Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21103497**

ID профиля: **369323**

Вариант 18

Чистовик.

№1

$$\begin{cases} a_1^2 + 17a_1 + 66 > 7a_1 + 41 \\ a_1^2 + 17a_1 + 72 < 7a_1 + 65 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 + 10a_1 + 25 > 0 \\ a_1 + 10a_1 + 7 < 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} a_1 \neq -5 \\ a_1 \in (-5-3\sqrt{2}; -5+3\sqrt{2}) \end{cases}$$

Значит, $a_1 \in (-5-3\sqrt{2}; -5) \cup (-5; -5+3\sqrt{2})$

Т.к. $a_1 \in \mathbb{Z}$, то $a_1 \in \{-9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1\}$

Ответ: $-9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1$.

Чистовик:

№3.

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2 \le 5 & (1)\\ a^2+b^2 \le \min(4a-2b;\,5) & (2)\end{cases}$$

Из (2): Если $4a-2b<5 \Leftrightarrow a<\frac{2b+5}{4}$, то

в (1): $(a-x)^2+(b-y)^2 \le 5$

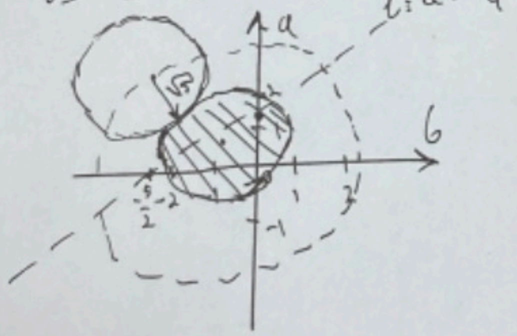
$a^2+b^2 \le 4a-2b$

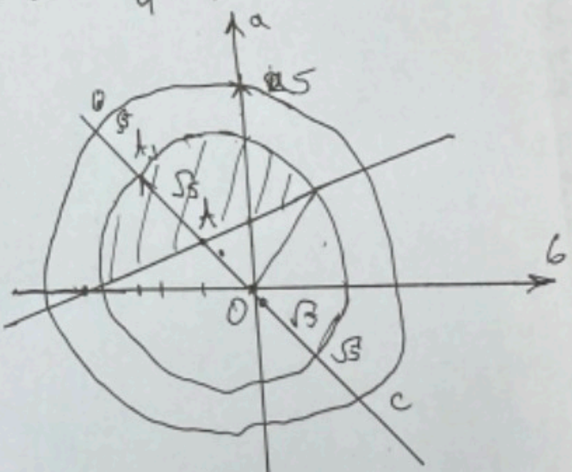
$(a-2)^2+(b+1)^2 \le 5$

Если $4a-2b \ge 5 \Leftrightarrow a \ge \frac{2b+5}{4}$, то

$a^2+b^2 \le 5$

В сист. aOb: $l: a=\frac{2b+5}{4}$





Система имеет решения, если центр окр-ти находится на расстоянии ≤ 5 от найденной об-ти

$AO : AC = \frac{3\sqrt5}{2} : \frac{5\sqrt5}{2} = 3:5$

$OA_1 = \sqrt5$

$OC = OB = 2\sqrt5$

Ур-е прямой $OB \perp l$: $a=-2b$

$$\begin{cases}a=-2b\\ a=\frac{2b+5}{4}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2b+5=-8b\\ a=-2b\end{cases} \begin{cases}b= \\ a\end{cases}$$

Откуда $OA = \sqrt{\frac14+1} = \frac{\sqrt5}{2} \Rightarrow AA_1 = \frac{\sqrt5}{2}$. Значит, пл-дь сект ограниченного окр-ю, равна $\frac38$. $S_{кр} = \frac38(\pi\cdot 2\sqrt5)^2 = \frac{15}{2}\pi$.

$S_{фигуры\ M} = 2\cdot\frac{15\pi}{2} = 15\pi$. Ответ: 15π.

