Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21104924**

ID профиля: **338127**

Вариант 18

Чистовик

11 класс Вариант 18 Часть 1

$\boxed{№1}$

Пусть d – разность прогрессии. $S = \frac{a_1 + a_1 + 6d}{2} \cdot 7 = 7a_1 + 21d$

$a_7 = a_9 - 2d$

$a_{12} = a_{10} + 2d$.

$\begin{cases} a_7 a_{12} > S + 20 \\ a_9 a_{10} < S + 44 \end{cases}$ $\quad$ $\begin{matrix} S < a_7 a_{12} - 20 \\ S > a_9 a_{10} - 44 \end{matrix}$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow (a_9 - 2d)(a_{10} + 2d) - 20 > a_9 a_{10} - 44$

$\cancel{a_9 a_{10}} - 2d \cdot a_{10} + 2d \cdot a_9 - 4d^2 > \cancel{a_9 a_{10}} - 24$

$2d(a_9 - a_{10}) - 4d^2 > -24$

$a_9 - a_{10} = \underline{-d}$

$\Downarrow$

$-2d^2 - 4d^2 > -24$

$6d^2 < 24$

$d^2 < 4$

т.к. все члены прогрессии целые, то $a \in \mathbb{Z}$ и $d \in \mathbb{N}$ (т.к. $d > 0$.)

$d < 2 \Rightarrow \underline{d = 1}$

Подставим в неравенство

1) $(a_1 + 6)(a_1 + 11) > 7a_1 + 21 + 20$

$a_1^2 + 17a_1 + 66 > 7a_1 + 41$

$a_1^2 + 10a_1 + 25 > 0$

$(a_1 + 5)^2 > 0 \Rightarrow a_1 \neq -5$

~~Ответ $a \in [\sqrt{5}; 5]$~~

2) $7a_1 + 21 > (a_1 + 8)(a_1 + 9) - 44$

$7a_1 + 21 > a_1^2 + 17a_1 + 72 - 44$

$a_1^2 + 10a_1 + 7 < 0$

$(a_1 + 5)^2 < 17$

$\Downarrow$

$-\sqrt{17} < a_1 + 5 < \sqrt{17}$

$-\sqrt{17} - 5 < a_1 < \sqrt{17} - 5$

$\Downarrow$

$a_1 = -9; -8 \ldots, -1$

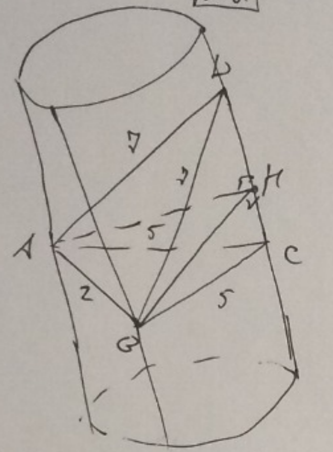
Объединим, получим: Ответ: $a_1 = -9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1$.

21104924 (U338127 M1299953)

Чистовик

11 класс. Вариант 18. Часть 1

$\boxed{№2}$

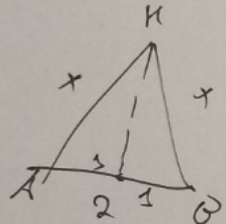


Решение:

1) Проведем: BH_1 и AH_2 — перпендикуляры из B и A на CD.
Т.к. $\triangle ADC = \triangle BCD$ то они упадут в одну точку. Пусть это будет точка H.

2) Заметим, что $CD \perp (ABH) \Rightarrow (ABH) \parallel$ оси цилиндра.
$\Rightarrow$ радиус цилиндра есть радиус описанной вокруг $\triangle ABH$ окружности.

3) Пусть $BH = x = AH$. Р-м $\triangle ABH$



$$R = \frac{AH}{2\sin\angle ABH} = \frac{x^2}{2\sqrt{x^2-1}}$$

Найдем минимум этой функции: $R'(x) = \frac{1}{2}\left(\frac{2x\cdot\sqrt{x^2-1} - \frac{2x}{2\sqrt{x^2-1}}\cdot x^2}{(x^2-1)}\right)$

Найдем $R'(x)=0 \Rightarrow 2x\cdot\sqrt{x^2-1} - \frac{2x}{2\sqrt{x^2-1}}x^2 = 0 \quad | :x \ (x\neq 0)$

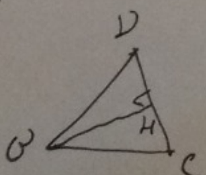
$2\sqrt{x^2-1} - \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}} = 0 \quad | \ x\neq 1$ т.к. $x \geq 1$

$2(x^2-1) - x^2 = 0$

$x^2 = 2$

$x = \sqrt{2}$. при $x > \sqrt{2}$ $R'(x) > 0$, при $x < \sqrt{2}$ $R'(x) < 0$ б) $x = \sqrt{2}$ — точка минимума.

4) Если $x = \sqrt{2}$ достигается, то это будет минимальный радиус.
Р-м $\triangle BDC$



$DH = \sqrt{49-2} = \sqrt{47}$

$CH = \sqrt{25-2} = \sqrt{23}$.

(1) Если H — внутри Δ, то $CD = \sqrt{47} + \sqrt{23}$

Если H — вне Δ, то $CD = \sqrt{47} - \sqrt{23}$, ~~что странно~~.

~~Заключение: Ответ: $CD = \sqrt{47} \pm \sqrt{23}$~~

Чистовик

3

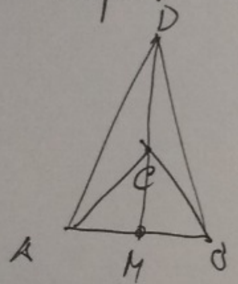
11 класс. Вариант 18. Часть 2

Рассмотрим возможные значения CD:

~~из~~ Пусть M – середина AB. тогда из $\triangle DMC$

$CD < \cancel{\sqrt{48}}\ DM + MC = \sqrt{48} + \sqrt{24}$

С другой стороны минимум CD в таком положении.



т.е. $CD > \sqrt{48} - \sqrt{24}$

$\sqrt{48} - \sqrt{24} < \sqrt{47} + \sqrt{23} < \sqrt{48} + \sqrt{24} \Rightarrow CD = \sqrt{47} + \sqrt{23}$ – подходит.

$\sqrt{47} - \sqrt{23}\ \cancel{<}\ \vee\ \sqrt{48} - \sqrt{24}$

$47 + 23 - 2 \cdot \sqrt{47 \cdot 23} \vee 48 + 24 - 2\sqrt{48 \cdot 24}$

$(-\sqrt{47 \cdot 23} + \sqrt{48 \cdot 24}) \vee 1$

~~48~~

$\sqrt{47 \cdot 23 + 70} - \sqrt{47 \cdot 23} \vee 1$

Очевидно, что знак $>$ $\Rightarrow$ $\sqrt{47} - \sqrt{23}$ тоже подходит

Ответ: $CD = \sqrt{47} \pm \sqrt{23}$

Чистовик

11 класс. Вариант 18. Часть 1

$\boxed{№3}$

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 5\\ a^2+b^2\le \min(4a-2b;5)\end{cases}$$

Заметим, что $(a;b)$ – ~~точка коорд~~ координаты центра окружности уравнения 1. Если в плоскости XOY построить множество точек

$x^2+y^2\le \min(4x-2y;5)$ получим всевозможные нахождения центра окружности первого уравнения.

