

Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21103285**

ID профиля: **375568**

Вариант 18

$$\begin{cases} (a-2)^2 + (b+1)^2 = 5 \\ a^2 + b^2 = 5 \end{cases} \quad \begin{aligned} (a-2)^2 + (b+1)^2 &= a^2 + b^2 \text{ Чертим} \\ a^2 - 4a + 4 + b^2 + 2b + 1 &= a^2 + b^2 \end{aligned}$$

$$a^2 + (2a - 2,5)^2 = 5$$

$$a^2 + 4a^2 - 2 \cdot 2,5 \cdot 2a + 6,25 - 5 = 0$$

$$5a^2 - 10a + 1,25 = 0 \quad | \cdot 4$$

$$20a^2 - 40a + 5 = 0 \quad | : 5$$

$$4a^2 - 8a + 1 = 0$$

$$D_1 = k^2 - ac = 16 - 4 = 12$$

$$a_1 = \frac{4 + 2\sqrt{3}}{4} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2}$$

$$a_2 = \frac{4 - 2\sqrt{3}}{4} = \frac{2 - \sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{S_{\text{sum}}}{5} = \frac{L}{360 \cdot 2\pi}$$

$$S_{\text{sum}} = \frac{L}{2\pi} \cdot 5$$

$$S_{\text{sum}} = \frac{L}{2\pi} \cdot 5 -$$

~~$$-4b + 2b + 5 = 0$$~~

$$= 4a + 2b + 5 = 0$$

$$2b = 4a - 5$$

$$b = 2a - 2,5$$

$$b_1 = 2 + \sqrt{3} - 2,5 = \sqrt{3} - 0,5$$

$$b_2 = 2 - \sqrt{3} - 2,5 = -\sqrt{3} - 0,5$$

$$(2\sqrt{3})^2 = 4 \cdot 3 = 12$$

$$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 5 \\ a^2 + b^2 \leq \min(4a-2b, 5) \end{cases}$$