21103497 (U369323 M1297223)

Лист №3

(Черновик)

$a_7 a_{12} > \frac{a_1+a_7}{2}\cdot 7 + 20$

$a_7 a_{12} > \frac{7a_1+7a_7+40}{2}$

$2a_7 a_{12} > 7a_1+7a_7+40$

$2a_7(a_7+5d) > 7a_1+7a_7+40$

1 ?

$\begin{cases} a_7 a_{12} - 20 > S \\ a_9 a_{10} - 44 < S \end{cases}$

$\begin{cases} a_7(a_7+5d) - 20 > S \\ (a_7+2d)(a_7+3d) - 44 < S \end{cases}$

$\begin{cases} a_7^2 + 5da_7 - 20 > S \\ a_7^2 + 5da_7 + 6d - 44 < S \end{cases}$

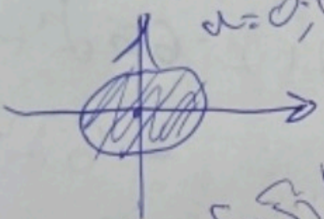
$a_7^2+5da_7+6d-44 < S < a_7^2+5da_7-20$

$S = \frac{a_1+a_7}{2}\cdot 7 = \frac{2a_1+6d}{2}\cdot 7 = (a_1+3d)7 = 7a_1+21d$

$a_7^2 + d(5a_7+6) - 44 < S < a_7^2 + 5da_7 - 20$

$a_7^2 +$

$a=0, b=0$



$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 \le 5 \\ a^2+b^2 \le \min(4a-2b, 5) \\ 0+0 \le \min(0; 5) \end{cases}$

$0 \le 5$ ✓

$x^2+y^2 \le 5.$

$S = \pi R^2 = \pi\cdot 5 = 5\pi$

21103497 (U369323 M1297223)

№1. (Черновик)

$S = \frac{a_1 + a_7}{2} \cdot 7 = \frac{2a_1 + 6d}{2} \cdot 7 = (a_1 + 3d) \cdot 7 = 7a_1 + 21d.$

$$\begin{cases} a_7 a_{12} > S + 20 \\ a_9 a_{10} < S + 44 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a_1 + 6d)(a_1 + 11d) > S + 20 \\ (a_1 + 8d)(a_1 + 9d) < S + 44 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 6da_1 + 11da_1 + 66d > S + 20 \\ a_1^2 + 8da_1 + 9da_1 + 72d < S + 44 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 17da_1 + 66d > S + 20 \\ a_1^2 + \cancel{17}da_1 + 72d < S + 44 \end{cases}$$

$S = 7a_1 + 21d$

$$\begin{cases} a_1^2 + 17da_1 + 66d^2 > \cancel{S}\, 7a_1 + 21d + 20 \\ a_1^2 + 17da_1 + 72d^2 < \cancel{S+44}\; 7a_1 + 21d + 44 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 17da_1 - 7a_1 > 21d - 66d^2 + 20, \\ a_1^2 + 17da_1 - 7a_1 < 21d - 72d^2 + 44 \end{cases}$$

$21d - 66d^2 + 20 < a_1^2 + 17da_1 - 7a_1 < 21 - 72d^2 + 44$

$-6d^2 + 24 = -6(d^2 - 4) = -6(d-2)(d+2)$

21103497 (U369323 M1297223)

№1. (Черновик)

(Черновик)

$S_7 = \frac{a_1 + a_7}{2} \cdot 7$

$\begin{cases} a_9 a_{10} < S + 44 \\ a_7 a_{12} > S + 20 \end{cases}$

d

$\begin{cases} (a_1 + 8d)(a_1 + 9d) < S + 44 \\ (a_1 + 6d)(a_1 + 11d) > S + 20 \end{cases}$

$5d$

$d < 0?$

$2a_1 + 17d$

$2a_1 + 17d$

где a_1

$d = 1$ $\begin{cases} (a_1 + 8)(a_1 + 9) < \frac{2a_1 + 6}{2} \cdot 7 \\ (a_1 - 8)(a_1 - 9) < \frac{2a_1 - 6}{2} \cdot 7 \end{cases}$ $d = -1$

