Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21104199**

ID профиля: **297856**

Вариант 18

Чистовик. 11 класс. Вариант 18. Часть 1.

1) $a_1, a_2, a_3 \ldots$ — возрастающ. арифм. прогрессия состоящая из целых чисел

$S = a_1 + a_2 + \ldots + a_7$

k — шаг арифметической прогрессии $\Rightarrow$ $k>0$ — по усл. k — целое (так как члены арифм. прогрессии целые)

$$\Rightarrow S = \frac{a_1 + (a_1+6k)}{2} \cdot 7 = 7a_1 + 21k$$

$$\left.\begin{aligned} a_7 a_{12} &= (a_1+6k)(a_1+11k) = a_1^2 + 17a_1k + 66k^2 > 7a_1 + 21k + 20 \\ a_9 a_{10} &= (a_1+8k)(a_1+9k) = a_1^2 + 17a_1k + 72k^2 < 7a_1 + 21k + 44 \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$\Rightarrow 6k^2 < 24 \Rightarrow k^2 < 4 \Rightarrow$ т.к. k — целое и $k>0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow k = 1 \Rightarrow \begin{cases} a_1^2 + 17a_1 + 66 > 7a_1 + 21 + 20 \\ a_1^2 + 17a_1 + 72 < 7a_1 + 21 + 44 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1^2 + 10a_1 + 25 > 0 \Rightarrow (a_1+5)^2 > 0 \Rightarrow a_1 \neq -5 \\ a_1^2 + 10a_1 + 7 < 0 \Rightarrow \frac{D}{4} = 25 - 7 = 18 \end{cases}$$

$a_{1,2} = -5 \pm \sqrt{18} \Rightarrow a \in (-5 - \sqrt{18}; -5 + \sqrt{18})$

$$4 < \sqrt{18} < 5 \Rightarrow \left.\begin{cases} a_1 \in (-5-\sqrt{18}; -5+\sqrt{18}) \\ a_1 \text{ — целое} \\ a_1 \neq -5 \end{cases}\right\} \Rightarrow a_1 = -9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1$$

Ответ: $a_1 = -9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1$

③ **Чистовик**

$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 5 \\ a^2+b^2 \le \min(4a-2b, 5) \end{cases}$$

$S_{\text{фигуры } M} = ?$

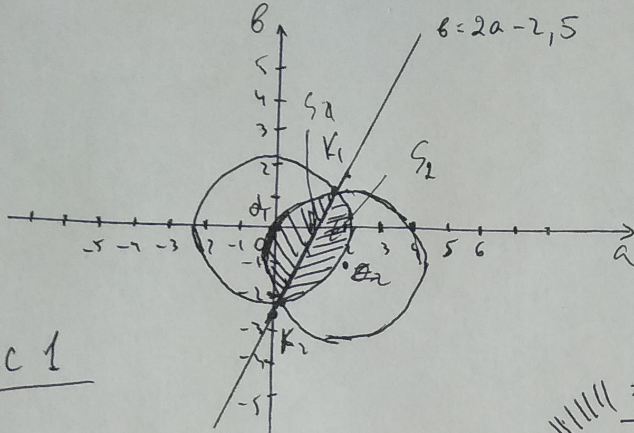


рис 1

$a^2+b^2 \le \min(4a-2b,5) \Leftrightarrow$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a^2+b^2 \le 4a-2b \\ 4a-2b<5 \end{cases} \\ \begin{cases} a^2+b^2\le 5 \\ 4a-2b \ge 5 \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} (a-2)^2+(b+1)^2 \le 5 & \text{- круг - центр } (2;-1),\ r=\sqrt5 \\ b>2a-2,5 & \text{- над прямой} \end{cases} \\ \begin{cases} a^2+b^2 \le 5 & \text{круг центр } (0;0)\ r=\sqrt5 \\ b \le 2a-2,5 & \text{- под прямой} \end{cases} \end{array}\right.$$

решения → на графике

$a^2-4a+4+b^2+2b+1 = a^2+b^2 = 5 \Rightarrow$

$\Rightarrow -4a+2b+4+1=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow b = 2a-2,5 \Rightarrow$

$\sqrt5 < \frac52$

$5 < \frac{25}{4} = 6\frac14$

$\Rightarrow$ Окружности имеют точки пересечения K_1 и K_2 $\in$ прямой $b=2a-2,5 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ общие решения - эллипс

