Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21103176**

ID профиля: **123012**

Вариант 18

Чистовик 18 вар.

№1.

S_7 - сумма перв. 7 чл. арифм. прогр.

$a_7 a_{12} > S_7 + 20$

$a_9 a_{10} < S_7 + 44$

---

a_1 - ?

$S_7 = \frac{2a_1 + 6d}{2} \cdot 7 = 7(a_1 + 3d) = 7a_1 + 21d$

$a_7 a_{12} = (a_1 + 6d)(a_1 + 11d)$

$a_9 a_{10} = (a_1 + 8d)(a_1 + 9d)$

$a_1^2 + 17a_1 d + 66d^2 > 7a_1 + 21d + 20$

$a_1^2 + 17a_1 d + 72d^2 < 7a_1 + 21d + 44$

$a_1^2 + 17a_1 d + \cancel{72d^2}\ 66d^2 + 6d^2$

$\vee$

$7a_1 + 21d + 20 + 6d^2$

$\Downarrow$ $\cancel{7a_1} + \cancel{21d} + 20 + 6d^2 < \cancel{7a_1} + \cancel{21d} + 44$

$6d^2 < 24$

$d^2 < 4$

$\Downarrow$

$-2 < d < 2$

т.к ~~прариф~~ арифм. прогрес. возраст.

$) \Rightarrow d > 0\ ) \Rightarrow \underline{d = 1}$

$) \Rightarrow \begin{cases} a_1^2 + 17a_1 + 66 > 7a_1 + \overbrace{21 + 20}^{41} \\ a_1^2 + 17a_1 + 72 < 7a_1 + \underbrace{21 + 44}_{65} \end{cases}$

$a_1^2 + 10a_1 + 25 > 0$

$(a_1 + 5)^2 > 0\ ) \Rightarrow a_1 \neq -5$

$a_1^2 + 10a_1 + 7 < 0$

$\frac{D}{4} = 25 - 7 = 18$

a_1. $-5 \pm \sqrt{18} = -5 \pm 3\sqrt{2}$

$) \Rightarrow a_1 \in (-5 - 3\sqrt{2}; -5 + 3\sqrt{2})$

и $a_1 \in Z$ $\Downarrow$

$a_1 \in [-9; -1]$

$-5 + 3\sqrt{2} < 0$ | $-5 + 3\sqrt{2} > -1$
$3\sqrt{2} < 5$ | $3\sqrt{2} > 4$
$18 < 25$ верно | $18 > 16$ верно

$-5 - 3\sqrt{2} > -10$ | $-5 - 3\sqrt{2} < -9$
$-3\sqrt{2} > -5$ | $-3\sqrt{2} < -4$
$3\sqrt{2} < 5$ | $3\sqrt{2} > 4$
$18 < 25$ верно | $18 > 16$ верно

$) \Rightarrow a_1 = -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1$

но $a_1 \neq -5$

Ответ: $a_1 = -9, -8, -7, -6, \cancel{-5}, -4, -3, -2, -1$ — возможн. значения a_1

1

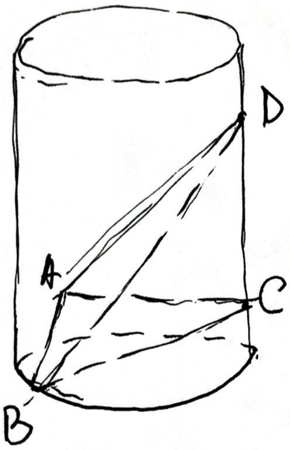
Чистовик 18 вар.

№2

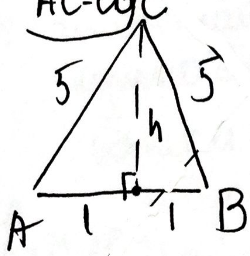
ABCD - тетраэдр: $AB=2$
$AC=CB=5$
$AD=DB=7$

т.к в противном случае ~~какая~~

т.к если мы будем „поднимать" $\triangle ABC$ то $r_{цил}$ будет ↑ (т.е поднимать AB) ↑



т.к CD ∥ оси цилиндра и $AD=DB$, $AC=CB$) => $r_{цилиндра} = r_{описан.окр.\ \triangle ABC}$



$h = \sqrt{5^2-1^2} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

$S_{ABC} = \dfrac{2\sqrt{6}\cdot 2}{2} = 2\sqrt{6}$

$R = \dfrac{abc}{4S} = \dfrac{5\cdot 5\cdot 2}{4\cdot 2\sqrt{6}} = \dfrac{25}{4\sqrt{6}} = \dfrac{25\sqrt{6}}{24}$

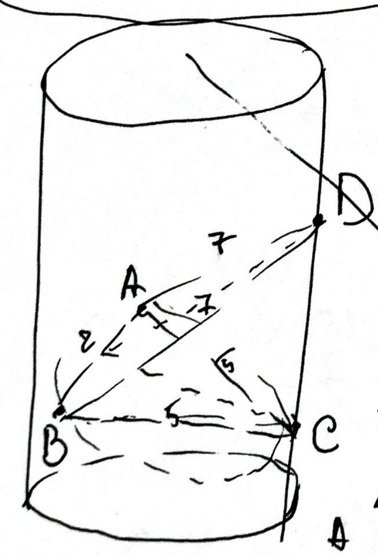
т.к $r_{цил.} = r_{опис.окр.}$
и CD ∥ оси цилиндра) => CD ⊥ пл-ти (ABC)

) => $CD = \sqrt{7^2-5^2} = \sqrt{49-25} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

2

Ответ: CD $2\sqrt{6}$

(не зачеркнуто) решение



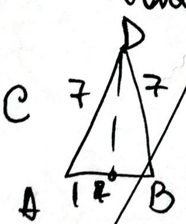
min радиус будет когда

нужно их сравнить

$r_{опис.окр\ \triangle ABC} = r_{цилиндра}$ или $r_{опис\ окр\ \triangle ABD} = r_{цилиндра}$

