Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21104658**

ID профиля: **154594**

Вариант 18

Чистовик. Вариант 18

Пусть d - разность прогрессии, тогда

① $S = \frac{a_1 + a_7}{2} \cdot 7 = \frac{(2a_1 + 6d)7}{2} = (a_1 + 3d) \cdot 7 = 7a_1 + 21d$

$$\begin{cases} a_7 \cdot a_{12} > S + 20 \\ a_9 \cdot a_{10} < S + 44 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a_1 + 6d)(a_1 + 11d) > 7a_1 + 21d + 20 \\ (a_1 + 8d)(a_1 + 9d) < 7a_1 + 21d + 44 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 17a_1 d + 66d^2 > 7a_1 + 21d + 20 & | \cdot (-1) \\ a_1^2 + 17a_1 d + 72d^2 < 7a_1 + 21d + 44 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 17a_1 d + 72d^2 < 7a_1 + 21d + 44 \\ -a_1^2 - 17a_1 d - 66d^2 < -7a_1 - 21d - 20 \end{cases}$$

Сложим полученные нер-ва:

$6d^2 < 24$

$d^2 < 4 \Rightarrow d \in (-2; 2)$

d - разность между соседними членами возрастающей арифметической прогрессии, состоящей из целых чисел

Значит d - целое, $d > 0$ (разность между целыми числами) $\Rightarrow \boxed{d = 1}$

Тогда $\begin{cases} a_1^2 + 17a_1 + 66 > 7a_1 + 21 + 20 \\ a_1^2 + 17a_1 + 72 < 7a_1 + 21 + 44 \end{cases}$

$$\begin{cases} a_1^2 + 10a_1 + 25 > 0 & (1) \\ a_1^2 + 10a_1 + 7 < 0 \end{cases}$$

(1) $(a_1 + 5)^2 > 0 \Rightarrow \boxed{a_1 \neq -5}$

1

Чистовик.

2

(2) $a_1^2 + 10a_1 + 7 < 0$

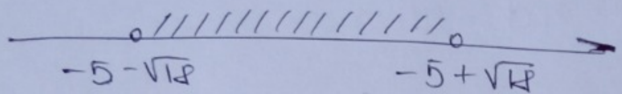
$a = -5 \pm \sqrt{25-7} \Rightarrow a = -5 \pm \sqrt{18}$

$(a_1 + 5 + \sqrt{18})(a_1 + 5 - \sqrt{18}) < 0$

$16 < 18 < 25$

$\sqrt{16} < \sqrt{18} < \sqrt{25}$

$4 < \sqrt{18} < 5$



$-5 < -\sqrt{18} < -4$

$-10 < -5-\sqrt{18} < -9$

$-1 < -5+\sqrt{18} < 0$

Выпишем все целые значение a_1, входящие в промежуток $(-5-\sqrt{18}; -5+\sqrt{18})$: $-9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1$

Но из (1) $a_1 \neq -5$. Значит всевозможные значение a_1: $-9, -8, -7, -6, -4, -3, -2, -1$

Ответ: $-9, -8, -7, -6, -4, -3, -2, -1$.

чистовик. ③

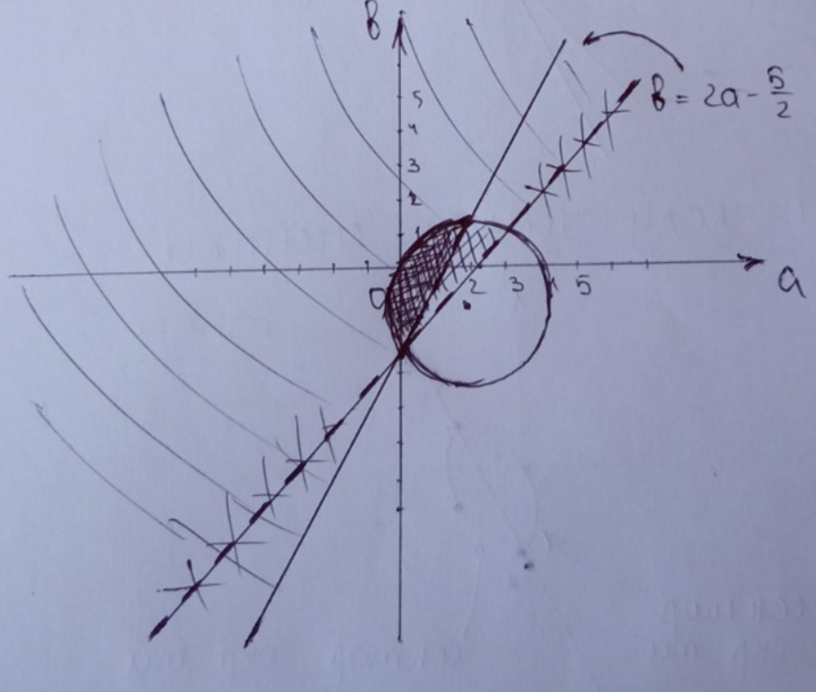
$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 5 \\ a^2+b^2 \le \min(4a-2b, 5) \end{cases}$$

Рассмотрим 2 случая:

1) $\begin{cases} 4a-2b<5 \\ a^2+b^2 \le 4a-2b \end{cases}$

$$\begin{cases} 2b > 4a-5 \\ (a^2-4a+4)-4+(b^2+2b+1)-1 \le 0 \end{cases}$$

$\begin{cases} b > 2a-\frac{5}{2} \\ (a-2)^2+(b+1)^2 \le 5 \end{cases}$ ← полуплоскость, все точки которой лежат выше прямой $b=2a-\frac{5}{2}$ ← множество всех точек, лежащих внутри и на окружности с центром в точке $(2;-1)$ и радиусом $\sqrt{5}$



Будем делать построение в плоскости $(a;b)$

21104658 (U154594 M1303618)

Чистовик

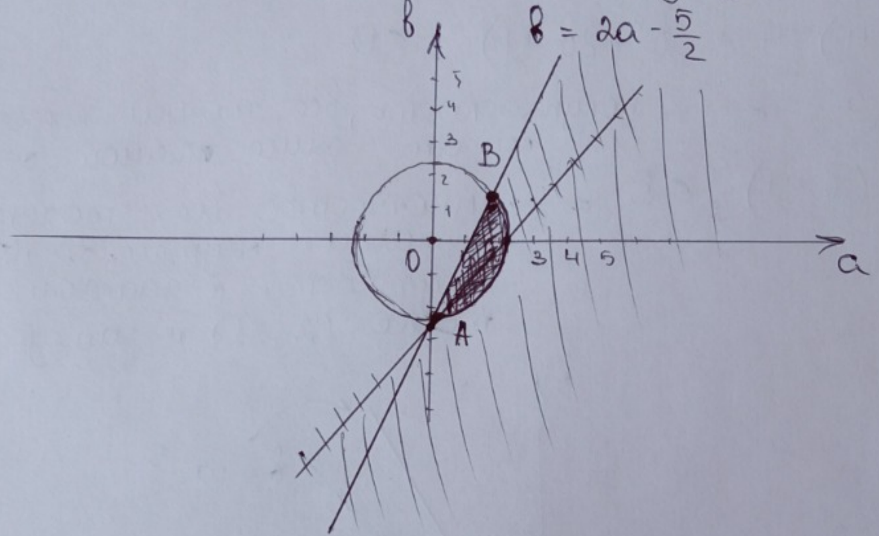
4

2) $\begin{cases} 4a - 2b \geq 5 \\ a^2 + b^2 \leq 5 \end{cases}$ $\quad |:2$ (наименьшее из двух чисел $4a-2b$ и 5 будет равно 5)

