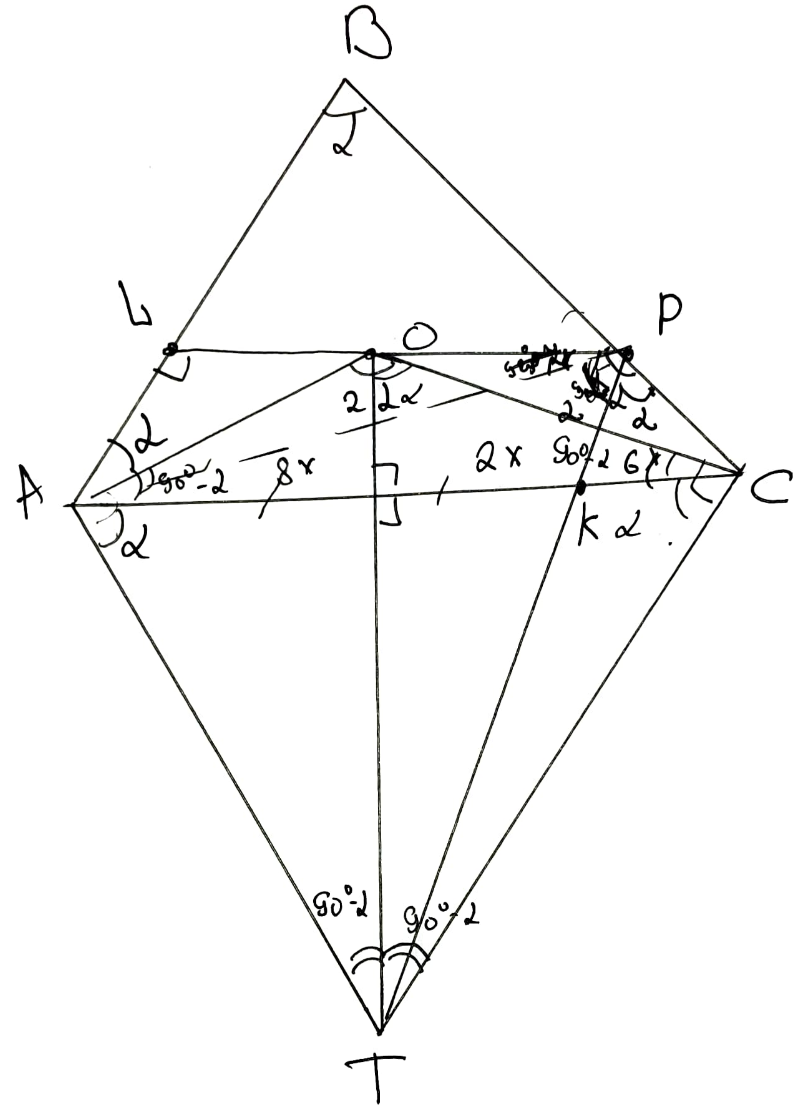
$$(x+1)(x-5)=0$$

Из ОДЗ нам подходит только $\boxed{x=5}$!

Ответ: 5

Чистовик (5)

№ 6



1) Пусть $\angle ABC = \alpha$, тогда

$\angle OAC = \angle OCA = 90^\circ - \alpha$

$\angle AOC = 2\alpha$, т.к. $AOPC$ впис, то

$\angle OPC = 90^\circ + \alpha$; Т.к $AT = TC$; $AO = OC$, то

(*) OT – бис-са

$AOCT$ – дельтоид $\Rightarrow OT \perp AC$. Заметим, что

$AOCT$ – впис $\Rightarrow AOPCT$ – впис, т.к окружности

пересекаются макс по двум точкам $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle TOC = \angle TPC = \alpha$ (опир на одну дугу) $\Rightarrow$

Чистовик (6)