т.к если

$R_{опис.окр.\ \triangle ABD}$

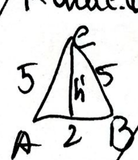


$h = \sqrt{34}$

$S = \sqrt{34}$

$R = \dfrac{7\cdot 7\cdot 2}{4\cdot\sqrt{34}} = \dfrac{49}{2\sqrt{34}} = \dfrac{49\sqrt{34}}{68}$

$R_{опис.окр\ \triangle ABC} = \dfrac{50}{4\sqrt{24}} = \dfrac{50\sqrt{24}}{4\cdot 24}$



$h = \sqrt{5^2-1^2} = \sqrt{24}$

$S = \sqrt{24}$

$\dfrac{25\sqrt{6}}{24}$

2

$\dfrac{49\sqrt{34}}{68} \vee \dfrac{25\sqrt{6}}{24}$

$\dfrac{49\cdot 49\cdot 34}{68\cdot 68} \vee \dfrac{25\cdot 6\cdot 25}{24\cdot 24}$

$\dfrac{49^2}{17} > \dfrac{25^2}{12}$

=> $R_{опис.окр\ \triangle ABC} < R_{опис.окр\ \triangle ABD}$
⇓
наим. рад. цилиндра $= r_{опис\ окр\ \triangle ABC}$

) => CD ⊥ пл-ти (ABC)
$CD = \sqrt{7^2-5^2} = 2\sqrt{6}$

Ответ: $CD = 2\sqrt{6}$

Чистовик 18 вар.

№3 $\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 5\\ a^2+b^2\le \min(4a-2b,5)\end{cases}$

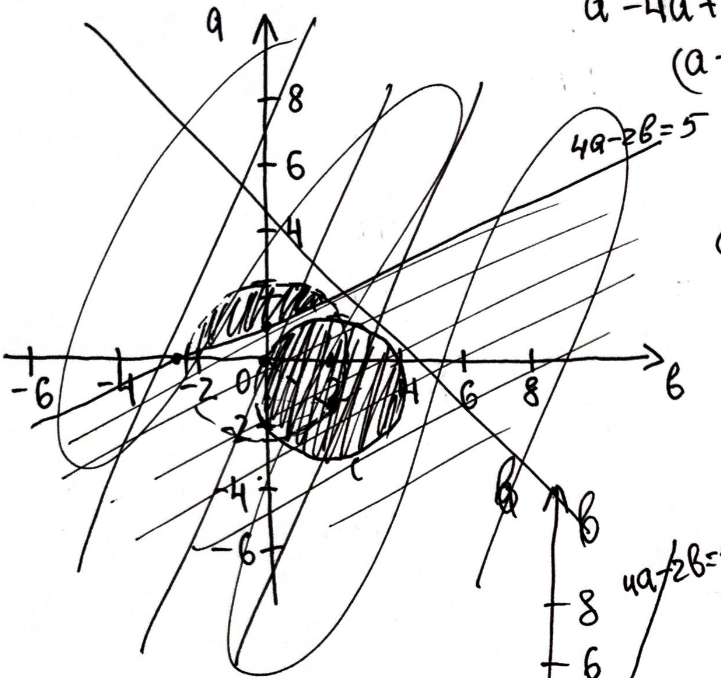
1сл. $4a-2b\le 5$) $\Rightarrow a^2+b^2\le 4a-2b$

$a^2-4a+4+b^2+2b+1\le 5$

$(a-2)^2+(b+1)^2\le 5$

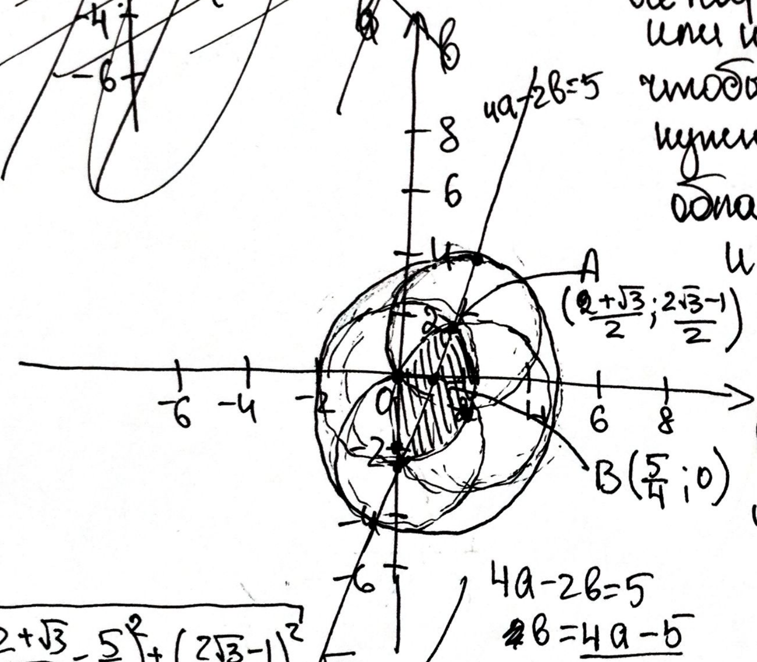
2сл. $4a-2b>5$

$a^2+b^2\le 5$



Если мы возьмем любую точку из закрашенного мн-ва, то ей будет соответ. окружн. с.ц. (a,b) и $r=\sqrt{5}$ и будут подходить все пары (x,y), которые внутри окружн. или на ней

чтобы найти всю фигуру М, нужно брать т. на краю закраш. области и тогда их объединение и будет фигурой М, то есть фигура М - круг ~~окружность кот внут~~ (см. рис.)