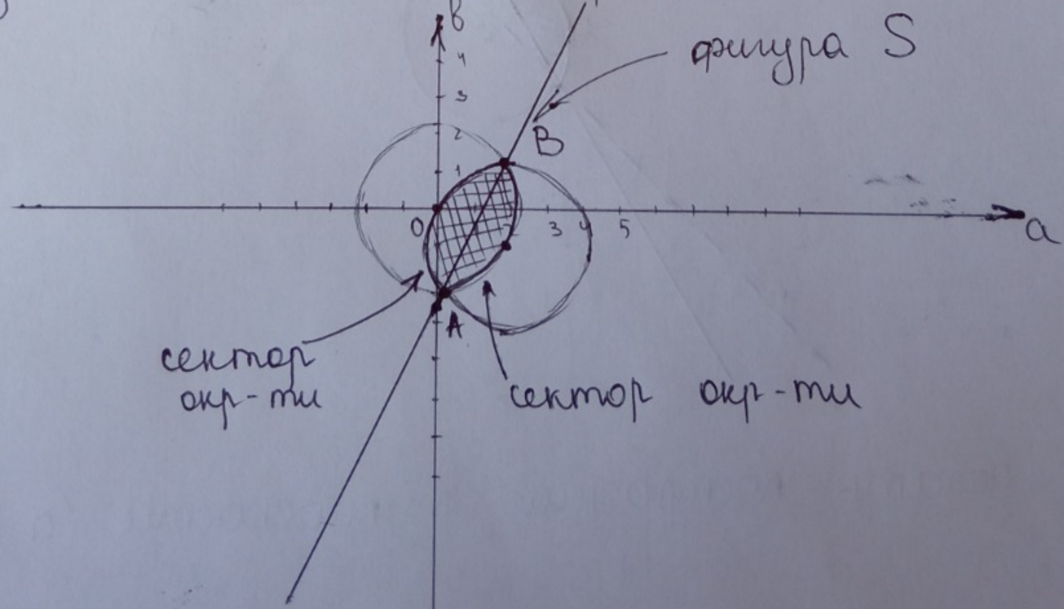
$\begin{cases} b \leq 2a - \frac{5}{2} \\ a^2 + b^2 \leq 5 \end{cases}$

← полуплоскость, все точки которой принадлежат прямой $b = 2a - \frac{5}{2}$ или лежат ниже нее

← множество точек, лежащих внутри или на окружности с центром в точке $(0;0)$ и радиусом $\sqrt{5}$



Объединим полученные рисунки:



Картинка симметрична относительно прямой $b = 2a - \frac{5}{2}$. Докажем это.

Чистовик (5)

Пусть $b = ka + m$ – прямая, на которой лежат оба центра двух окружностей, $(0;0)$ и $(2;-1)$

Тогда $\begin{cases} 0 = 0k + m \Rightarrow m = 0 \\ -1 = 2k + m \Rightarrow k = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow b = -\frac{1}{2}a \left(k_1 = -\frac{1}{2}\right)$

У прямой $b = 2a - \frac{5}{2}$ коэф. $k_2 = 2$: $k_1 \cdot k_2 = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot 2 = -1$

Значит эти прямые перпендикулярны $\Rightarrow$

$\Rightarrow b = 2a - \frac{5}{2}$ – общая секущая двух окружностей $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ т.к. их радиусы равны эта прямая делит отрезок, соединяющий их центры пополам $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ картинка симметрична.

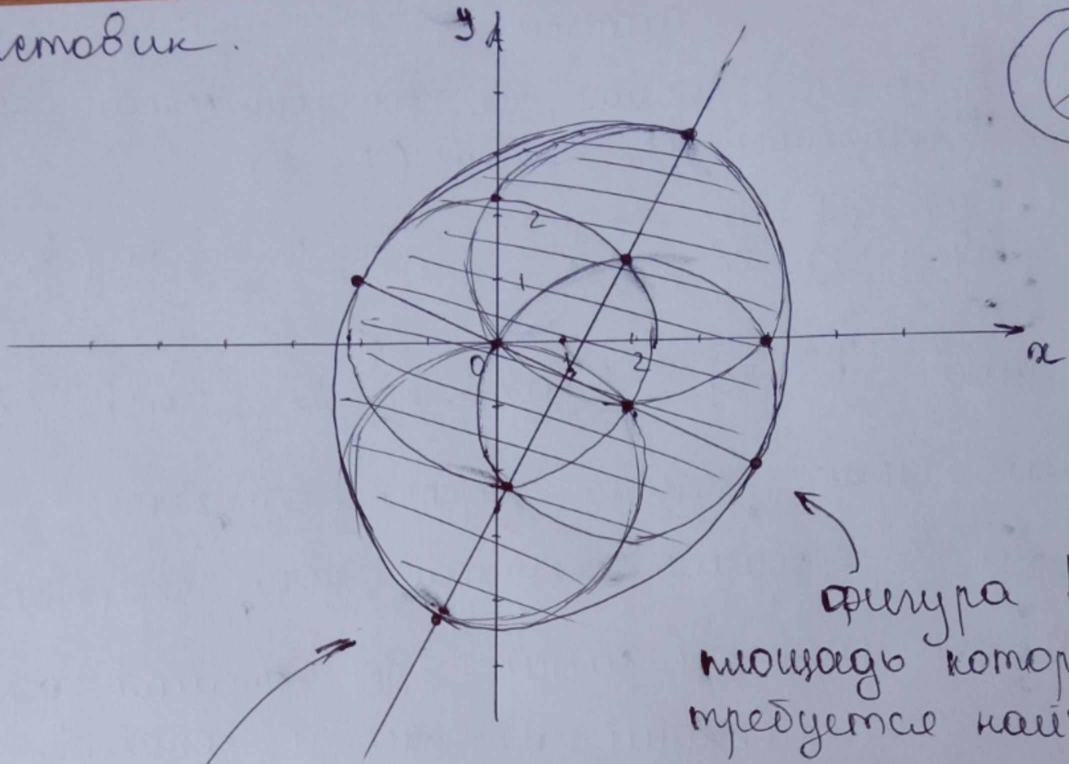
Полученная фигура S – множество точек, которые могут являться центром окружности $(x-a)^2 + (y-b)^2 = 5$ (центр в точке $(a;b)$).

Построим фигуру M в плоскости $(x;y)$, состоящую из всех точек (x,y) таких, что сущ-ет пара вещественных чисел ~~b~~ a, b таких, что выполняется исходная система.

21104658 (U154594 M1303618)

Чистовик.

