Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21104560**

ID профиля: **378798**

Вариант 18

Чистовик (лист 1)

№1 Пусть $a_1 = a$, а $a_n - a_{n-1} = d$

По условию все числа целые и прогрессия растет => $d>0$ и $a \in Z$ и $d \in Z$

$S = a + a+d + \dots a+6d = 7a+21d.$

$a_7 \cdot a_{12} = (a+6d)(a+11d) = a^2+17ad+66d^2$

$a_8 \cdot a_{10} = (a+8d)(a+9d) = a^2+17ad+72d^2$

Из условия $a^2+17ad+66d^2 > 7a+21d+20.$

$a^2+17ad+72d^2 < 7a+21d+20+24$

$a^2+17ad+72d^2-24 < 7a+21d+20 < a^2+17ad+66d^2$

$a^2+17ad+72d^2-24 < a^2+17ad+66d^2$

$6d^2 < 24$

$d^2 < 4$ => Раз $d>0$ и $d \in Z$, то у уравнения $d^2<4$ есть только одно решение $d=1$. Подставим в два наших условия это.

$a^2+17a+66 > 7a+21+20$ => $a^2+10a+25>0$ => $(a+5)^2>0$ => $a \neq 5$, т.к. только в этом случае $(a+5)^2=0$, а в других квадрат больше 0.

$a^2+17a+72 < 7a+21+44$ $\quad a^2+10a+25<18$ $\quad (a+5)^2<18.$

т.к. $a \in Z$, то $a+5 \in Z$, а значит это неравенство эквивалентно такому $|a+5|<5$ => $-1 \geq a \geq -9$ Подходят числа от -1 до -9, не включая $a=-5$

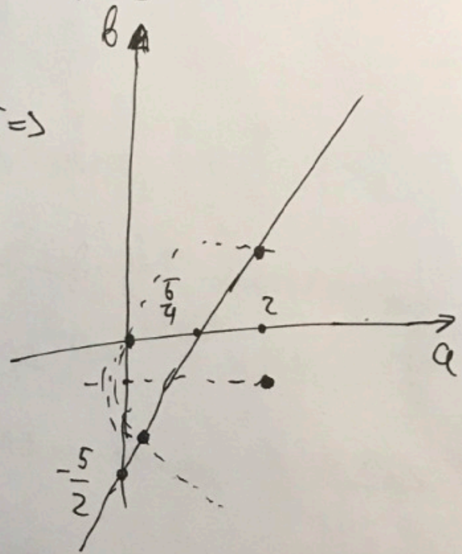
Ответ: $-1; -2; -3; -4; -6; -7; -8; -9$

Чистовик (Лист 2)

№3 $\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 5\\ a^2+b^2\le \min(4a-2b,5)\end{cases}$

Если мы найдём пару чисел a и b, подходящих под второе условие, то все точки в радиусе $\sqrt{5}$ будут нам подходить. Поэтому будем искать a и b подходящие под второе условие.

Сначала когда $4a-2b<5$, для этого нарисуем прямую $4a-2b=5 \Rightarrow$ прямая $\frac{4a-5}{2}=b$. Точки $b=0 \Rightarrow a=\frac{5}{4}$, $a=0 \Rightarrow b=-\frac{5}{2}$



Во всех точках ниже этой прямой $4a-2b<5 \Rightarrow$ найдём, ~~когда~~ когда $4a-2b<5$ и $a^2+b^2\le 4a-2b$.

$a^2+b^2\le 4a-2b \Rightarrow a^2-4a+4+b^2+2b+1\le 5 \Rightarrow$

$(a-2)^2+(b+1)^2\le 5$

Окружность с центром в $(2;-1)$ и радиусом $\sqrt{5}$, но нас интересуют точки ниже этой прямой.

Найдём точки пересечения окружности с прямой $(a-2)^2+(b+1)^2\le 5$ и $b=\frac{4a-5}{2}$

всё.

Заменим b на $\frac{4a-5}{2}$ и домножим на 4

$4(a-2)^2+(4a-5+2)^2=20$

$4a^2-16a+16+16a^2-24a+9=20.$

$20a^2-40a+5=0$ Корни $\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ и $\left(1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. $\sqrt{\frac{D}{4}}=20\cdot\sqrt{5}=10\sqrt{3}$

Чистовик Лист 3

№3 (продолжение)

Теперь найдём, когда $4a-2b \geq 5$ и $a^2+b^2 \leq 5$

Это окружность с центром в $(0,0)$ и радиусом $\sqrt{5}$

Но нас интересуют точки не ниже этой прямой $b=\frac{4a-5}{2}$

Найдём точки пересечения этой окружности с нашей прямой

$a^2+b^2=5$ и $b=\frac{4a-5}{2}$. Заменим b на $\frac{-5+4a}{2}$ и умножим всё на 4

$4a^2+(4a-5)^2=20$

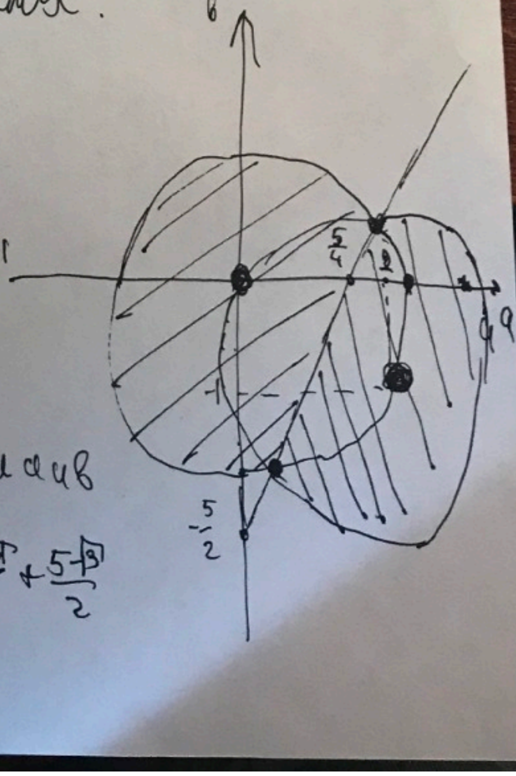
$4a^2+16a^2-40a+25=20$

$20a^2-40a+5=0$ → такое же уравнение ⇒ корни $1+\frac{\sqrt{3}}{2}$ и $1-\frac{\sqrt{3}}{2}$,

а значит две окружности $a^2+b^2=5$ и $(a-2)^2+(b+1)^2=5$ пересекаются в двух точках на прямой $b=\frac{4a-5}{2}$, где $a=1+\frac{\sqrt{3}}{2}$ или $a=1-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Так же расстояние от центра до центра окружностей $2^2+1^2=5$ ⇒ расстояние $\sqrt{5}$ ⇒ центры лежат на окружностях.