т.к картинка симм. отн. $4a-2b=5$) $\Rightarrow$ центр М лежит на этой прямой

$4a-2b=5$

$2b=4a-5$

$a^2+\left(\frac{4a-5}{2}\right)^2=5$

$\frac{4a^2+16a^2-40a+25-20}{4}=0$

$\frac{20a^2-40a+5}{4}=0$ $\quad \frac{4a^2-8a+1}{4}=0$

$4a^2-8a+1=0$

$\frac{D}{4}=16-4=12$

$\frac{4\pm\sqrt{12}}{4}=\frac{4\pm 2\sqrt{3}}{4}=\frac{2\pm\sqrt{3}}{2}$

$a=\frac{2+\sqrt{3}}{2};$

$b=\frac{2(2+\sqrt{3})-5}{2}=\frac{2\sqrt{3}-1}{2}$

$r=\sqrt{\left(\frac{2+\sqrt{3}}{2}-\frac{5}{4}\right)^2+\left(\frac{2\sqrt{3}-1}{2}\right)^2}+\sqrt{5}$

$\sqrt{\left(\frac{4+2\sqrt{3}-5}{4}\right)^2+\left(\frac{2\sqrt{3}-1}{2}\right)^2}+\sqrt{5}$

$=\sqrt{\frac{(2\sqrt{3}-1)^2}{16}+\frac{(2\sqrt{3}-1)^2}{4}}+\sqrt{5}$

$=\frac{(2\sqrt{3}-1)\sqrt{5}}{4}+\sqrt{5}$

$=\sqrt{5}\left(\frac{2\sqrt{3}-1}{4}+1\right)=\frac{\sqrt{5}(2\sqrt{3}+3)}{4}$

$S=\pi r^2=\frac{\pi(\sqrt{5}(2\sqrt{3}+3))^2}{16}=\frac{\pi\cdot 5(21+4\sqrt{3})}{16}$

Ответ: $\frac{\pi\cdot 5(21+4\sqrt{3})}{16}$

3

Черновик

$d>0$

№1. S_7 арифм. прогр. $a_1-?$

$7\cdot 12 > 48$

$24+ a_7 a_{12} > S+20+24$ $\quad \frac{2a_1+d(n-1)}{2}\cdot n$

$9\cdot 10 < 48+44$ $\quad 92$

$a_9 a_{10} < S+44 < a_7 a_{12}+24$

$S_7 = \frac{2a_1+6d}{2}\cdot 7 = (a_1+3d)\cdot 7$

$a_n = a_1 + d(n-1)$

$a_7 a_{12} = (a_1+6d)\cdot(a_1+11d) > \frac{(2a_1+6d)\cdot 7}{2}$ $\quad (a_1+3d)\cdot 7+20$

$1\ldots 7 =$ $\quad (a_1+8d)\cdot(a_1+10d) < (a_1+3d)\cdot 7+44$ $\quad 6\cdot 11 > 21+20$

$8\cdot 9 < 21+44$

$(1+3)\cdot 4 = 28$ $\quad a_1^2+17a_1 d+66d^2 > 7a_1+21d+20$

$1+2+3+4+5+6+7$ $\quad a_1^2+18a_1 d+80d^2 < 7a_1+21d+44$ $\quad 2\ldots 8 = 35$

$8\cdot 13 > 55$

$7a_1+21d+20+a_1d+14d^2 < a_1^2+17a_1d+66d^2+a_1d+14d^2 < 7a_1+21d+44$ $\quad 10\cdot 11<$

$2+4+\ldots$ $\quad (2+6)\cdot 7 = 56$ $\quad 41$

$a_9 = \frac{a_8+a_{10}}{2}$ $\quad \cancel{20}+a_1d+14d^2 < 24$ $\quad d>0$

$d(a_1+14d) < 24$

$a_1^2+17a_1+66 > 7a_1+21+20$

$a_1+14d < 12$ $\quad d=1: \quad a_1+14<24$ $\quad a_1^2+10a_1+25>0$

$a_7 =$ $\quad a_1 < 12-28$ $\quad d\cdot a_{15}<24$

$0+\ldots+6 = 21$

$S+20 < a_7 a_{12} < a_9 a_{10} < S+44$ $\quad (a_1+5)^2>0$

$a_1<0$ $\quad a_1<10$

$\cancel{a_1^2}+17a_1d+66d^2 < \cancel{a_1^2}+18a_1d+80d^2$ $\quad a_1^2+18a_1+80 < 7a_1+65$

$a_1^2+11a_1+15<0$

$\sqrt{a_9\cdot a_{10}} \le \frac{a_9+a_{10}}{2}$ $\quad a_1d + 14d^2 > 0$ $\quad 2+6\cdot 2$ $\quad D=121-60=61$

$d(a_1+14d)>0$ $\quad 2+11\cdot 2$ $\quad \frac{-11\pm\sqrt{61}}{2}$

$a_{15}>0$

$\cancel{a_1^2}+18a_1d+80d^2 < \cancel{a_1^2}+17a_1d+66d^2+24$ $\quad \left(\frac{a_7+a_{12}}{2}\right)^2 > a_7 a_{12} > S+20$

$14\cdot 24 > 56+20$

$a_1+6d = \frac{2a_1+12d}{2}\cdot 13 \cdot \frac{2a_1+22d}{2}\cdot 23$ $\quad 18\cdot 20 < 56+$

$\left(\frac{a_7+a_{12}}{2}\right)^2 \geq S+20$ $\quad 14\ 13\ 3\ -5+$ $\quad 7a_1+21d+20$ $\quad -5+3\sqrt{2}<2$

$3\sqrt{2}<7$

$\cancel{a_1+8d}$ $\quad -5-3\sqrt{2}>-10$

$\frac{a_1+6d+a_1+11d}{2} \geq (a_1+3d)\cdot 7+20$ $\quad -3\sqrt{2}>-5$ $\quad -5+3\sqrt{2}<-1$