№6

$\Rightarrow \angle OPT = 90^\circ$

Заметим, что $\angle APT = \angle ACT$ (опир. на одну дугу) $= \alpha$

$\Rightarrow \angle APC = 2\alpha \Rightarrow PT$ биссектриса

$\triangle APC$: $\frac{AK}{AP} = \frac{KC}{PC} \Rightarrow$

(Из положения) $\frac{10x}{AP} = \frac{6x}{PC}$, $5PC = 3AP$,

Заметим, что ~~$\triangle ABC \sim \triangle$~~

Пусть $\angle APC = \varphi$, тогда

мы знаем $\frac{1}{2} AC \cdot PC \cdot \sin\varphi$, а нас требуют

найти $\frac{1}{2} AC \cdot BC \cdot \sin\varphi$

~~Заметим, что $\angle BPL = 180^\circ - \angle OPC =$~~

~~$= 90^\circ - \alpha \Rightarrow \angle BLP = 90^\circ \Rightarrow$~~

~~$\Rightarrow \angle ALP = 90^\circ \Rightarrow \angle LAP = \alpha \Rightarrow$~~

~~$\Rightarrow \angle BAC = 90^\circ$!~~

$\angle OPA = \angle ATO = 90^\circ - \alpha \Rightarrow$

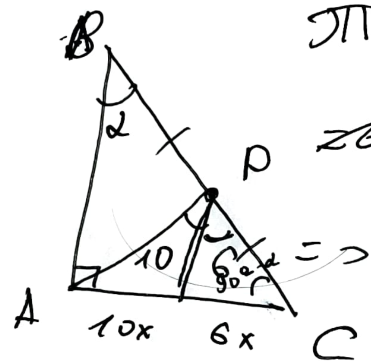
Чистовик ⑦

№ 6

$\Rightarrow \angle BDL = 90° - \alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BL\cancel{P} = 90° \Rightarrow \angle BAC = 50°$, а О совпадает

с P:



Тогда заметим, что ~~2~~ △<BAC в 2 раза больше $\Rightarrow$ 32

~~№6~~ б) если $\alpha = \operatorname{arctg} 2$, то $AB = 8x \Rightarrow$

$\Rightarrow 8x \cdot 16x = 32$

$x^2 = \frac{32}{8 \cdot 16}$

$x = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{AC = 8}$

Ответ: 8

№4 ~~Чистовик~~ (1) Черновик

Кроме того, заметим, что хотя бы одно из чисел $(\varphi; k; f)$ равно 15 (из-за НОКа)

Аналогично (j, l, e)

Т.е $3 \cdot 2 \cdot 15 \in [1; 15]$ для $(\varphi, k; f)$

равное 15

выбираем число равное 1

~~Итого~~

Аналогично (j, l, e). ~~Итого~~

~~$2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 15 = 180$ троек.~~

~~Ответ: 18~~

Т.к (j, l, e) не зависят от (φ, k, f), то ответ:

$3^2 \cdot 2^2 \cdot 15^2 = 30^2 \cdot 3^2 = \boxed{8100}$

Ответ: 8100

$\boxed{3 \cdot 13}$

~~$3 \cdot 2 \cdot 12$~~

$3 \cdot 2 \cdot \boxed{13} +$

~~Чистовик~~ ② Черновик

№4

Кроме того, заметим, что хотя бы одно из чисел (ч; к; f) равно 15 из-за НОКА. (Анало. (j, 1, e))

т.е $3 \cdot 2 \cdot 15 \cdot \in [1, 15]$. НО: ~~числа~~ тройки вида:

выб число равное 1 равное 15

$(1, 1, 15)$ и $(1, 15, 15)$ мы посчитали 2 раза

их: $3 \cdot 2 \cdot \cancel{3}\, 2 = 12$

Итого $\boxed{6 \cdot 13}$

Аналогично (j, l, e). т.к один вид троек не зависит от другого $\Rightarrow$ всего

$6^2 \cdot 13^2$

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times\ 19 \\ \hline 56 \\ 214 \\ \hline 196 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 196 \\ \times\ 36 \\ \hline 1176 \\ +388 \\ \hline 7056 \end{array}$$