У нас получилась вот такая фигура для a и b.



А x, y, могут быть на расстоянии $\sqrt{5}$ от этих точек. Эти окружности радиусом $\sqrt{5}$, когда чтобы найти площадь фигуры M, надо их раздуть в два раза, чтобы получить фигуру M. Площадь нашей фигуры для чисел a и в будет $2\pi r^2-\frac{2\pi r^2}{3}+\frac{5\sqrt{3}}{2}=\frac{2}{3}(2\pi r^2)+\frac{5\sqrt{3}}{2}=\frac{4\cdot 5\pi}{3}+\frac{5\sqrt{3}}{2}$

Черновик.

a, $a+d$, $a+2d$, $a+3d$. $\quad a \in Z$, $d \in Z$, $d>0$.

$S = 7a + 21d$.

$(a+6d)\cdot(a+11d) > 7a+21d+20$.

$a^2+6ad+11ad+66d > 7a+21d+20$,

$a^2+8ad+9ad+72d < 7a+21d+44$

$72-66=6$

$66 \cdot 3 = 198$

$a^2+17ad+66d > a^2+17ad+72d-24$

$21\cdot3=63$

83

$66\cdot3=$

$66d > 72d - 24$

$100 : 4 = 25$.

$26\cdot7=175$

$17\cdot3=51$

$198-83$

105

115

$66d+24 > 72d$.

$\frac{728}{4} = 179 + \frac{1}{4}$

$105 : 5 = 21$

$7 \quad 15$

$24 > 6d$.

$22 \times 22 = 44, 44$

$4 > d$.

19^2

$22^2 = 484 - 105 = 379$.

$d = \underline{3,\ 2,\ 1}$

$1^\circ\ d=3$

$22^2=484$

$a^2+51a+198 > 7a+$

$484 - 105 = 379$

$a^2+44a+105>0$

22^2-105.

$24 > a^2+44a+105 > 0$

22^2-105

$-22 \pm \sqrt{379}$

$a+6d.$ $a^2+17d+66d > 7a+21d+20$ Черновик

$a+11d$

$a+9d.$ $a^2+17d+72d < 7a+21d+24+20.$

$a+8d$

$a^2+17\cancel{d}+72d-24 < 7a+21d+20 < a^2+17\cancel{d}+66d$

$72d-24 < 66d$

$6d < 24$ $d=3,2,1$

$d<4$

1° $d=1$ $27\cdot 27=$

$66-41=25$

27

$a^2+17\cancel{d}a+66 > 7a+21+20.$ $429+20=449$

$a^2+10a+25>0.$ $(25+2)^2=625+100+4=\frac{729}{4}$

$(a+5)^2>0$ – любое a. $72-65=7$

$a^2+17a+72 < 7a+21+44$ $27^2-280.$

$a^2+10a+7<0.$ $25-7=18.$

$25-7=18.$ $3\sqrt{2}$ 257

$(a+5)^2<18$

$-5\pm 3\sqrt{2}$ $132-62=70$

$|a+5|<5$ $a+5>0.$

$72-65=7$

$a+5<0.$ $\boxed{-1 \quad 90\ -9.}$

$a<0.$ $\left(a+\frac{27}{2}\right)^2$

$a+5=4$ $a=-1$ $27^2=3^6=$

$a+5=-4$ $a=-9.$ 34

-5 -4 4 5 132

$34-7=27$

Черновик.

$a^2+b^2 \le (4a-2b)$

$(a-2)^2+(b+1)^2 \le 5$

$a^2+b^2 \le 5$

$a^2+b^2=5$

$\frac{4a-\cancel{b}5}{2}=b.$

$a^2+\left(\frac{4a-5}{2}\right)^2=5.$

$4a^2+(4a-5)^2=5.$

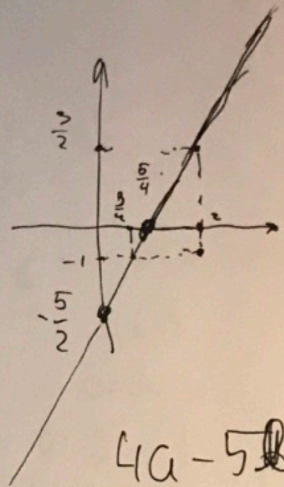
$4a^2+16a^2-40a+25=20.$

$20a^2-40a+5=0.$

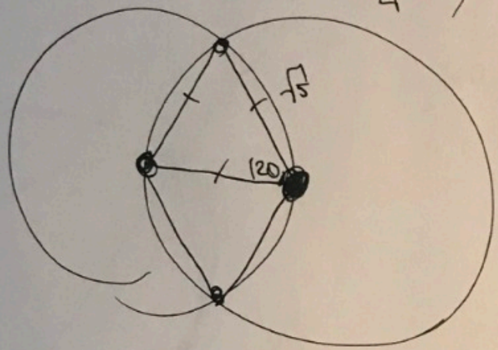
$2\pi r^2-\frac{2\pi r^2}{3}+\frac{5\sqrt{3}}{4}$

$\frac{\pi r^2}{3}$

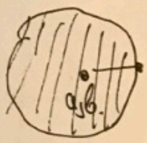
$S=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{5\sqrt{3}}{4}$