$3\sqrt{2}<5$ $\quad 9.$ $\quad 3\sqrt{2}<4$

$2a_1+17d > 14a_1+42d+40$ $\quad 1$

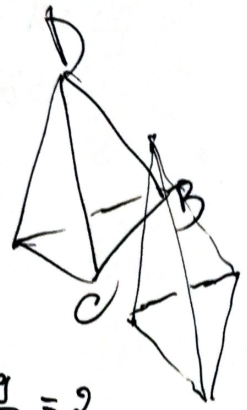
$12a_1$

№3

Черновик

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 5\\ a^2+b^2\le \min(4a-2b,5)\end{cases}\quad a,b$$

$4a-2b\le 5$ $\qquad$ $5\le 4a-2b$



$a^2+b^2\le 4a-2b$

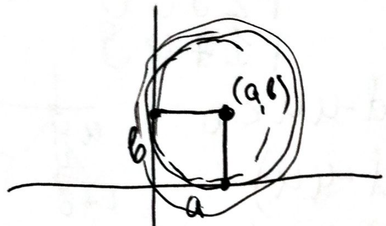
$a^2-4a+4+b^2+2b+1\le 5$

$b=4$
$a=0$

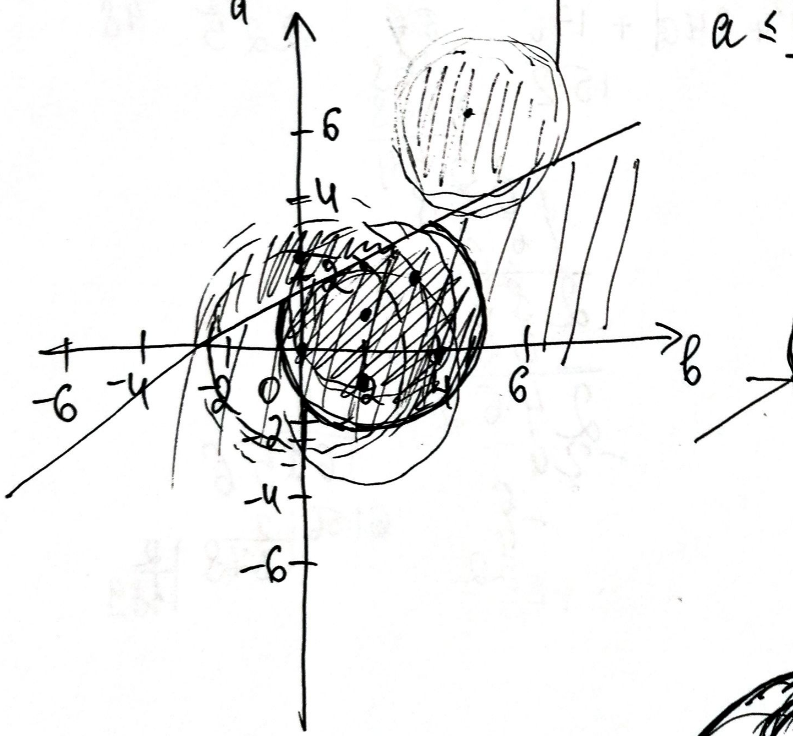
$$\begin{cases}(a-2)^2+(b+1)^2\le 5\\ (x-a)^2+(y-b)^2\le 5\\ 4a-2b\le 5\end{cases}$$

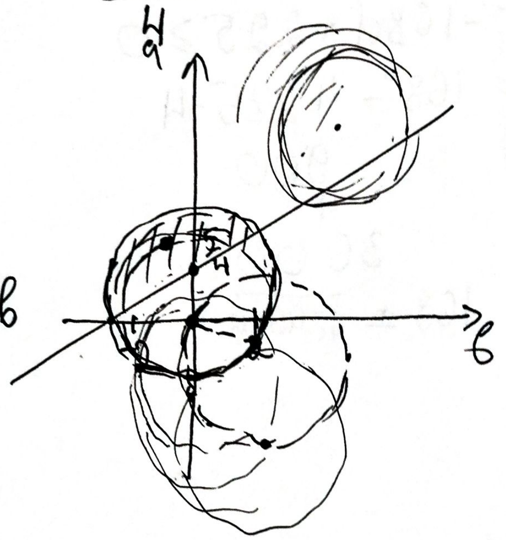
$b=2$
$a=\frac{9}{4}=2$

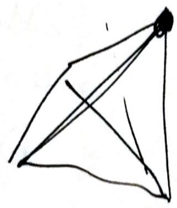
$a=\frac{5+2b}{4}=0\ \frac{13}{4}$



$a\le\frac{5+2b}{4}$ $\quad b=-\quad b=0$







$4\cdot 3+4\sqrt{3}+9$

Черновик

$a_1^2+17a_1d-7a_1+66d^2-21d-20>0$

$D=(17d-7)^2-4(66d^2-21d-20)$

$=289d^2-238d+49-264d^2+81d+80$

$25d^2-157d+129\leq 0$

$D=157^2-100\cdot 129$

$=11749$

$\dfrac{157\pm\sqrt{11749}}{50}$

$$\begin{array}{r} 17\\ \times 14\\ \hline 68\\ 17\\ \hline 238 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 66\\ 4\\ \hline 264 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 238\\ -81\\ \hline 157 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 157\\ \times 157\\ \hline 1099\\ 785\\ 157\\ \hline 24649\\ -12900\\ \hline 11749 \end{array} \qquad 35 \qquad \begin{array}{r} 18\\ \times 14\\ \hline 72\\ 18\\ \hline 252 \end{array}$$