6

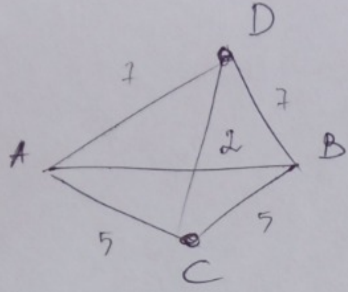


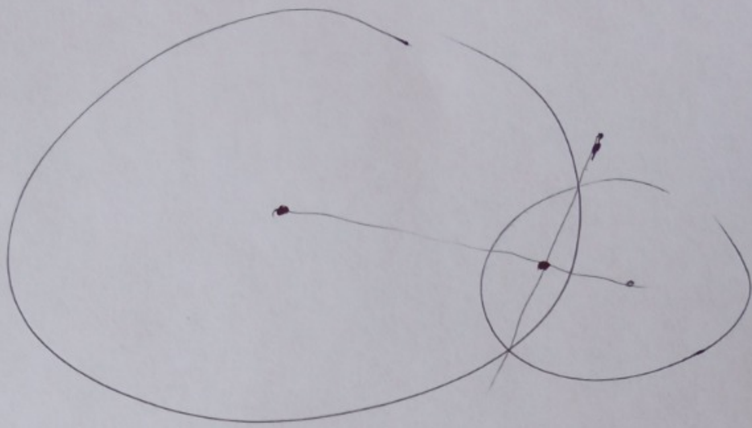
фигура M,
площадь которой
требуется найти

2 сектора окр-ти с радиусом $2\sqrt{5}$

21104658 (U154594 M1303618)

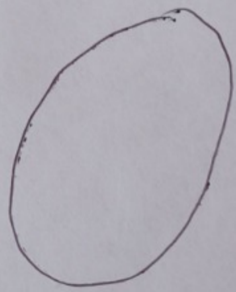
Черновик

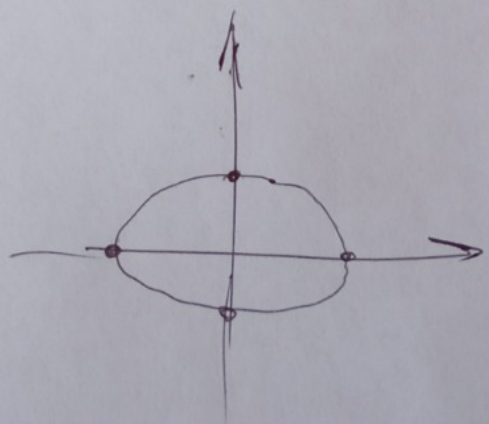




$$y = 2x - \frac{5}{2}$$

x	0	$\frac{5}{4}$
y	$-\frac{5}{2}$	0





Черновик

$-6 \cdot 7$

$a_1 = -9$

$a_7 = -3$ $a_9 = -1$

$a_{12} = 2$ $a_{10} = 0$

$-6 > -22$

$0 < 2$

$a_1 = -1$

$a_7 = 5$ $a_9 = 7$

$a_{12} = 10$ $a_{10} = 8$

$50 > 34$

$56 < 58$

$\begin{cases} b = 2a - \frac{5}{2} \\ a^2 + b^2 = 5 \end{cases}$

$a^2 + 4a^2 - 10a + \frac{25}{4} = 5$

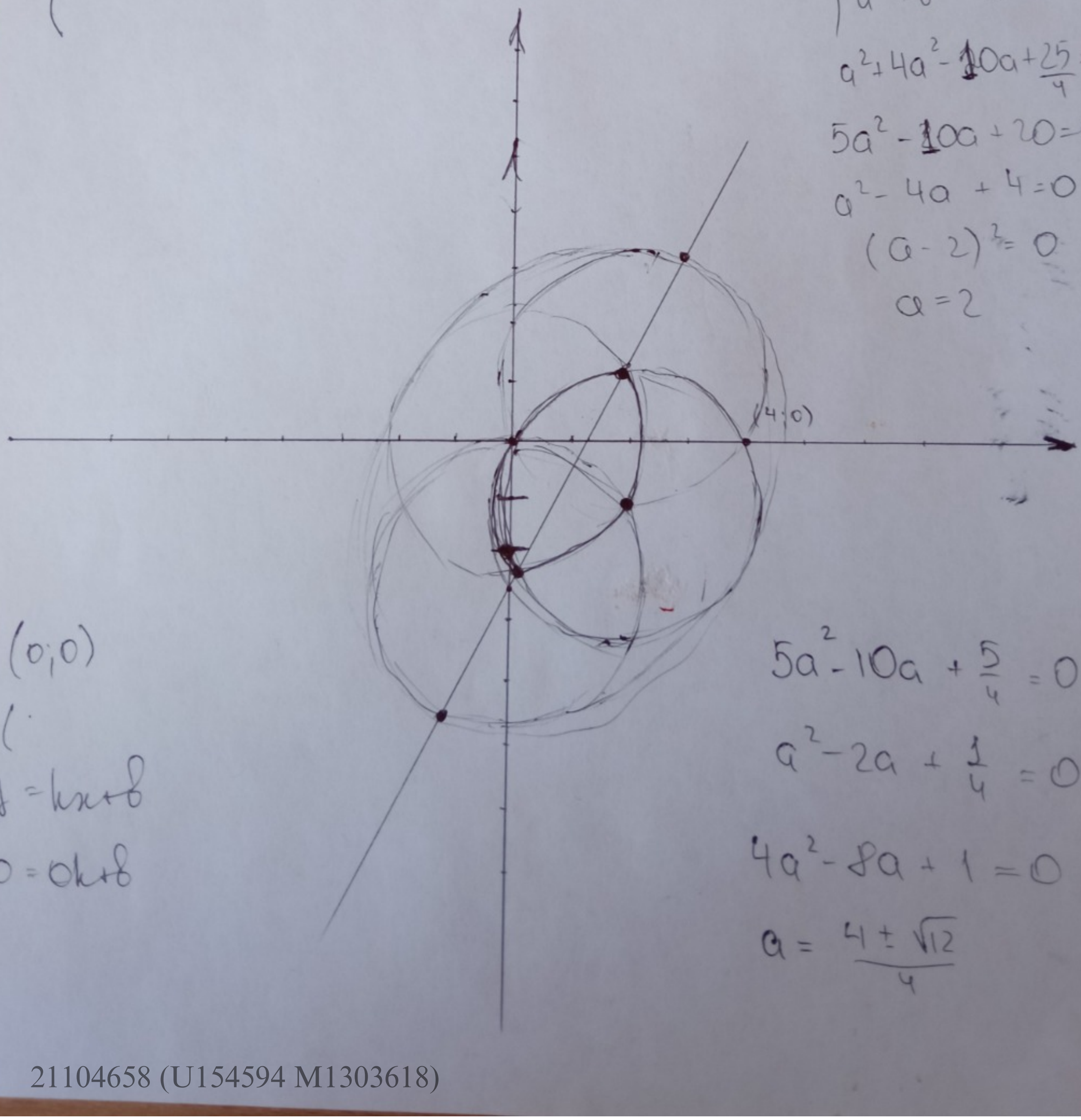
$5a^2 - 10a + 20 = 0$

$a^2 - 4a + 4 = 0$

$(a-2)^2 = 0$

$a = 2$

(



$(0;0)$

(

$y = kx + b$

$0 = 0k + b$

$5a^2 - 10a + \frac{5}{4} = 0$

$a^2 - 2a + \frac{1}{4} = 0$

$4a^2 - 8a + 1 = 0$

$a = \frac{4 \pm \sqrt{12}}{4}$

21104658 (U154594 M1303618)