$$4a - 2b \leq 5$$

$$\begin{aligned} 2b &\geq 4a - 5 \\ b &\geq \frac{4a - 5}{2} \end{aligned}$$

$$a^2 + b^2 \leq 4a - 2b$$

$$a^2 + b^2 - 4a + 2b \leq 0$$

$$(a-2)^2 + (b+1)^2 \leq 5 - \text{если } b \geq \frac{4a-5}{2}$$

$$a^2 + b^2 \leq 5 - \text{если } b \leq \frac{4a-5}{2}$$

чертаме

же нарна $(x; y)$ агуурабыем
жуумуу неравенства

$$2a - 2,5$$

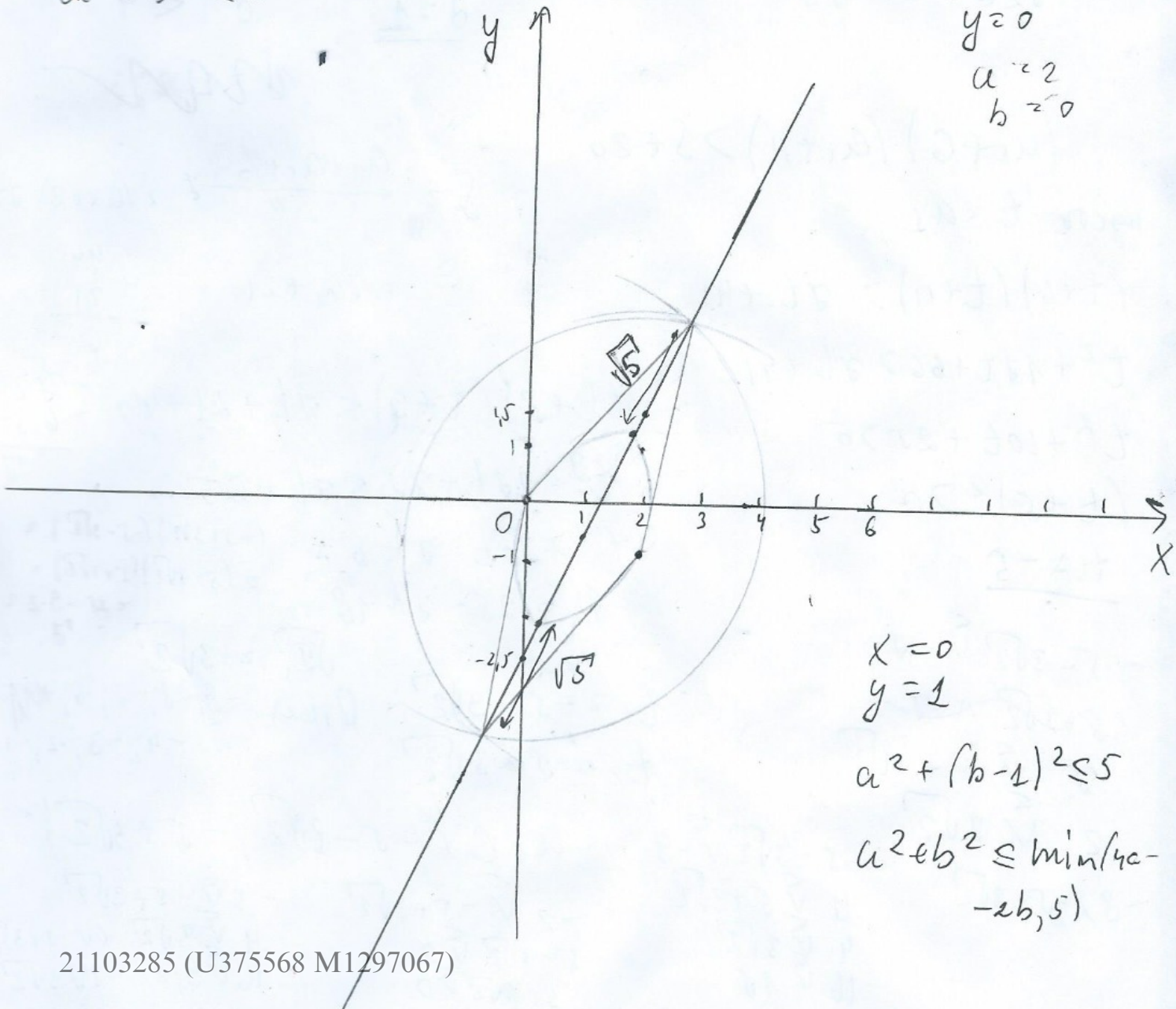
$$\frac{y}{1,5}$$

$$x = 1$$

$$y = 0$$

$$a = 2$$

$$b = 0$$



$$x = 0$$

$$y = 1$$

$$a^2 + (b-1)^2 \leq 5$$

$$a^2 + b^2 \leq \min(4a - 2b, 5)$$

Упробана

н.к.

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9, a_{10}, a_{11}$

$$S = \frac{a_1 + a_7}{2} \cdot 7$$

$$a_i = \frac{a_i - 1 + a_{i+1}}{2}$$

$$\begin{cases} a_7 a_{12} > S + 20 \\ a_9 a_{10} < S + 44 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_7 a_{12} > S + 20 \\ -a_9 a_{10} > -S - 44 \end{cases}$$

~~$a_7 - a_{12}$~~

$$a_7 a_{12} - a_9 a_{10} > -24$$

$$(a_1 + 6d)(a_1 + 11d) -$$

$$- (a_1 + 8d)(a_1 + 9d) = a_1^2 + 17ad + 66d^2 - a_1^2 - 17ad -$$

$$- 22d^2 = -6d^2$$

$$\underline{d=1}$$

$$d^2 < 4$$

~~1, 2, 3~~

$$(a_1 + 6)(a_1 + 11) > S + 20$$

мысл $t = a_1$

$$(t+6)(t+11) > 7t + 41$$

$$t^2 + 17t + 66 > 7t + 41$$

$$t^2 + 10t + 25 > 0$$

$$(t+5)^2 > 0$$

$$\underline{t \neq -5}$$

$$-5 - 3\sqrt{2} \sqrt{-7}$$

$$8 + 3\sqrt{2} \sqrt{7}$$

$$7 \sqrt{5 + 3\sqrt{2}}$$

$$2 \sqrt{3\sqrt{2}}$$

$$-8 > -5 - 3\sqrt{2}$$

$$-5 - 3\sqrt{2} \sqrt{-9}$$

$$9 \sqrt{5 + 3\sqrt{2}}$$

$$4 \sqrt{2\sqrt{7}}$$

$$16 \sqrt{18}$$

$$S = \frac{a_1 + a_{1+6}}{2} \cdot 7 = (a_1 + 3) \cdot 7$$

$$= 7a_1 + 21$$

$$\begin{array}{r} 44 \\ + 21 \\ \hline 65 \end{array}$$

$$(t+8)(t+9) < 7t + 21 + 44 = 7t + 65$$

$$t^2 + 17t + 72 < 7t + 65$$

$$t^2 + 10t + 7 < 0$$

$$D_1 = 25 - 7 = 18$$

$$t_1 = -5 + 3\sqrt{2}$$

$$t_2 = -5 - 3\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} (-5 + 3\sqrt{2})(-5 - 3\sqrt{2}) &= \\ = (5 - 3\sqrt{2})(5 + 3\sqrt{2}) &= \\ = 25 - 9 \cdot 2 &= 7 \end{aligned}$$

$$\sqrt{D_1} = 3\sqrt{2}$$

$$\text{Order: } -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1$$

$$a_1 \in (-5 - 3\sqrt{2}; -5 + 3\sqrt{2})$$

$$-2 \sqrt{-5 + 3\sqrt{2}}$$

$$5 - 3\sqrt{2} \sqrt{2}$$

$$3 - 3\sqrt{2} \sqrt{0}$$

$$-1 \sqrt{-5 + 3\sqrt{2}}$$

$$4 \sqrt{3\sqrt{2}} \sqrt{5 + 3\sqrt{2}}$$

$$16 \sqrt{9 \cdot 2} \sqrt{3\sqrt{2}}$$

$$25 \sqrt{1}$$

Микрообъем (проголосованное $\sqrt{3}$) сум. 5.