если $4x-2y\ge 5 \Rightarrow \min(4x-2y;5)=5$ (над прямой)

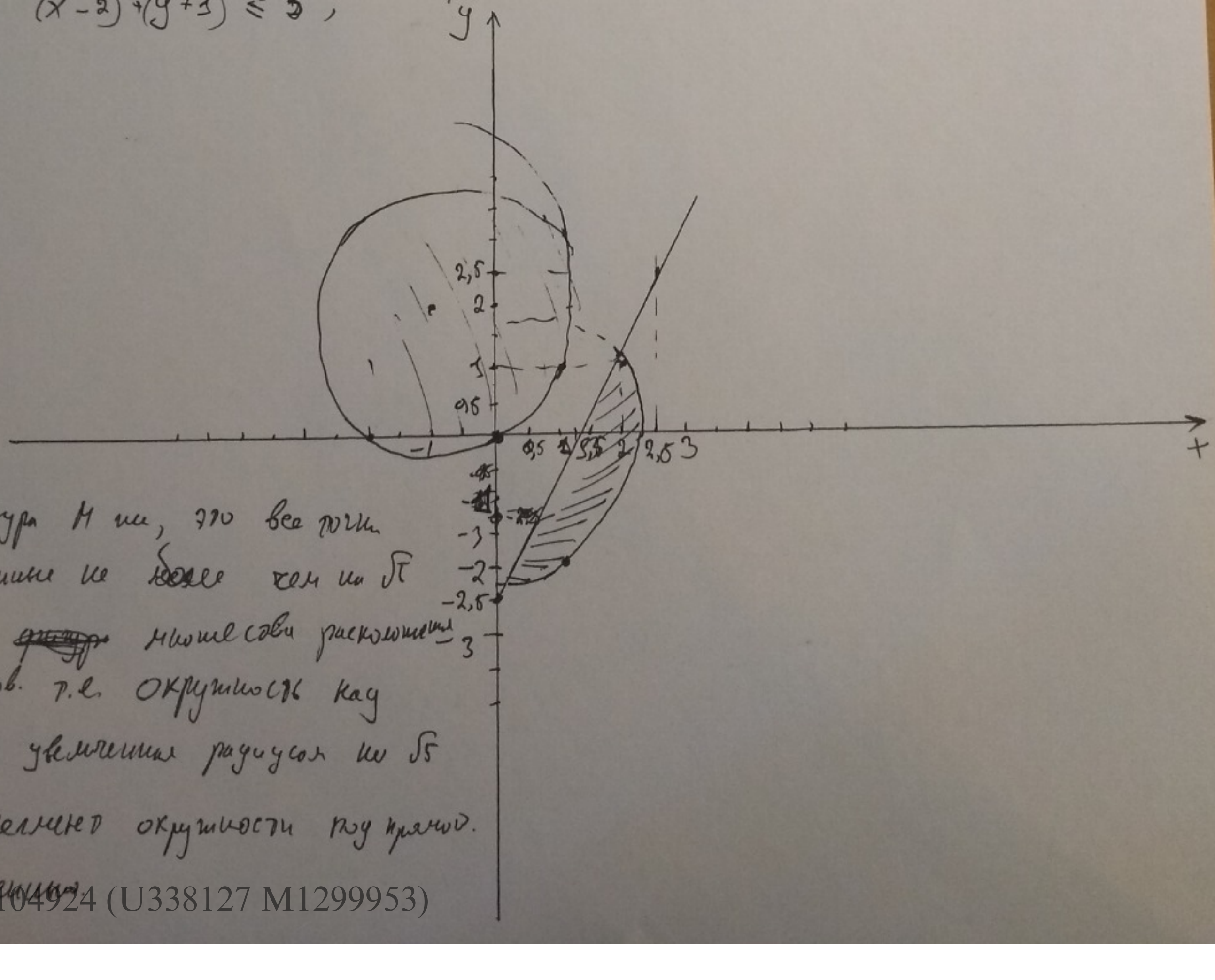
$x^2+y^2\le 5$.

если $4x-2y\le 5 \Rightarrow \min(4x-2y;5)=4x-2y$ (под прямой)

$x^2+y^2\le 4x-2y$

$(x-2)^2+(y+1)^2\le 5$,

Построим это на коорд. плоскости:



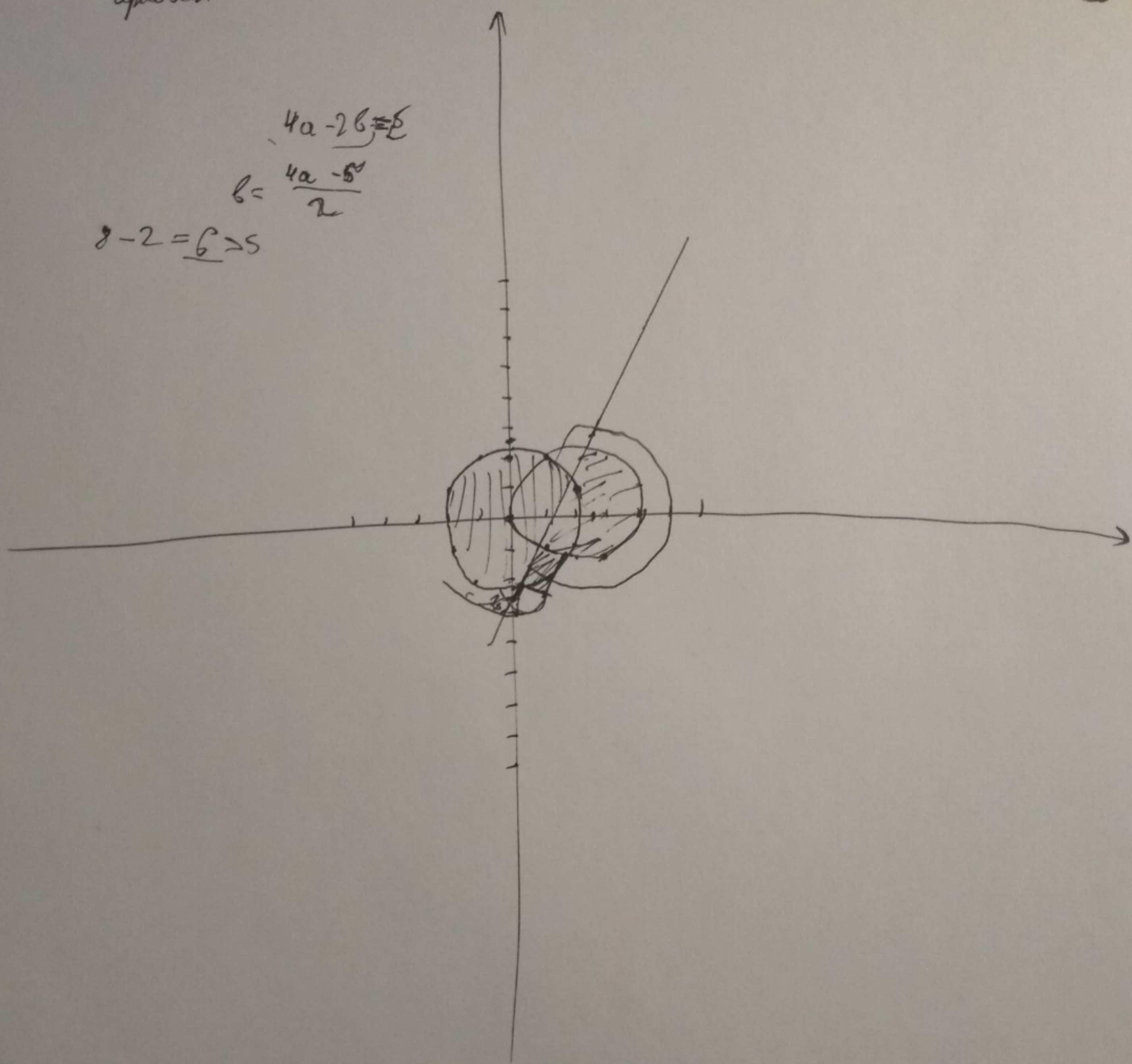
Фигура М им, это все точки удаленные не ~~ближе~~ более чем на $\sqrt{5}$ от ~~фигур~~ множества расположения центров. т.е. окружность над прямой увеличенная радиусом на $\sqrt{5}$ и сегмент окружности под прямой. ~~увеличенная~~

Черновик

$4a - 2b = 5$

$b = \frac{4a - 5}{2}$

$8 - 2 = 6 > 5$



Черновик

[~7] $21 < 66 - 20$ ✓

21

$a_3 = 6 \quad a_{12} = 11$

$\frac{a_1 + a_1 + 6d}{2} \cdot 7 = (a_1 + 3d)7 =$

$a_3 = 0 \qquad = 7a_1 + 21d$

$(x; y)$

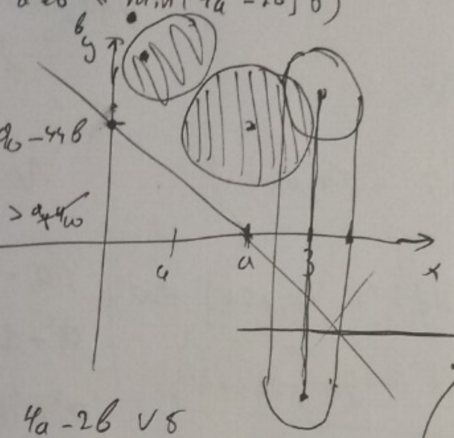
$$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 \le 5 \\ a^2 + b^2 \le \min(4a - 2b; 5) \end{cases}$$

$(x; y)$

$(a_1 + 6d)$

$a_7 = a_9 - 2d \qquad a_1^2$

$a_{12} = a_{10} + 2d \qquad a_1^2$



$(a_9 - 2d)(a_{10} + 2d) - 20 > a_9 a_{10} - 44$

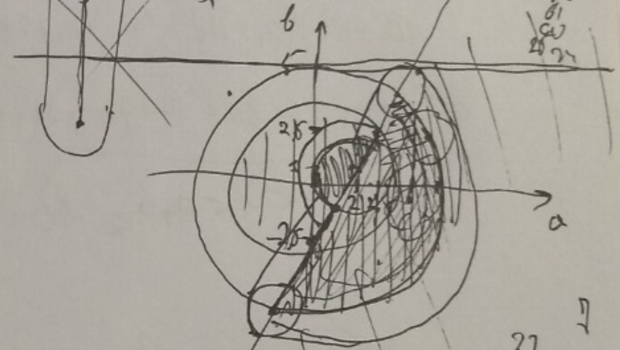
$\cancel{a_9 a_{10}} - 2d \cdot a_{10} + 2d \cdot a_9 - 4d^2 + 24 > \cancel{a_9 a_{10}}$