$a_1^2 + 17a_1 + 72 \leq 7a_1 + 21$

$\cdot (-1)$

$a_1^2 + 10a_1 + 50 \leq 0$

$(a_1 + 6)(a_1 + 11) < \frac{2a_1 + 6}{2} \cdot 7$

$a_1 + 17a_1 + 66 \leq 7a_1 + 21$

$(a_1 + 8d) \cdot (a_1 + 9d) = a_1^2 + 17a_1 d + 72d^2$

$(a_1 + 6d)(a_1 + 11d) = a_1^2 + 17da_1 + 66d^2$

$-a_1^2 - 17a_1 d - 72d^2 > -S - 44$

$a_1^2 + 17d a_1 + 66d^2 > S + 20$

$-6d^2 > -24$

$d^2 > 4$

$-2 < d < 2$

21103497 (U369323 M1297223)

№1. (Черновик)

$a_1 + a_2$

(Черновик)

$$d=1: \begin{cases} a_1^2+10a_1+50 \leq 0 \\ a_1^2+10a_1+45 > 0 \end{cases}$$

$$\cancel{a_1^2+10a_1+50=0}$$

$$\cancel{D=100-200<0}$$

$$\cancel{a_1^2+10a_1+45}$$

$$\cancel{D=100-4\cdot45=100-170<0}$$

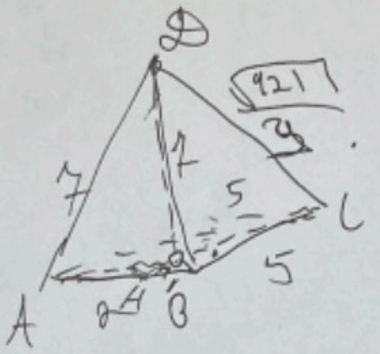
$$a_1^2+10a_1+51=0$$

$$D=100-204=-104<0$$

$$D=100-4\cdot44=100-176=-76<0$$

21103497 (U369323 M1297223)

№2. (Черновик).



$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$AC = \sqrt{4+25} = \sqrt{29}$

$$\begin{array}{r} 21 \\ \times 21 \\ \hline 21 \\ 42 \\ \hline 441 \end{array}$$

$AH = \sqrt{25+1} = \sqrt{26}$

$CO : OH = 2 : 1$

$CO = \frac{2}{3}\sqrt{26} = \frac{\sqrt{104}}{\sqrt{9}} = \sqrt{\frac{104}{9}} =$

$= \frac{2\sqrt{2}\sqrt{13}}{3}$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 8 \\ \hline 104 \end{array}$$

$BC = \cancel{\sqrt{25}}$

$BO = \sqrt{25 - \frac{42 \cdot 4}{9}} = \sqrt{\frac{225 - 101}{9}} = \sqrt{\frac{124}{9}} = \frac{2\sqrt{31}}{3}$

$DO = \sqrt{49 - \frac{124}{9}} = \sqrt{\frac{441 - 124}{9}} =$

$= \frac{\sqrt{317}}{3} =$

$DC = \sqrt{\frac{317}{9} + \frac{4 \cdot 26}{9}} = \sqrt{\frac{317 + 104}{9}}$

$= \sqrt{\frac{421}{9}} = \frac{\sqrt{421}}{3}$

21103497 (U369323 M1297223)

№3. (Черновик)

M - фигура на пл-ти (x, y) точек, что сущ. (a, b) вещественные:

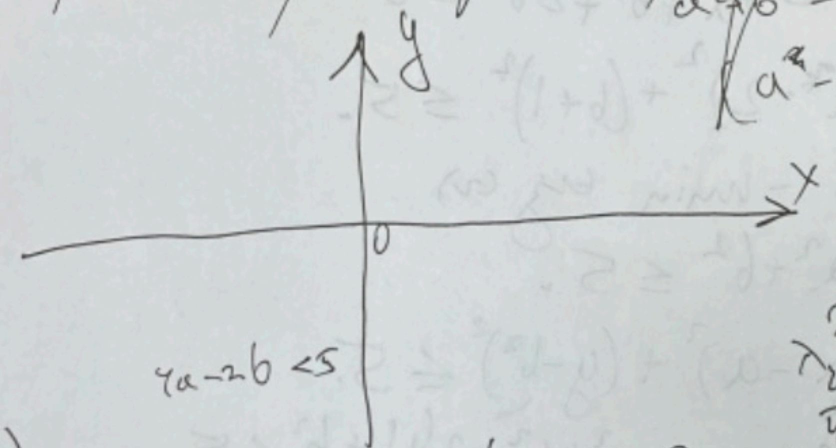
$$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 \le 5 \\ a^2 + b^2 \le \min(4a - 2b, 5) \end{cases}$$

$a, b \in R$; x, y

$\frac{a^2+b^2}{2} \ge \sqrt{a^2 b^2}$

$a^2 + b^2 \ge 2|ab|$ - AM-GM

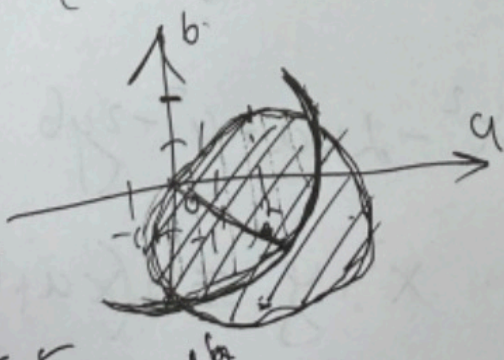
$(a - b)^2 \ge 0$



$4a - 2b < 5$

1) $a^2 + b^2 - 4a + 2b \le 0$

$(a - 2)^2 + (b + 1)^2 \le 5$



$4a - 2b = 5$

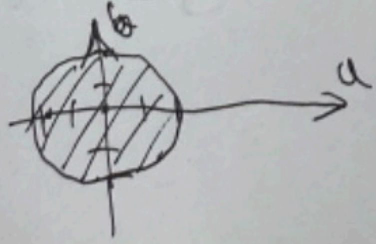
$2(2a - b) = 5$

$2a - b = 2,5$

$2 \cdot 2 - b = 2,5$

$4a - 2b > 5$

2) $a^2 + b^2 \le 5$



21103497 (U369323 M1297223)

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2 \le 5 & (1)\\ a^2+b^2 \le \min(4a-2b;5) & (2)\end{cases}$$

$\min(4a-2b;5)$

1) $4a-2b$ - min из (2)

$$a^2+b^2 \le 4a-2b$$

$$a^2-4a+b^2+2b \le 0$$

$$(a-2)^2+(b+1)^2 \le 5.$$

2) 5 - min из (2)

$$a^2+b^2 \le 5.$$

3) $$(x-a)^2+(y-b)^2 \le 5.$$

$$x^2-2xa+a^2+y^2-2yb+b^2 \le 5$$

$$x^2-2xa+y^2-2yb+\underbrace{a^2+b^2}_{\le 5} \le 5$$

$$x^2-2xa+y^2-2yb \le 0$$

$$x^2+y^2 \le 2(xa+by)$$

21103497 (U369323 M1297223)

Чистовик.

№1.

S – сумма первых 7 членов возр. арифм. прогрессии ($d \geq 0$)

$a_1, a_2, a_3 \ldots \in \mathbb{Z}$

Известно, что $a_7 a_{12} > S+20$

$a_9 a_{10} < S+44$

Найти: a_1 – ?

