Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21100037**

ID профиля: **330098**

Вариант 19

чер п.

$$a^2 + 8a + 16 + b^2 + 6b + 9 = a^2 + b^2$$

$$8a + 6b = 25$$

$$a + \frac{3}{4}b = \frac{25}{8}$$

$$a^2 + b^2 = 25$$

$$a = \frac{3}{4}b - \frac{25}{8}$$

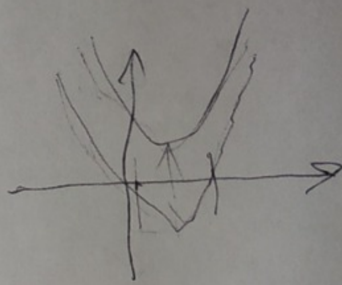
$$\left(\frac{3}{4}b - \frac{25}{8}\right)^2 + b^2 = 25$$

$\cancel{a_1^2 + 24a_1 d + 140 d^2 - 14a_1 - 13 \cdot 37 d +}$ 4opt.

$$S = \frac{2a_1 + d \cdot 13}{2} \cdot 14 = 14a_1 + 7 \cdot 13 d \qquad d > 0$$

$$\cancel{a_9 \cdot a_{17}} = \begin{cases} a_1^2 + 24a_1 d + 128 d^2 > 14a_1 + 7 \cdot 13 d + 12 \\ a_1^2 + 24a_1 d + 140 d^2 < 14a_1 + 7 \cdot 13 d + 47 \end{cases}$$

$$a_1 \begin{cases} a^2 + 24ad + 128d^2 - 14a - 7 \cdot 13d - 12 > 0 \\ a^2 + 24ad + 140d^2 - 14a - 7 \cdot 13d - 47 < 0 \end{cases} \quad ?$$



$\cancel{a^2 + 24ad - 14a + 128d^2 - 7 \cdot 13d - 12 \geq 0}$

$$\cancel{a^2} + \cancel{24ad} + 128d^2 - \cancel{14a} - \cancel{7 \cdot 13d} - 12 >$$

$12d^2 - 35$

$$> \cancel{a^2} + \cancel{24ad} + 140d^2 - \cancel{14a} - \cancel{7 \cdot 13d} - 47$$

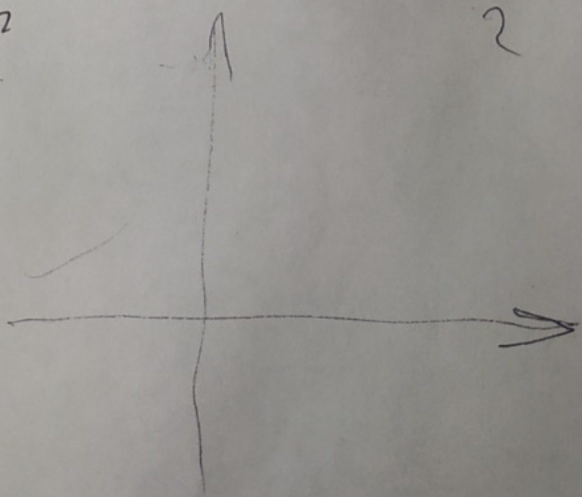
$$128d^2 - 12 > 140d^2 - 47$$

$$47 - 12 > 12d^2$$

$$35 > 12d^2$$

$$d^2 < \frac{12}{35}$$

$$\frac{-24d}{2} \quad -12d$$



~~$a_1^2+24a_1d+140d^2-14a_1-13\cdot 37d+$~~ 4чр.

4чрн.