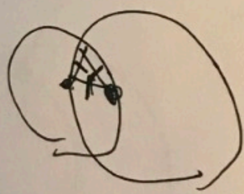


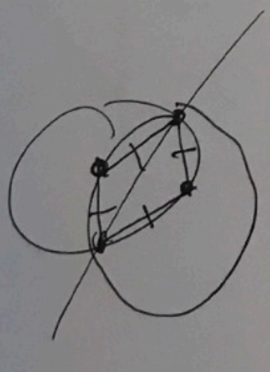
$\frac{4a-5\cancel{b}}{2}=b.$

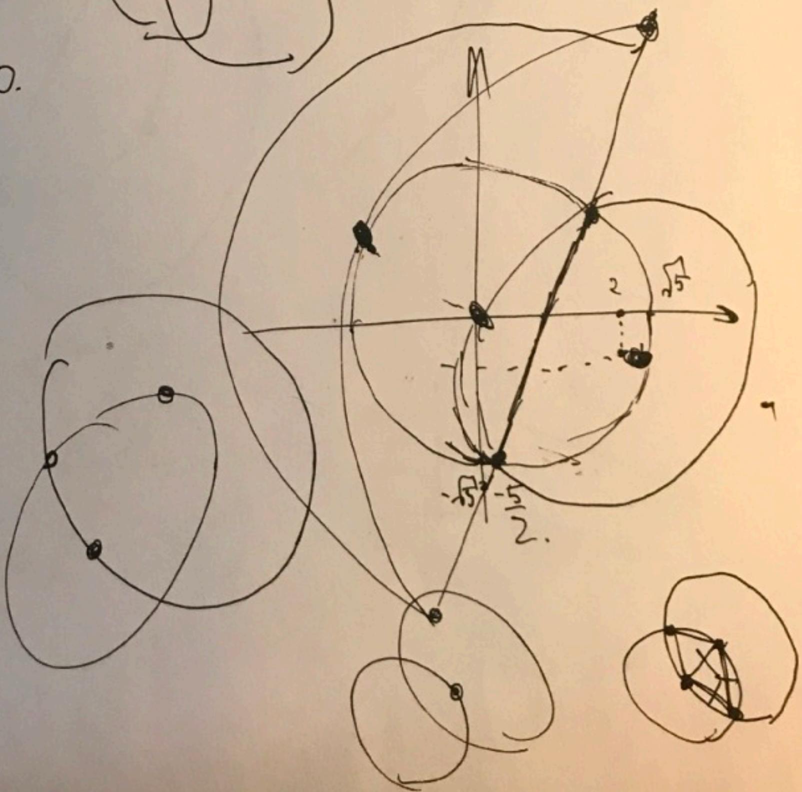


a,b. - это верно









Церповели

$(x-a)^2+(y-b)^2 \le 5$

$a^2+b^2 \le \min(4a-2b, 5)$

$a^2+b^2 \le 4a-2b.$

$a^2-4a+4+b^2+2b+1 \le 5$

$(a-2)^2+(b+1)^2 \le 5.$

$4a-2b<5.$

$4a-5<2b$

$\frac{4a-5}{2}<b.$

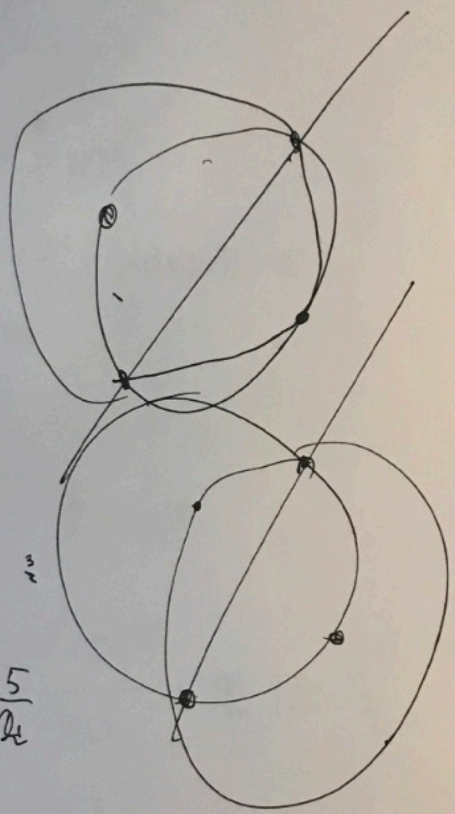
$b=0.$

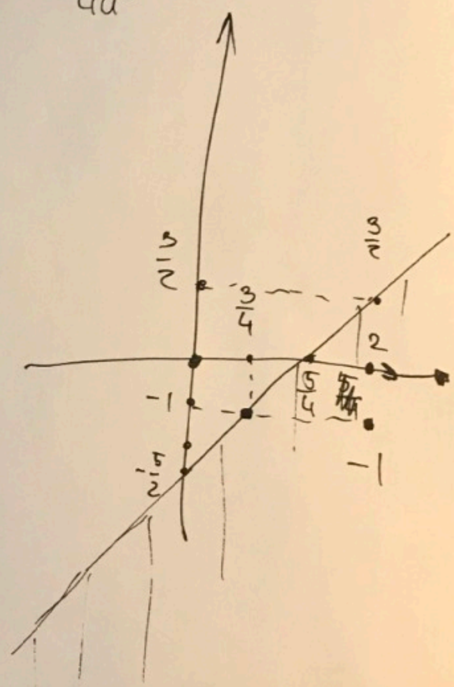
$a=\frac{5}{4}$

$a=0.$

$b=\frac{-5}{2}$

$4a\cdot$



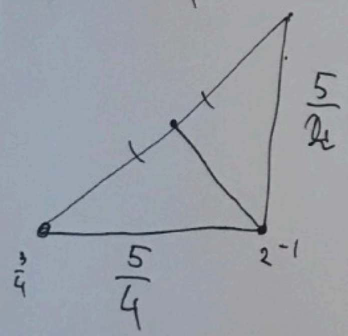


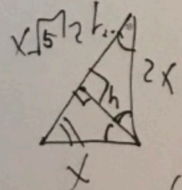
$b=-1$

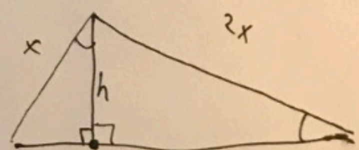
$\frac{8-5}{2}=\frac{3}{2}$

$4a-5=-2$

$a=\frac{3}{4}$







$5h^2=4x^2$

$\frac{4}{5}\left(\frac{5}{4}\right)^2=\frac{5}{4}$

$h^2=\frac{5}{4}$

$\frac{5}{4\sqrt{2}}$

$\sqrt{5}$

25

$x=\frac{5}{4}$

$h^2=\frac{5}{4}$

$h^2+4h^2=4x^2$

$h^2=\frac{4}{5}x^2$

Черновик.

a^2+b^2

$(a-2)^2+(b+1)^2=5 \qquad (a-2)^2+(b+1)^2=5.$

$b=\frac{4a-5}{2}$

$(a-2)^2+\left(\frac{4a-5+2}{2}\right)^2=5$

$(a-2)^2+\left(\frac{4a-3}{2}\right)^2=5.$

$4(a-2)^2+(4a-3)^2=20.$

$4a^2-16a+16+16a^2-24a+9=20.$

$20a^2-40+25=20.$

$20a^2-40a+5=0.$

$20^2-20\cdot5=20\cdot15=10\sqrt{3}$

$\frac{20\pm10\sqrt{3}}{20}=1\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

21104560 (U378798 M1298415)

~~Чистовик~~ Лист 1

№1 Все числа целые => $a_1 \in Z$ и $a_2 - a_1 = d \in Z$

Вместо a_1 будем писать a, а вместо a_n будем $a+(n-1)\cdot d$

Тогда $S = a + a+d + \ldots a+6d = 7a+21d$.