$\max a = 0+\sqrt5 = \sqrt5$

$\min a = 2-\sqrt5$

$D = 16-4=12$

$b=2a-2,5 \Rightarrow a^2+(2a-\frac52)^2=5 \Rightarrow 4a^2-8a+1=0 \Rightarrow a_{1,2} = 1 \pm \frac{\sqrt3}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow b_1 = 2(1-\frac{\sqrt3}{2})-\frac52 = -\frac12-\sqrt3$

$b_2 = 2(1+\frac{\sqrt3}{2})-\frac52 = -\frac12+\sqrt3$

$\Rightarrow K_1 = (1+\frac{\sqrt3}{2}; -\frac12+\sqrt3)$

$K_2 = (1-\frac{\sqrt3}{2}; -\frac12-\sqrt3)$

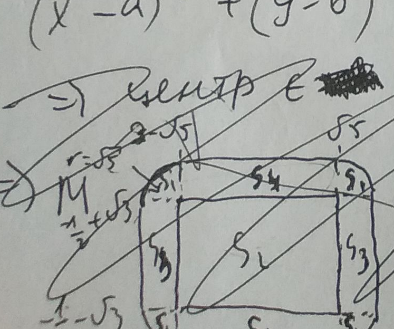
$\Rightarrow \min b = -\frac12-\sqrt3$

$\max b = -\frac12+\sqrt3$

Заметим, что $S_1=S_2$, т.к. $KK_1 \perp$ линии центров и делит её пополам $(r_1=r_2)$

$(x-a)^2+(y-b)^2\le5$ - это круг с центром $(a;b)$ и $r=\sqrt5 \Rightarrow$

~~$\Rightarrow$ центр $\in$ прямоугольнику, где $a\in[2-\sqrt5;\sqrt5]$, $b\in[-\frac12-\sqrt3; -\frac12+\sqrt3]$~~



~~$S_M = 4S_1+S_2+2S_3+2S_4 \Rightarrow$~~

~~$\Rightarrow S_M = 4\cdot\frac14\pi\cdot5 + 2\sqrt3(2\sqrt5-2)+2\sqrt3\cdot\sqrt5\cdot2+(\sqrt5-2)\cdot\sqrt5\cdot2 =$~~

~~$=5\pi+4\sqrt{15}-4\sqrt3+4\sqrt{15}+20-4\sqrt5$~~

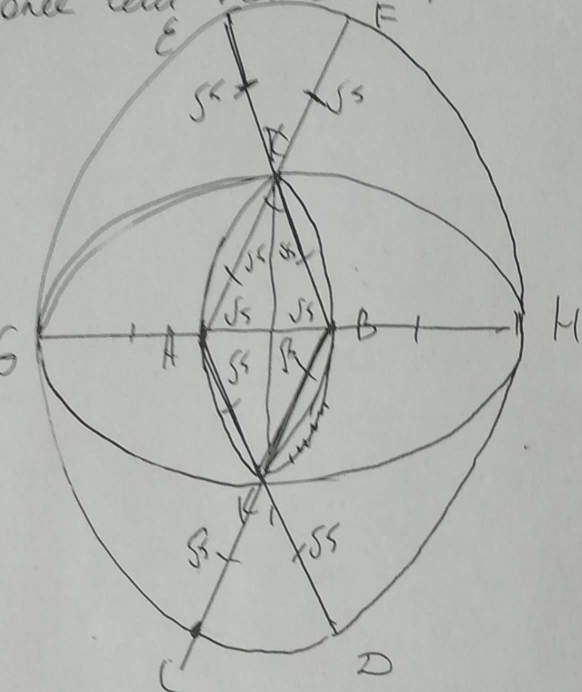
Ответ: $S_M = 5\pi+8\sqrt{15}+20-4\sqrt5-4\sqrt3$

Чистовик

(3) Продолжение

Фигура M это область точек удаленных от найденного эллипса не более чем на $\sqrt{5}$ $\Rightarrow$

M:



$$S_M = 2S(F\frown AD) - S(AKBK_1) + 2S(C\frown DK_1)$$

$$AK = KB = BK_1 = AK_1 = KF = EK = KC = KD = \sqrt{5}$$

$$S(F\frown AD) = \frac{1}{3}\pi(2\sqrt{5})^2 = \frac{20\pi}{3}$$

$$S(C\frown DK_1) = \frac{1}{6}\pi(\sqrt{5})^2 = \frac{5\pi}{6}$$

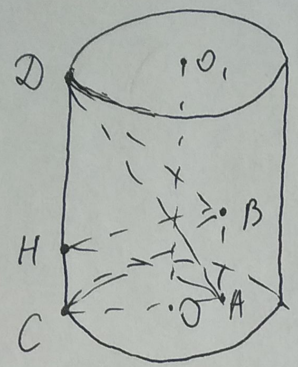
$$S(AKBK_1) = 2(\sqrt{5})^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

$$S_m = \frac{40\pi}{3} - \frac{5\sqrt{3}}{2} + \frac{5\pi}{3} = \frac{45\pi}{3} - \frac{5\sqrt{3}}{2} = 15\pi - \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