$d(a_9 - a_{10}) - 4d^2 + 24 > 0$

$-d^2 - 4d^2 + 24 > 0$

$7a_1 + 21 > (a_1 + 8)(a_1 + 9) - 44$

$8a_1 + 21 > a_1^2 + 17a_1 + 72 - 44$



$8 - 1 \qquad 2 < \sqrt{4,8} < 3$

$5d^2 < 24$

$d^2 < 4,8 \qquad 4a - 2b = 5$

$d < \sqrt{4,8} \approx$

$b = -2$

$\boxed{\begin{matrix} d = 1 \\ d = 2 \end{matrix}}$

$4a - 2b \vee 5$

$4a \vee 5 + 2b$

$b \vee 2a - 2,5$

$4a - 2b \ge 5$

$b \le 2a - 2,5$

72, 38, +26, 135, 118, 8

$?\ \sqrt{6}?$

-71, 82, $51 - 44 = \boxed{8}$

77, -27, 81, -44, 7

$\sqrt{5} = 2,5$

$\cancel{(a_1 + 6)(a_1}$

$a^2 + b^2 \le 4a - 2b$

$(a_1 + 8)(a_1 + 72) > 7a_1 + 42 + 20$

$a^2 - 4a + 4 + b^2 - 2b + 1 \le 5$

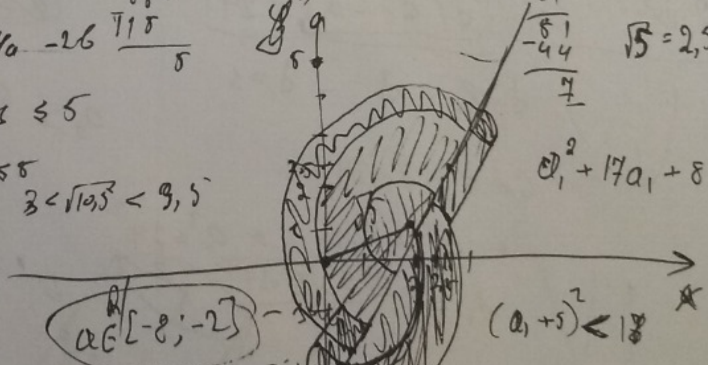
$(a - 2)^2 + (b - 1)^2 \le 5$

$3 < \sqrt{10,5} < 3,5$

$a_1^2 + 17a_1 + 8$

$a_1^2 + 18a_1 + 66 > 7a_1 + 41$

3,2



$a_1^2 + 11a_1 + 25 > 0$

$a \in [-8; -2]$

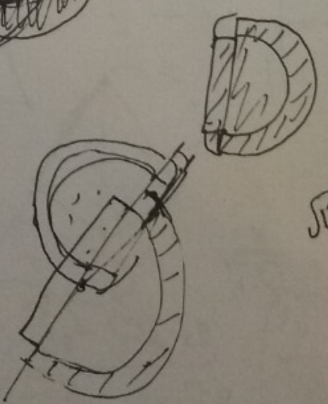
$(a_1 + 5)^2 < 18$

$121 - 100 = 21$

$a_1 = \frac{-11 \pm \sqrt{21}}{2} = -5,5 \pm \sqrt{10,5} \approx$

$-5,5 - 3,2 = -8,7$

$-5,5 + 3,2 = -2,3$



$\sqrt{17} > 6$

$a_1 + 6$

22, 12, 44, +22, 264, -62, 202

$a_1^2 + 34a_1 + 12 \cdot 22 > 7a_1 + 62$

$a_1^2 + 27a_1 + 202 > 0$

$\forall$

$D = 27^2 - 808 < 0 \qquad \forall a_1 \in \mathbb{Z}$

41, 27, 27, 189, +54, 729

21104924 (U338127 M1299953)

Черновик

1) $a_1 \quad a_2 \ldots \quad a_7$

$a_7 a_{12} > S + 20$

$a_9 a_{10} < S + 44$

$S_7 = \frac{a_1 + a_7}{2} \cdot 7 =$

$= \frac{2a_1 + 6d}{2} \cdot 7 = (a_1 + 3d) \cdot 7$

$(a_1 + 6d)(a_1 + 11d) > 7a_1 + 21d + 20$

$a_1^2 + 18a_1 d + 66d^2 > 7a_1 + 21d + 20$

$(a_1 + 8d)(a_1 + 9d) < 7a_1 + 21d + 44$

$a_1^2 + 17a_1 d + 72d^2 < 7a_1 + 21d + 44$

$a_1^2 + (18d - 7)a_1 + 66d^2 - 21d - 20 > 0$

$a_9 a_{10} - 44 < S < a_7 a_{12} - 20$

$21 \cdot 21 + 4 \cdot 20 \cdot 66 =$

$48 \cdot 24 = (43+1)(23+1) = 47 \cdot 23 +$

$\cancel{a_1^2} + 18a_1 d + 66d^2 - 20 > \cancel{a_1^2} + 17a_1 d + 72d^2 - 44$

$x = 10$

$2\sqrt{99} - \frac{99}{\sqrt{99}} > 0$

$a_1 d - 6d^2 > -24$

$2 \cdot \sqrt{x^2 - 1} - \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}} = 0$