~~a^2+24ad~~

$d>0$

$$(a+8d)(a+16d) > 8(14a+7\cdot 13d)+12$$

$$(a+10d)(a+14d) < (14a+7\cdot 13d)+47$$

$$a^2+24ad-14a+\cancel{18d}\,128d^2-7\cdot 13d-12>0$$

$$a^2+a(24d-14)+128d^2-7\cdot 13d-12>0$$

$$D'=\cancel{(24d-14}\,(12d-7)^2-128d^2+7\cdot 13d+12$$

$$144d^2-7\cdot 12\cdot 2d+49-128d^2+7\cdot 13d+12=$$

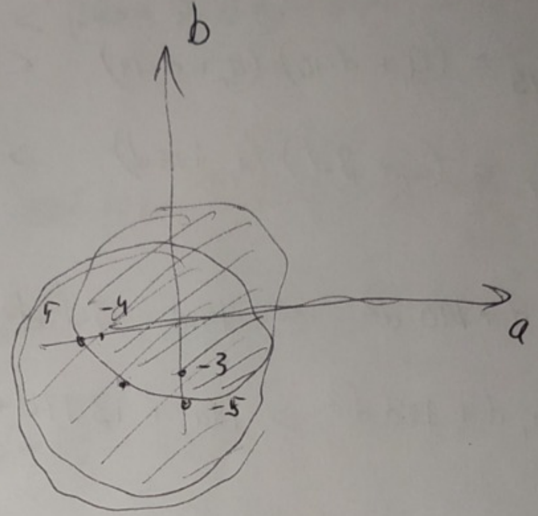
$$=16d^2-7\cdot 11d+61$$

$7\cdot 13=$

$24d-14$

$128d^2-7\cdot 13d-12$

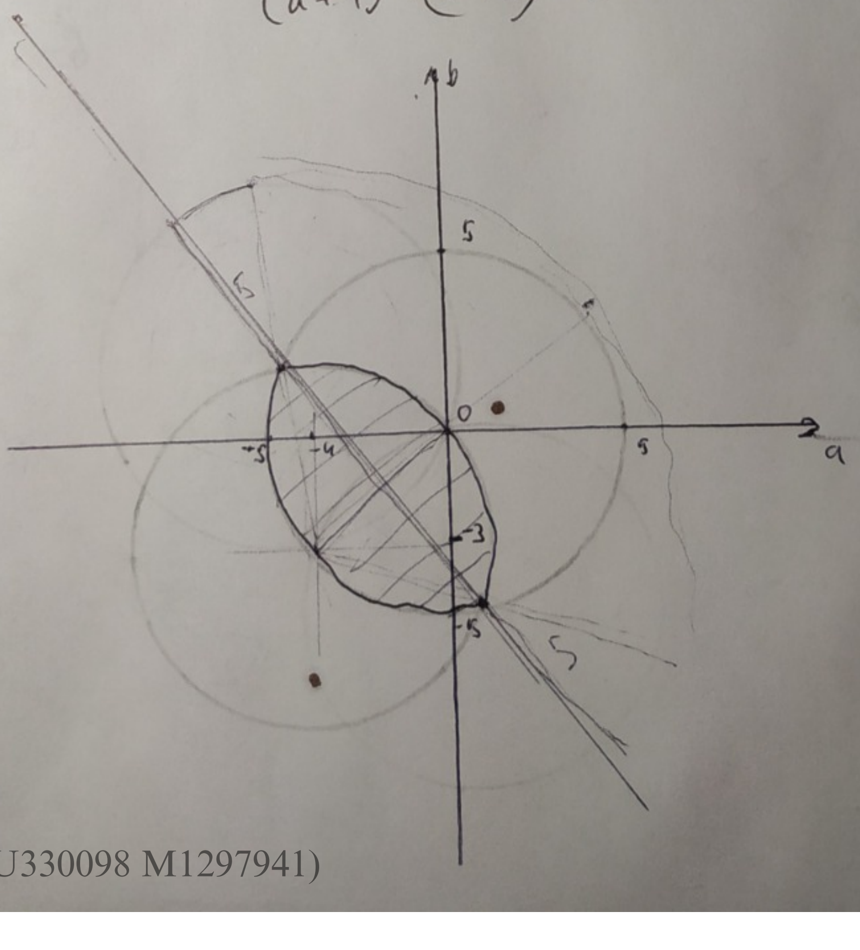
$\cancel{a_1^2 + 24a_1 d + 140 d^2 - 14a_1 \; 13 \cdot 37 d +}$ 4opt.



$$a^2 + b^2 \leq -8a - 6b$$

$$a^2 + 8a + 16 + b^2 + 6b + 9 \leq 25$$

$$(a+4)^2 + (b+3)^2 = a^2 + b^2$$



21100037 (U330098 M1297941)

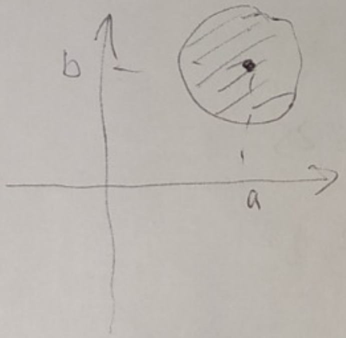
1. $S = \frac{a_1 + a_{14}}{2} \cdot 14 = \frac{2a_1 + d(13)}{2} \cdot 14 = (2a_1 + 13d) \cdot 7$

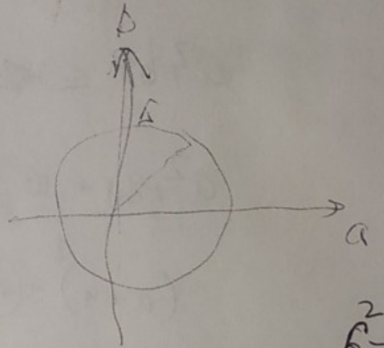
$a_{11} \cdot a_{15} = (a_1 + d \cdot 10)(a_1 + d \cdot 14) < S + 47$

$a_9 \cdot a_{17} = (a_1 + 8d)(a_1 + 16d) > S + 12$

$a_1^2 + 24a_1 d + 140 d^2 < 14a_1 + 13 \cdot 17d + 47$

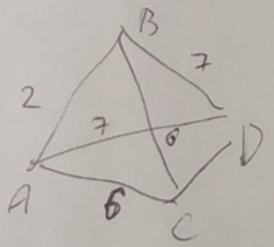
$a_1 + 24a_1 d + 128 d^2 > 14a_1 + 13 \cdot 17d + 12$

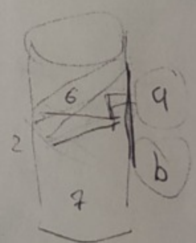




$b^2 - a^2 = (\sqrt{2})^2$

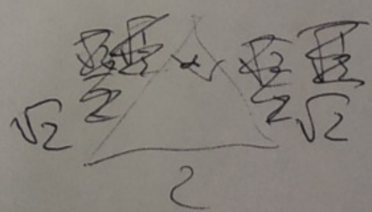
$a^2 = 34$





$6^2 - a^2 = 7^2 - b^2$ $\qquad 2R = \frac{2}{\sin\alpha}$

$7^2 - b^2$



Чистовик лист 8

$\Rightarrow \quad d = 1$

$$\begin{cases} (a+8)(a+16) > 14a+91+\cancel{k} \\ (a+10)(a+14) < 14a+91+47 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2+24a+128 > 14a+103 \\ a^2+24a+140 < 14a+138 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2+10a+25>0 \Rightarrow (a+5)^2>0 \Rightarrow a \neq -5 \\ a^2+10a+2<0 \end{cases}$$

$\cancel{(a+5)^2 > 0}$

$92 \mid 4$
$\quad\;\; 23$

$a^2+10a+2=0$

$D = 100 - \cancel{4 \cdot 8} \; 4 \cdot 2 = 92$

$$a_{1,2} = \frac{-10 \pm \sqrt{92}}{2} = -5 \pm \sqrt{23}$$

$4 < \sqrt{23} < 5$

$\Rightarrow a \in \{-9; -8; -7; -6; -5; -4; -3; -2; -1\} / \{-5\}$

Ответ: $a_1 = k,\ k \in \mathbb{Z},\ -9 \le k \le -1,\ k \neq -5$

21100037 (U330098 M1297941)