$a_7 \cdot a_{12} = (a+6d)(a+11d) = a^2 + 17ad + 66d$

$a_9 \cdot a_{10} = (a+8d)(a+9d) = a^2 + 17ad + 72d$.

Тогда из условия верно, что $a^2+17ad+66d > S+20 = 7a+21d+20$. и

$a^2+17ad+72d < 7a+21d+44 \Rightarrow a^2+17ad+72d-24 < 7a+21d+20 < a^2+17ad+66d$

Значит $a^2+17ad+72d-24 < a^2+17ad+66d$

$6d < 24 \Rightarrow d<4$, т.к. прогрессия возрастающая, то $d>0 \Rightarrow$

для d есть 3 варианта $d=1$, 2 или 3.

1° $d=1$

$a^2+17a+66 > 7a+21+20 \Rightarrow a^2+10a+25>0 \Rightarrow (a+5)^2>0$ - это всегда,

кроме точки $a=-5 \Rightarrow a \neq -5$

$a^2+17a+72 < 7a+21+44$ $a^2+10a+7<0$ $(a+5)^2<18$

Раз числа целые, то можем записать так $|a+5|<5 \Rightarrow$

a от -1 до -9 подходят нам, но $a \neq -5 \Rightarrow a$ может быть $-1, -2, -3, -4, -6, -7, -8, -9$.

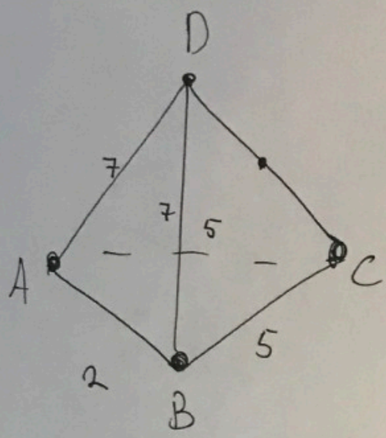
2° $d=2$

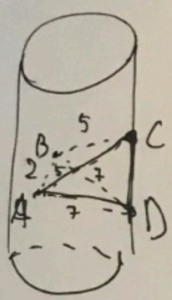
$a^2+34a+132 > 7a+42+20 \Rightarrow a^2+27a+70>0$

47

$65-18=47$

$72-47=$





66
×2

122

22
12 = 264   ×66
                  2
44
22

$(a+12)(a+22) = 7a+42$

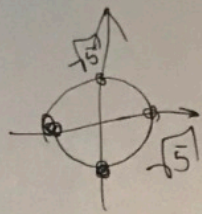
$a^2+34a+132$

6 2=31
    2

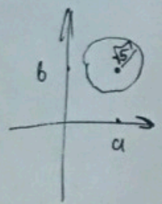
$a^2+27a+70.$

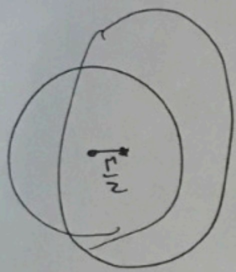
[illegible] [illegible]

$(x-a)^2+(y-b)^2 \le 5$



$a^2+b^2 \le \min(4a-2b; 5)$





aa

$4a-2b<5$

$4a < 2b+5$

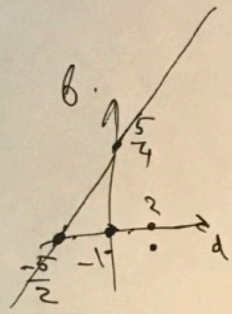
$4a=2b+5$

$\frac{4a-5}{2}=b$

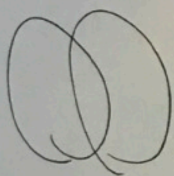
$<b$

$a=0$

$a=\frac{5}{4}$

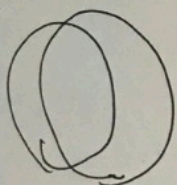


$\frac{4a-5}{2}=b$ -1



$\frac{5}{2}$ $\sqrt{5}$.