48

$a_1^2+18a_1d-7a_1+80d^2-21d-44<0$

$D=(18d-7)^2-4(80d^2-21d-44)$

$=324d^2-252d+49-320d^2+84d+176$

$=4d^2-168d+225\geq 0$

$D=168^2-4\cdot 225\cdot 4$

$$\begin{array}{r} 900\\ 4\\ \hline 3600 \end{array}$$

$168\pm\sqrt{24624}$

$$\begin{array}{r} 44\\ 4\\ \hline 176 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 252\\ -84\\ \hline 168\\ 176\\ 49\\ \hline 225 \end{array}$$

$15\cdot 2$

$$\begin{array}{r} 168\\ \times 168\\ \hline 1344\\ 1008\\ 168\\ \hline 28224\\ -3600\\ \hline 24624 \end{array}$$

$24624 : 4 = 6156$

$6156 : 2 = 378$ ... $: 2 = 189$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21103176**

ID профиля: **123012**

Вариант 18

№4 Чистовик вар.18

$$\begin{cases} НОД(a;b;c)=15 \\ НОК(a;b;c)=3^{15}\cdot 5^{18} \end{cases}$$

т.к $НОД(a;b;c)=15) \Rightarrow$ каждое из чисел a, b, c делится на 3 и на 5.

$НОК(a;b;c)=3^{15}\cdot 5^{18}) \Rightarrow$ каждое из чисел a,b,c представимо в виде $3^x\cdot 5^y$ и $x_{max}=15$; $y_{max}=18$

$a=3^{x_1}\cdot 5^{y_1}$
$b=3^{x_2}\cdot 5^{y_2}$
$c=3^{x_3}\cdot 5^{y_3}$ $) \Rightarrow$ мы можем зафикс. какой-то x и какой-то y, это можно сделать $3\cdot 3=9$ способами, в каждом из способов x_i $(i=1,2$ или $3)$ может принимать значения от 1 до 14 (кроме того x_i, который мы зафикс.) и y_j $(j=1,2$ или $3)$ может приним. значение от 1 до 17 (кроме того y_j, который мы зафикс.)

$(x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3 \in N)$

$) \Rightarrow$ всего способов $9\cdot 14\cdot 14\cdot 17\cdot 17=509796$

Ответ: 509796

1

Чистовик вар.18

№5

$$\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14),\ \log_{6x-14}(x-1)^2,\ \log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)$$

$\|$

$$2\log_{(\frac{x}{3}+3)}(6x-14)=\frac{2\log_{(x-1)}(6x-14)}{\log_{(x-1)}\left(\frac{x}{3}+3\right)}=\frac{2\log_{(6x-14)}(6x-14)}{\log_{(6x-14)}(x-1)\cdot\log_{(x-1)}\left(\frac{x}{3}+3\right)}$$

$$\Rightarrow \log_{(\frac{x}{3}+3)}(6x-14)\cdot\log_{(6x-14)}(x-1)\cdot\log_{(x-1)}\left(\frac{x}{3}+3\right)=1$$

$$\Rightarrow \log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)\cdot\log_{(6x-14)}(x-1)^2\cdot\log_{(x-1)}\left(\frac{x}{3}+3\right)=4$$

т.к 2 из них должны быть равными м/у собой, а 3 меньше их на 1) => если 2 из них $=y$) => ~~3 = y~~ третье $=y-1$

$$\Rightarrow\ y\cdot y\cdot(y-1)=4 \qquad y^3-y^2+0\cdot y-4 \,\Big|\, \underline{y-2}$$

$$y^3-y^2-4=0 \qquad -\,y^3-2y^2 \qquad y^2+y+2$$

$$y^2+0\cdot y$$

$$(y^2+y+2)(y-2)=0 \qquad -\,y^2-2y$$

$$2y-4$$

$$-\,2y-4$$

$$\left[\begin{array}{l} y=2 \\ y^2+y+2=0 \quad D=1-8<0 \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow y=2 \ \Rightarrow y-1=1$$

1 сл. $\log_{(x-1)}\left(\frac{x}{3}+3\right)=1 \ \Rightarrow x-1=\frac{x}{3}+3\ ;\ \frac{2}{3}x=4;\ \underline{x=6}$

Тогда ~~log~~ $\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)=\log_{\sqrt5}22\neq2 \ \Rightarrow x\neq6$

2 сл. $\log_{6x-14}(x-1)^2=1 \Rightarrow 6x-14=x^2-2x+1$

$x^2-8x+15=0$

$(x-3)(x-5)=0$

$\left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=5 \end{array}\right.$

2

если $x=3$

Тогда $\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)=\log_2 4=2$

$\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)=\log_2 4=2$

$\Rightarrow x=3$ подход.

если $x=5$: $\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)=\log_4\left(\frac{5}{3}+3\right)\neq2) \Rightarrow x\neq5$

3 сл. $\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)=1) \Rightarrow \sqrt{\frac{x}{3}+3}=6x-14 \ ) \Rightarrow$ ~~$\frac{x}{3}+3=36x^2-168x+196$~~