Чистовик лист ~~№~~ 5

~~$(a+8d)(a+16d) > (14a+7\cdot 13d)+k$~~

~~$(a+10d)(a+14d) <$~~

① Пусть $a_1 = a$, разность прогрессии — $d > 0$

$$S_{14} = \frac{a_1 + a_{14}}{2}\cdot 14 = \frac{2a + \cancel{a} + 13d}{2}\cdot 14 = 14a + 7\cdot 13d$$

$$a_9 \cdot a_{17} = (a+8d)(a+16d)$$

$$a_{11}\cdot a_{15} = (a+10d)(a+14d)$$

$$\boxed{\begin{cases} (a+8d)(a+16d) > 14a + 91d + 12 \\ (a+10d)(a+14d) < 14a + 91d + 47 \end{cases}}$$

$$(a+8d)(a+16d) > 14a + 91d + 12$$
$$+$$
$$14a + 91d + 47 > (a+10d)(a+14d)$$

$$a^2 + 24ad + 128d^2 + 35 > a^2 + 24ad + 140d^2$$

$$35 > 12d^2$$

$$d^2 < \frac{35}{12}$$

$$\Rightarrow d \in \left(0; \sqrt{\frac{35}{12}}\right)$$

$\Rightarrow$ Проверим $2 > \sqrt{\frac{35}{12}}$

$$4 > \frac{35}{12}$$

$$48 > 35$$

$\Rightarrow$ верно

Т.к. a_n — прогрессия сост. из целых чисел $\Rightarrow$ a — целое и d — целое

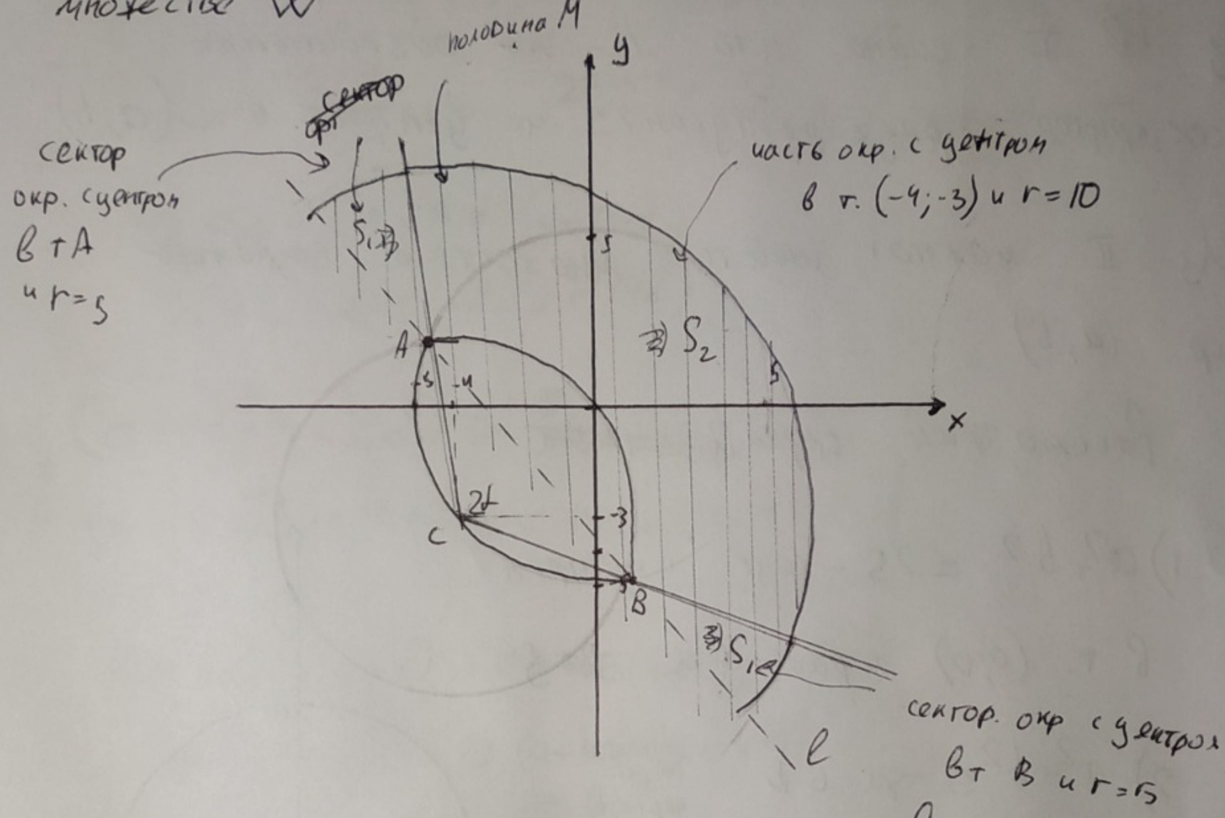
21100037 (U330098 M1297941)

Чистовик листу

=> M – это обьединение кругов радиуса 5

с центром ~~в~~ ~~в заштрихованной фи~~ в

множестве W



Заметим, что M имеет ось симметрии – l

=> мы можем найти площадь половины M и умножить ее на 2.

Заметим что эту половину можно представить в виде ~~ек~~ сектора окружности с радиусом 10 и центром в т. $(-3; -4)$

Пусть $\angle ACB = 2\alpha$ рад =>

$$=> S_M = 2 \cdot (2 \cdot S_1 + S_2)$$

$$S_1 = \frac{(\cancel{90}\frac{\pi}{2} - \alpha) \cdot \cancel{\pi} \cdot 5^2}{2\pi} =$$

$$= \cancel{90}(\frac{\pi}{2} - \alpha) \cdot \frac{25}{2}$$

$$S_2 = \frac{2\alpha \cdot \pi \cdot 10^2}{2\pi} - \cancel{\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5}\, S_{\Delta ABC} =$$

$$= 2\alpha \cdot 50 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 \cdot \sin 2\alpha =$$

$$=$$

$$=> S_M = 2 \cdot (2 \cdot 25(\frac{\pi}{2} - \alpha) + 2\alpha \cdot 50 - \frac{25}{2} \cdot \sin 2\alpha)$$

Ответ: $S_M = 2 \cdot (2 \cdot 25(\frac{\pi}{2} - \alpha) + 2\alpha \cdot 50 - \frac{25}{2} \cdot \sin 2\alpha)$

21100037 (U330098 M1297941)

Чистовик. лист 3.