$a^2+b^2 \le 4a-2b.$

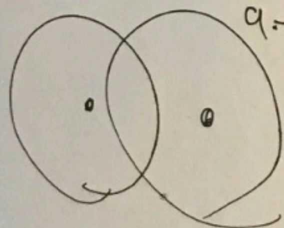


$4a-5=-2$ $\frac{5}{2}>$

$4a=3.$

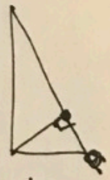
$a^2-4a+4+b^2+2b+1 \le 5$

$a=-\frac{3}{4}$ $\frac{5}{4}$



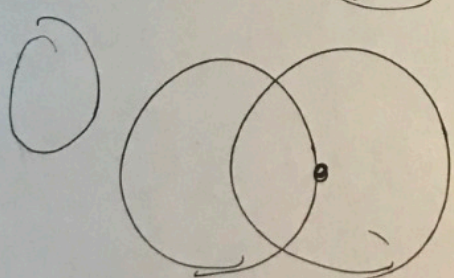
a+

$(a-2)^2+(b+1)^2 \le 5$



$\frac{5}{2}$

2 $4-1$



5

$\frac{25}{4}+\frac{25}{16}=\frac{125}{16}=\frac{5}{4}\sqrt{5}.$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21104560**

ID профиля: **378798**

Вариант 18

Черновик (Лист 1)

$(a\,b\,c) = 15$

$15\cdot k,\ 15\cdot l,\ 15\cdot m$

$(k, l, m) = 1$

$[k\,l\,m] = 3^{14}\cdot 5^{17}$.

$k \vdots 3^{14}$

$(k, l, m) = 1$

$[k, l, m] = 3^{14}$

$3 + 3^{14}\cdot 2$

$3\cdot 2\cdot 15 = 90.$

$3\cdot 2\cdot 17 = 6\cdot 17$

$6\cdot 14 = 60 + 24 = 84$

$6\cdot 17 = 60 + 42 = 102$

$14\,00 \to 3$

$14\,140 \to 3$

$\frac{x}{3} + 3 \geq 0.$

$3\cdot 2\cdot 13$

$x + 9 \geq 0$

15

$x \geq -9$

0 1 … 15

$x - 1 \geq 0$

14 11

$x \geq 1$

14 21

$\boxed{x \neq 2}$

14 31

⋮

$6x - 14 \neq 1$

14 141

14

$6x \neq 15$

$\boxed{x \neq \frac{5}{2}}$

102
84
408
816
8568

21104560 (U378798 M1298416)

лист 2

$\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14) = 2\log_{\frac{x}{3}}(6x-14)$

$\log_{\left(\frac{x+9}{3}\right)}(6x-14) = \frac{1}{2}$

$2\log_{(6x-14)}(x-1)$

$\log_2 4 = 2$

$\log_4 4 = 1$

$\log_{(x-1)}\left(\frac{x}{3}+3\right)$

$(6x-14)^2 = \frac{x+9}{3}$

$\log_{\sqrt{4}} 4 = 2\cdot\log_4 4$

$a^3-a^2-4 \;|\; a-2$

$-\;a^3-2a^2 \qquad a^2+a+2$

a^2-4

$-\;a^2-2a$

$2a-4$

$a\cdot b\cdot c = 4$

$a\cdot a\cdot(a-1) = 4$

$36-14=22$

$a^3-a^2=4$

$3\cdot 7\cdot 2=$

a^2+a+2

$x=3$

$x=2$

$a^2+1\geq 2a.$

$\log_{(x-1)}\left(\frac{x}{3}+3\right)=2$

$\log_2(4)$ $\log_4(2^2)$ $\log_{22}$

$36x$

$\log_{\left(\frac{x}{3}+3\right)}(6x-14)=2$

$\frac{x}{3}+3 = 6x-14$

$4(9x^2-42x+49) = \frac{x+9}{3}$

$\left(\frac{x}{3}+3\right)^2 = (6x-14)$

$x+9 = 18x-42$

$90+36$

$17x = 51$ $x=3$

$81+126=207$

$(x-1)^2 = \frac{x+9}{3}$

$(x+9)^2 = 9(6x-14) = 54x-126.$

x^2-2x+1

$x^2+18x+81 = 54x-126.$

$\log_4(2)^2$

$\log_2 4$

$3x^2-6x+3 = x+9$

$x^2-36x+207=0.$

$3x^2-7x-6=0.$

21104560 (U378798 M1298416)