~~$x+9=108x^2-504x+588$~~

~~$108x^2-505x+579=0$~~

~~$D=505^2-432\cdot579$~~

$6x-14\neq0$

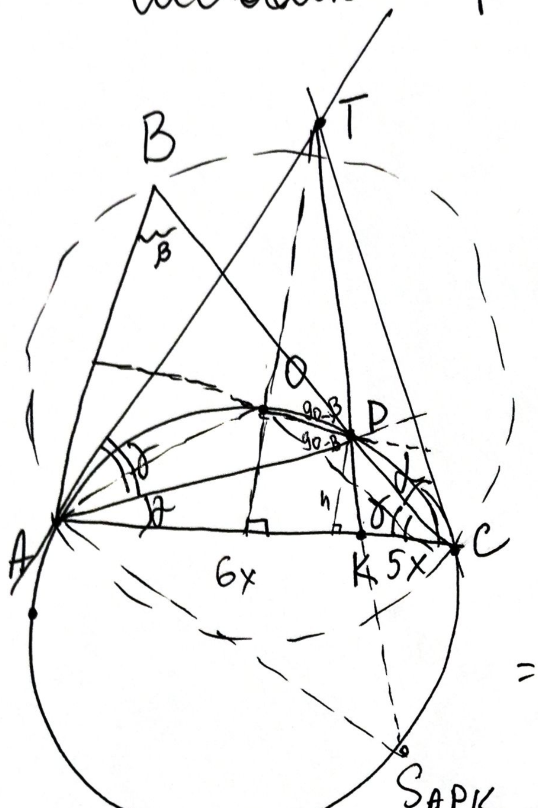
$\Rightarrow \log_{6x-14}(x-1)^2=2 \ \Rightarrow 6x-14=x-1,$ $x=\frac{13}{5}$; но $\sqrt{\frac{x}{3}+3}=\sqrt{\frac{13}{15}+3}\neq\frac{6\cdot13}{5}-14=\frac{8}{5}$

из рассм. ~~3 сл.~~ трёх случаев $x=3$ ~~x≠5~~ Ответ: $x=3$

№6 Чистовик вар.18

$\angle ABC = \operatorname{arctg}\frac{1}{2}$

Найти AC



$S_{APK}=6$

$S_{CPK}=5$

Найти: S_{ABC}

$$\frac{S_{APK}}{S_{CPK}}=\frac{AK\cdot h}{KC\cdot h}=\frac{AK}{KC}=\frac{6}{5}$$

$\angle AOC=\angle ABC\cdot 2=2\beta$

$\angle AOC=\angle APC=2\beta$

$\Big\} \Rightarrow \angle APB=180-2\beta \Big\} \Rightarrow \angle BAP=$
$=180-\beta-180+2\beta=\beta \Big\} \Rightarrow \triangle ABP$ - р/б
$(BP=AP)$

$$\frac{S_{APK}}{S_{ATP}}=\frac{PK}{TP}=\frac{S_{KPC}}{S_{TKC}}$$

$$\cancel{\frac{BP}{\sin\beta}=\frac{AB}{\sin\angle APB}}$$

$$\frac{S_{ATK}}{S_{KTC}}=\frac{6}{5}=\frac{\cancel{AT\cdot TK}\cdot\sin\angle ATP}{\cancel{TC\cdot TK}\cdot\sin\angle KTC}$$

$$\frac{AP}{\sin\angle ATP}=\frac{TP}{\sin\angle TAP}=\cancel{\frac{TP}{\sin}}\ \frac{TP}{\sin\gamma}$$

$$\frac{PC}{\sin\angle KTC}=\frac{TP}{\sin\angle PCT}=\cancel{\frac{TP}{\sin\alpha}}=\frac{TP}{\sin\alpha}$$

$$\frac{AP\cdot\sin\angle KTC}{\sin\angle ATP\cdot PC}=\frac{TP\cdot\sin\alpha}{\sin\gamma\cdot TP}=\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma}$$

$\frac{AP}{PC}=\frac{6}{5}\cdot\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma}$; $\cancel{g}$ т. sin для $\triangle APC$

$$\frac{PC}{\sin\alpha}=\frac{AP}{\sin\gamma}\Big\}\Rightarrow\frac{AP}{PC}=\frac{\sin\gamma}{\sin\alpha}$$

$$\Big\}\Rightarrow\frac{AP}{PC}\cdot\frac{AP}{PC}=\frac{6}{5}\cdot\frac{\cancel{\sin\alpha}}{\cancel{\sin\gamma}}\cdot\frac{\cancel{\sin\gamma}}{\cancel{\sin\alpha}}\Big\}\Rightarrow\frac{AP}{PC}=\sqrt{\frac{6}{5}}=$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{APC}}=\frac{BC}{PC}=\frac{BP+PC}{PC}=\frac{AP+PC}{PC}=\sqrt{\frac{6}{5}}+1$$

$S_{APC}=6+5=11\ \Big\}\Rightarrow S_{ABC}=11\sqrt{\frac{6}{5}}+11=\frac{11\sqrt{6}\cdot\sqrt{5}}{5}+11=\frac{11}{5}\sqrt{30}+11$

а) Ответ: $S_{ABC}=\frac{11}{5}\sqrt{30}+11$

3

№6 (продолжение) Чистовик вар. 18

б) $\angle ABC = \operatorname{arctg}\frac{1}{2} \Rightarrow tg\angle ABC = \frac{1}{2}$

$tg^2\beta = \frac{\sin^2\beta + \cos^2\beta}{\cos^2\beta} - 1 = \frac{1}{\cos^2\beta} - 1$ $\qquad \underline{\angle ABC = \beta}$

$\frac{1}{4} = \frac{1}{\cos^2\beta} - 1 \Rightarrow \cos^2\beta = \frac{4}{5}$

$\cos\beta = \sqrt{\frac{4}{5}} \Rightarrow \sin\beta = \sqrt{\frac{1}{5}}$

$2R = \frac{AC}{\sin\beta} \Rightarrow AC = 2R\cdot\sin\beta$

$\angle APC = 2\beta \Rightarrow \sin 2\beta = 2\cos\beta\cdot\sin\beta = 2\cdot\sqrt{\frac{4}{5}}\cdot\sqrt{\frac{1}{5}} = \frac{2\cdot 2}{5} = \frac{4}{5}$

$S_{APC} = 11 \Rightarrow AP\cdot PC\cdot\sin 2\beta = 11$

$AP\cdot PC = \frac{11\cdot 5}{4} = \frac{55}{4}$; $PC^2\cdot\sqrt{\frac{6}{5}} = \frac{55}{4}$

$\frac{AP}{PC} = \sqrt{\frac{6}{5}}$; $AP = PC\sqrt{\frac{6}{5}}$ $\qquad PC^2 = \frac{\sqrt{5}\cdot 55}{\sqrt{6}\cdot 4}$