1

$\cancel{C_3^2} =$

$C_3^2 = \frac{3!}{(}$

$\frac{3 \cdot 2}{2!}$

Черновик

$$a \cdot b = \frac{1}{2c}$$

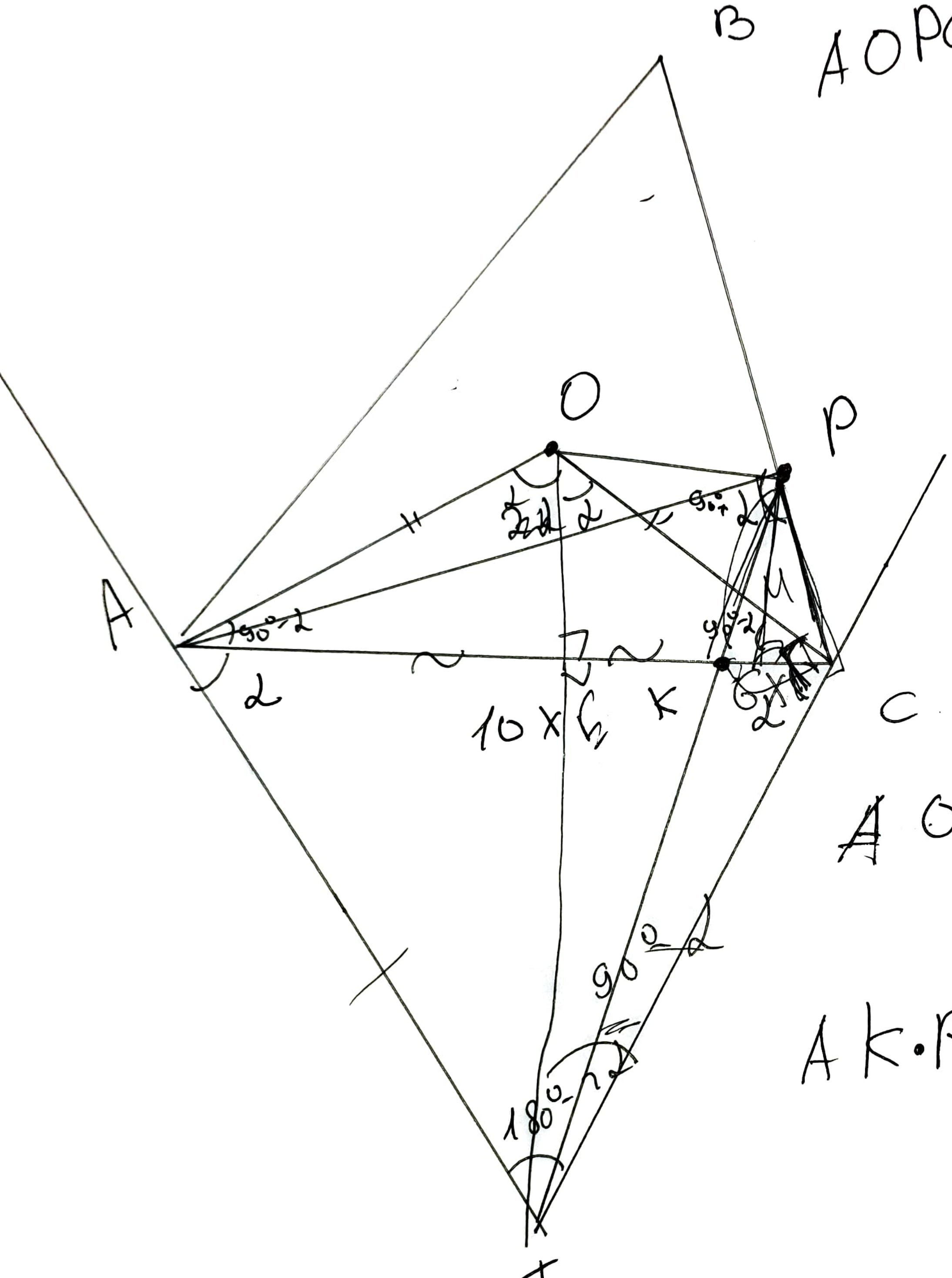
Черновик

$$(a+1)a=\frac{1}{a}$$

$$(a+1)\cdot a^2=1$$

$$a^3+a^2-1=0$$

Черновик



AOPC ← впис

~~A~~ OPCT ← впис!