(3) $\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 25 & \text{I} \\ a^2+b^2 \le \min(-8a-6b,\ 25) & \text{II} \end{cases}$

Из I видно что М - это объединение всех кругов с ~~ради~~ радиусом 25 и центров в т. $(a;b)$

Из II можно найти множество возможных пар $(a;b)$

Рассмотрим случаи ~~когда~~

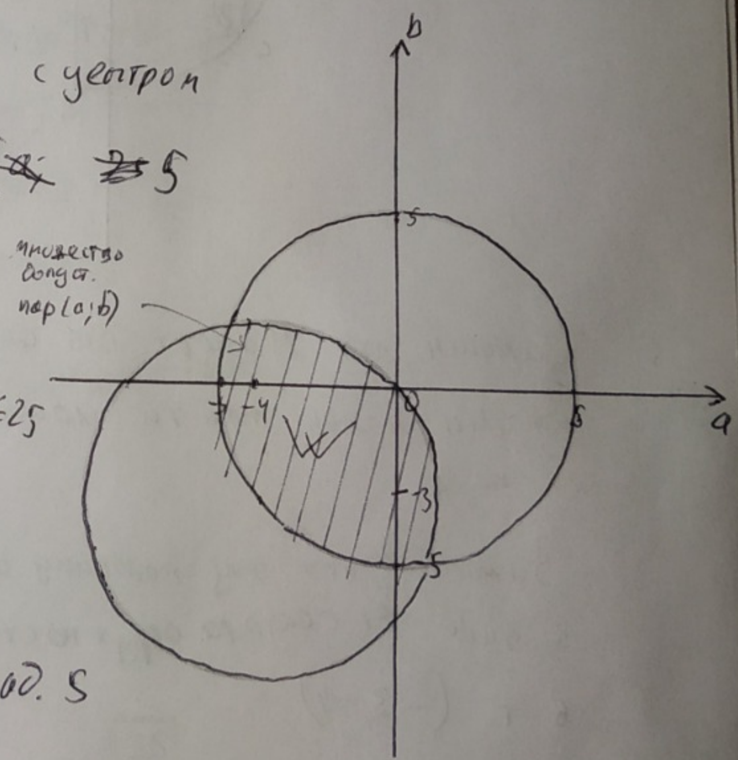
1) $a^2+b^2 \le 25$ - круг с центром в т. $(0;0)$ и рад. ~~(~~ ~~25~~ 5

2) $a^2+b^2 \le -8a-6b$

$a^2+8a+16+b^2+6b+9 \le 25$

$(a+4)^2+(b+3)^2 \le 25$

- круг с центром в. т. ~~(0;0) и рад~~ $(-4;-3)$ и рад. 5



Допустимая пара чисел $(a;b)$ должна быть меньшего ограничения => она меньше обоих ограничений => искомое множество пар $(a;b)$ - это пересечение 2-х кругов. Заметим что цетры кругов лежат на границе другого круга

21100037 (U330098 M1297941)

Чистовик лист 2

=> радиус описанной окр. ABH г — R равен радиусу цилиндра

$$2R = \frac{AB}{\sin\alpha}$$ — т. синусов

$$R = \frac{AB}{2\sin\alpha}$$

=> R – min, когда $\sin\alpha = 1$ => $\alpha = 90^\circ$

$$R = \frac{2}{2} = 1$$

~~В силу симмет~~ $\triangle ACO = \triangle BCO$

=> $AH = BH$

$AH^2 + BH^2 = AB^2$ — т. Пифагора

$AH = BH = \sqrt{2}$

$AH^2 + CH^2 = AC^2$ => $\cancel{CH}$

$AH^2 + HD^2 = AD^2$

$\cancel{2 + 36 = AC^2}$

$2 + CH^2 = 36$

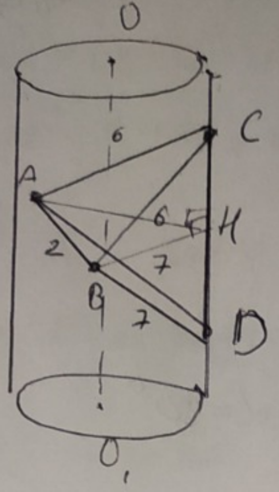
$2 + HD^2 = 49$

=> $CD = CH + HD = \sqrt{34} + \sqrt{47}$

Ответ: $\sqrt{34} + \sqrt{47}$

Чистовик. Лист 1.

2



т. C равноудалена от AB

т. D равноудалена от AB

$\Rightarrow CD \perp AB$

$CD \perp OO_1 \Rightarrow CD \perp$ основанию цилиндра

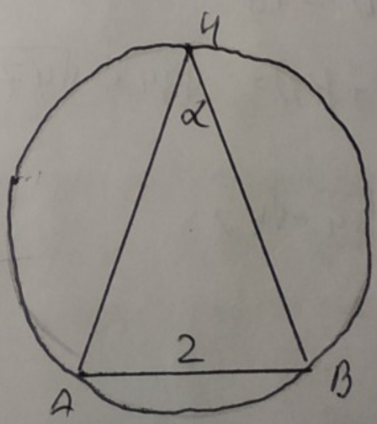
проведем AH и BH_1, $AH \perp CD$; $BH_1 \perp CD$