$$= CE + OE + ED = \sqrt{15} + 2\sqrt{3}.$$

По м. кос:

$$(\sqrt{15} + 2\sqrt{3})^2 = 15 + 20 - 2 \cdot 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{15} \cdot \cos \alpha$$

$$15 + 4 \cdot 5 \cdot \sqrt{3} + 20 = 40 - 8 \cdot 5 \cdot \cos \alpha$$

$$20\sqrt{3} + 35 = 40 - 40 \cos \alpha$$

$$20\sqrt{3} - 5 = -40 \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{20\sqrt{3} - 5}{-40} = \frac{1 - 4\sqrt{3}}{8}$$

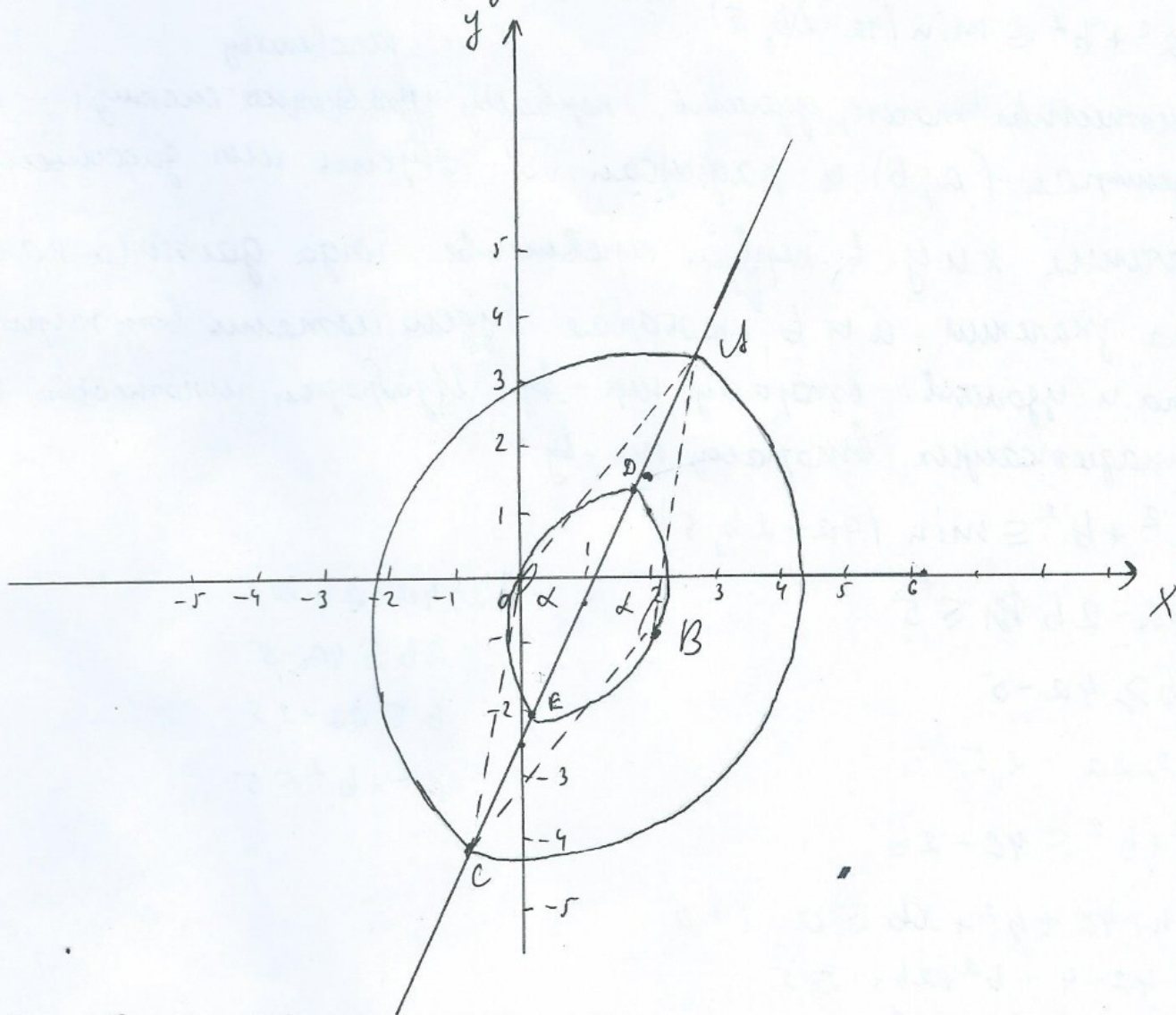
$$S_{\text{сум.}} = \frac{L}{2R} \cdot S_{\text{кр.}} - 10 \cdot \sin \alpha$$