$\boxed{d(6d - a_1) < 24}$

$6 - a_1 < 24$

$d \geq 2 \qquad d = 1$

$a_1 > \frac{6d^2 - 24}{d}$

$6d^2 - a_1 d - 24 < 0$

$D = a_1^2 + 4 \cdot 24 \cdot 6 = a_1^2 + 24^2$

$d_{12} = \frac{a_1 \pm \sqrt{a_1^2 + 24^2}}{12}$

$21 \cdot 21 = 441$

$66 \cdot 8 = 528$

$5280 + 441 = 5721$

$196 - 48 = 148$

$\sqrt{5721} = 7$

$4x - 2y = 5$

$y = 2x - 2{,}5$

$49 - \frac{(24 + x^2)^2}{4x^2} =$

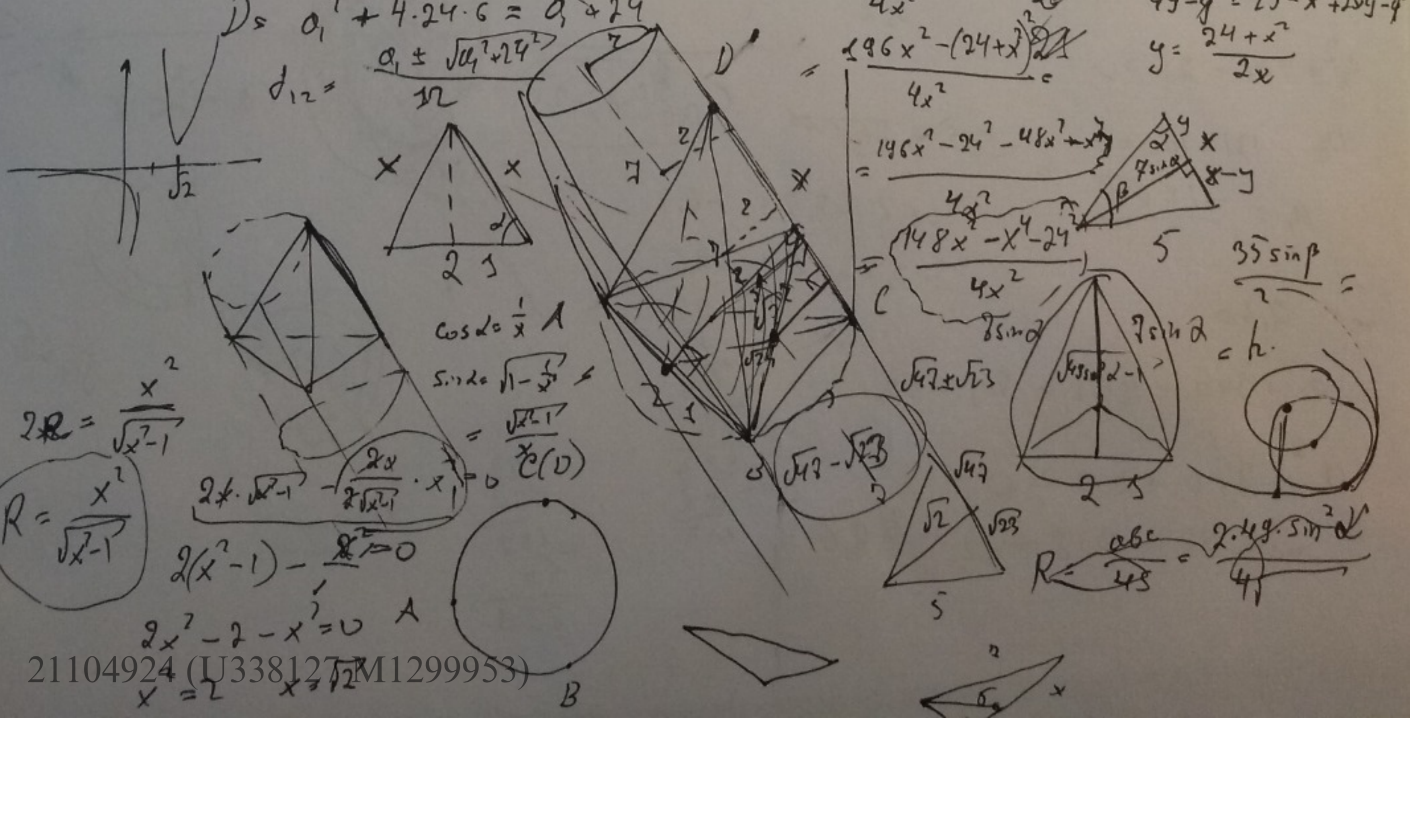
$49 - y^2 = 25 - x^2 + 2xy - y^2$

$y = \frac{24 + x^2}{2x}$

$= \frac{196x^2 - (24 + x^2)^2}{4x^2} =$

$= \frac{196x^2 - 24^2 - 48x^2 - x^4}{4x^2}$

$= \frac{148x^2 - x^4 - 24^2}{4x^2}$



$\cos\alpha = \frac{1}{x}$

$\sin\alpha = \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}} = \frac{\sqrt{x^2-1}}{x}$