В силу симметрии $H_1 \equiv H$

$BH \perp CD$, $AH \perp CD \Rightarrow$

$\Rightarrow (ABH) \parallel$ основанию цилиндра

$\Rightarrow$ круг обр. сечением (ABH) цилиндра равен основанию цилиндра



Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21100037**

ID профиля: **330098**

Вариант 19

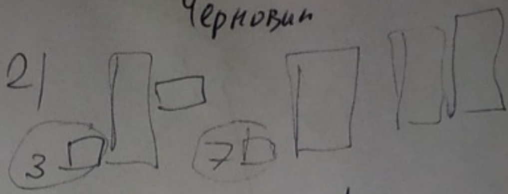
Черновик

4. $НОД(a; b; c) = 7\cdot 3$

$НОК(a; b; c) = 3^{17}\cdot 7^{15}$

$3^{16}\cdot 7^{14}$

21



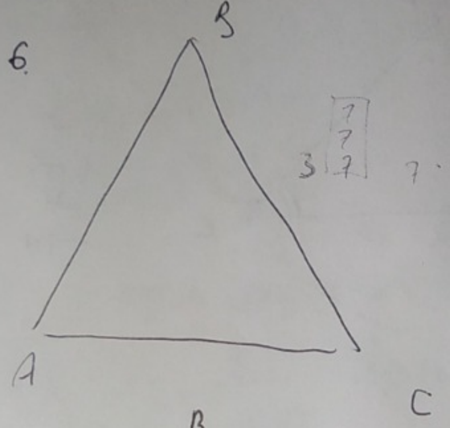
$a = n\cdot 21 \quad b = m\cdot 21 \quad c = k\cdot 21$

$НОД(n; m; k) = 1$

$НОК(a; b; c) = n\cdot m\cdot k\cdot 21$

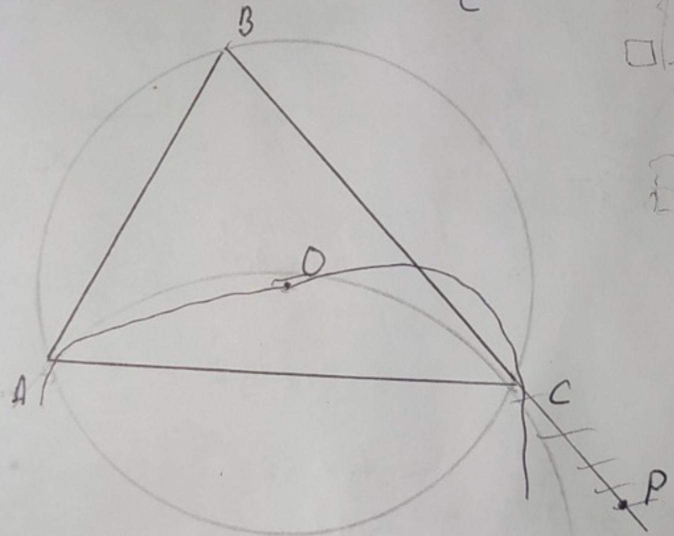
$n\cdot m\cdot k = 3^{16}\cdot 7^{14}$

6.