$$S_{\text{кр.}} = \pi R_{\text{кр.}}^2 = 20\pi$$

$$S_{\text{сум.}} = S_{\text{сум.}} \cdot 2 = \left(\frac{L}{2R} \cdot 20\pi - 10 \sin \alpha \right) \cdot 2 = 20\pi - 20 \sin \alpha =$$

$$= 20 \arccos \left(\frac{1 - 4\sqrt{3}}{8} \right) - 20 \sin \left(\arccos \left(\frac{1 - 4\sqrt{3}}{8} \right) \right)$$

(продолжение №3)



$$\begin{cases} (a-2)^2 + (b+1)^2 = 5 \\ a^2 + b^2 = 5 \end{cases}$$

$$a^2 - 4b + 4 + b^2 + 2b + 1 = a^2 + b^2$$

$$2b = 4a - 5$$

$$b = 2a - 2,5 \Rightarrow a^2 + (2a - 2,5)^2 = 5$$

$$a^2 + 4a^2 - 10a + 6,25 - 5 = 0$$

$$5a^2 - 10a + 1,25 = 0$$

$$\begin{cases} a_1 = \frac{2 + \sqrt{3}}{2} \\ a_2 = \frac{2 - \sqrt{3}}{2} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} b_1 = \sqrt{3} - 0,5 \\ b_2 = -\sqrt{3} - 0,5 \end{cases}$$

Имеет место $D \left(\frac{2 + \sqrt{3}}{2}, \sqrt{3} - \frac{1}{2} \right)$; $E \left(\frac{2 - \sqrt{3}}{2}, -\sqrt{3} - \frac{1}{2} \right)$

$$DE = \sqrt{\left(\frac{2 + \sqrt{3}}{2} - \frac{2 - \sqrt{3}}{2} \right)^2 + \left(\sqrt{3} - \frac{1}{2} + \sqrt{3} + \frac{1}{2} \right)^2} = \sqrt{3 + 12} = \sqrt{15} \Rightarrow AC =$$

21103285 (U375568 M1297067)

$$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 5 \\ a^2 + b^2 \leq \min(4a-2b, 5) \end{cases}$$

неравенству

Множество точек, удовлетв. первому уравнению системы - круг с центром $(a; b)$ и радиусом $\sqrt{5}$. Пусть мы зафиксируем значения x и y в первом неравенстве. Тогда дадим найдем пару значений a и b , которая будет лежать внутри того круга и удовлетв. второму нер-ву. Изобразим множество точек, принадлежащих второму нер-ву:

$$a^2 + b^2 \leq \min(4a-2b, 5)$$

$$1) 4a - 2b \leq 5$$

$$2b \geq 4a - 5$$

$$b \geq 2a - 2,5$$

$$a^2 + b^2 \leq 4a - 2b:$$

$$a^2 - 4a + b^2 + 2b \leq 0 \quad | +5$$

$$a^2 - 4a + 4 + b^2 + 2b + 1 \leq 5$$

$$(a-2)^2 + (b-1)^2 \leq 5$$

$$2) 4a - 2b \geq 5$$

$$2b \leq 4a - 5$$

$$b \leq 2a - 2,5$$

$$a^2 + b^2 \leq 5$$

Эта фигура будет представлять из себя кривую, состоящую из двух полуокружностей радиуса $\sqrt{5}$. Две точки, чтобы отметить искомое решение, хотя бы одна точка, принадлежащая первому графику, дающая ~~точку~~ ^{точку} внутри фигуры, которая задает второй график. Тогда график будет представлять из себя кривую, состоящую из ~~полуокр.~~ ^{полуокр.} двух полуокр. радиуса $2\sqrt{5}$. Площадь подведенной нам фигуры равна сумме площадей двух кругов с радиусом $\sqrt{5}$.

$$21103285 (U375568 M1297067) \\ AB = BC = 2\sqrt{5}. \quad CE = AD = \sqrt{5}.$$

№2.

a_i - арифм. прогрессия

Искать из условия задачи, составив систему уравнений:

$$\begin{cases} a_7 + a_{12} > S + 20, \\ a_9 + a_{10} < S + 44; | \cdot (-1) \end{cases} \begin{cases} a_7 + a_{12} > S + 20, \quad (1) \\ -a_9 + a_{10} > -S - 44 \quad (2) \end{cases}$$