Решение:

$\left.\begin{array}{l} a_7 a_{12} > S+20 \\ a_9 a_{10} < S+44 \end{array}\right| \Rightarrow a_9 a_{10} - 44 < S < a_7 a_{12} - 20$

Тогда $a_9 a_{10} - 44 < a_7 a_{12} - 20$

$-44 + (a_1 + 8d)(a_1 + 9d) < (a_1 + 6d)(a_1 + 11d) - 20$

$72d^2 - 44 < 66d^2 - 20$

$6d^2 < 24$

$d^2 < 4$

$d \in (-2; 2)$

Т.к. $d > 0$ и целочисленна, то

$\left.\begin{array}{l} d > 0 \\ d \in \mathbb{Z} \end{array}\right| \Rightarrow d = 1$

Тогда $\begin{cases} a_7 a_{12} > S+20 \\ a_9 a_{10} < S+44 \end{cases}$ $\begin{cases} (a_1+6)(a_1+11) > \frac{2a_1+6}{2} \cdot 7 + 20 \\ (a_1+8)(a_1+9) < \frac{2a_1+6}{2} \cdot 7 + 44 \end{cases}$

21103497 (U369323 M1297223)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21103497**

ID профиля: **369323**

Вариант 18

Чистовик:
№5.

$(y-2)(y^2+y+2)=0$

$y=2$ или $y^2+y+2=0$
$D=1-4=-3<0$
нет действ. решений.

Отсюда получим

$$\left[\begin{array}{l} 2\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)=2 \\ 2\log_{6x-14}(x-1)=2 \\ \log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)=2 \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)=1 \\ \log_{6x-14}(x-1)=1 \\ \log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)=2 \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} 6x-14=\frac{x}{3}+3 \\ 6x-14=x-1 \\ (x-1)^2=\frac{x}{3}+3 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=\frac{13}{5} \\ x=-\frac{2}{3} \\ x=3 \end{array}\right.$$

Т.к. $x>\frac{7}{3}$ и $x\neq\frac{5}{2}$, то $x\in\left\{3;\ \frac{13}{5}\right\}$

Однако, заметим, что значение x может быть 1 в соответствии значению y, тогда:

$\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)$, $\log_{6x-14}(x-1)^2$, $\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)$

При $x=3$: $6x-14=18-14=4$ $\quad x-1=2$ $\quad \frac{x}{3}+3=1+3=4$

$\log_2 4=2$, $\log_4 4=1$; $\log_2(4)=2$ – все ус-я выполнены.

Ответ: 3.

Лист №5

21103497 (U369323 M1297224)

Решение:

№5.

$\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)$; $\log_{6x-14}(x-1)^2$; $\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)$

Выпишем ОДЗ для данных чисел:

$$\begin{cases} \frac{x}{3}+3>0 \\ \frac{x}{3}+3\neq 1 \\ 6x-14>0 \\ 6x-14\neq 1 \\ (x-1)^2>0 \\ (x-1)>0 \\ (x-1)\neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-9 \\ x\neq -6 \\ x>\frac{7}{3} \\ x\neq\frac{5}{2} \\ x\neq 1 \\ x>1 \\ x\neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>\frac{7}{3} \\ x\neq\frac{5}{2} \end{cases}$$

Заметим, что $\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)\cdot\log_{6x-14}(x-1)^2\cdot\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)=$

$=2\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)\cdot 2\log_{6x-14}(x-1)\cdot\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)=4.$

Пусть y - одинаковое число, тогда $y\cdot y\cdot(y-1)=4$

$y^3-y^2-4=0$

Подберём подходящий $y=2$ (корень). Отсюда поделим столбиком многочлен y^3-y^2-4 на $y-2$:

$$\begin{array}{r|l} y^3-y^2-4 & y-2 \\ \hline -\;y^3-2y^2 & y^2+y+2 \\ \hline y^2-4 & \\ -\;y^2-2y & \\ \hline 2y-4 & \\ -\;2y-4 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Лист №4.

21103497 (U369323-M1297724)

Чистовик:

$$\begin{cases} НОД(a;b;c)=15 \\ НОК(a;b;c)=3^{15}\cdot 5^{18} \end{cases}$$

Из системы получим, что в разложении a, b и c присутствуют 3 и 5 и максимальная степень вхождения тройки равна 15, а пятерки 18.

Б.О.О. т.е. $a=3^{\alpha_1}\cdot 5^{\beta_1}$, $b=3^{\alpha_2}\cdot 5^{\beta_2}$, $c=3^{\alpha_3}\cdot 5^{\beta_3}$, где $1\le\alpha_1\le\alpha_2\le\alpha_3\le 15$, $1\le\beta_1\le\beta_2\le\beta_3\le 18$

Если $\alpha_3=1$, то $\alpha_1=\alpha_2=1$ (1 комб.)