$2R = \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}$

$R = \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}$

$2x \cdot \sqrt{x^2-1} - \frac{2x}{2\sqrt{x^2-1}} \cdot x^2 = 0$

$2(x^2 - 1) - x^2 = 0$

$2x^2 - 2 - x^2 = 0$

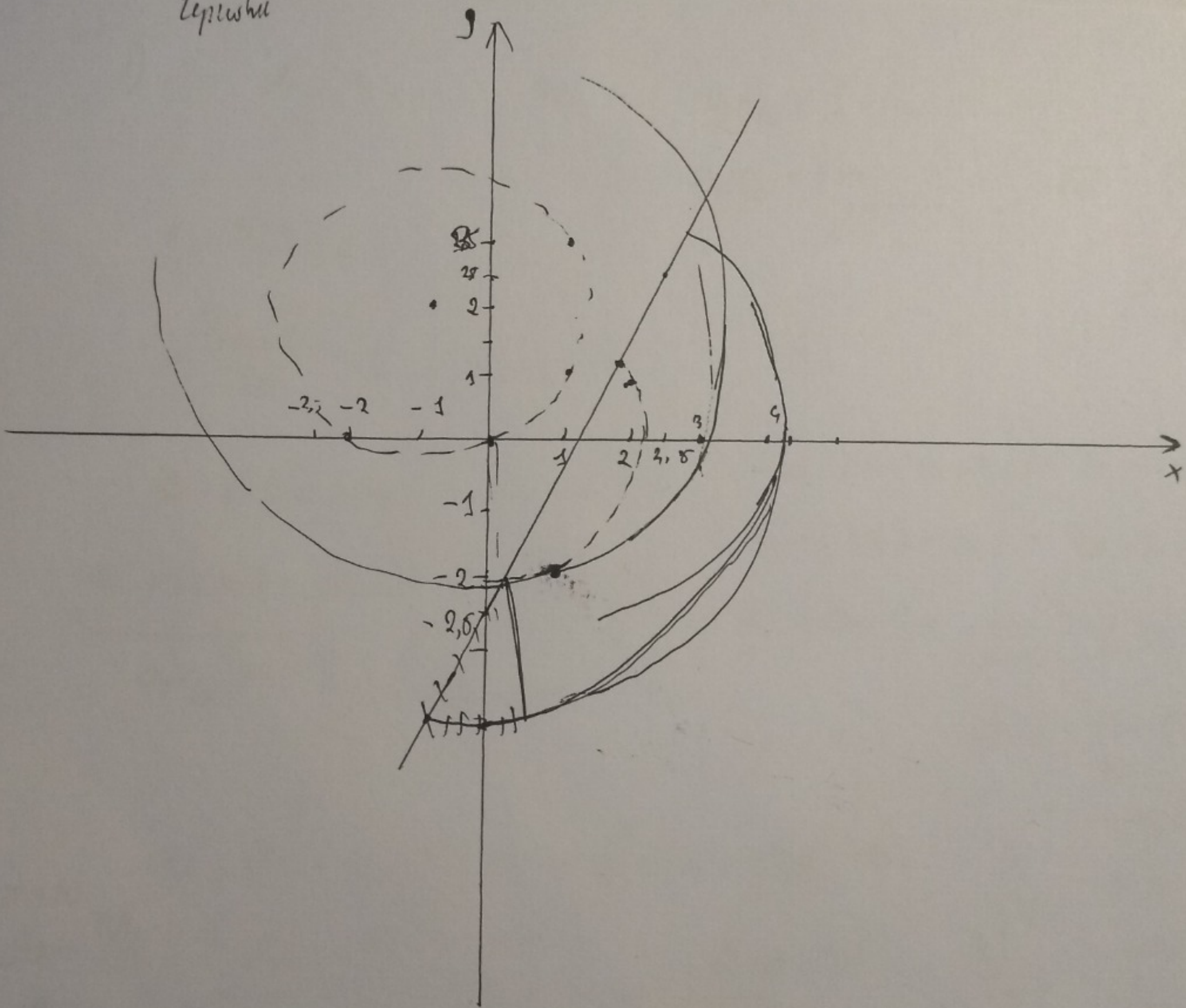
$x = 2 \qquad x = \sqrt{2}$

$\frac{35 \sin\beta}{2} =$

$7 \sin\alpha = h$

$R = \frac{abc}{4S} = \frac{2 \cdot 49 \cdot \sin^2\alpha}{4}$

Черновик

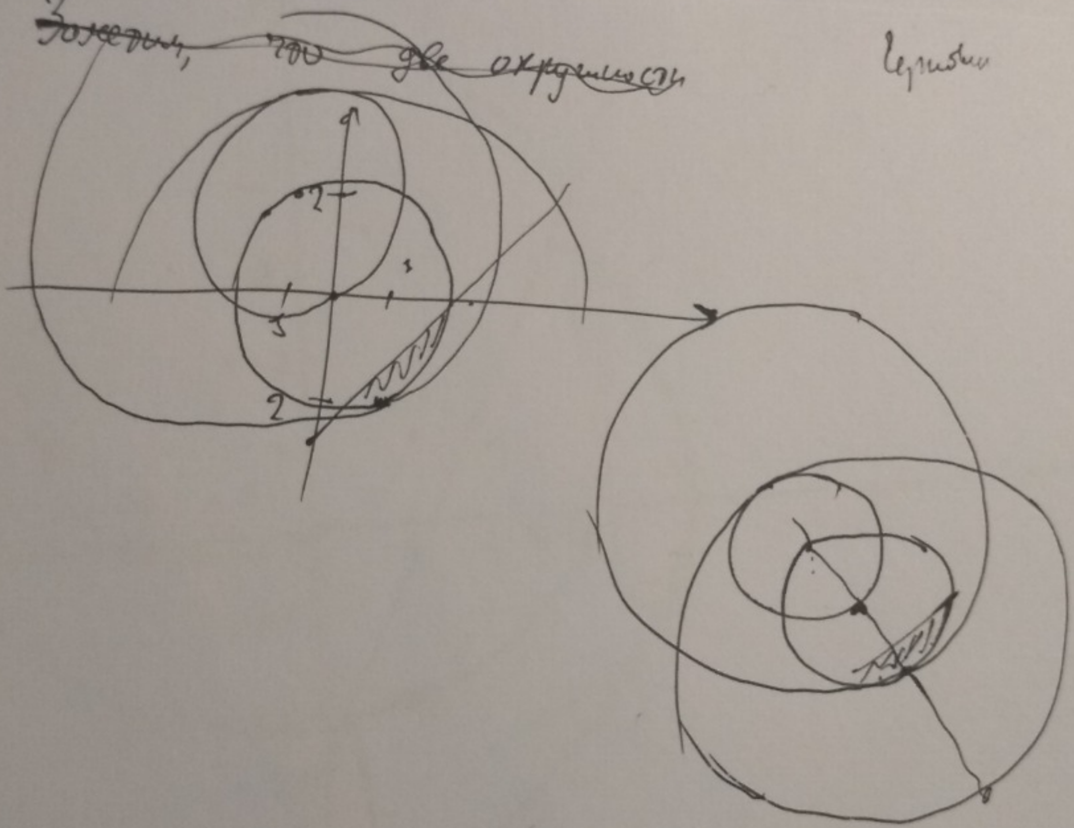


21104924 (U338127 M1299953)

Черновик

~~Заметим, что две окружности~~

Черновик



Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21104924**

ID профиля: **338127**

Вариант 18

Чистовик

11 класс. Вариант 18. Часть 2.

№5.

$\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)$, $\log_{6x-14}(x-1)^2$, $\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)$

~~З~~ Общие ограничения: $x > \frac{14}{6}$.

Заметим, что произведение этих чисел равно 4.

~~т.к.~~ ~~по~~ св-ву $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$ $\Rightarrow 2\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)\cdot 2\log_{6x-14}(x-1)\cdot \log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)=4$

Пусть первое число a, второе $-b$, третье c.

$abc = 4$

Пусть два какие-то числа равны и их значение $-t$, третье число тогда $t-1$.

$t\cdot t(t-1)=4$

$t^3-t^2-4=0$

$(t-2)(t^2+t+2)=0$

$\Downarrow$

$t=2$. Т.е. чтобы условие выполнялось необходимо, чтобы ~~одно~~ два из чисел были 2. ~~Най~~ Найдем значения x когда эти числа равны 2.

1) $2\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)=2$

$\frac{x}{3}+3=6x-14$

$x=3$

2) $2\log_{6x-14}(x-1)=2$

$6x-14=x-1$

$x=\frac{13}{5}$

3) $\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)=2$

$x^2-2x+1=\frac{x}{3}+3$

$\left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=-\frac{2}{3} \text{ не подходит по ОДЗ.} \end{array}\right.$

Единственный случай, когда числа совпадают это $x=3$. $\Rightarrow$

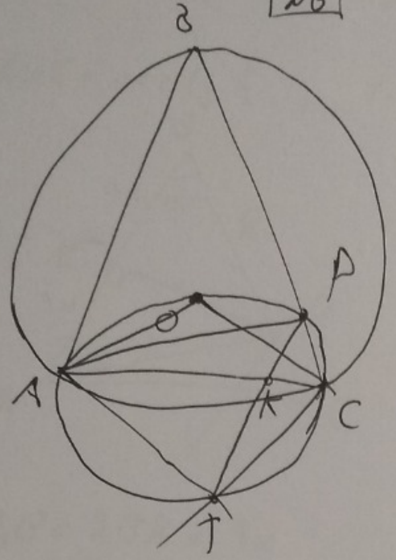
Ответ: $x=3$.

21104924 (U338127 M1299954)

Чистовик

11 Класс. Вариант 18. Часть 2

№6



Решение:

1) Пусть $\angle ABC = \alpha$, тогда $\angle AOC = 2\alpha$ (центральный и впис.)

2) $\angle APC = \angle AOC$ как вписанные.

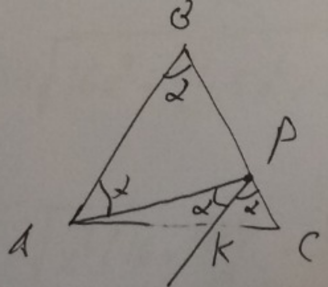
3) По св-ву кас. $\angle CAT = \frac{\overset{\smile}{AC}}{2} = \angle ABC = \angle ACT$. (по окр ω)

4) из $\triangle ATC$ $\angle ATC = 180 - 2\alpha$. заметим, что $\angle AOC + \angle ATC = 180^\circ \Rightarrow AOCT$ – вписанный, т.е точка "T" лежит на окружности вокруг $\triangle AOC$. тогда $\angle APT = \angle ACT = \alpha$ как вписанные.

$\angle TPC = 2\alpha - \angle APC = \alpha$.. т.е. PK - биссектриса $\angle APC$.

так же, заметим, что $PK \parallel AB$ т.к. $\angle TPC = \angle \alpha$. (соответственные углы.)

Перерисуем:



5) $\angle BAP = \angle APC - \angle ABC = \alpha \Rightarrow$ APB – р/б треуг.

6) т.к. высоты у $\triangle APK$ и $\triangle KPC$ из т. P одинаковы, то

$$\frac{AK}{KC} = \frac{S_{AKP}}{S_{KCP}} = \frac{6}{5}$$

по св-ву биссектрисы $\frac{AP}{PC} = \frac{AK}{KC} = \frac{6}{5} = \frac{BP}{PC}$

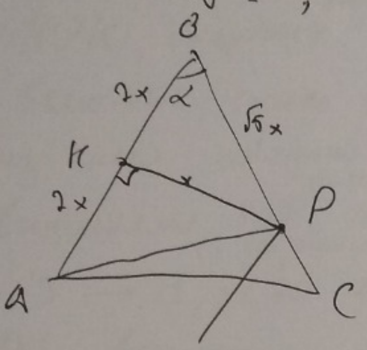
7) т.к. $\triangle KCP \sim \triangle ACB$ $\frac{S_{ABC}}{S_{KPC}} = \left(\frac{AC}{CK}\right)^2 = \left(1 + \frac{AK}{KC}\right)^2 = \left(\frac{11}{5}\right)^2 \Rightarrow S_{ABC} = \frac{121}{5}$

21104924 (U338127 M4299954)

"Чистовик"

11 класс. Вариант 18. Часть 2. 3

б) $\angle ABC = \operatorname{arctg}\frac{1}{2}$, т.к. $AP = BP$, то KP — высота, медиана..