Рассм. $\triangle AOC$; $AO = R$

$\frac{AC}{\sin 2\beta} = \frac{AO}{\sin(90-\beta)} = \frac{AO}{\cos\beta} = \frac{R}{\cos\beta}$

$AC = 2\sin\beta\cdot R$

$AP = \sqrt{\frac{6}{5}}\cdot\sqrt{\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}\cdot\frac{55}{4}} = \sqrt{\frac{6}{5}\sqrt{\frac{5}{6}}\cdot\frac{55}{4}} = \sqrt{\frac{6\cdot 6\cdot 5}{5\cdot 5\cdot 6}}\cdot\frac{55}{4} = \sqrt{\frac{6}{5}}\cdot\frac{55}{4}$

$BC = \sqrt{\frac{55}{4}}\cdot\left(\sqrt[4]{\frac{6}{5}} + \sqrt[4]{\frac{5}{6}}\right)$

$\frac{AP}{\sin\beta} = \frac{AB}{\sin(180-2\beta)} = \frac{AB}{\sin 2\beta} \Rightarrow AB = 2\cos\beta\cdot AP =$

$= 2\cdot\sqrt{\frac{4}{5}}\cdot\sqrt{\sqrt{\frac{6}{5}}\cdot\frac{55}{4}} = 2\sqrt{11\cdot\sqrt{\frac{6}{5}}}$

$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB\cdot BC\cdot\cos\beta =$
(теор. кос.)

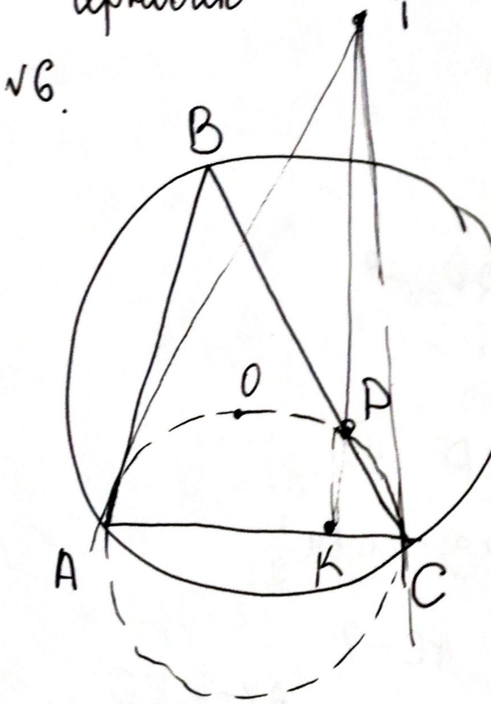
$= 4\cdot 11\sqrt{\frac{6}{5}} + \frac{55}{4}\left(\sqrt{\frac{6}{5}} + \sqrt{\frac{5}{6}} + 2\right) - \underbrace{4\sqrt{\frac{55}{4}}\left(\sqrt[4]{\frac{6}{5}} + \sqrt[4]{\frac{5}{6}}\right)\cdot\sqrt{11\cdot\sqrt{\frac{6}{5}}}\cdot\sqrt{\frac{4}{5}}}_{}$ 4

$4\cdot\sqrt{121\cdot\sqrt{\frac{6}{5}}\cdot\left(\right.}$

196

Черновик

№6.