Ответ: $15\pi - \frac{5\sqrt{3}}{2}$

Чистовик

(2)



Дано

ABCD – тетраэдр

$AB = 2$; $AC = CB = 5$ $R = \min(R_1, R_2 \ldots R_n)$

$AD = DB = 7$

A, B, C, D ∈ бок. пов. цилиндра

$CD \parallel OO_1$

OO_1 – ось цилиндра

Найти $CD = ?$

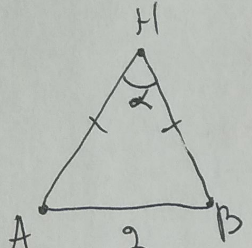
Решение:

$\Delta CAD = \Delta CBD$ – по трём сторонам ⇒ Если $H_1 \in CD$ и $AH_1 \perp CD$; $H_2 \in CD$; $BH_2 \perp CD$ – то H_1 и H_2 – совпадут – точка $H \Rightarrow HB = HA$

$\begin{cases} DC \perp HB \\ DC \perp HA \end{cases} \Rightarrow DC \perp (AHB)$.

Так как по условию $DC \parallel OO_1 \Rightarrow DC \perp$ (основанию) ⇒

⇒ (HBA) ∥ (основ.) ⇒ R окр опис. около HBA = R окр основ.

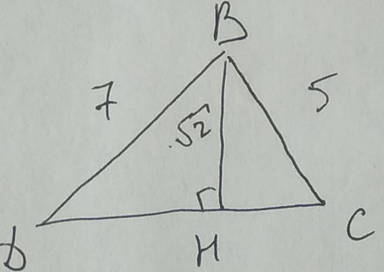


По теореме синусов $\frac{a}{\sin\alpha} = 2R \Rightarrow$ $\cancel{AB}$ $R = \frac{AB}{2\sin\alpha} = \frac{1}{\sin\alpha} \to \min$,

и $R > 0 \Rightarrow$ т.к $\sin\alpha \in (-1; 1) \Rightarrow \frac{1}{\sin\alpha} \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty) \Rightarrow$

$\Rightarrow \min R > 0 = 1 \Rightarrow \sin\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 90^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow AH \perp HB \Rightarrow AH = HB = \sqrt{2}$



$\Rightarrow DC = DH + HC = \sqrt{49-2} + \sqrt{25-2} =$

$= \sqrt{47} + \sqrt{23}$

Ответ: $DC = \sqrt{23} + \sqrt{47}$

Черновик!

из целых чисел

$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_7, \ldots, a_{12}$

$S = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 = \frac{a_1 + a_1 + 6k}{2} \cdot 7 = 7a_1 + 21k$

$a_7 = a_1 + 6k \qquad a_{12} = a_1 + 11k$

$a_9 = a_1 + 8k \qquad a_{10} = a_1 + 9k$

$a_7 \cdot a_{12} = (a_1 + 6k)(a_1 + 11k) = a_1^2 + 17a_1k + 66k^2 > 7a_1 + 21k + 20$

$a_9 \cdot a_{10} = (a_1 + 8k)(a_1 + 9k) = a_1^2 + 17a_1k + 72k^2 < 7a_1 + 21k + 44$

$6k^2 < 24$, т.к. k целое

$k^2 < 4 \qquad k = -1; 0; 1$

$72 - 65 = 7$

$\frac{1+\sqrt{3}}{2} \vee \sqrt{5}$

$\frac{1}{2} \vee \sqrt{3}$

$\frac{1}{4} \vee \frac{x}{4}$

3

(2)