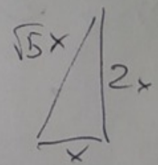
$\frac{4}{5}$ $\frac{1}{2}$

$\frac{2}{\sqrt5}$ $\frac{\sqrt2}{2}$



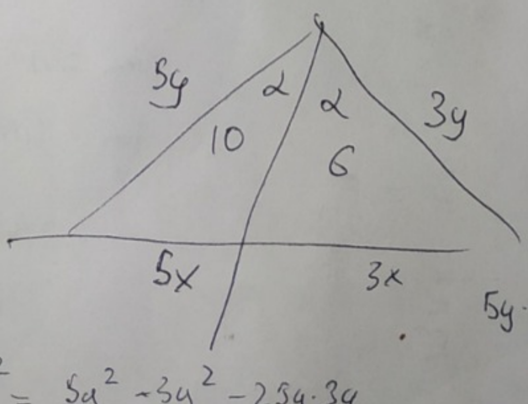
1 3 7

7 7 3



sin $\frac{2}{\sqrt5}$

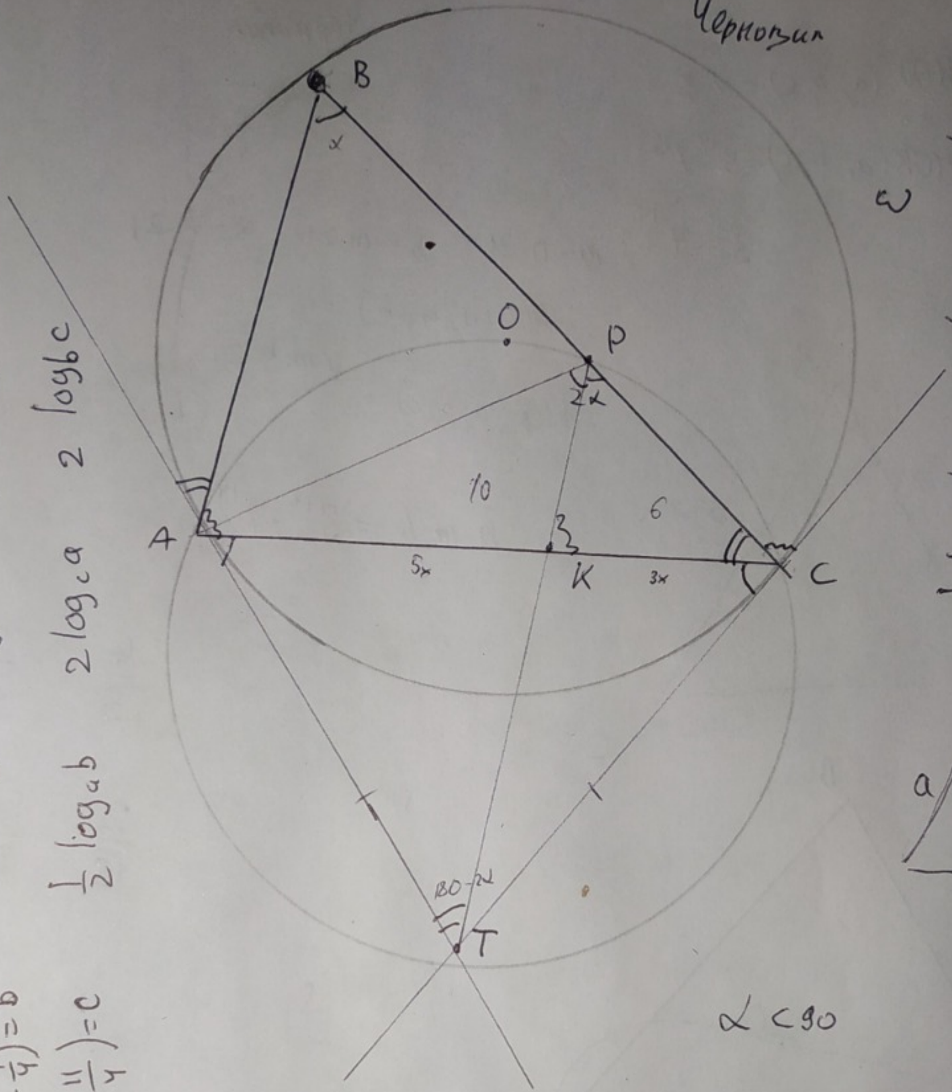
cos $\frac{1}{\sqrt5}$



$5y\cdot 3y\cdot \sin 2\alpha = 16$

$AC^2 = 5y^2 - 3y^2 - 25y\cdot 3y$

Черновик



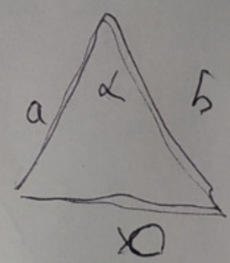
$\log_{a^2}(b)$ $\log_{\sqrt{c}}(a)$ $\log_b c^2$

$\frac{1}{2}\log_a b$ $2\log_c a$ $2\log_b c$

$\frac{1}{2}\log_a b$ $2\log_c a$ $2\log_b a$

$2\frac{1}{\log_b a}$

$\frac{1}{2}\log_a b$



$(\frac{x}{2}-1)=a$

$(\frac{x}{2}-\frac{1}{4})=b$

$(x-\frac{11}{4})=c$

$\alpha < 90$

$\alpha = \operatorname{arctg} 2$

$\operatorname{tg}\alpha = 2$

$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = 2$

$\cos\alpha = \frac{1+\sqrt{17}}{8}$

$ab\sin\alpha = S$

sin

$\sin\alpha = 2-2\sin^2\alpha$

$2\sin^2\alpha + \sin\alpha - 2 = 0$

$D = 1+16 = 17$

$\sin\alpha = \frac{1+\sqrt{17}}{4}$

m, n, k - взаимно простые

$m\cdot n\cdot k = 3^{16}\cdot 7^{11}$

$\boxed{3}$ $\boxed{7}$

37

Чистовик лист 7.

II

$\frac{1}{2}\log_a b = 1$ $\quad 2\log_c a = 2$ $\quad 2\log_b c = 1$

$a^2 = b$ $\quad c = a$ $\quad b = c^2$

$x - \frac{11}{4} = \frac{x}{2} - 1 \quad |\cdot 4$

$4x - 11 = 2x - 1$

$x = 5$

III $\quad \frac{1}{2}\log_a b = 2$ $\quad 2\log_c a = 1$ $\quad 2\log_b c = 1$

$a^4 = b$ $\quad c = a^2$ $\quad b = c^2$

$\left(x - \frac{11}{4}\right) = \left(\frac{x}{2} - 1\right)^2$

$x^2 - \frac{11}{4} = \frac{x^2}{4} - \cancel{2}x + 1 \quad |\cdot 4$

$4x^2 - 11 = x^2 - 4x + 4$

$3x^2 + 4x - 11 + 4 = 0$

$3x^2 + 4x - 7 = 0$

$x = 1$ $\quad \frac{1}{2} - 1 < 0 \Rightarrow$ не корень

$x = -\frac{7}{3}$ $\quad \frac{-\frac{7}{3}}{2} - 1 < 0 \Rightarrow$ не корень

Ответ: $x = 5$

Чистовик ~~3~~ листь

~~3~~ => Пусть два равных выражения равных

$x^2(x+1)=2$

$x^3+x^2-2=0$

Заметим, что $(x=1$ - корень

$$\begin{array}{r|l} x^3+x^2-2 & x-1 \\ \hline -\;x^3-x^2 & x^2+2x+2 \\ 2x^2-\cancel{2x} & \\ -\;2x^2-2x & \\ 2x-2 & \\ -\;2x-2 & \\ 0 & \end{array}$$

$(x-1)(x^2+2x+2)=0$

$x-1=0$ $\qquad$ $x^2+2x+2=0$

$D=4-4\cdot2\cdot1<0$

=> корней нет.

=> ~~Отм~~ Два из этих выражений должны быть равны 1, а одно из них 2

~~1~~ I $\frac{1}{2}\log_a b=1$; $2\log_c a=1$; $2\log_b c=2$

$a^2=b$ $\qquad$ $c=a^2$ => $b=c$

$\frac{x}{2}-\frac{1}{4}=x-\frac{11}{4}$

~~$\left(\frac{5}{2}-1\right)^2=\left(\frac{5}{2}-\frac{1}{4}\right)$~~

$2x-1=4x-11$

~~$\frac{81}{4}$~~ $\qquad$ ~~$\left(\frac{5}{2}-1\right)^2=\left(\frac{5}{2}-\frac{11}{4}\right)$~~ $x=5$

~~$\frac{9}{4}=\frac{9}{4}$~~

Чистовик лист 5

5 ~~Пу~~ $\cancel{\log_{(\frac{x}{2}-1)}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)}$

~~1) Пусть~~ $\cancel{\log_{(\frac{x}{2}-1)^2}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)=\log_{\sqrt{x-\frac{11}{4}}}\left(\frac{x}{2}-1\right)}$