Сложим (1) и (2):

$$a_7 + a_{12} - a_9 + a_{10} > -24$$

$$(a_1 + 6d)(a_1 + 11d) - (a_1 + 8d)(a_1 + 9d) > -24$$

$$a_1^2 + 17a_1d + 66d^2 - a_1^2 - 17a_1d - 72d^2 > -24$$

$$-6d^2 > -24$$

$$d^2 < 4$$

т.к. арифм. прогрессия возрастающая $\Rightarrow d > 0 \Rightarrow \underline{d = 1}$.

Перепишем неравенство системы уравнений:

$$\begin{cases} (a_1 + 6d)(a_1 + 11d) > S + 20 \\ (a_1 + 8d)(a_1 + 9d) < S + 44 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a_1 + 6d)(a_1 + 11d) > S + 20 \\ (a_1 + 8d)(a_1 + 9d) < S + 44 \end{cases}$$

$$S = \frac{a_1 + a_7}{2} \cdot 7 = \frac{a_1 + a_1 + 6}{2} \cdot 7 = (a_1 + 3) \cdot 7 = 7a_1 + 21$$

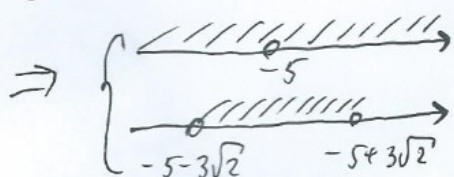
Положим $t = a_1$. Тогда:

$$\begin{cases} (t+6)(t+11) > 7t+41 \\ (t+8)(t+9) < 7t+65 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^2 + 17t + 66 - 7t - 41 > 0 \\ t^2 + 17t + 72 - 7t - 65 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^2 + 10t + 25 > 0 \\ t^2 + 10t + 7 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (t+5)^2 > 0 \\ (t - (-5 + 3\sqrt{2})) (t - (-5 - 3\sqrt{2})) < 0 \end{cases} \Rightarrow$$



т.к. $a_1 \in \mathbb{Z}$, то нет никакого a_1

подредене вредности a_1 :

$-9 \sqrt{5-3\sqrt{2}}$	$-10 \sqrt{5-3\sqrt{2}}$	$-1 \sqrt{-5+3\sqrt{2}}$	$0 \sqrt{-5+3\sqrt{2}}$
$5+3\sqrt{2} \sqrt{9}$	$5+3\sqrt{2} \sqrt{10}$	$5-3\sqrt{2} \sqrt{4}$	$5 \sqrt{3\sqrt{2}}$
$3\sqrt{2} \sqrt{4}$	$3\sqrt{2} \sqrt{5}$	$4 \sqrt{3\sqrt{2}}$	$25 > 18$
$18 > 16$	$18 < 25$	$16 < 18$	

Знаком вредности $a_1 = -10$ и $a_1 = 0$ - не подредемо, а групе се -
 ме меке у том прелазу (од -10 до 0) подредемо, крај
 $a_1 = -5$.

Одговори: $-9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1$.

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21103285**

ID профиля: **375568**

Вариант 18

$$\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14) = \log_{6x-14}(x-1)^2$$