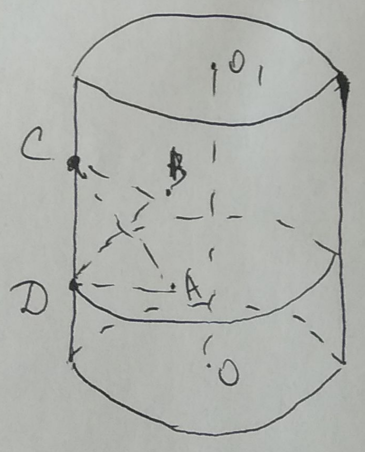
$1 + \frac{\sqrt{3}}{2} < \sqrt{5}$

$2 + \sqrt{3} < 2\sqrt{5}$

$4 + 3 + 4\sqrt{3} < 20$

$4\sqrt{3} < 13$

$48 < 169$



$CD \parallel OO_1$

$AC = CB = 5$

$AD = DB = 7$

~~r = min~~

$r = \min(r_1; r_2 \ldots; r_n)$

$CD = ?$

R_1 шара $= 5$

R_2 шара $= 7$

$\Delta ACD = \Delta BCD$

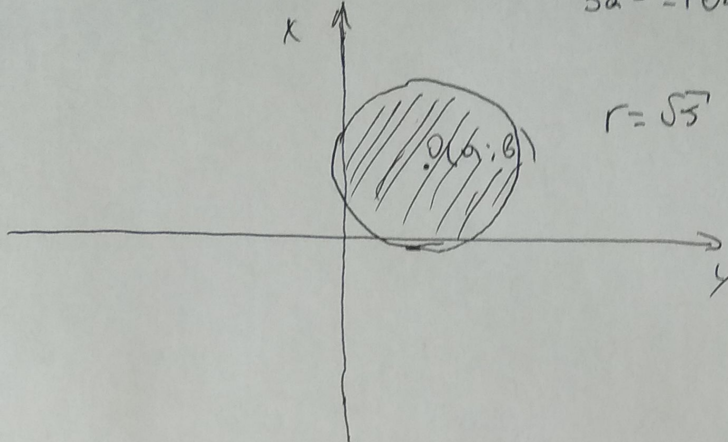
$h_1 = h_2 \Rightarrow CD \perp (AHB) \Rightarrow$

$\Rightarrow AHB$ – плоскость основания

ЧЕРНОВИК

(3) $(x-a)^2+(y-b)^2 \le 5$

$a^2+b^2 \le \min(4a-2b, 5)$



$r=\sqrt{5}$

$a^2+\left(2a-\frac{5}{2}\right)^2=5$

$a^2+4a^2-10a+\frac{25}{4}=5$

$5a^2-10a+\frac{5}{4}=0$

$20a^2-40a+5=0$

$4a^2-8a+1=0$

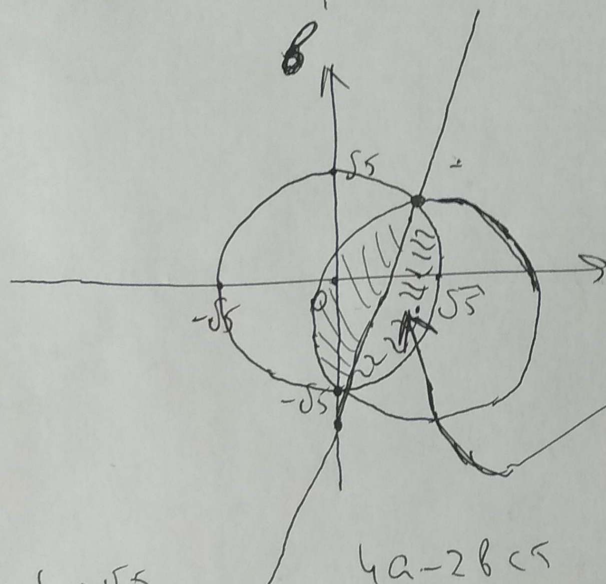
$\frac{D}{4}=16-4=12$

$a_{1,2}=\frac{4\pm\sqrt{12}}{4}=$

$=1\pm\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$

max, min $b=?$

max min $a=?$



$a^2+b^2 \le 5$

центр $(0;0)$ $r=\sqrt{5}$

$a^2+b^2 \le 4a-2b$

$a^2-4a+b^2+2b \le 0$

$(a-2)^2+(b+1)^2 \le 5$

$4a-2b<5$

$b>\frac{4a-5}{2}=2a-\frac{5}{2}$

$a^2-4a+4+b^2+2b+1=a^2+b^2=5$

$-4a+4+2b+1=0$

~~$-4a+2b+1=5$~~

~~$b=2a+2$~~

$b=2a-2,5$

$a^2+4a^2=5$

$5a^2=5 \Rightarrow a=\pm1 \Rightarrow b=\pm2$

Точки перес. $(-1;-2)$ и $(1;2)$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