Лист 3

$3(x-1)^2 = x+9$

x^2-2x+1

$3x^2-6x+3-x-9=0$

$3x^2-7x-6=0$

$3x^2-7x-6=0$

$x=3$

$12-14-6=0$

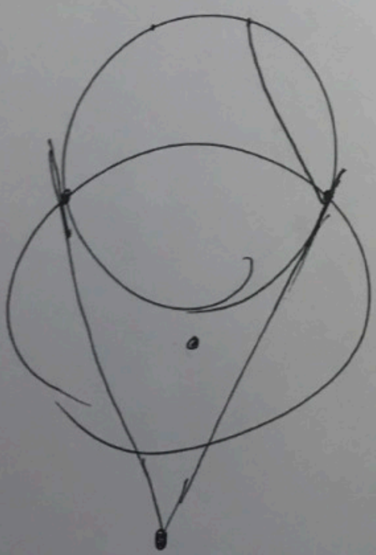
$27-21-6$

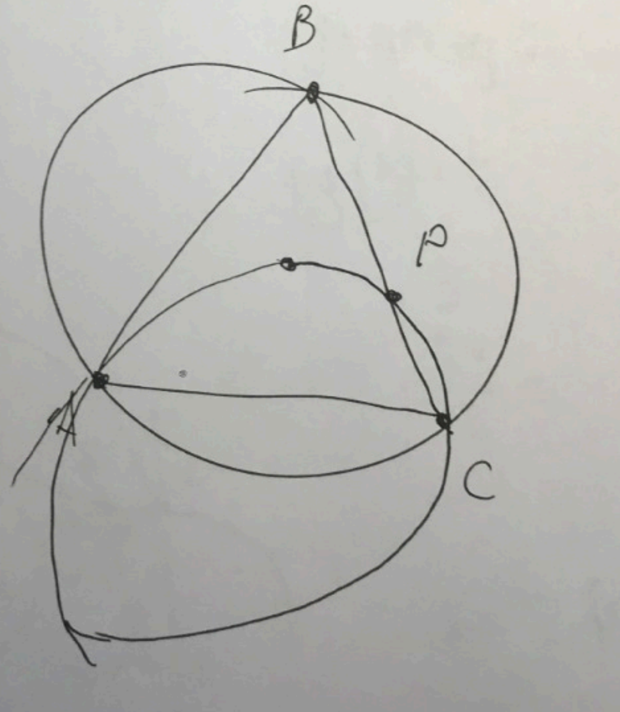
$\log_{(x-1)}\left(\frac{x+9}{3}\right)=2$

$$\begin{array}{r|l} 3x^2-7x-6 & x-3 \\ \hline -3x^2-9x & 3x+2 \\ 2x-6 & \end{array}$$