$$\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)$$

непроблема

$$\frac{1}{\log_{6x-14}\sqrt{\frac{x}{3}+3}} - \log_{6x-14}(x-1)^2 = 0$$

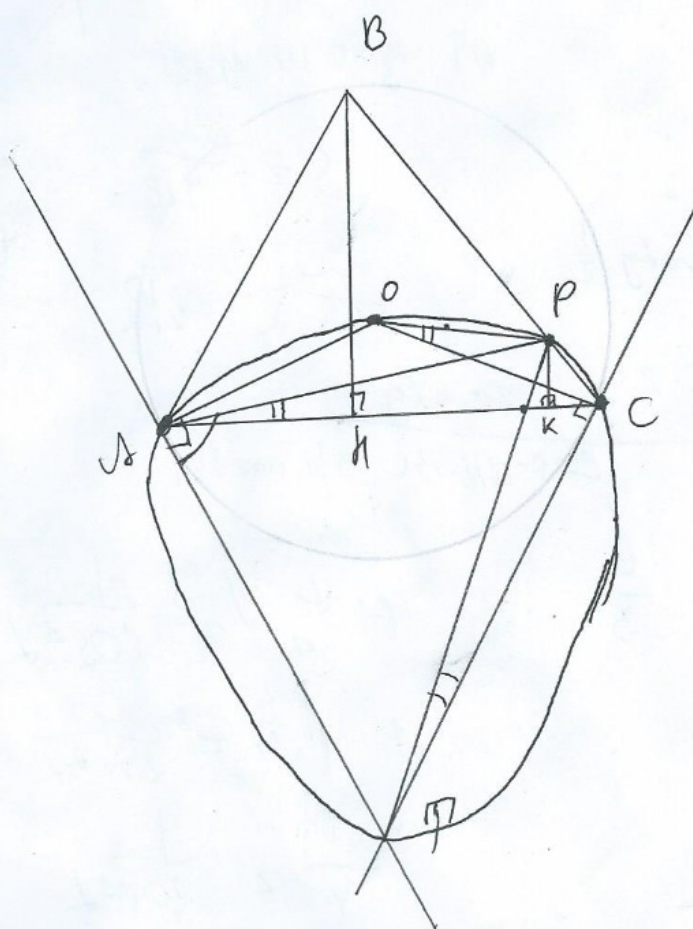
то $\log_{6x-14}(x-1)^2 = 1$

$$\log_{6x-14}\left(\sqrt{\frac{x}{3}+3}\right) \cdot \log_{6x-14}(x-1)^2 = 1$$

$$\log_{6x-14}\left(\sqrt{\frac{x}{3}+3}\right) \cdot \log_{6x-14}(x-1)^2 = 1$$

$$= \log_{6x-14}(x-1)^2 - \log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)$$

$$S_{APC} = 11$$



$$S_{APK} = 6$$

$$S_{CPK} = 5$$

$$S_{ABC} = ?$$

Оно допустимо

но опис.

выр. \Rightarrow

\Rightarrow м.р.

лемма на

этой выр.

$$\frac{AK}{KC} = \frac{6}{5}$$

Чертобым

$$S_{APK} = 6$$

$$S_{CPK} = 5$$

$6R + 5R = 11R$

$$\frac{AK}{OK} = \frac{6}{5}$$

$$\triangle CPK \sim \triangle ABC$$

$$K = \frac{CK}{AC} = \frac{5}{11}$$

$$S_{ABC} = \frac{11}{5} \cdot \frac{11}{5} \cdot 5 = \frac{121}{5}$$

$$\angle C = 2 \arctg \frac{1}{2}$$

AC - ?

$$\triangle ABC \sim \triangle$$

$$\angle AOC = 2 \arctg \frac{1}{2}$$

$$\angle AOC = \alpha - 2 \arctg \frac{1}{2}$$

$$\frac{S_{AOC}}{S_{ABC}} = \frac{R^2 \cdot \sin 2 \arctg \frac{1}{2}}{\cos \angle AOC \cdot BC \cdot \sin \arctg \frac{1}{2}}$$

$$\frac{AK}{KC} = \frac{AP}{PC} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{2\sqrt{5}}{5} = \frac{2R}{OC}$$

$$OC = \sqrt{5} R$$

OT - диаметр

$$S = \frac{abc}{4R}$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = 2R$$

$$OK =$$

$$\operatorname{tg} \angle COH = \frac{CH}{OH}$$

$$= \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$2CH = OH \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AK = OH$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 L = \frac{1}{\cos^2 L}$$

$$1 + \frac{1}{4} = \frac{1}{\cos^2 L}$$

$$\frac{5}{4} = \frac{1}{\cos^2 L}$$

$$\cos^2 L = \frac{4}{5}$$

$$\cos L = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

Упробам

n4.

$$\begin{cases} \text{НОД}(a, b, c) = 15 \\ \text{НОК}(a, b, c) = 3^{15} \cdot 5^{18} \end{cases}$$

у чисел a, b, c простые множители только 3 и 5
 канонич - по степеням $\frac{2 \cdot 3 \cdot 2}{2} = 6$ если $n \in [2, 18]$
 $16 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

$$\begin{aligned} a &= 3^k \cdot 5^4 & \min(x, m, k) &= 1 \\ b &= 3^m \cdot 5^n & \min(y, n, l) &= 1 \\ c &= 3^k \cdot 5^l & \max(k, m, k) &= 15 \\ & & \max(y, n, l) &= 18 \end{aligned}$$

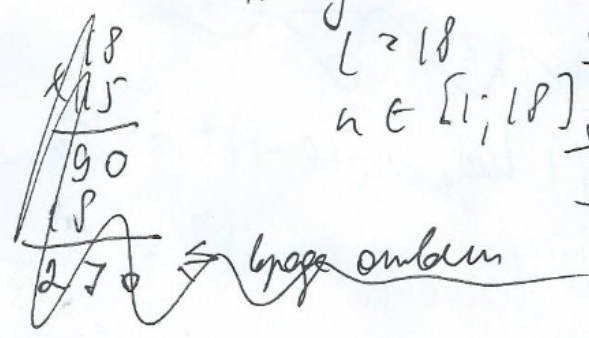
мы
 пусть $x = 1$
 $k = 15$
 $m \in [1, 15]$
 $x \neq y \neq 1$
 $l = 18$
 $n \in [1, 18]$

$$\begin{array}{r} 48 \\ \times 2 \\ \hline 96 \\ 2 \cdot C_3^2 = 6 \\ \Sigma n = 102 \\ \times 102 \\ \hline 408 \\ 816 \\ \hline 8568 \end{array}$$