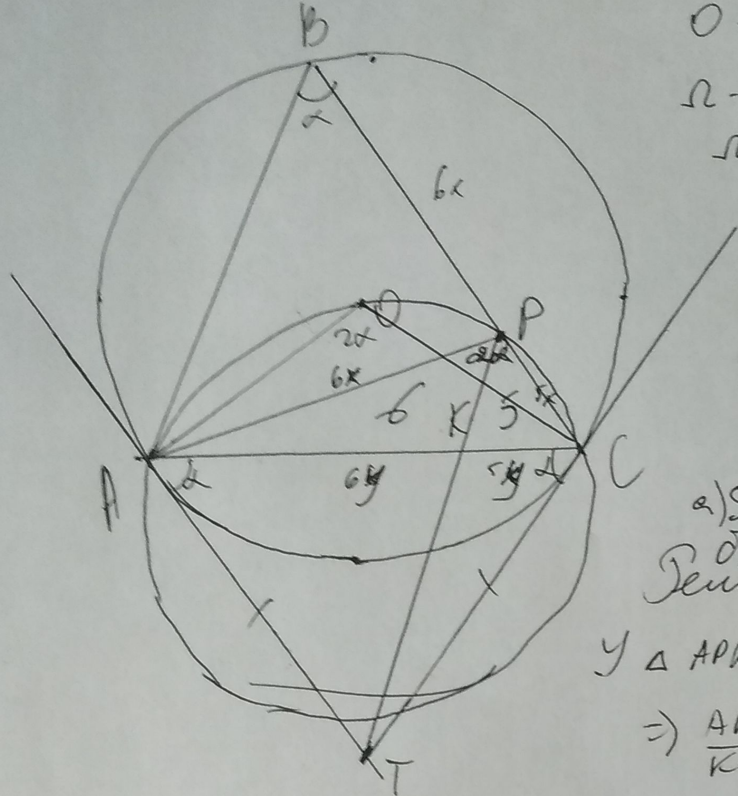
Шифр: **21104199**

ID профиля: **297856**

Вариант 18

Чистовик.

6



O – центр опис. окр ABC

Ω – опис. окр AOC

$\Omega \cap BC = P$

TA – кас к ω

CT – кас к ω

$TP \cap AC = K$

$S_{APK} = 6$

$S_{PKC} = 5$

а) $S_{ABC} = ?$

б) $\angle ABC = \operatorname{arctg} \frac{1}{2} \Rightarrow AC = ?$

Решение:

У Δ APK и PKC – общая высота $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{AK}{KC} = \frac{6}{5}$

$\alpha = \angle CAT = \angle ABC$ (между кас. и хордой; на одну дугу)

$\alpha = \angle ABC = \angle ACT$ (то же самое)

$\alpha = \overset{\shortparallel}{\angle ACT} = \angle CAT \Rightarrow AT = CT$

$2\alpha = \angle AOC = 2\angle ABC$ (центр. и впис.) $\Rightarrow \angle APB = 180 - 2\alpha \Rightarrow$

$2\alpha = \angle AOC = \angle APC$ (на одну дугу) $\Rightarrow \angle \overset{2\alpha}{\overset{\shortparallel}{APC}} = 2\angle ABC$ $\Rightarrow \angle PAB = \alpha \Rightarrow BP = AP$

$\angle APC + \angle ATC = 180^\circ \Rightarrow T \in \Omega$ (окр $AOPC$) $\Rightarrow$ т.к. $AT = CT \Rightarrow$

$\Rightarrow \cup AT = \cup CT \Rightarrow PT$ – биссектриса $\Rightarrow \frac{AP}{PC} = \frac{AK}{KC} = \frac{6}{5}$ (из золотого свойства

биссектрисы $\Rightarrow$ т.к. $\underset{=}{BP} = AP \Rightarrow \frac{BP}{PC} = \cancel{\frac{AK}{KC}} = \cancel{\frac{6}{5}} = \frac{AP}{PC} = \frac{6}{5} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ у ΔPAB и ΔCAP – общая высота $\Rightarrow \frac{S_{\Delta PAB}}{S_{\Delta CAP}} = \frac{6}{5} \Rightarrow S_{PAB} = \frac{6 S_{CAP}}{5} =$

$= \frac{6(6+5)}{5} = \frac{66}{5} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{66}{5} + 11 = \frac{121}{5} = 24{,}2$

Чистовик.

5) $\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)$, $\log_{6x-14}(x-1)^2$, $\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)$

ОДЗ: $\begin{cases} \frac{x}{3}+3>0 \Rightarrow x>-9 \\ \frac{x}{3}+3\neq 1 \Rightarrow x\neq -6 \\ 6x-14>0 \Rightarrow x>\frac{7}{3} \\ 6x-14\neq 1 \Rightarrow x\neq\frac{5}{2} \\ (x-1)>0 \Rightarrow x>1 \\ x-1\neq 1 \Rightarrow x\neq 2 \end{cases} \Rightarrow x>\frac{7}{3};\ x\neq\frac{5}{2}$