Черновик

① $a_7 \cdot a_{12} > \frac{a_1 + a_7}{2} \cdot 7 + 20$ $\quad a_1 - ?$

$a_9 \cdot a_{10} < \frac{a_1 + a_7}{2} \cdot 7 + 44$ $\quad d$ - целое

$(a_1 + 6d)(a_1 + 11d) > (a_1 + 3d)7 + 20$

$(a_1 + 8d)(a_1 + 9d) < (a_1 + 3d)7 + 44$

$\cdot\ a_1^2 + 17a_1 d + 66d^2 > 7a_1 + 21d + 20$

$\begin{cases} a_1^2 + 17a_1 d + 72d^2 < 7a_1 + 21d + 44 \\ -a_1^2 - 17a_1 d - 66d^2 < -7a_1 - 21d - 20 \end{cases}$

$6d^2 < 24$

$d^2 < 4 \quad d \in (-2; 2)$

d может пр $-1; 0; 1 \Rightarrow d - 1$

$\begin{cases} a_1^2 + 17a_1 + 66 > 7a_1 + 41 & (1) \\ a_1^2 + 17a_1 + 72 < 7a_1 + 65 & (2) \end{cases}$

(1) $a_1^2 + 10a_1 + 25 > 0$

$(a + 5)^2 > 0 \quad a \neq -5$

-5

$4 < \sqrt{18} < 5$

(2) $a_1^2 + 10a_1 + 7 < 0$

$-5 < -\sqrt{18} < -4$

$a = -5 \pm \sqrt{18}$ $\quad a_1 = -5 - \sqrt{18}$

$a_2 = -5 + \sqrt{18}$

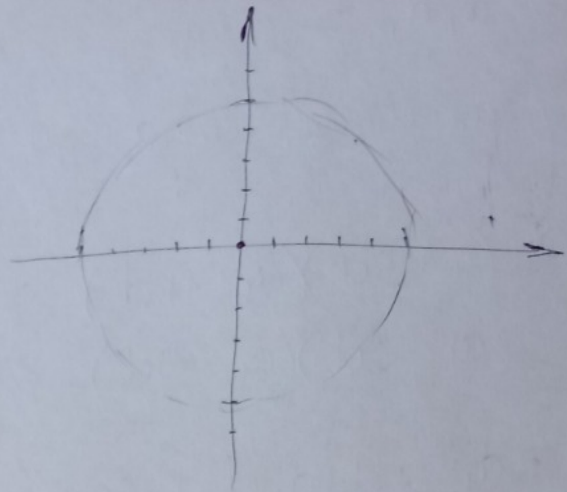
$\begin{cases} -10 < -5 - \sqrt{18} < -9 \\ -1 < -5 + \sqrt{18} < 0 \end{cases}$

нельзя

$-5 - \sqrt{18}$ $\quad -5 + \sqrt{18}$ $\quad \Rightarrow -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -$

Черновик

③ $\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 5 \\ a^2+b^2 \le \min(2(2a-b),5) \end{cases}$



2 случая:

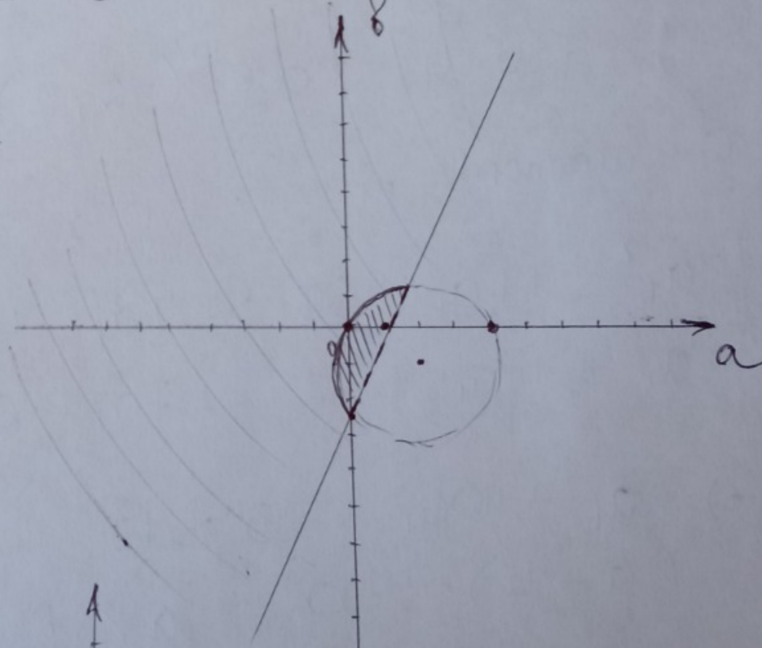
1) $\begin{cases} 2(2a-b) < 5 \\ a^2+b^2 \le 2(2a-b) \end{cases}$

$\begin{cases} 2a-b < \frac{5}{2} \\ a^2+b^2-4a+2b \le 0 \end{cases}$

$(a-2)^2-4+(b+1)^2-1 \le 0$

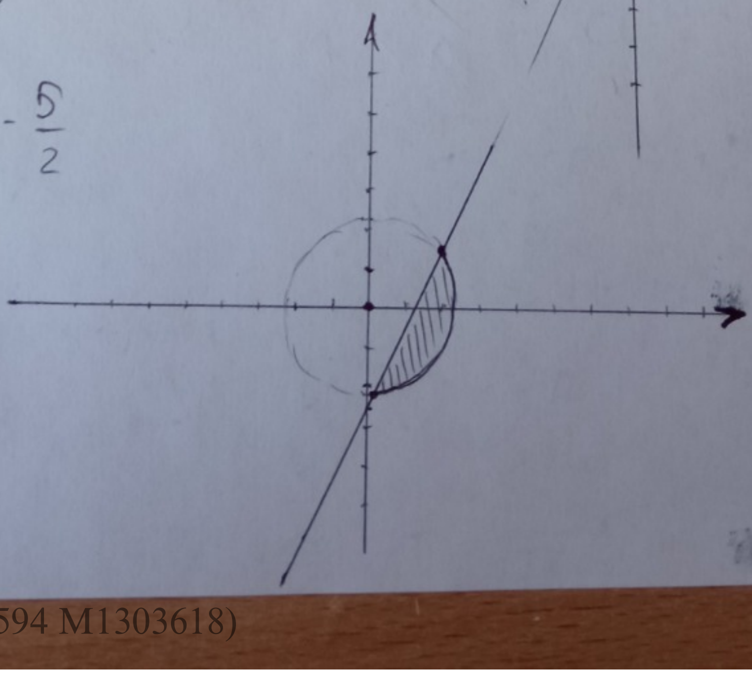
$\begin{cases} (a-2)^2+(b+1)^2 \le 5 \\ 2a-b < \frac{5}{2} \quad b > 2a-\frac{5}{2} \end{cases}$