если $m \in [2, 14]$:

то кан-ко множеств:
 $13 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 13 \cdot 6 = 78$

если $m = 2$ или $m = 15$, то кан-ко
 сл.: $C_3^2 \cdot 2 = \frac{3!}{2! \cdot 1!} \cdot 2 = 6$
 $\Sigma m = 84$



log $\sqrt{\frac{x}{3} + 3}$ (6x + 14), $\log_{6x-14} (x-1)^2$, $\log_{x-1} (\frac{x}{3} + 3)$

$\frac{14}{6} = \frac{7}{3}$

до с ограничениями:

$$\begin{cases} \frac{x}{3} + 3 > 0 \\ \frac{x}{3} + 3 \neq 1 \\ 6x + 14 > 0 \\ x - 1 (x-1)^2 \neq 0 \\ 6x - 14 > 0 \\ 6x - 14 \neq 1 \\ x - 1 > 0 \\ x - 1 \neq 1 \\ \frac{x}{3} + 3 > 0 \end{cases}$$

log

$$\begin{cases} x > -9 \\ x \neq -6 \\ x > -\frac{14}{6} \\ x \neq 1 \\ x > \frac{14}{6} \\ 6x \neq 15 \\ x > 1 \\ x \neq 2 \\ x > 9 \end{cases}$$

$x \in (\frac{7}{3}, +\infty)$

Упробум

$$\log_{6x-14} (x-1)^2 = \log_{x-1} \left(\frac{x}{3} + 3 \right)$$

~~$$\frac{\log_{x-1} \left(\frac{x}{3} + 3 \right)}{2 \cdot \log_{x-1} (x-1)} = 1$$~~

$$\frac{\log_{x-1} (x-1)^2}{\log_{x-1} (6x-14)} = \log_{x-1} \left(\frac{x}{3} + 3 \right)$$

$$\log_{x-1} (6x-14) \cdot \log_{x-1} \left(\frac{x}{3} + 3 \right) = 1$$

$$\log_{6x-14} (x-1)^2 = \log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}} (6x-14) + 1$$

$$\log_{6x-14} (x-1)^2 = \log_{6x-14} \left(\sqrt{\frac{x}{3}+3} \right) + 1$$

~~$$(x-1)^2 = \sqrt{\frac{x}{3}+3}$$~~

$$\log_{6x-14} (x-1)^2 = \log_{x-1} \left(\frac{x}{3} + 3 \right)$$

$$\log_{6x-14} (x-1)^2 = \log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}} (6x-14) + 1$$

$$\log_{\sqrt{6x-14}} (x-1) \cdot \log_{x-1} \left(\frac{x}{3} + 3 \right) = \left(\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}} (6x-14) + 1 \right) \cdot \log_{\sqrt{6x-14}} (x-1)^2$$

$$\log_{\sqrt{6x-14}} \left(\frac{x}{3} + 3 \right) = \log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}} (x-1)^2 + \log_{6x-14} (x-1)^2$$

~~$$\log_{\sqrt{6x-14}} \left(\frac{x}{3} + 3 \right) \cdot \log_{6x-14} \left(\frac{x}{3} + 3 \right) = \log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}} (x-1) + \log_{6x-14} (x-1)$$~~

$$\log_{6x-14} \left(\frac{\frac{x}{3}+3}{x-1} \right) = \log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}} (x-1)$$

а) $\angle OAT = 90^\circ = \angle OCT$ (по св-ву кас.) $\Rightarrow \angle OAT + \angle OCT = 180^\circ \Rightarrow$
 \Rightarrow это четырехугольник

$\triangle OCT$ можно описать окруж.
 Она будет описана на окруж-
 ности и где $\triangle AOC \Rightarrow$
 точка P будет лежать на окруж.,
 описанной около $\triangle OCT$.