Пусть $\sqrt{\frac{x}{3}+3}=a$, $6x-14=b$, $x-1=c$

$\left[\begin{array}{l} 1)\ \log_a b=\log_b c^2=\log_c a^2+1=k \\ 2)\ \log_a b=\log_c a^2=\log_b c^2+1=k \\ 3)\ \log_c a^2=\log_b c^2=\log_a b+1=k \end{array}\right.$

1) $a^k=b$ $\quad b^k=c^2$ $\quad a^2=c^{k-1}$

$a^{2k}=b^2$ $\quad a^{2k}=c^{k^2-k}$

$\begin{cases} b^k=c^2 \\ b^2=c^{k^2-k} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b^{2k}=c^4 \\ b^{2k}=c^{k^3-k^2} \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} c=1 \Rightarrow x=0\notin ОДЗ \\ k^3-k^2=4 \Rightarrow k^2\cancel{(k-1)=4} \Rightarrow \end{array}\right.$

$\Rightarrow k^3-8+4-k^2=0 \Rightarrow (k-2)(k^2+2k+4)-(k-2)(k+2)=0$

$(k-2)(k^2+k+2)=0 \quad (k-2)\left(\left(k+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{4}\right)=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow k=2 \Rightarrow a^2=b;\ \cancel{b=c},\ b^2=c^2;\ a^2=c \Rightarrow b=c$

$6x-14=x-1 \Rightarrow 5x=13 \Rightarrow x=\frac{13}{5}\in ОДЗ$

2) $a^k=b$ $\quad c^k=a^2$ $\quad c^2=b^{k-1}$

$a^{2k}=b^2$ $\quad c^{k^2}=a^{2k} \Rightarrow \begin{cases} b^2=c^{2k} \\ b^{k-1}=c^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b^2=c^{2k} \\ b^{k^2-k}=c^{2k} \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} b=1 \Rightarrow x=5 \ (*) \\ b^2=b^{k^2-k} \Rightarrow k^2-k=2 \end{array}\right. \Rightarrow k^2-4-k+2=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow (k-2)(k+2)-(k-2)=0 \quad (k-2)(k+1)=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} k=2 \\ k=-1 \end{array}\right.$

(*) $\Rightarrow \log_a 1=\log_4\frac{14}{3}$, а $0\neq\frac{14}{3}$ – против. $\Rightarrow x=5$ – не подходит

Чистовик. 11 класс Вариант 18. Часть 2

(4) $\begin{cases} НОД(a;b;c) = 15 = 3^1 \cdot 5^1 \\ НОК(a;b;c) = 3^{15} \cdot 5^{18} \end{cases}$

Пусть не умоляя общности $a \le b \le c$

Заметим, что числа a, b, c имеют вид $3^x \cdot 5^y$, т.к. если быть присутствовал другой простой делитель p^z, то он бы входил в НОК.

~~[illegible]~~

Пусть $\begin{cases} a = 3^x \cdot 5^y \\ b = 3^m \cdot 5^n \\ c = 3^d \cdot 5^e \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \min(x, m, d) = 1 \\ \min(y, n, e) = 1 \\ \max(x, m, d) = 15 \\ \max(y, n, e) = 18 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow 3 \cdot 2 \cdot 15 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 18 = 3^5 \cdot 2^3 \cdot 5 = 9720$

Выбираем 1 из 3 равное 1, Затем 1 из 2 равное 15, Затем 3-ье равное любому числу от 1 до 15. Затем

Выбираем 1 из 3 равное 1. Затем 1 из 2 равное 18. Затем 3-ье равное любому числу от 1 до 18.

Ответ: $3 \cdot 2 \cdot 15 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 18 = 9720$

Чистовик

5 Продолжение

$k=2 \Rightarrow a^2 = b \quad a^2 = c^2 \quad c^2 = b^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} a^2 = c^2 \\ a^2 = c^4 \end{cases} \Rightarrow (c^4 - c^2) = 0 \Rightarrow (c^2 - c)(c^2 + c) = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow c^2(c-1)(c+1) = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} c = 0 \Rightarrow \notin ОДЗ \\ c = 1 \Rightarrow x - 1 = 1 \Rightarrow x = 2 \notin ОДЗ \\ c = -1 \Rightarrow x - 1 = -1 \Rightarrow x = 0 \notin ОДЗ \end{array} \right.$

3) $a^2 = c^k \quad c^2 = b^k \quad b = a^{k-1}$

$b^k = a^{k^2-k} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} a^2 = c^k \\ a^{k^2-k} = c^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^4 = c^{2k} \\ a^{k^3-k^2} = c^{2k} \end{cases} \Rightarrow a^4 = a^{k^3-k^2} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a = 1 \\ 4 = k^3 - k^2 \Rightarrow \end{array} \right.$