$(a-x)^2+(b-y)^2 \le 5$



2) $\begin{cases} 2(2a-b) \ge 5 \\ a^2+b^2 \le 5 \end{cases}$

$\begin{cases} b \le 2a-\frac{5}{2} \\ a^2+b^2 \le 5 \end{cases}$



21104658 (U154594 M1303618)

Черновик

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 5\\ a^2+b^2\le \min(4a-2b,\ 5)\end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$a^2+b^2\le \min(4a-2b,\ 5)$$

$(1;1)$ $\quad 2\le \min(2,\ 5)$

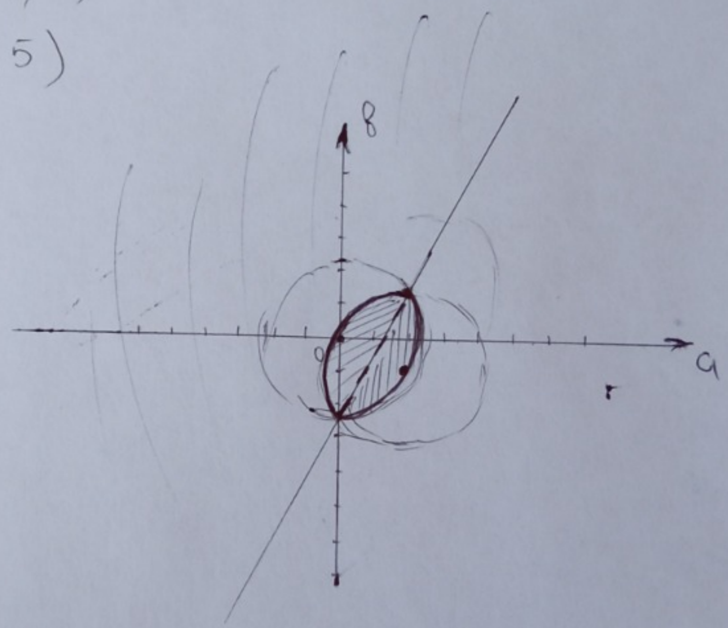
$(2;1)$ $\quad 5\le \min(8-2,\ 5)$

$\cancel{(2;2)}$ $\quad 8\le \min(\cancel{8-4},\ 5)$

$\cancel{(-1;1)}$ $\quad 2\le \min(-2,\ 5)$

1) $\begin{cases}4a-2b<5\\ a^2+b^2\le 4a-2b\end{cases}$

$\begin{cases}b>2a-\dfrac{5}{2}\\ (a-2)^2+(b+1)^2\le 5\end{cases}$



2) $\begin{cases}4a-2b\ge 5\\ a^2+b^2\le 5\end{cases}$

$a=0 \quad (b+1)^2\le 1$

$(a-2)^2\le 4$

$-2\le a-2\le 2$

$0\le a\le 4$

$a=0 \quad (b+1)^2\le 1$

$b+1$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21104658**

ID профиля: **154594**

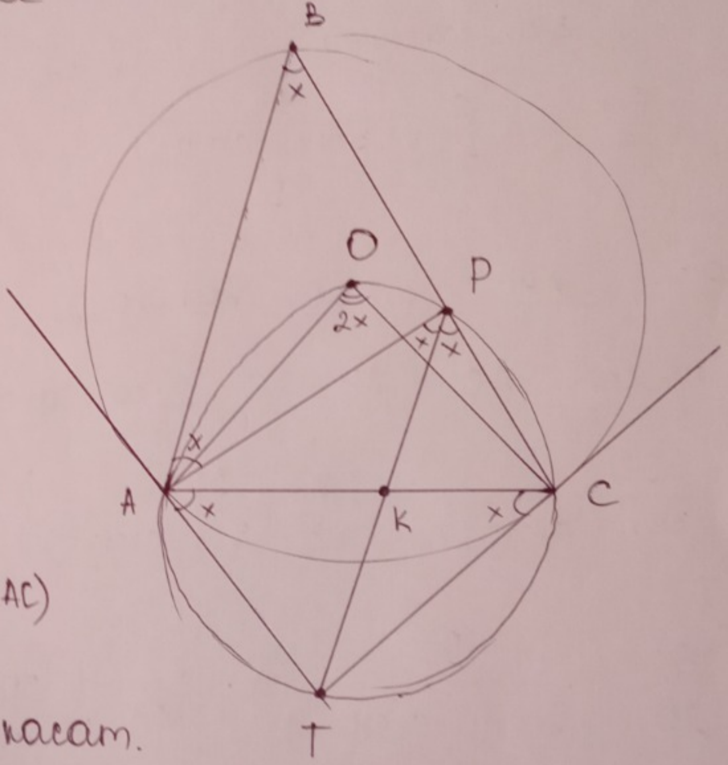
Вариант 18

⑥ Дано: $\triangle ABC$ впис. в окр. ω; с центром в т. O

окр., опис. около $\triangle AOC$ пересек. BC в т. P;
касат. к ω, пров. через т. A и C, пересек. в т. T;
$TP \cap AC = K$, $S_{APK} = 6$, $S_{CPK} = 5$

а) Найти: S_{ABC}

Решение:



1) Докажем, что т. $T \in$ окр., опис. около $\triangle AOC$.

Пусть $\angle ABC = x$, тогда $\angle AOC = 2x$, (как центральный и вписанный углы, опирающиеся на $\smile AC$)

1.1) $\angle TAC = \angle ABC = x$ (как угол между касат. и секущей, отсекающей $\smile AC$) Аналогично $\angle TCA = \angle ABC = x$.

1.2) $\triangle TAC$: $\angle ATC = 180° - \angle TAC - \angle TCA = 180° - 2x$

$AOCT$ – 4хугольник: $\angle AOC + \angle ATC = 2x + 180° - 2x = 180°$

Значит $AOCT$ – впис. 4хуг-к $\Rightarrow T \in$ окр., опис. около $\triangle AOC$

2) $\angle AOC = \angle APC = 2x$ (как впис. углы, опир. на $\smile ACT$)

$\angle TAC = \angle TPC = x$ (как впис. углы, опир. на $\smile TC$)

Значит $\angle APK = \angle KPC = x$

Чистовик

3) $S_{APK} = \frac{1}{2} \cdot \sin\angle APK \cdot AP \cdot PK$
$S_{CPK} = \frac{1}{2} \cdot \sin\angle KPC \cdot PC \cdot PK$
$\Rightarrow \frac{S_{APK}}{S_{CPK}} = \frac{\sin\angle APK \cdot AP}{\sin\angle KPC \cdot PC} = \frac{6}{5}$

Но $\sin\angle APK = \sin\angle KPC$, т.к. $\angle APK = \angle KPC = x \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{AP}{PC} = \frac{6}{5}$

4) $\triangle ABP$: $\angle APC$ - внешний для $\triangle ABP \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle APC = \angle ABP + \angle BAP$

Но $\angle APC = 2x$, $\angle ABP = x \Rightarrow \angle BAP = 2x - x = x$

$\angle ABP = \angle BAP = x \Rightarrow \triangle ABP$ - р/б $\Rightarrow AP = BP$

$\left(\frac{AP}{PC} = \frac{BP}{PC} = \frac{6}{5}\right)$

5) $\angle ABC = \angle KPC = x$ - накрест лежащие углы при прямых AB и PK и секущей $BC \Rightarrow AB \parallel PK \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle CPK \sim \triangle ABC$ (прямая, парал. стороне $\triangle$ отсекает от него подобный $\triangle$)

6) $\triangle CPK \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{CP}{CB} = k$

Пусть $CP = a$, $\frac{BP}{CP} = \frac{6}{5} \Rightarrow BP = \frac{6a}{5} \Rightarrow BC = \frac{11a}{5}$

$\frac{CP}{CB} = \frac{a}{\frac{11a}{5}} = \frac{5}{11} = k$; $\frac{S_{CPK}}{S_{ABC}} = k^2 = \frac{25}{121}$

$S_{ABC} = \frac{S_{CPK} \cdot 121}{25} = \frac{5 \cdot 121}{25} = \frac{121}{5} = \boxed{24,2}$

2

21104658 (U154594 M1303619)

Чистовик.