Пусть $KB = 2x \Rightarrow KP = x$ (т.к. $\angle ABC = \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{2}\right)$)

$BP = \sqrt{5}x$

$PC = \frac{5}{6}BP = \frac{5\sqrt{5}}{6}x$

$\Downarrow$

$BC = \frac{11}{6}\cdot\sqrt{5}x$

$AB = 2BK = 4x.$

$S_{ABC} = \frac{AB\cdot BC}{2}\cdot\sin(\angle ABC) = \frac{4x\cdot\frac{11}{36}\sqrt{5}x}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{5}}$

$\frac{121}{5} = \frac{4}{3}x^2$

$x^2 = \frac{33}{5} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{33}}{\sqrt{5}}$

По т. косинусов $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2 - 2AB\cdot BC\cdot\frac{2}{\sqrt{5}}} =$

$= \sqrt{16x^2 + \frac{121}{36}\cdot 5\cdot x^2 - 2\cdot 4x\cdot\frac{11}{6}\cdot\sqrt{5}x\cdot\frac{2}{\sqrt{5}}} =$

$= \sqrt{x^2\left(16 + \frac{605}{36} - \frac{88}{3}\right)} =$

$= x\cdot\sqrt{\frac{125}{36}} = \frac{5x}{6}\cdot\sqrt{5} = \frac{5}{6}\cdot\frac{\sqrt{33}}{\sqrt{5}}\cdot\sqrt{5} = \frac{5}{6}\sqrt{33}$

Ответ: $S = \frac{121}{5}$

$AC = \frac{5}{6}\cdot\sqrt{33}$

Чистовик

11 Класс. Вариант 18. Часть 2.

$$\begin{cases} НОД(a, в, c) = 3 \cdot 5 \\ НОК(a, в, c) = 3^{15} \cdot 5^{16} \end{cases}$$

1) т.к. НОК включает только простые множители 3 и 5, то a, в, c тоже включают только простые множители 3 и 5.

2) Одно из чисел обязано иметь степень вхождения числа 3 равную 1 (и это минимальная степень), чтобы выполнялся НОД. Так же одно из чисел обязано иметь степень вхождения «3» → 15 (и это максимальная степень), чтобы выполнялся НОК. Третье число может иметь степень вхождения 3 от 1 до 15.

Рассчитаем кол-во вариантов распределения степеней 3 по a, в, c.

Пусть 3^1 и 3^{15} встречаются один раз, тогда кол-во вариантов:

$3 \cdot 2 \cdot 13 = 78$

Пусть 3 встречается два раза, тогда это наборы: $(3, 3, 3^{15})$
$(3, 3^{15}, 3)$
$(3^{15}, 3, 3)$

аналогично 3^{15} по 2 есть 3 набора.

всего: $78 + 3 + 3 = 84$ набора распределения степеней 3.

3) Аналогично рассчитаем кол-во наборов степеней $5^{ }$

$3 \cdot 2 \cdot 16 + 3 + 3 = 102$

4) Кол-во троек (a, в, c) есть (кол-во наборов 3) x (кол-во наборов 5)

$= 84 \cdot 102 = 8568$

Ответ: 8568

Проверочно

$\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)$, $\log_{6x-14}(x-1)^2$, $\log_{x-1}(\frac{x}{3}+3)$

$x > \frac{14}{6} = 2\frac{2}{6}$

$2\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)$, $2\log_{(6x-14)}(x-1)$, $\log_{x-1}(\frac{x}{3}+3)$

$x > 1$

$x \neq 2$

$\cancel{\frac{x}{3}+3 \neq -2}$

$\cancel{x \neq -6}$

a б c

$\boxed{abc = 4}$

$a = b \quad c = a+1$

$a^2(a+1) = 1$

$\boxed{a^3 - a^2 - 4 = 0}$

$\boxed{a = \pm 1}$

$1 - 1 - 1 \neq 0$

$-1 - 1 - 1 \neq 0$

$(a-2)^2(a+1) = 0$

$(a^2 - 4a + 4)(a+1)$

$a^3 - 4a^2 + 4a$

$a^3 - 2a^2 + a^2 - 4 = 0$

$a^2(a-2) + (a-2)(a+2)$

$27 - 2$

$a^3 - a^2 +$

	1	-1	0	-4
2	1	1	2	0

$(a-2)(a^2+a+2)$

$-\frac{2}{3} - 1 = -\frac{5}{3}$

$1 + 8 = 9$

$\frac{1 \pm 3}{2} = 2, -1$

$\boxed{a = 2}$

$2\log_{(6x-14)}(x-1) = 2$

$6x - 14 = x - 1$

$5x = 13$

$x = \frac{13}{5}$

$\frac{13}{5} \ngtr \frac{14}{6}$

$2\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14) = 1$

$\log_{x-1}(\frac{x}{3}+3) = 2$

$\frac{x}{3} + 3 = 6x - 14$

$(x-1)^2 = \frac{x}{3} + 3$

$17 = \frac{17}{3}x$

$\boxed{x = 3}$

$\boxed{x = 3}$

$x^2 - 2x + 1 = \frac{x}{3} + 3 \mid \cdot 3$

$\boxed{x = 3}$

$3x^2 - 6x = x + 6$

$x^2 - \frac{7}{3}x - 2 = 0$

$3x^2 - 7x - 6 = 0$

$\boxed{x_2 = -\frac{2}{3}}$

$x_1 = 3$

$x_2 =$

21104924 (U338127 M1299954)

Черновик

4. $\begin{cases} НОД(a, b, c) = 15 = 3 \cdot 5 \\ НОК(a, b, c) = 3^{15} \cdot 5^{18} \end{cases}$

$a = 15 \cdot k$ $\quad a = 3^{m_1} \cdot 5^{t_1} \cdot k_1$

$b = 15 \cdot t$ $\quad b = 3^{m_2} \cdot 5^{t_2} \cdot k_2$

$c = 15 \cdot m$ $\quad c = 3^{m_3} \cdot 5^{t_3} \cdot k_3$

$m_1 = 1$ $\quad m_1 \le 15$ $\quad t_1 \le 18$

$3^{15} \cdot 5^{18}$ $\quad m_2 \le 15$ $\quad t_2 \le 18$

$m_3 \le 15$ $\quad t_3 \le 18$

$m_i = 1$ $\quad t_k = 18$

$m_j = 15$ $\quad t_p = 1$

3 $\quad$ 5

3^{15} $\quad 5^{18}$

17 $\quad 3^{(0-15)}$ $\quad 5^{(0-18)}$

$\boxed{15}$

$a: 13 \cdot 17 \cdot 16$

$19 + 19 = 38$

$37 + 36 + 35 = 108$

$\boxed{17 \quad 17 \quad 51}$

$29 + 30 + 31 =$

$= \boxed{90} \cdot 108 =$

$= 9720$

$a = 3^1$ $\quad a = 3^1$

$b = 3^{15}$ $\quad b = 3^{(0-15)}$

$c = 3^{(0-15)}$ $\quad c = 3^{15}$

16 $\quad \boxed{31}$ $\quad (3; 3^{15}; 3^{15})$

$3^{15}, 3, 3$

$b = 3^1$ $\quad 30$ $\quad (3, 3, 3^{15})$

$c = 3^1$ $\quad 31$ $\quad (3, 3^{15}, 3)$

$\boxed{29}$ $\quad (3^{15}, 3, 3)$

21104924 (U338127 M1299954)