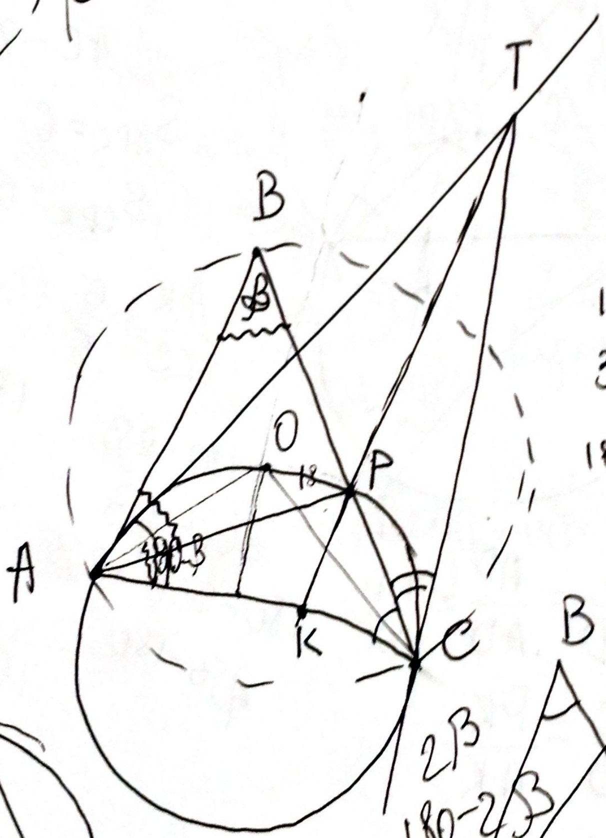


$S_{APK} = 6$

$S_{CPK} = 5$

$S_{ABC} - ?$

$\frac{AK}{KC} = \frac{6}{5}$



2β

$2R = \frac{AC}{\sin 2\beta}$

180-2β

360-4β

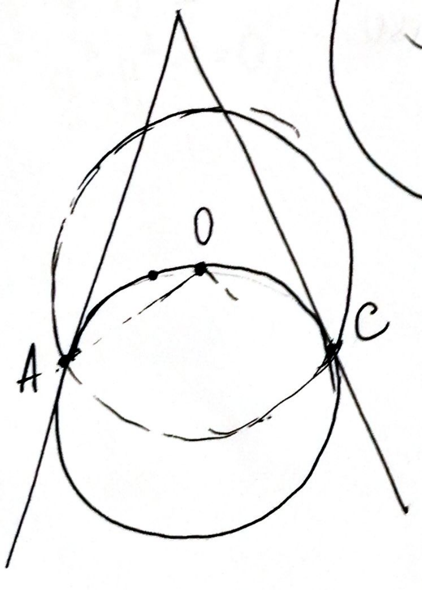
$2R_1 = \frac{AC}{\sin\beta}$

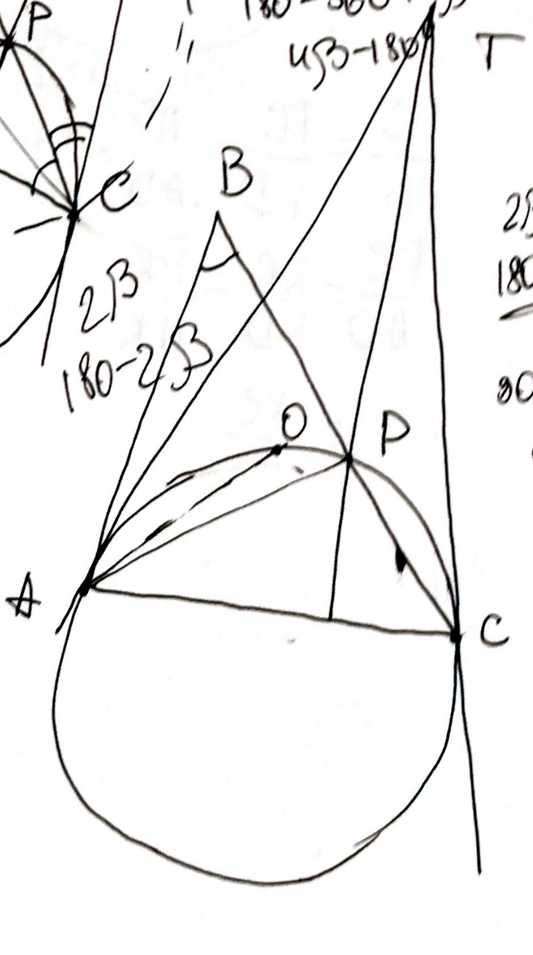
180-360+4β

4β-180

2β

180-2β





2β

$\frac{180-2\beta}{2}$

90-β

90-β

w4

(a, b, c)

НОД(a; b; c) = 15

НОК(a; b; c) = $3^{15} \cdot 5^{18}$

a : 5 3

$3^{15} \cdot 5^{18}$

36

108
4

1 ... 14

$3^{x_1} \cdot 3^{y_1}$; $3^{x_2} \cdot 3^{y_2}$; $3^{x_3} \cdot 3^{y_3}$

$x_i = 15$

$y_i = 18$

$14 \cdot 17^2$

$y = 2$

$6x - 14 = x - 1$

$5x = 13$

$\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)$, $\log_{6x-14}(x-1)^2$

$\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)$

$13 + 45$

$3 < 1$

$\frac{8}{5}$

$2\log_{\left(\frac{x}{3}+3\right)}(6x-14) = 2\,\frac{\log_{x-1}(6x-14)}{\log_{(x-1)}\left(\frac{x}{3}+3\right)} = 2\,\frac{\log_{(6x-14)}(6x-14)}{\log_{6x-14}(x-1)\cdot\log_{(x-1)}\left(\frac{x}{3}+3\right)}$

$2\log_{6x-14}(x-1) = 2\,\frac{\log_{x-1}(x-1)}{\log_{x-1}(6x-14)} = \frac{2}{\log_{(x-1)}(6x-14)}$

$y, y, y-1$

$y^2(y-1) = 1$

$y^3 - y^2 - 1 = 0$

$\log_{\left(\frac{x}{3}+3\right)}(6x-14) \cdot \log_{(6x-14)}(x-1) \cdot \log_{(x-1)} = 1$

88
289
196
1434
1601
26 01
28 933
56644
509796

14
12
28
168

196
3
588

36
14
2
168
3
504

505
505
2525
25250
50128

$\frac{AP}{PC}$ -?

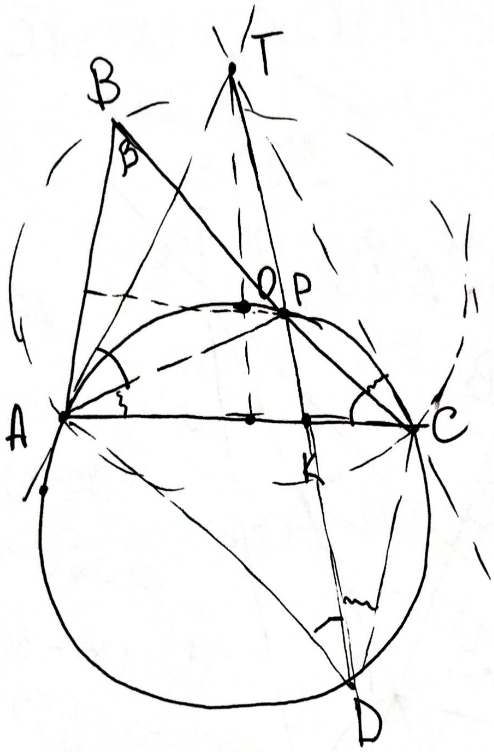
$AP = BP$ a)

$\angle ABC = arctg\frac{1}{2}$

AC -?

$S_{APK} = 6$ $AK = \frac{6}{5}KC$

$S_{CPK} = 5$



$\frac{AK}{KC} = \frac{6}{5}$

$180 - 180 + 2\beta$

2β

$180 - 2\beta$

$360 - 4\beta$

$180 - 360 + 2\beta$

$4\beta - 180$

$\frac{PC}{CD} = \frac{TC}{TD} = \frac{AP}{AD} = \frac{TD}{AT}$

$\frac{PC}{AD} = \frac{KC}{KD} = \frac{PK}{AK}$

$\underline{KC}$