б) Пусть известно, что $\angle ABC = \operatorname{arctg}\frac{1}{2}$. Найти: AC

3

1) $S_{APC} = \frac{1}{2}\cdot \sin\angle APC \cdot AP \cdot PC = 5+6 = 11$ $(\angle APC = 2\angle ABC)$

$\sin\left(2\operatorname{arctg}\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{6a}{5}\cdot a = 22 \Rightarrow 6\sin\left(2\operatorname{arctg}\frac{1}{2}\right)a^2 = 110$

$a = \sqrt{\frac{55}{3\sin\left(2\operatorname{arctg}\frac{1}{2}\right)}} = CP$

$AP = \frac{6a}{5} = \frac{6\sqrt{\frac{55}{3\sin\left(2\operatorname{arctg}\frac{1}{2}\right)}}}{5}$

2) ΔAPC: $\angle APC = 2\angle ABC = 2\operatorname{arctg}\frac{1}{2}$

по т. cos $AC^2 = AP^2 + PC^2 - 2\cdot\cos\left(2\operatorname{arctg}\frac{1}{2}\right)\cdot AP\cdot PC$

$AC^2 = \frac{55}{3\sin\left(2\operatorname{arctg}\frac{1}{2}\right)} + \frac{36}{25}\left(\frac{55}{3\sin\left(\operatorname{arctg}\frac{1}{2}\right)}\right) - 2\cos\left(2\operatorname{arctg}\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{\cancel{6}^{\,2}}{\cancel{5}}\cdot\frac{\cancel{55}^{\,11}}{\cancel{3}_{1}\sin\left(2\operatorname{arctg}\frac{1}{2}\right)}$

$AC^2 = \frac{61}{\cancel{25}_{5}}\left(\frac{\cancel{55}^{\,11}}{3\sin\left(2\operatorname{arctg}\frac{1}{2}\right)}\right) - \frac{4\cos\left(2\operatorname{arctg}\frac{1}{2}\right)}{\sin\left(2\operatorname{arctg}\frac{1}{2}\right)}$

$AC^{\cancel{2}} = \sqrt{\frac{671}{15}\cdot\frac{1}{\sin\left(2\operatorname{arctg}\frac{1}{2}\right)} - 4\operatorname{ctg}\left(2\operatorname{arctg}\frac{1}{2}\right)}$

$S_{ABC} =$

Ответ: а) $= 24{,}2$

б) $AC = \sqrt{\frac{671}{15}\cdot\frac{1}{\sin\left(2\operatorname{arctg}\frac{1}{2}\right)} - 4\operatorname{ctg}\left(2\operatorname{arctg}\frac{1}{2}\right)}$

Чистовик . Вар. 18 .

4

④ $(a;b;c)$ $a,b,c \in N$

$\begin{cases} \text{НОД}(a;b;c) = 15 \\ \text{НОК}(a;b;c) = 3^{15} \cdot 5^{18} \end{cases}$

НОД$(a;b;c) = 15$ $\Rightarrow$ $a \vdots 15$, $b \vdots 15$, $c \vdots 15$

Пусть $a = 15k$, $b = 15m$, $c = 15n$.

НОД$(k;m;n) = 1$, т.к. при НОД$(k;m;n) \geq 2$
НОД$(a;b;c) \geq 30 \Rightarrow$
$\Rightarrow$ противоречие

Значит числа k,m,n - попарно взаимно простые

НОК$(a;b;c) = 3^{15} \cdot 5^{18}$

НОК$(15k; 15m; 15n) = 15 \cdot 3^{14} \cdot 5^{17}$

Отсюда НОК$(k;m;n) = 3^{14} \cdot 5^{17}$

Но числа k,m,n - попарно взаимно простые $\Rightarrow$

~~какое-то из них кратно 3 (следовательно равно 3^{14})~~
~~какое-то из них кратно 5 (и равно 5^{17})~~
~~Значит оставшееся число равно 1.~~
~~У нас есть 3 числа a,b,c: $15 \cdot 3^{14}$, $15 \cdot 5^{17}$, 15.~~

~~Тогда кол-во троек (a,b,c) равно кол-ву перестановок этих трех чисел, и равно $3! = 6$~~

~~Ответ: 6 троек.~~

15·16 троек

~~1) $k=1$, $m \neq 1$, $n \neq 1$~~

~~$m=1$, $k \neq 1$, $n \neq 1$ 15·16 троек~~

~~$n=1$, $m \neq 1$, $k \neq 1$ 15·16 троек~~

~~$k=1$, $m=1$, $n = 3^{14} \cdot 5^{17}$~~

~~$k=1$, $n=1$, $m = 3^{14} \cdot 5^{17}$~~

~~$m=1$, $n=1$, $k = 3^{14} \cdot 5^{17}$~~

21104658 (U154594 M1303619)

чистовик (5)

Пусть $a = \log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)$

$b = \log_{6x-14}(x-1)^2$

$c = \log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)$

$\boxed{\text{ОДЗ:}}$ $\begin{cases} \frac{x}{3}+3>0 \\ \sqrt{\frac{x}{3}+3} \neq 1 \\ 6x-14>0 \\ 6x-14 \neq 1 \\ x-1>0 \\ x-1 \neq 1 \end{cases}$

1) Пусть $a = b$, $c = a-1$

Заметим, что

$$abc = 2\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14) \cdot 2\log_{6x-14}(x-1) \cdot \log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right) =$$

$$= 4\log_{\frac{x}{3}+3}(x-1) \cdot \log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right) = 4$$

А также $a \neq 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0$ т.к. $\begin{cases} 6x-14 \neq 1 \\ (x-1)^2 \neq 1 \\ \frac{x}{3}+3 \neq 1 \end{cases}$

Тогда $ab = \frac{4}{c} \Rightarrow \begin{cases} a^2 = \frac{4}{c} \\ c = a-1 \end{cases}$

$a^2 = \frac{4}{a-1}$ $\quad | \cdot (a-1) \neq 0$
$a \neq 1$

$a^3 - a^2 - 4 = 0$

$a = 2$ – корень ур-я

$$\begin{array}{l|l} a^3 - a^2 + 0a - 4 & a-2 \\ \hline a^3 - 2a^2 & a^2 + a + 2 \\ \quad a^2 + 0a & \\ \quad a^2 - 2a & \\ \quad\quad 2a - 4 & \end{array}$$

$(a-2)(a^2+a+2) = 0$

$a^2 + a + 2 = 0$

$D = 1 - 8 < 0$ Значит $a = b = 2$, $c = 1$.