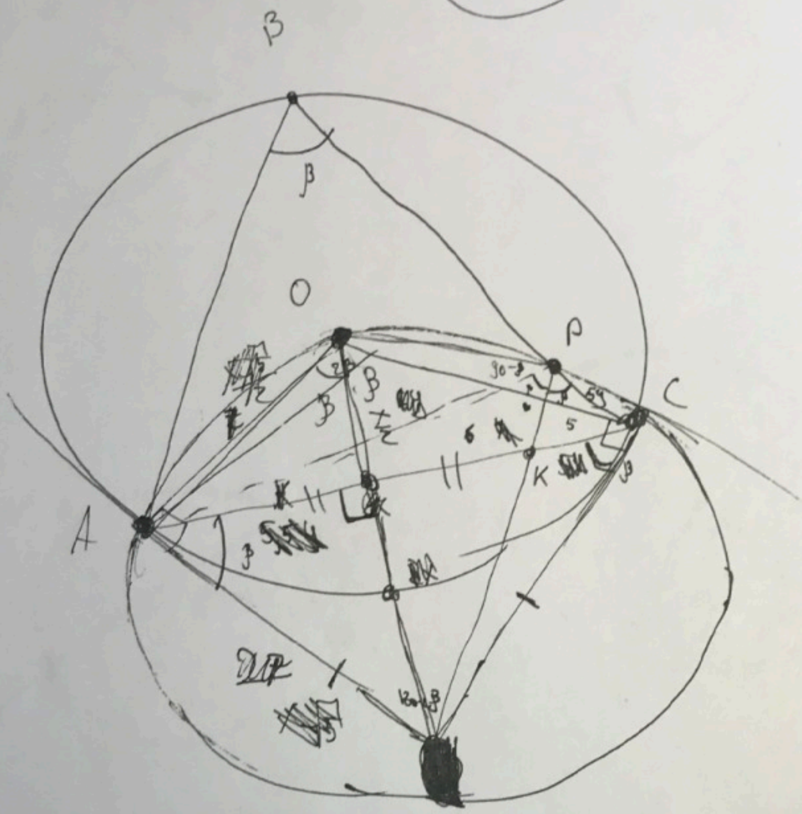
$\frac{x+9}{3}=(x-1)^2$

$x=$





Лист 4

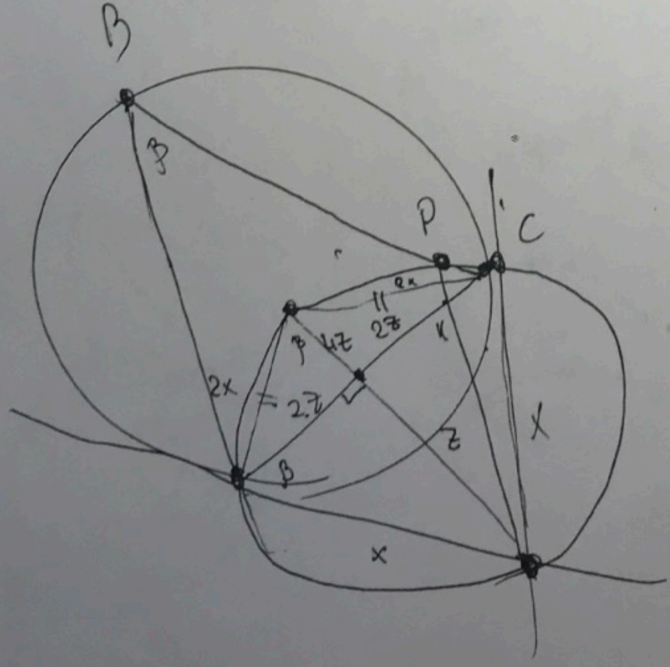


$\beta = \operatorname{arctg} \frac{1}{2}$

$\operatorname{tg}(\beta) = \frac{1}{2}$

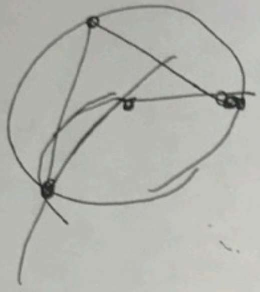
3

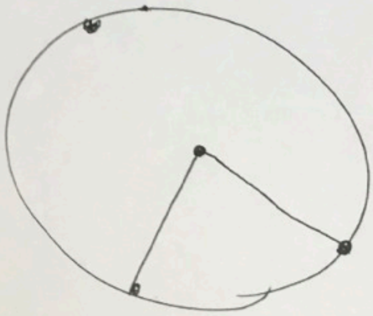
$\frac{5x}{2} =$

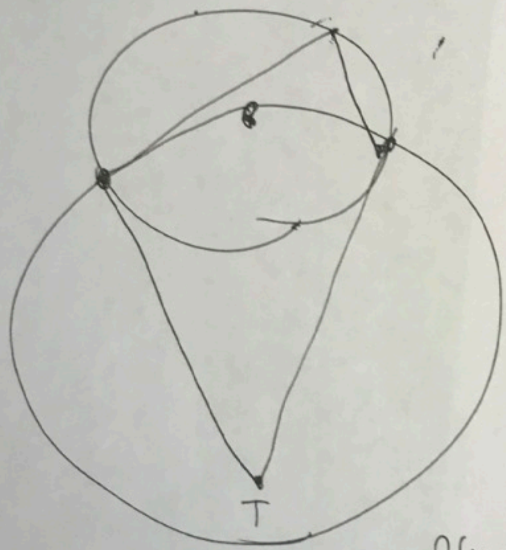


$x = z\sqrt{5}$

лист 5







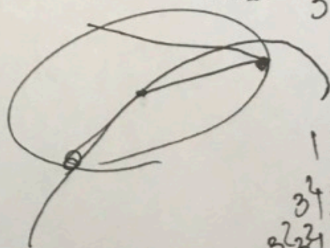
$3^2 3 1$

$3^2 1 3$

$3 \cdot 2 \cdot 2$ $\quad 1 3^2 1$ $\quad 3 3^2 1$

$3^2 1 1$ $\quad 1 1 3^2$ $\quad 1 3^2 3$

$1 3 3^2$ $\quad 3 1 3^2$



$1 3^2 3^2$

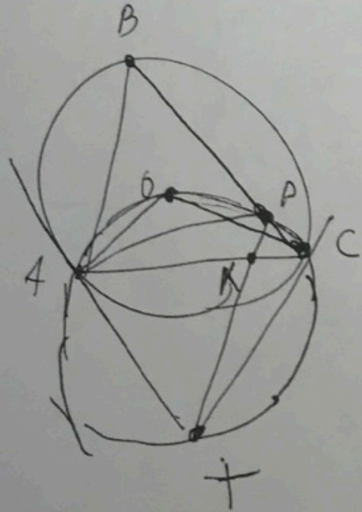
$3^4 3^2$

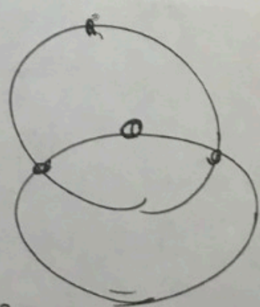
$3^2 3 1$

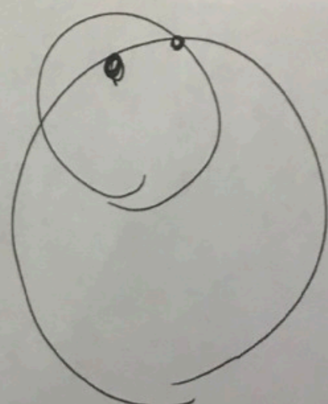
8400

+

$2 \cdot 84 = 168$







APK=6.

CPK=5

Чистовик (лист 1)

№4 Пусть будем обозначать НОД(a,b,c), как (a,b,c), а НОК(a,b,c), как $[a,b,c]$

Тогда условие такое $(a,b,c)=15$, $[a,b,c]=3^{15}\cdot 5^{18}$.

Если $(a,b,c)=15$, то каждое число делится на 15, тогда представим числа так $a=15k$, $b=15l$, $c=15m$, тогда $(k,l,m)=1$ из условия и

Если $[15k,15l,15m]=3^{15}\cdot 5^{18}$, то $[k,l,m]=3^{14}\cdot 5^{17}$, ведь каждое из чисел поделили на 15

Заметим, что из тройки чисел k, l и m мы однозначно получим a, b и c => надо найти количество k,l,m, что $(k,l,m)=1$, а $[k,l,m]=3^{14}\cdot 5^{17}$.

Найдём количество вариантов k,l,m, что $(k,l,m)=1$, а $[k,l,m] \vdots 3^{14}$

Для того, чтобы $[k,l,m] \vdots 3^{14}$, какое-то число должно делится ровно на 3^{14} и не должно быть степеней больше. Кол-во вариантов выбрать какое число делится на 3^{14} ровно 3 штуки. Либо k, либо l, либо m. Заметим, что два оставшихся не ~~могут~~ могут делится одновременно на 3.

Мы выбрали одно из трёх чисел, которое делится на 3^{14}. Теперь выберем одно из двух чисел, которое может делится на 3 и дадим этому числу степень тройки от 1 до 14 - таких чисел 14 => 14 разных степене

но ещё вариант, когда только одно число делится на 3 => Всего вариантов

$3+3\cdot 2\cdot 14$, где 3 - это только одно число делится на 3, а $3\cdot 14\cdot 2$, ко

21104560 (U378798 M1298416)

Чистовик (лист 2)

№ 4

два числа делятся на 3, но мы посчитали три случая два раза, когда два числа делятся на 3^{14} => Всего вариантов $3+3\cdot(2\cdot 14-1)= = 3\cdot 2\cdot 14$, Это для того, чтобы $[k, l, m] \vdots 3^{14}$.

Аналогично для 5^{17}, будет $3\cdot 2\cdot 17$. Но числа 3 и 5 и деления на них независимы => под каждый вариант, когда $[k, l, m] \vdots 3^{14}$, мы можем подобрать любой вариант, когда $[k, l, m] \vdots 5^{17}$

Значит всего троек $2\cdot 3\cdot 14\cdot 2\cdot 3\cdot 17 = 84\cdot 102 = 8568$

Ответ: 8568

Чистовик (Лист 3)

№ 5

$\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)$, $\log_{(6x-14)}(x-1)^2$, $\log_{(x-1)}\left(\frac{x}{3}+3\right)$

Преобразуем первое и второе

$2\log_{\left(\frac{x}{3}+3\right)}(6x-14)$, $2\log_{(6x-14)}(x-1)$, $\log_{(x-1)}\left(\frac{x}{3}+3\right)$