[illegible]

$a = 3^m 5^k$

$\boxed{3}$

3^{15}

$3^{(1 \to 15)}$

3

$3^{1 \to 14}$

3^{15}

$29 + 28 + 27 =$

$= 60 + 24 = 84$

$15 + 14 = 29$

$= 28$

3^{15}

3

$3^{1 \to 15}$

15

$3^{2 \to 14}$

3

3^{15}

$13 = 28$

$6 \cdot 13 =$

$= \boxed{78}$

$3^{2 \to 14}$

33

33

3 3

3^{15}

$3^{2 \to 15}$

3

$3^{2 \to 14}$

3^{15}

3

$3 \cdot 2 \cdot 13$

$14 + 13 = 27$

$3 \quad 3^{15} \quad 3^{15}$

3

3^{15}

$3m =$

3

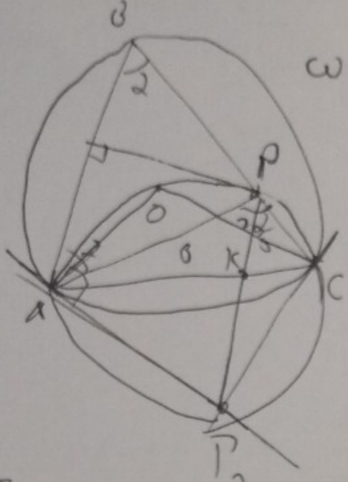
a

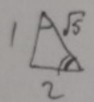
$b = 3^{15}$

21104924 (U338127 M1299954)

Черновик

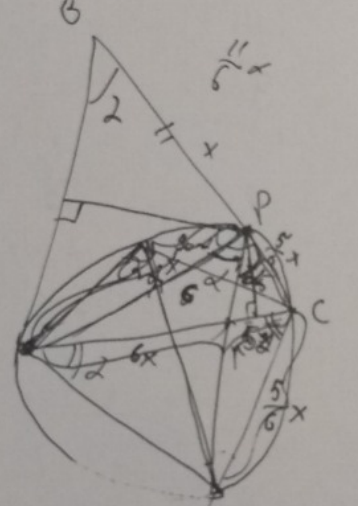
$\boxed{1-6}$





2

$\frac{1}{\sqrt5}$

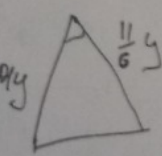


$\cancel{4y\cdot\frac{11}{6}\cdot 8y\cdot\frac{1}{\sqrt5}}=\frac{121}{5}$

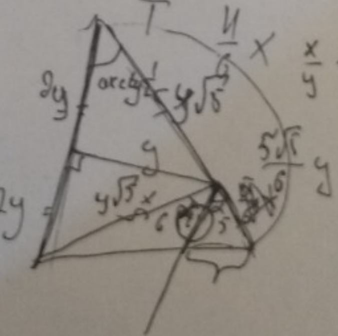
4 3 2 11

$y^2\cdot\frac{44}{3}=\frac{121}{5}$

$y^2=\frac{33}{20}$



$\frac{121}{25}\cdot 5=\boxed{\frac{121}{5}}$

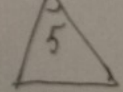


$\frac{x}{y}=\frac{\frac{5}{6}\cdot\frac{11}{6}}{\frac{5}{6}}=\frac{11}{5}\cdot 5=\boxed{11}$

$16y^2+\frac{121}{36}$

$$\begin{array}{r} 36\\ \times 16\\ \hline 216\\ +36\\ \hline 576\\ +608\\ \hline 1181\\ -1056\\ \hline 125 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 88\\ \times 12\\ \hline 176\\ +88\\ \hline 1056 \end{array}$$



~~Чистовик~~ Черновик

11 класс. Вариант 18. Часть 2.

$$\begin{cases} НОД(a, b, c) = 15 = 3\cdot 5 \\ НОК(a; b; c) = 3^{15}\cdot 5^{18} \end{cases}$$

1) т.к. $НОК(a; b; c)$ включает только простые множители 3 и 5, то a, b, c тоже включают только простые множители 3 и 5.

2) одно из чисел обязано иметь степень вхождения числа 3 равную 1, чтобы выполнялся НОД. Так же одно из чисел обязано иметь степень вхождения "3" — 15, чтобы выполнялся НОК. Третье число ~~может~~ ~~право~~ может иметь степень вхождения 3 от 1 до 15.

Рассчитаем кол-во вариантов распределения степеней 3:

~~Пусть a ~~имеет~~ $a = 3k$, $b = 3^{15}l$, тогда $c = 3^m f$, где $1 \le m \le 15$~~

~~Пусть $a = 3k$, $c = 3^{15}f$ => $b = 3^m l$, где $1 \le m \le 14$, т.к. тройка $3; 3^{15}; 3^{15}$ — посчитана.~~

~~Пусть $b = 3k$, $a = 3^{15}f$ <=> $a = 3^m l$, где ~~$1 \le m \le 15$~~~~

~~Пусть $b = 3k$, $c = 3^{15}f$ => $a = 3^m l$, где $2 \le m \le 14$, т.к. $(3, 3, 3^{15})$, $(3^{15}, 3, 3^{15})$ посчитаны.~~

~~Пусть $c = 3k$, $a = 3^{15}f$ => $b = 3^m f$, где $\le m$~~

Пусть 3^1, 3^{15} встречаются один раз, тогда кол-во вариантов: $3\cdot 2\cdot 13 = 78$

Пусть 3 встречается два раза, тогда это набор: $(3, 3, 3^{15})$ или $(3, 3^{15}, 3)$ или $(3^{15}, 3, 3)$

аналогично 3^{15} (два раза) тоже 3 набора

Всего: $78 + 3 + 3 = 84$ набора распределения степеней 3.

Черновик

3) Аналогично рассчитаем кол-во наборов степеней "5".

$$3 \cdot 2 \cdot 16 + 3 + 3 = 96 + 6 = 102.$$

4) Кол-во троек (a, b, c) есть (кол-во наборов 3) $\times$ (кол-во наборов 5)
т.к. на каждый набор троек есть 102 наборов на 5.

$$= 84 \cdot 102 = 8400 + 168 = 8568$$

~~Ответ: 8568~~.