21104658 (U154594 M1303619)

Чистовик.

6

$$\begin{cases} \log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)=2 \\ \log_{6x-14}(x-1)^2=2 \\ \log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{3}+3=6x-14 \;\Big|\cdot 3 \Rightarrow x+9=18x-42 \Rightarrow x=3 \\ 6x-14=|x-1| \; (x-1>0) \Rightarrow 5x=13 \Rightarrow x=\frac{13}{5} \\ x-1=\frac{x}{3}+3 \;\Big|\cdot 3 \Rightarrow 3x-3=x+9 \Rightarrow 2x=12 \Rightarrow x=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3 \\ x=\frac{13}{5} \\ x=6 \end{cases} \Rightarrow \varnothing$$

2) Пусть $b=c$, $a=b-1$ $\Rightarrow \begin{cases} b^2=\frac{4}{a} \\ a=b-1 \end{cases}$

$$\begin{cases} b^2=\frac{4}{b-1} \quad \Big|\cdot (b-1)\neq 0 \end{cases}$$

$b^3-b^2-4=0$ Аналогично пункту 1 $b=c=2$
$a=1$

$$\begin{cases} \log_{6x-14}(x-1)^2=2 \\ \log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)=2 \\ \log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x-14=|x-1| \quad (x-1)>0 \\ (x-1)^2=\frac{x}{3}+3 \;\Big|\cdot 3 \\ \sqrt{\frac{x}{3}+3}=6x-14 \\ \quad (6x-14)>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x=13 \quad (1) \\ 3x^2-6x+3-x-9=0 \;(2) \\ \frac{x}{3}+3=36x^2-168x+196 \end{cases}$$

Чистовик.

7

(1) $x = \frac{13}{5}$ (2) $3x^2 - 7x - 6 = 0$

$D = 49 + 72 = 121$

$x = \frac{7 \pm 11}{6}$ $x_1 = 3$, $x_2 = -\frac{2}{3}$

Но $\begin{cases} x = \frac{13}{5} \\ \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = -\frac{2}{3} \end{array}\right. \end{cases}$ система не имеет корней

$\varnothing$

3) Пусть $a = c$, $b = a - 1$ $\Rightarrow \begin{cases} a^2 = \frac{4}{b} \\ b = a - 1 \end{cases}$

$a^2 = \frac{4}{a-1} \quad \Big| \cdot (a-1) \neq 0$

$a \neq 1$

$a^3 - a^2 - 4 = 0$ Аналогично пункту 1 $\begin{cases} a = c = 2 \\ b = 1 \end{cases}$

$$\begin{cases} \log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}} (6x - 14) = 2 \\ \log_{x-1} \left(\frac{x}{3} + 3\right) = 2 \\ \log_{6x-14} (x-1)^2 = 1 \end{cases}$$

$\frac{x}{3} + 3 > 0$

$$\begin{cases} \left|\frac{x}{3} + 3\right| = 6x - 14 \quad |\cdot 3 \\ (x-1)^2 = \frac{x}{3} + 3 \quad |\cdot 3 \\ 6x - 14 = (x-1)^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 9 = 18x - 42 \\ 3x^2 - 6x + 3 - x - 9 = 0 \\ 6x - 14 = x^2 - 2x + 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ 3x^2 - 7x - 6 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = -\frac{2}{3} \end{array}\right. \\ x^2 - 8x + 15 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = 5 \end{array}\right. \end{cases} \Rightarrow x = 3$$

чистовик.

Проверка: $x = 3$

$$\begin{cases} \frac{3}{3} + 3 > 0 \\ \sqrt{\frac{3}{3}+3} \neq 1 \quad (\sqrt{4} \neq 1) \\ 18 - 14 > 0 \\ 18 - 14 \neq 1 \\ 3 - 1 > 0 \\ 3 - 1 \neq 1 \end{cases}$$

верно

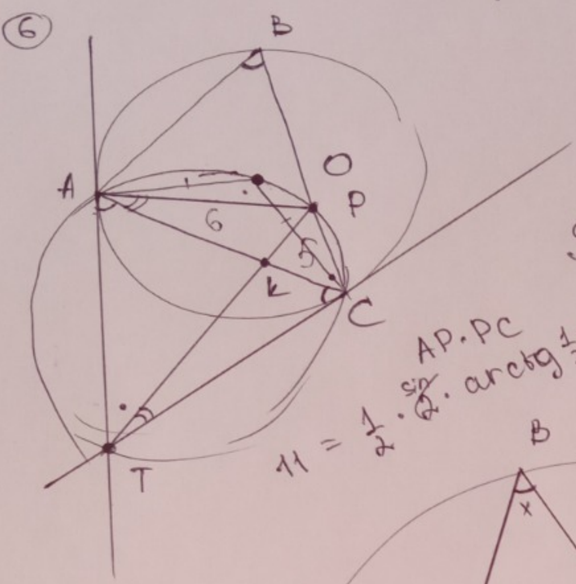
Ответ: $x = 3$. (Мы рассмотрели 3 случая, т.к. всего есть 3 способа выбрать одно число, не равное 2 другим).