$\Rightarrow a = 1 \Rightarrow \frac{x}{3} + 3 = 1 = x = -6 \notin ОДЗ$

$k^3 - k^2 = 4 \Rightarrow (k-2)\overset{\neq 0}{(k^2 + k + 2)} = 0 \Rightarrow k = 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow a^2 = c^2 \quad c^2 = b^2 \quad b = a$

$\frac{x}{3} + 3 = 6x - 14 \Rightarrow x + 9 = 18x - \cancel{3}42 \Rightarrow$

$\Rightarrow 17x = 51 \Rightarrow \underline{x = 3 \in ОДЗ}$

Ответ: $x_1 = \frac{13}{5}$; $x_2 = 3$

Чистовик.

⑥ Продолжение

$\angle ABC = \operatorname{arctg}\frac{1}{2} = \cancel{\gamma}\,\alpha \Rightarrow \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2\sin\alpha = \cos\alpha$

т.к $\triangle ABC$ остроуг $\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} \Rightarrow 2\sin\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} \Rightarrow$

$\Rightarrow 4\sin^2\alpha = 1-\sin^2\alpha \Rightarrow 3\sin^2\alpha = 1 \Rightarrow \sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$

~~По теореме синусов~~ $\cancel{\frac{BC}{\sin\gamma} = \frac{AC}{\sin\alpha} \Rightarrow AC = \sqrt{3}\,BC\,\sin\alpha}$ $\Rightarrow 2\cdot\frac{2}{3} - 1 = \frac{1}{3}$ $\cos 2\alpha = \frac{1}{3}$

$\sin(180-2\alpha) = \sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha = 2\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow S_{APB} = \frac{66}{5} = 6x\cdot 6x\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{2\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{132}{10} = \frac{180\sqrt{2}x}{10} \Rightarrow$

$\Rightarrow 132 = 180\sqrt{2}x \Rightarrow x = \frac{132}{180\sqrt{2}} \Rightarrow 6x = \frac{132}{30\sqrt{2}} = \frac{22}{5\sqrt{2}}$ $5x = \frac{132}{36\sqrt{2}} = \frac{11}{3\sqrt{2}} \Rightarrow$

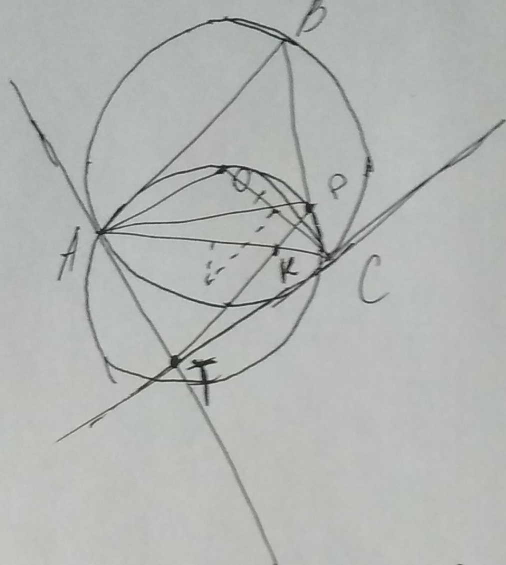
$\Rightarrow AC^2 = AP^2 + PC^2 - 2AP\cdot PC\cdot\cos 2\alpha =$

$\Rightarrow AC = \sqrt{\frac{484}{50} + \frac{121}{18} - \cancel{2}\cdot\frac{242}{\cancel{30}_{15}}\cdot\frac{1}{3}} =$

$= \sqrt{\frac{3356 + 3025}{450} - \frac{2420}{450}} = \sqrt{\frac{5961}{450}}$

Ответ: $AC = \sqrt{\frac{5961}{450}} = \sqrt{\frac{1947}{150}} = \sqrt{\frac{649}{50}}$