$\angle CAT = \angle TPC$ (как опис. на одну
 дугу)
 $\angle CAT = \angle ABC$ (по св-ву хорды и кас.) \Rightarrow
 $\triangle ABC \sim \triangle KPC$.

$$S_{APK} = 0,5 \cdot AK \cdot PK \cdot \sin \alpha$$

$$S_{CKP} = 0,5 \cdot CK \cdot PK \cdot \sin(180^\circ - \alpha)$$

$$\frac{AK}{CK} = \frac{S_{APK}}{S_{CKP}} = \frac{6}{5} \Rightarrow \frac{CK}{AC} = \frac{5}{11} = k$$

$$\frac{S_{CKP}}{S_{ABC}} = k^2 = \frac{25}{121} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{121}{25} \cdot S_{CKP} = \frac{121}{5}$$

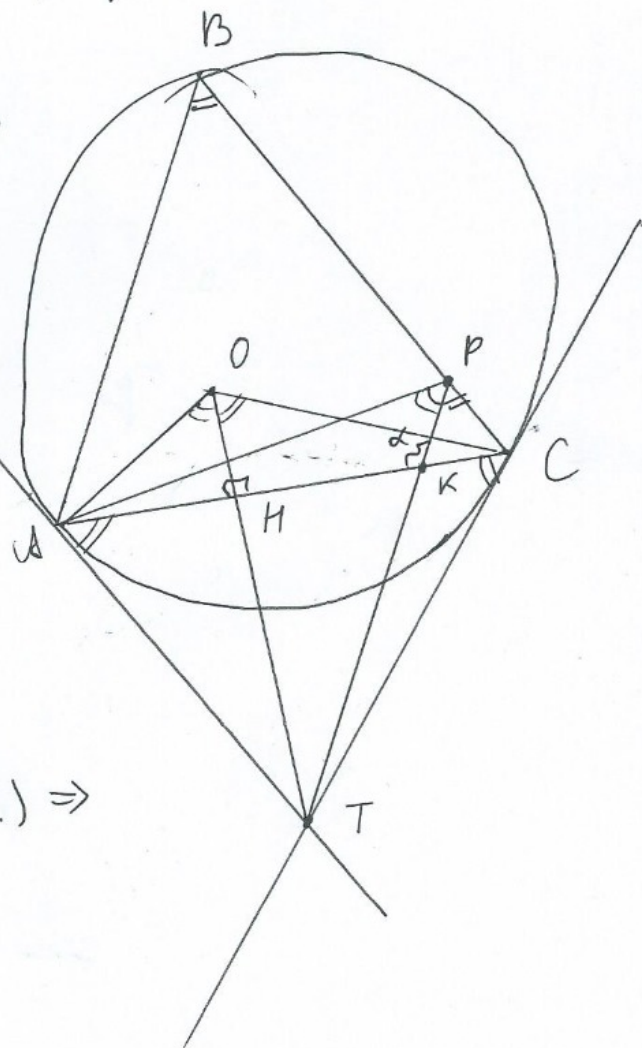
1) Построим AO и OC ; $\angle OCT = \angle OAC$ (по св-ву кас.) $\Rightarrow \angle APT =$
 $= \angle AOT$ (на описанной на одну дугу). $AO = OC$ (как радиусы).

Построим OT и пусть M, N - точка пер. AK и OT . OM - бисс.
 равнобед. $\triangle AOC \Rightarrow OM \perp AC$. $\operatorname{tg} \angle KOC = \frac{CK}{OK} = \frac{1}{2} \Rightarrow OK = 2CK \Rightarrow$

\Rightarrow т.к. $AK = KC$, т.к. OM - медиана $\therefore OM = KC$. $\cos(\arctg \frac{1}{2}) =$

$$= \frac{2\sqrt{5}}{5} \Rightarrow OC = \sqrt{5} \cdot CK \quad (OK = 2CK)$$

21103285 (U375568 M1297068) $\frac{121}{5}$.



√4.

$$(15 = 3^1 \cdot 5^1)$$

$$\begin{cases} \text{НОД}(a; b; c) = 15 \\ \text{НОК}(a; b; c) = 3^{15} \cdot 5^{18} \end{cases}$$

Заметим, что простые множители чисел a, b, c — это 3 и 5 в какой-то степени. Пусть $a = 3^x \cdot 5^y$; $b = 3^m \cdot 5^n$; $c = 3^k \cdot 5^l$. Тогда условие задачи можно переписать так:

$$\begin{cases} \min(x, m, k) = 1 \\ \min(y, n, l) = 1 \\ \max(x, m, k) = 15 \\ \max(y, n, l) = 18 \end{cases}$$

Тогда одно из чисел x, m, k равно 1, а одно — 15. Тогда количество способов выбрать такие три числа x, m, k :

$$13 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 + 2 \cdot C_3^2 \stackrel{(\ominus)}{=} (\text{т.к. мы можем выбрать третье число, равное 1 или 15}) \stackrel{(\oplus)}{=} 78 + 6 = 84$$

Аналогично количество способов выбрать три числа y, n, l :

$$16 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 + 2 \cdot C_3^2 = 96 + 6 = 102$$

Тогда чтобы получить количество способов выбрать три числа $(a; b; c)$ нужно перемножить эти числа: $84 \cdot 102 = 8568$

Ответ: 8568.