Черновик

$121)^5$

$24,2$

6



$\frac{1}{2} \cdot x \cdot AB \cdot BC$

$S_{APC} = 11$

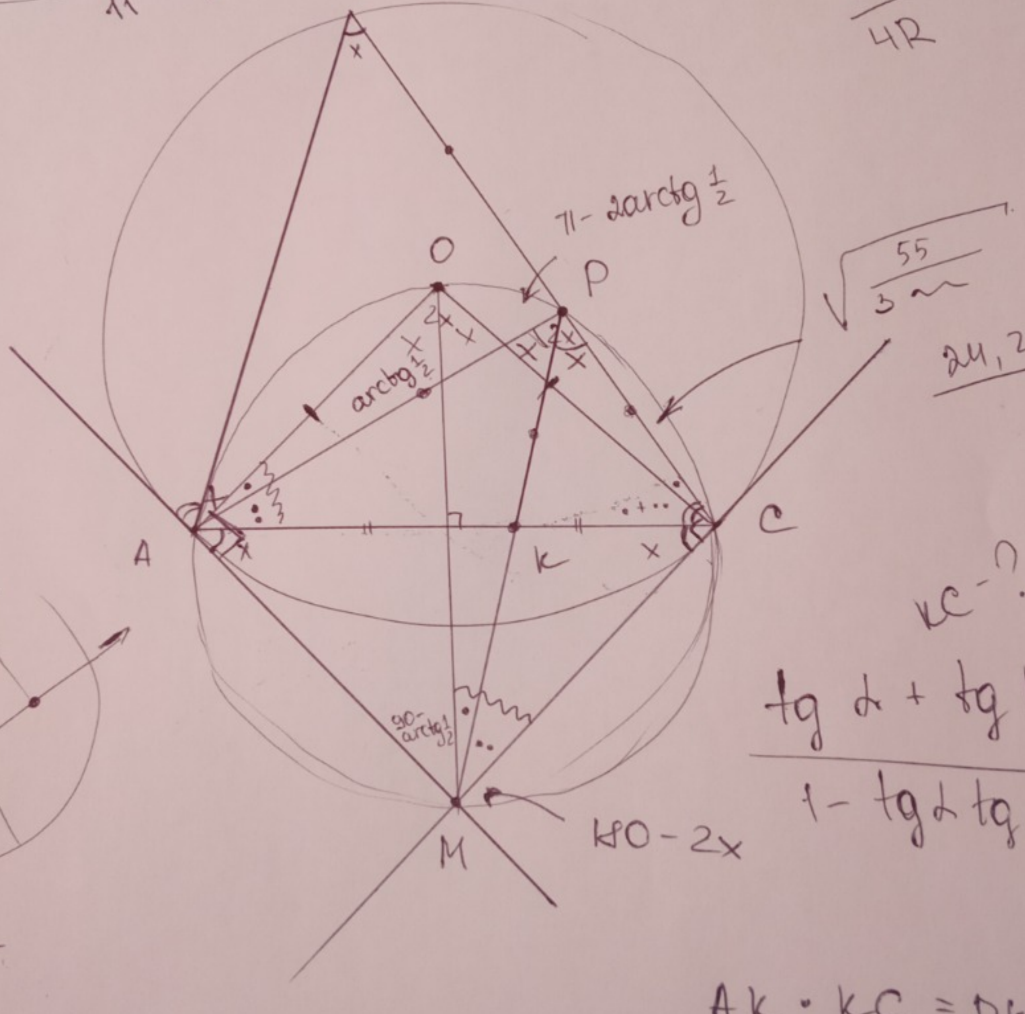
$2y$

$2y - \cdot$

$2y + \cdot$

$11 = \frac{1}{2} \cdot \overset{AP \cdot PC}{\sin(2 \cdot \operatorname{arctg} \frac{1}{2})} \cdot 6$

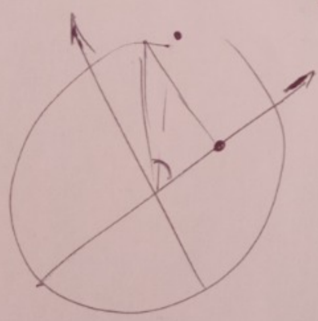
$\frac{abc}{4R}$



$24,2$

kC - ?

$\frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta}$



671

$Ak \cdot kC = Pk \cdot kM$

$\frac{BP}{PC}$

$S_{\triangle APk} = \frac{1}{2} \sin\angle PAk \cdot AP \cdot Ak$

$S_{\triangle CPk} = \frac{1}{2} \sin\angle PCk \cdot CP \cdot Ck$

$\frac{\sin\alpha \cdot AP}{\sin\beta \cdot PC} = \frac{6}{5}$

$S_{\triangle APk} = \frac{1}{2} \sin\alpha \cdot AP \cdot Pk = 6$

$\frac{AP}{PC} = \frac{6}{5}$

$S_{\triangle CPk} = \frac{1}{2} \sin\beta \cdot PC \cdot Pk = 5$

Черновик

$a \vdots 15 \quad b \vdots 15 \quad c \vdots 15$

$\begin{cases} \text{НОД}(a; b; c) = 15 \\ \text{НОК}(a; b; c) = 3^{15} \cdot 5^{18} \end{cases}$

$a = 15k$

$b = 15n$

$c = 15m$

$\text{НОД}(k; n; m) = 1$

$\text{НОК}(15k; 15n; 15m) = 15 \cdot 3^{14} \cdot 5^{17}$

$\begin{cases} \text{НОК}(k; n; m) = 3^{14} \cdot 5^{17} \cdot 1 \\ \text{НОД}(k; n; m) = 1 \end{cases}$

$\boxed{3^{14} \quad 5^{17} \quad 1}$

$\boxed{\text{Ответ: } 6.}$

$\text{НОК}(\underset{5 \cdot 3}{15}; \underset{5 \cdot 4}{20}; \underset{5 \cdot 5}{25}) = \underline{300} \quad 5 \cdot 60$

$\text{НОК}(3; 4; 5) = 60$

$15, \; 15 \cdot 3^{14}, \; 15 \cdot 5^{17}$

$\{3, 5, 1\}$

$\text{НОД}\{45, 75, 15\} = 15$

$\text{НОК}\{\quad\} = 225 = 15 \cdot 3 \cdot 5$

$\text{НОК}\{3, 5, 1\} = 3 \cdot 5$

Черновик

③
$$\begin{cases} \sqrt{\frac{x}{3}+3}>0 \\ \sqrt{\frac{x}{3}+3}\neq 1 \\ 6x-14>0 \\ 6x-14\neq 1 \\ x-1>0 \\ x-1\neq 1 \end{cases}$$

a, b, c

$2a\cdot 2b\cdot c = \boxed{4}$

$a=\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)$

$b=\log_{6x-14}(x-1)^2$

$c=\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)$

$\frac{1}{2}\sin\alpha\, ab$

6 14

84

1) Пусть $a=b$, $c=a-1$

$\cancel{2}\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)=\log_{6x-14}(x-1)^{\cancel{2}}$

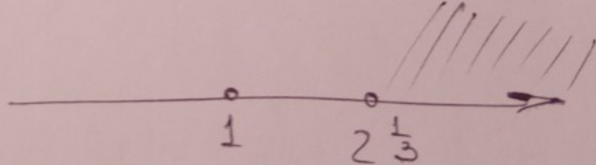
$\cancel{2)}$

$$\frac{1}{\log_t \frac{x}{3}+3}=\log_t(x-1)$$

5

$$\log_t\left(\frac{x}{3}+3\right)\log_t(x-1)=1$$

$$\begin{cases} \frac{x}{3}+3>0 \\ \frac{x}{3}+3\neq 1 \\ x>\frac{14}{6} \quad 2\frac{2}{6} \\ x\neq \frac{5}{3} \\ x>1 \\ x\neq 2 \end{cases} \qquad \begin{cases} x>-9 \\ x\neq -6 \\ x>2\frac{1}{3} \\ x\neq 1\frac{2}{3} \\ x>1 \\ x\neq 2 \end{cases}$$



Черновик

1) $a = b$ $c = a - 1$

$ab = \log$ $ab = \frac{c}{4}$ $\begin{cases} a^2 = \frac{4}{c} \\ c = a - 1 \end{cases}$

$a = b$

1) $a^2 = \frac{a-1}{4}$ $a^2 = \frac{4}{a-1}$

~~$4a^2 = a - 1$~~

~~$4a^2 - a + 1 = 0$~~ $a^3 - a^2 = 4$

$a =$ $a^3 - a^2 - 4 = 0$

$a = 2$ $a^3 - a^2 - 4 \,|\, \underline{a - 2}$

$ab =$ $4 \log$ $a^3 - 2a^2$ $a^2 + a + 2$

$a^2 + 0a$

$a^2 - 2a$

$2a - 4$ $a =$

$(a - 2)$

$x_1 x_2 = 2$

$x_1 + x_2 = -1$

$a = -1 \pm \sqrt{\ }$

$a^3 + a^2 + \cancel{2a} - 2a^2 - \cancel{2a} - 4$

21104658 (U154594 M1303619)