$\alpha_3=2$, то $\left.\begin{matrix}\alpha_1=\alpha_2=1 \\ \alpha_1=1;\ \alpha_2=2 \\ \alpha_2=2;\ \alpha_1=2\end{matrix}\right\}$ 3 комб.

Т.е. если $\alpha_3=i$, то α_2 принимает i значений (от 1 до i), а α_1 принимает $1+2+\ldots+i=\frac{1+i}{2}\cdot i$ значений

Всего комб. для α: $N_\alpha=\sum_{i=1}^{15}\frac{1+i}{2}\cdot i=1+3+6+10+15+21+28+36+45+55+66+78+91+105+120=680.$

Всего комб. для β: $N_\beta=\sum_{i=1}^{18}\frac{1+i}{2}\cdot i=680+136+153+171=1140.$

Итого: $N_{общ}=N_\alpha\cdot N_\beta=680\cdot 1140=775200$

Ответ: 775200.

№4. черновик

$$\begin{cases} \text{НОД}(a;b;c)=15 \\ \text{НОК}(a;b;c)=3^{15}\cdot 5^{18} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 680 \\ \times 1140 \\ \hline 000 \\ 2720 \\ 680 \\ 680 \\ \hline 775200 \end{array}$$

Из системы получаем, что в разложении a, b и c присутствуют 3 и 5 и макс. степень ~~возведения~~ входящих тройки равна 15., а пятерки 18.

Т.е. $a=3^{\alpha_1}\cdot 5^{\beta_1}$, $b=3^{\alpha_2}\cdot 5^{\beta_1}$, $c=3^{\alpha_3}\cdot 5^{\beta_3}$, где $1\le\alpha_1\le\alpha_2\le\alpha_3\le 15$, $1\le\beta_1\le\beta_2\le\beta_3\le 18$

Если $\alpha_3=1$, то $\alpha_1=\alpha_2=1$ (1 комб.)

$\alpha_3=2$, то $\left.\begin{array}{l}\alpha_1=\alpha_2=1\\ \alpha_1=1;\ \alpha_2=2\\ \alpha_1=2;\ \alpha_2=2\end{array}\right\}$ 3 комб.

Т.е. если $\alpha_3=i$, то α_2 принимает i значений (от 1 до i), а α_1 принимает $1+2+\ldots+i=\frac{1+i}{2}\cdot i$ значений

Всего комб. для α: $N_\alpha=\sum_{i=1}^{15}\frac{1+i}{2}\cdot i=1+3+6+10+15+21+28+36+45+55+66+78+91+105+120=680$

Всего комб. для β: $N_\beta=\sum_{i=1}^{18}\frac{1+i}{2}\cdot i=680+136+153+171=1140$. Всего: $N_\alpha\cdot N_\beta=680\cdot 1140=775200$

21103497 (U369323 M1297224)

№4. черновик

$$\begin{cases} НОД(a;b;c)=15 \\ НОК(a;b;c)=3^{15}\cdot 5^{18} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 680 \\ \times\ 1140 \\ \hline 000 \\ 2720\ \ \\ 680\ \ \ \\ 680\ \ \ \ \\ \hline 775200 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 686 \\ \times\ 1140 \\ \hline 000 \\ 2744\ \ \\ 686\ \ \ \\ 686\ \ \ \ \\ \hline 782040 \end{array}$$

Из системы получаем, что в разложении a, b и c присутствуют 3 и 5 и макс. степени ~~возведенные~~ входящие тройки равна 15., а пятерки 18.

Т.е. $a=3^{\alpha_1}\cdot 5^{\beta_1}$, $b=3^{\alpha_2}\cdot 5^{\beta_2}$, $c=3^{\alpha_3}\cdot 5^{\beta_3}$, где $1\le\alpha_1\le\alpha_2\le\alpha_3\le 15$, $1\le\beta_1\le\beta_2\le\beta_3\le 18$

Если $\alpha_3=1$, то $\alpha_1=\alpha_2=1$ (1комб.)