ОДЗ:

$$\begin{cases} \frac{x}{2}-1>0 \\ \frac{x}{2}-1\neq 1 \\ \frac{x}{2}-\frac{1}{4}>0 \\ \frac{x}{2}-\frac{1}{4}\neq 1 \\ x-\frac{11}{4}>0 \\ x-\frac{11}{4}\neq 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \log_{(\frac{x}{2}-1)^2}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)=\log_{\frac{x}{2}-\frac{1}{4}}\left(x-\frac{11}{4}\right)^2-1$$

$2\ \cancel{\log}\ \cancel{\log\left(\frac{x}{2}-1\right.}$

$$2\log_{(\frac{x}{2}-1)}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{2}\log_{x-\frac{11}{4}}\left(\frac{x}{2}-1\right)$$

$$2\,\frac{\lg\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)}{\lg\left(\frac{x}{2}-1\right)}=\frac{1}{2}\,\frac{\lg\left(\frac{x}{2}-1\right)}{\lg\left(x-\frac{11}{4}\right)}$$

$$4\lg\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)\lg\left(x-\frac{11}{4}\right)=\lg\left(\frac{x}{2}-1\right)$$

Пусть $\frac{x}{2}-1=a$; $\frac{x}{2}-\frac{1}{4}=b$; $x-\frac{11}{4}=c$

$a>0$ $b>0$ $c>0$

$a\neq 1$ $b\neq 1$ $c\neq 1$

$\cancel{\frac{1}{2}\log_a b}$

$\Rightarrow$ Получим выражения

$\frac{1}{2}\log_a b$ $\quad 2\log_c a$ $\quad 2\log_b c$

Заметим, что ни одно из этих выражений не равно 0

Перемножим все 3 числа:

$$2\cdot\log_c a\cdot 2\log_b c\cdot\frac{1}{2}\log_a b=$$

$$=2\log_c a\cdot\frac{1}{\log_c b}\cdot\log_a b=$$

$$=2\cdot\log_b a\cdot\log_a b=2$$

Чистовик лист 4

Тогда ответ будет − ~~АВ~~ A·B

Посчитаем A

1) тройка в степени не 0 входит в состав только одного числа

=> 3 варианта − способов выбрать одно число

2) тройка в степени не 0 входит в состав 2х чисел

~~спосо~~ Способов выбрать пару чисел − 3

и способов распределить между ними 16 3-ек = 15 т.к. ни одно из чисел не может содержать ни 0 ни 16 троек (это бы пересекалось с пунктом 1))

=> всего вариантов $3 \cdot 15 = 45$

$=> A = 3 + 45 = 48$

Аналогично посчитаем, что $B = 3 + 3 \cdot (14 - 1) = 3 + 39 =$
$= 42$

$\Rightarrow A \cdot B = 2056$

$$\begin{array}{r} 48 \\ \times 42 \\ \hline 96 \\ 1\overset{33}{9}6 \\ \hline 2056 \end{array}$$

Ответ: 2056

Чистовик лист ~~2~~ 3

(4) $\begin{cases} НОД(a;b;c)=21 \\ НОК(a;b;c)=3^{17}\cdot 7^{15} \end{cases}$

Т.к. $НОК(a,b,c)$ содержит только простые сомножители ~~a, b, c~~ 3 и 7, то a, b, c также при разложении состоят из сомножителей 3 и 7

Пусть $a=21n$

$b=21m$

$c=21k$

$\Rightarrow НОД(n;m;k)=1$

~~НОК(n~~

$НОК(a;b;c)=n\cdot m\cdot k\cdot 21=3^{17}\cdot 7^{15}$

$\Rightarrow n\cdot m\cdot k=3^{16}\cdot 7^{14}$

Заметим, что тройка (n,m,k) однозначно преобразовываются в тройку $(a;b;c)$

$\Rightarrow$ мы можем посчитать кол-во троек (n,m,k)

n, m, k тоже как и a, b, c содержат в своем разложении только 3 и 7

$\Rightarrow$ ~~3 или 7~~ 3 в степени не 0 будет входить в состав максимум 2х чисел

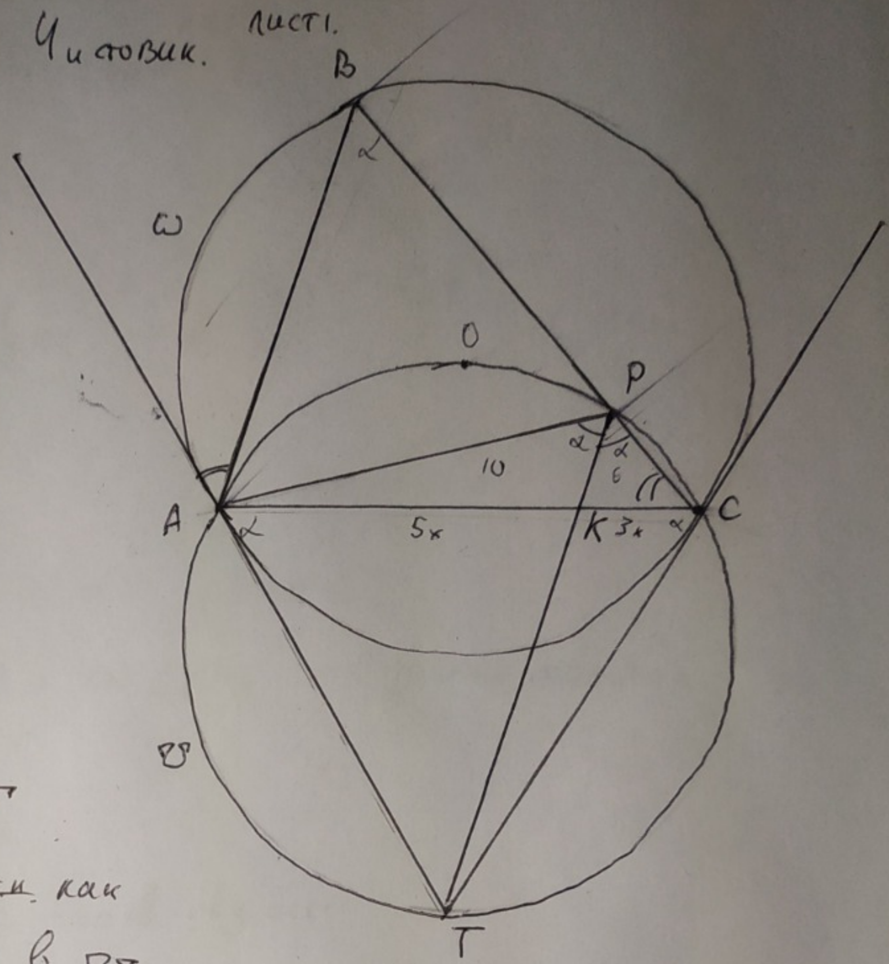
7 в степени ~~не~~ 0 будет входить в состав максимум 2х чисел