Черновик



$AK:KC = \frac{6}{5}$

$S_{ABC} = ?$

$CP^2 = AK \cdot KC$

$\Downarrow$

$CP = x\sqrt{30}$

$AK = 6x$

$KC = 5x$

$\frac{66}{15}$ $\frac{22}{5}$

$\frac{66}{18} = \frac{33}{9} = \frac{11}{3}$

$x = 3 \Rightarrow \log_2 4 = \log_4 4$

$b^2 = c^2$

$b = c$

$b = -c$

$6x - 14 = x - 1 \Rightarrow x = \frac{13}{5}$

$6x = 1 + 14 \Rightarrow 7x = 15$

$\frac{x}{3} + 3 = 6x - 14$

$x + 9 = 18x - 42$

$17x = 51$

$x = 3$

$\log_{\sqrt{\frac{14}{3}}} 1 = 0$

$\log$

$66 + 55 = 121$

$22 \times 22 = 44 + 440 = 484$

$36 \times 5 = 180$

$\frac{242}{25}$

121×25: $605 + 2420 = 3025$

25×18: $200 + 250 = 450$

242×18: $1936 + 2420 = 3356$

$3356 + 3025 = 6381$

$6381 - 420 = 5961$

$5961 : 3 = 1987$

$1947 : 3 = 649$

Черновик

$$\begin{cases} НОД(a;b;c) = 15 \\ НОК(a;b;c) = 3^{15} \cdot 5^{18} \end{cases}$$

~~что-то отлич. от 3, 5~~

~~$a = 3 \cdot 5 \ldots$~~

~~пусть не у~~ пусть $a \le b \le c$

$a = 3 \cdot 5$

$b = 3 \cdot 5 \cdot$

$5 \log_2 4 = 10$

$3 \log_2 4 = 6$

$4 = 2^{\frac{6}{3}}$

$2 \log_a b = c \Rightarrow a^c =$

$\log_a b = c \Rightarrow b = a^c$

$15 \quad 45 \quad 75$

$45 \quad 75 \quad 135$

$2 \log_2 4 = 4$

$\log_2 4 = 2$

$4 = 2^{\frac{4}{2}}$

$\log_2 4 \cdot \log_2 16 = 2 \cdot 4 = 8$

$\log$

$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243$

$243 \times 5 = 1215$

$1215 \times 8 = 9720$

$a = c^{\frac{k-1}{2}}$

$\log_2 4 + 1 = 3$

$2 = 2^{\frac{3-1}{2}} = 2^1 = 2$

$\log_3 \frac{81}{27} + 1 = 5$

$9 = 3^{\frac{5-1}{2}}$

$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

$8 = \log_2 256 = \frac{\log_4 256}{\log_4 2} =$

$= 4 : \frac{1}{2} = 8$

$\frac{16}{64}$

$\frac{\log_c b}{\log_c a} =$

$\Rightarrow$

$= \frac{2}{\log_c b}$

$2 \log_c a = \log_c^2 b$

$\Rightarrow 2 \log_c a = \log_c^2 b$

$\frac{1}{2} \log_c^2 b + 1 =$

$= \frac{2}{\log_c b}$

⑤ $\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}} (6x-14)$, $\log_{6x-14} (x-1)^2$, $\log_{x-1} \left(\frac{x}{3}+3\right)$

ОДЗ:
$$\left| \begin{array}{ll} \frac{x}{3} + 3 > 0 & \Rightarrow x > -9 \\ \frac{x}{3} + 3 \ne 1 & \Rightarrow x \ne -6 \\ 6x - 14 > 0 & \Rightarrow x > \frac{7}{3} \\ (x-1) > 0 & \Rightarrow x > 1 \\ x - 1 \ne 1 & \Rightarrow x \ne 2 \\ 6x - 14 \ne 1 & \Rightarrow x = \frac{5}{2} \end{array} \right.$$

$\frac{7}{3} < \frac{13}{5}$

$\frac{35}{15} < \frac{39}{15}$

$\sqrt{\frac{x}{3}+3} = a$

$6x - 14 = b$

$x - 1 = c$

$k^3 - 8 - k^2 + 4 =$

$= (k-2)(k^2 + 2k + 4)$

$= (k-2)(k+2)$

$\frac{1}{2} x^2 + 1 = \frac{2}{x} \Big| \cdot 2x$

$x^3 + 2x = 4$

$x(x^2 + 2) = 4$

$\log_2 8 + 1 = 4$

$8 = 2^{4-1} = 2^3$

$\log_a b \quad , \log_b c^2 \quad , \log_c a^2$

$\log_a b = \log_b c^2 = \log_c a^2 + 1$

$2 \log_c a + 1$

$\frac{13}{5} + 3 = 6 \cdot \frac{13}{5} - 4$

$\frac{28}{5} =$

$2 \frac{1}{\log_a c} + 1 = \frac{2}{\log_a c} + 1$

$\log_a b = \frac{2}{\log_a c} + 1$

$2 \log_b c = 2 \log_c a^2 + 1$

$2 \frac{1}{\log_c b} = 2 \log_c a + 1$

$13 \times 6 = 78$

$\log_c a^2 + \log_c c = \log_c a^2 c = k \Rightarrow c^k = a^2 c$

$c^{k-1} = a^2$