$\alpha_3=2$, то $\left.\begin{array}{l}\alpha_1=\alpha_2=1 \\ \alpha_1=1;\ \alpha_2=2 \\ \alpha_1=2;\ \alpha_2=2\end{array}\right\}$ 3комб.

Т.к. т.е. если $\alpha_3=i$, то α_2 принимает i значений (от 1 до i), а α_1 принимает $1+2+\ldots+i=\frac{1+i}{2}\cdot i$ значений

Всего комб. для α: $N_\alpha=\sum_{i=1}^{15}\frac{1+i}{2}\cdot i=1+3+6+10+15+21+28+36+45+55+66+78+91+105+120=680$

Всего комб. для β: $N_\beta=\sum_{i=1}^{18}\frac{1+i}{2}\cdot i=680+136+153+171=1140$.

Всего: $N_\alpha\cdot N_\beta=680\cdot 1140=775200$

21103427 (U360332 M1207224)

Черновик:

$\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)$; $\log_{6x-14}(x-1)^2$; $\log_{x-1}(\frac{x}{3}+3)$

$$\begin{cases} \frac{x}{3}+3>0 \\ \frac{x}{3}+3\neq 1 \\ 6x-14>0 \\ 6x-14\neq 1 \\ (x-1)^2>0 \\ (x-1)>0 \\ (x-1)\neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-9 \\ x\neq -6 \\ x>\frac{7}{3} \\ x\neq \frac{5}{2} \\ x\neq 1 \\ x>1 \\ x\neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>\frac{7}{3} \\ x\neq \frac{5}{2} \end{cases}$$

Заметим, что $\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)\cdot\log_{6x-14}(x-1)^2\cdot\log_{x-1}(\frac{x}{3}+3)=$

$$=2\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)\cdot 2\log_{6x-14}(x-1)\cdot\log_{x-1}(\frac{x}{3}+3)=4$$

Пусть y - одинак. число, тогда $y\cdot y(y-1)=4$

$$y^3-y^2-4=0$$

$y=2$ (корень) $\Rightarrow$

$$\begin{array}{r|l} y^3-y^2-4 & y-2 \\ \hline -(y^3-y^2) & y^2+y+2 \\ y^2-4 & \\ -(y^2-2y) & \\ 2y-4 & \\ -(2y-4) & \\ 0 & \end{array}$$

21103497 (U369323 M1297224)

Черновик

$\cos 2x = \frac{1+tg^2 x}{1-tg^2 x}$; $\sin 2x = \frac{2tg\,x}{1+tg^2 x}$

$(y-2)(y^2+y+2)=0$

$y=2$ или $y^2+y+2=0$

Отсюда получим $D = 1-4 < 0$

нет действ. решений.

$\left[\begin{array}{l} 2\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)=2 \\ 2\log_{6x-14}(x-1)=2 \\ \log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)=2 \end{array}\right.$ $\Rightarrow$ $\left[\begin{array}{l} \log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)=1 \\ \log_{6x-14}(x-1)=1 \\ \log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)=2 \end{array}\right.$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} 6x-14=\frac{x}{3}+3 \\ 6x-14=x-1 \\ (x-1)^2=\frac{x}{3}+3 \end{array}\right.$ $\Rightarrow$ $\left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=\frac{13}{5} \\ x=-\frac{2}{3} \\ x=3 \end{array}\right.$ Т.к. $x > \frac{7}{3}$ и $x \neq \frac{5}{2}$, то

$x \in \left\{3; \frac{13}{5}\right\}$.

$\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)$, $\log_{6x-14}(x-1)^2$, $\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)$

$x-1=2$ $\frac{x}{3}+3=4$

$x=3$; $6x-14=$
$=18-4=4$

$2\log_4(4)$, $\log_4 2^2$, $\log_2 4$
$= 2$; 1; 2

Черновик [redacted] №4.

$$\begin{cases} НОД(a;b;c)=15 \\ НОК(a;b;c)=3^{15}\cdot 5^{18} \end{cases}$$

Из (1): ~~кратны~~ каждое из чисел a, b и c делится на 15, т.е. в каждом есть как ~~минимум~~ ~~множители~~ $3\cdot 5$ ~~делитель~~.