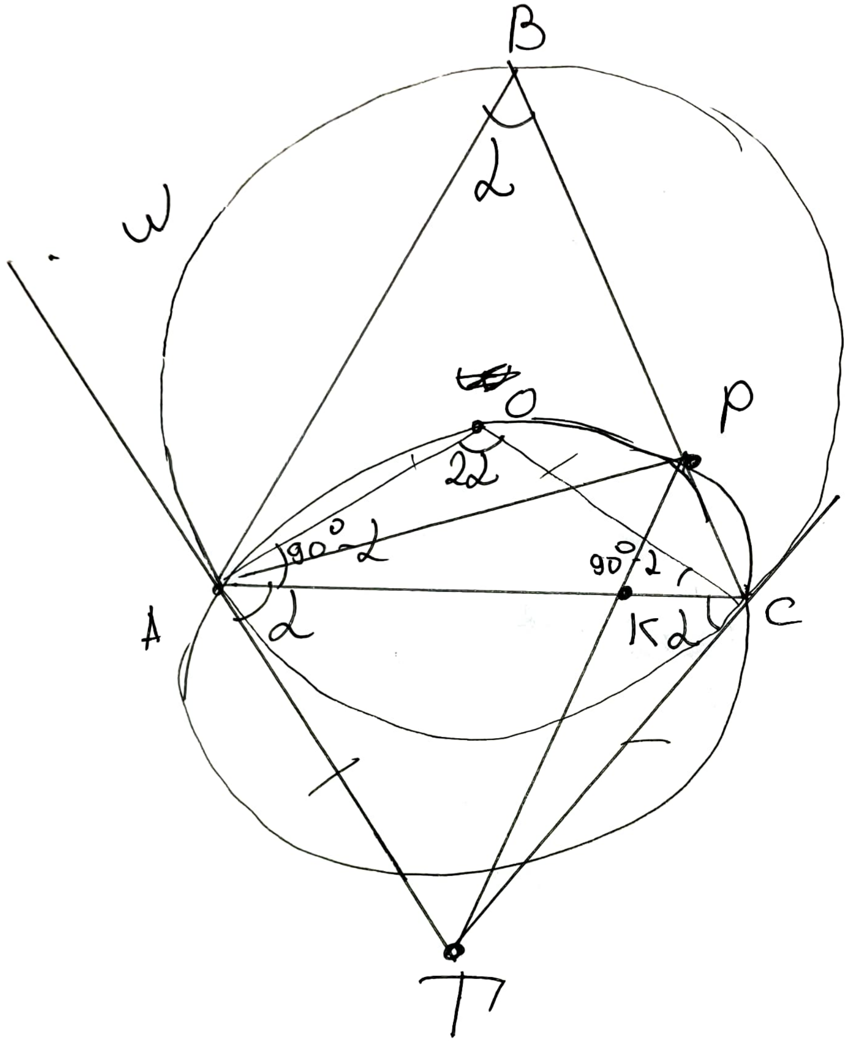
AK·PC=A

OE·TE=~~8x~~ 64x^2

10x·6x=

~~Чистовик~~ 5

Черновик

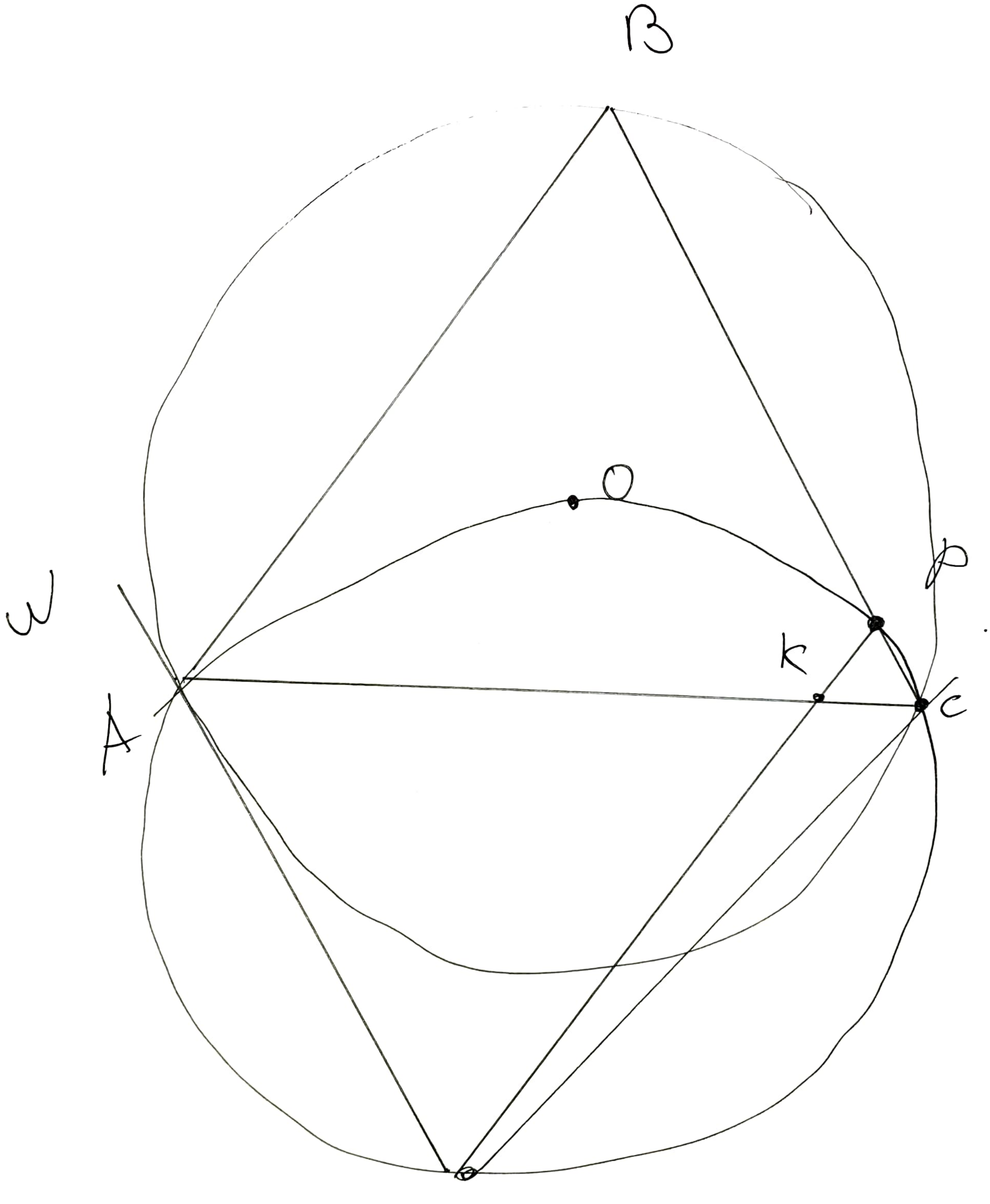


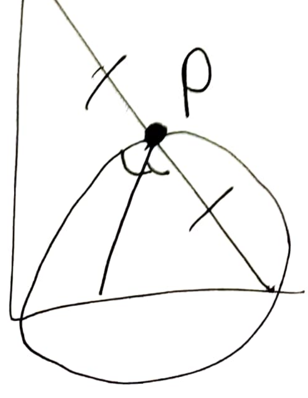
$AB^2 =$
$= BB \cdot LB$

$2; \quad 180^\circ - 2\alpha$

$180^\circ -$

№ 7 Черновик





Черновик

№ 4

$$\begin{cases} НОД(a, b, c) = 21 \\ НОК(a, b, c) = 3^{15} \cdot 7^{15} \end{cases}$$

$a = 21 \cdot k$ $\quad$ $НОК(k; j; l) = \boxed{3^{14} \cdot 7^{14}}$

$b = 21 \cdot j$ $\quad$ ИХО ~~$k = 21$~~

$c = 21 \cdot l$

$k =$

$a = 3^{\gamma+1} \cdot 7^{\alpha+1}$

$b = 3^{e+1} \cdot 7^{u+1}$

$c = 3^{\varphi+1} \cdot 7^{d+1}$