Заметим, что произведение этих трех чисел 4, ведь логарифмы сократятся к 1, а 2·2=4

$$\log_a b\cdot\log_b c\cdot\log_c a=\frac{\log_b b}{\log_b a}\cdot\frac{\log_b c}{\log_b b}\cdot\frac{\log_b a}{\log_b c}=1$$

Значит произведение 4. А нам надо, чтобы числа были a, a и $(a-1)$, то есть $a^2(a-1)=4 \Rightarrow a^3-a^2-4=(a-2)(a^2+a+2)=0 \Rightarrow$ корень только $a=2$, ведь $a^2+a+2=\left(a+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}+2>0$

Тогда нас интересуют x, ~~когда~~ когда эти три числа равны 2, 2 и 1

~~Разберём три случая, когда каждое из чисел равно 1~~

~~1° $\log_{(x-1)}\left(\frac{x}{3}+3\right)=1 \Rightarrow (x-1)^{\log_{(x-1)}\left(\frac{x}{3}+3\right)}=(x-1)^1 \Rightarrow \frac{x}{3}+3=x-1$, $x+9=3x-3$,~~

~~$2x=12 \Rightarrow x=6$ Подставим в первое и второе число.~~

~~$2\log_{\left(\frac{6}{3}+3\right)}(36-14)=2\cdot\log_5 22\neq 2 \Rightarrow x=6$ не подходит нам.~~

~~2° $\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)=1 \Rightarrow 2\log_{\left(\frac{x}{3}+3\right)}(6x-14)=1$~~

21104560 (U378798 M1298416)

Чистовик (Лист 4)

№5

Посмотрим на число $\log_{(x-1)}\left(\frac{x+9}{3}\right)$ оно либо равно 1, либо равно 2

Разберём два этих случая

1^0 $\log_{(x-1)}\left(\frac{x+9}{3}\right)=1$, тогда $(x-1)^{\log_{(x-1)}\left(\frac{x+9}{3}\right)}=(x-1)^1 \Rightarrow \frac{x+9}{3}=x-1 \Rightarrow 2x=12 \Rightarrow$ $x=6$

Подставим в любой логарифм из наших других. Другие логарифмы должны быть равны 2. $\log_{\sqrt{5}}(22)=2\log_5 22$, но $\log_5 22 \neq 1 \Rightarrow 2\cdot\log_5 22 \neq 2 \Rightarrow$

$x=6$ нам не подходит

2^0 $\log_{(x-1)}\left(\frac{x+9}{3}\right)=2 \Rightarrow (x-1)^{\log_{(x-1)}\left(\frac{x+9}{3}\right)}=(x-1)^2 \Rightarrow 3(x-1)^2=x+9 \Rightarrow$

$\Rightarrow 3x^2-7x-6=0 \Rightarrow (3x+2)(x-3)=0$. Корни $x=3$ и $x=-\frac{2}{3}$, но

из ОДЗ следует, что $(x-1)>0$, т.к. он в основании $\Rightarrow x>1$, тогда $x=-\frac{2}{3}$ не подходит. Проверим $x=3$ и подставим его в логарифмы

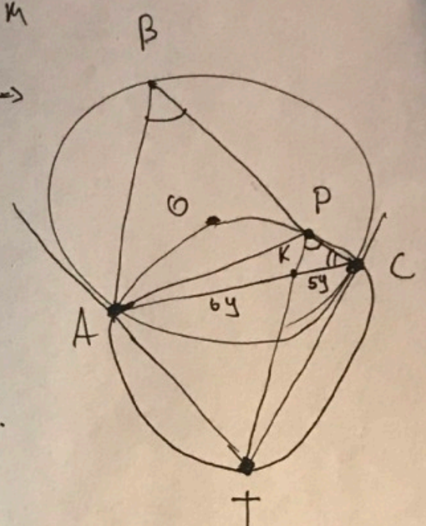
$\log_{\sqrt{4}}(4)=2$; $\log_4 4=1$; $\log_2 4=2 \Rightarrow$ два числа по 2 и одно 1,

как мы видим наши логарифмы существуют $\Rightarrow x=3$ – это единственный ответ.

$\boxed{\text{Ответ: } x=3}$

Чистовик (лист 5)

№6 Мы знаем, что 4 точки A, O, C, P лежат на одной окружности. Но раз AT и CT касательные к ω, в точках A и C, то $\angle OAT = 90^\circ$ и $\angle OCT = 90^\circ$ => четырёхугольник AOCT - вписанный => 4T лежит на этой окружности =>



Точки A, O, C, P и T ~~лежат~~ лежат на второй окружности. $\angle ABC = \beta$, тогда $\angle AOC = 2\beta$, т.к. это угол из центра окружности ω.

Тогда $\angle ATC = 180 - 2\beta$ - т.к. AOCT - вписанный, но AT = CT, т.к. касательные к ω => $\angle CAT = \frac{180 - (180 - 2\beta)}{2} = \beta$. Т.к. $\triangle ACT$ р/б и $\angle$ при вершине $180 - 2\beta$

$\angle CAT$ опирается на дугу CT, на неё же опирается угол $\angle CPT$ => $\angle CPT = \beta$.

$\angle PCA = \angle BCA$ => $\triangle ABC \sim \triangle PKC$ по двум углам и коэф подобия у них $\frac{CK}{AC} = x$ Но раз площадь $\triangle AKP = 6$, а площадь $\triangle PKC = 5$, то $\frac{KC}{AK} = \frac{5}{6}$, ведь $S = h \cdot l \cdot \frac{1}{2}$, высота из P на AC одна и та же, а значит площади относятся как $\frac{KC}{AK} = \frac{5}{6}$. Если KC = 5y, то AK = 6y => AC = 11y, тогда $\frac{CK}{AC} = \frac{5}{11}$ => Значит чтобы найти площадь $\triangle ABC$, надо умножить

$$S(PKC) \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 5 \cdot \frac{11^2}{5^2} = \frac{121}{5} = S(ABC)$$

a) Ответ: $\frac{121}{5}$

21104560 (U378798 M1298416)