Из (2): a, b и c имеют ~~наиб~~ наименьшее общее кратное $3^{15}\cdot 5^{18}$, тогда числа a, b и c

$a\cdot b\cdot c = 3^{x}\cdot 5^{y}$

15 – наиб. делитель.

Отсюда.

21103497 (U369323 M1297224)

$\cancel{a-1 = 2\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14) - 1 \cdot \log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)^2 - \log_{\frac{x}{3}+3}\left(\frac{x}{3}+3\right) =}$

перемножить

$\cancel{= \left(\frac{x}{3}+2\right)\left((6x-14)^2 - \left(\frac{x}{3}+3\right)\right)}$

$\cancel{b-1 =}$

$b = 0 = 2\log_{6x-14}(x-1)$

$(x-1)^2 = 1$

$x-1 = \pm 1$

$x_1 = -2$ — невозможно.

$x_2 = 0$

$c = 0 = \log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right) =$

$\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right) = \log_{x-1} 1$

$\frac{x}{3}+3 = 1$

$\frac{x}{3} = -2$

$x = -6$. — невозможно

$a = 0 = 2\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14) = \log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)^2$

1) $2\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)=a$ Черновик

$2\log_{6x-14}(x-1)=b$

$\log_{x-1}(\frac{x}{3}+3)=c$

a и c

$$2\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)=\frac{1}{\log_{\frac{x}{3}+3}(x-1)}$$

$$2\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)\cdot\log_{\frac{x}{3}+3}(x-1)=1$$

2) a и b

$$\cancel{2}\log_{6x-14}(x-1)=\cancel{2}\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)$$

$$\log_{6x-14}(x-1)=\frac{1}{\log_{6x-14}(\frac{x}{3}+3)}$$

$$\log_{6x-14}(x+1)\cdot\log_{6x-14}(\frac{x}{3}+3)=1$$

3) b и c

$$2\log_{6x-14}(x-1)=\log_{x-1}(\frac{x}{3}+3)$$

$$\frac{1}{2\log_{x-1}(6x-14)}=\log_{x-1}(\frac{x}{3}+3)$$

$$1=2\log_{x-1}(\frac{x}{3}+3)\log_{x-1}(6x-14)$$

21103497 (U369323 M1297224)

Черновик.

$\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)^2 = \log_{\frac{x}{3}+3}(1)$

$(6x-14)^2 = 1$

$6x-14 = \pm 1$

$6x = 15$ или $6x = 13$

$6x = 13$

$x = \frac{15}{6}$ или $x = \frac{13}{6}$ — не подходит, т.к. $\frac{13}{6} < \frac{14}{6}$

$x = \frac{5}{2} = 2,5$ или

$$\begin{cases} \frac{x}{3}+3>0 \\ 6x-14>0 \\ x-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-9 \\ x>\frac{14}{6} \\ x>1 \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{14}{6} = 2\frac{1}{3}$$

$x = 2,5$

21103497 (U369323 M1297224)

№4. черновик

$$\begin{cases} \text{НОД}(a;b;c) = 15 \\ \text{НОК}(a;b;c) = 3^{15} \cdot 5^{18} \\ \end{cases}$$

$a, b, c \in \mathbb{N}$

~~$a = 12$~~

Из (1) в каждом a, b и c есть как минимум 3 и 5, откуда получаем (1).

Из (2) получим, что во (2) числа a, b и c — нечет., тогда

$a = 3 \cdot 5$

$b = 3 \cdot 5$

$c = 3 \cdot 5$

Остались 3^{12} и 5^{15}:

$3 \cdot 12 \cdot 3 C_3^1 =$

$108 \frac{3!}{2!} = 108 \cdot 3 = 324$?

21103497 (U369323 M1297224)