$\Rightarrow$ Мы можем посчитать кол-во способов распределить между n, m, k тройки = A

— // — семерки = B

21100037 (U330098 M1297942)

Чистовик. лист1.



⑥ Рассмотрим

TAOC

$\angle OAT + \angle OCT =$

$= 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

по св-ву кас

$\Rightarrow$ ~~TAOC - впис.~~

$\angle AOC + \angle TAO =$

$= 180^\circ$

$\Rightarrow$ TAOC впис в ϖ

$\angle AOC = \angle APC$ - ~~т.к.~~ как

~~o~~ впис в ϖ

$\Rightarrow$ TAPC - также впис в ϖ

$\Rightarrow$ $\angle CAT = \angle CBA = \alpha$ по св-ву кас в окр ω

$\Rightarrow$ $\angle TPC = \angle TAC$ - как впис в ϖ

$\Rightarrow \angle ABC = \angle TPC$

$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle KPC$ по 2-м углам (один общий)

$\Rightarrow$ Рассмотрим $\triangle APC$

$\frac{AK}{KC} = \frac{S_{APK}}{S_{CPK}} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$ - т.к. это $\triangle$ с равными высотами

$\Rightarrow \frac{KC}{AC} = \frac{3}{8}$

лист 2

Чистовик.

$$\frac{S_{ABC}}{S_{PKC}} = \left(\frac{AC}{KC}\right)^2$$

$$\Rightarrow S_{ABC} = S_{PKC} \cdot \left(\frac{AC}{KC}\right)^2 = 6 \cdot \left(\frac{8}{3}\right)^2 = \frac{128}{3}$$

а) Ответ: $\frac{128}{3}$

$AT = TC$ - по св-ву кас к окр ω

$\Rightarrow \angle APT = \angle TPC$ - т.к. опир. на равные хорды в окр. σ

$\Rightarrow PT$ - бисс $\angle APC$

$\Rightarrow \frac{AP}{PC} = \frac{AK}{KC} = \frac{5}{3}$ - по св. ву бисс.

Пусть $AP = 5y \Rightarrow PC = 3y$

$\frac{1}{2}\sin 2\alpha \cdot AP \cdot PC = S_{\Delta APC} = S_{\Delta APK} + S_{\Delta PKC} = 16$

$15y^2 \cdot \sin 2\alpha = 32 \Rightarrow y^2 = \frac{32}{15\sin 2\alpha}$

$AC^2 = AP^2 + \cancel{AC}^2 - 2AP \cdot \cancel{AC} \cdot \cos 2\alpha$ - т. кос.

$AC^2 = 25y^2 + 9y^2 - 2 \cdot 30y^2 \cdot \cos 2\alpha$

$AC^2 = y^2(34 - 60\cos 2\alpha)$

$AC^2 = \frac{32}{15 \cdot \sin 2\alpha}(34 - 60\cos 2\alpha)$

$AC^2 = \frac{32}{15}\frac{5}{4}\left(34 - 60\left(-\frac{3}{5}\right)\right) =$

$= \frac{8}{3}(34 + 36) = \frac{8 \cdot 70}{3} = \frac{560}{3}$

$AC = \frac{4\sqrt{105}}{3}$ б) Ответ: $\frac{4\sqrt{105}}{3}$

~~$\operatorname{arctg} \alpha = 2$~~

$\alpha = \operatorname{arctg} 2$

$\operatorname{tg}\alpha = 2$ $0 \le \alpha \le 90$

$\sin\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}} > \sin 45^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow 2\alpha > 90^\circ$

$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha = \frac{4}{5}$

$\Rightarrow \cos 2\alpha = -\frac{3}{5}$

Черновик.

$\frac{1}{2}\log_a$ ~~...~~ $2\log_c a = 2\log_b c$

$\frac{1}{2}\log_a b =$ ~~2la~~ ~~2logc~~ $\cancel{\frac{2\log_b c}{2\log}}$

~~$\frac{1}{2}\log_a$~~

~~$2\log_b a$~~

$21.$

$\frac{1}{2}\log_a b =$

$\frac{1}{2}\log_a b \cdot 2\log_c a \cdot 2\log_b c =$

$= 2 \cdot \frac{1}{\log_b a} \cdot \log_b c \cdot \log_c a =$

$= 2 \cdot \log_a c \cdot \log_c a = 2$

$2 \cdot \log_b a \cdot \log_a b = 2\log$

~~$\frac{x}{2} - 1$~~

$\frac{1}{2}\log_a b = 1$

$2\log_c a = 1$

$2\log_b c = 2$

$\frac{x}{2} - 1 = a$

$\frac{x}{2} - \frac{1}{4} = b$

$x - \frac{11}{4} = c$

~~$a = b^2$~~

$a^2 = b$

$c = a^2$

$b = c$

$\left(\frac{x}{2} - 1\right)^2 = \frac{x}{2} - \frac{1}{4}$

$\frac{x}{2} - \frac{1}{4}$

21100037 (U330098 M1297942)