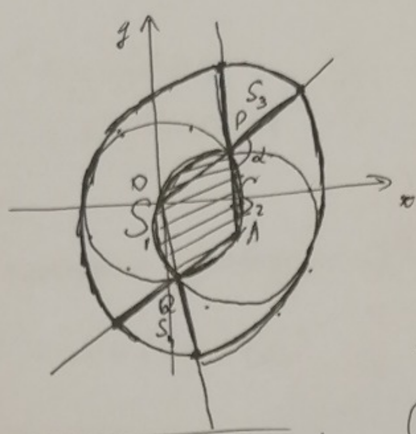
Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21103087**

ID профиля: **279031**

Вариант 18



$\alpha = \angle QOP = \angle QAP$,
$180° - \alpha = \angle APO = \angle AQO$.
α - в рад.

Отметим P и Q - точки пересечения окр. (см. рис.)

Площадь ~~фигур~~ искомой фигуры можно посчитать как

$$S_{общ} = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 - S_{AQOP}$$

(S_1 и S_2 - площади секторов окр. с центрами A и O соотв. и радиусами $2\sqrt{5}$.)

S_3 и S_4 - ~~окр.~~ площ. секторов окр. с центрами P и Q и рад. $\sqrt{5}$.

Тогда:

$$S_1 = S_2 = \frac{(2\sqrt{5})^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{2\pi} = 2 \cdot 5 \cdot \alpha$$

$$S_3 = S_4 = \frac{(\sqrt{5})^2 \cdot \pi \cdot (180° - \alpha)}{2\pi} = \frac{5}{2} \cdot (180° - \alpha) = \frac{5}{2} \cdot (2\pi - \alpha)$$

$$S_{AQOP} = (\sqrt{5})^2 \cdot \sin\alpha = 5 \sin\alpha.$$

$$S_{общ} = 20\alpha + 5 \cdot (2\pi - \alpha) - 5\sin\alpha = 40\alpha - 5\alpha + 10\pi - 5\sin\alpha =$$

$$= 35\alpha + 10\pi - 5\sin\alpha.$$

α и $\sin\alpha$ можно найти из координат точки P (и точки Q):

$x_P^2 + y_P^2 = 5$ и $4x_P - 2y_P = 5 \Leftrightarrow y_P = 2x_P - 2{,}5 \Rightarrow x_P^2 + (2x_P - 2{,}5)^2 = 5$

$\Rightarrow x_P^2 + 4x_P^2 - 10x_P + 6{,}25 = 5$

$\Downarrow$

$5x_P^2 - 10x_P + 1{,}25 = 0 \Leftrightarrow x_P^2 - 2x_P + 0{,}25 = 0$

$$x_P = \frac{2 \pm \sqrt{4-1}}{2} = 1 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad y_P = 2 \pm \sqrt{3} - 2{,}5 = \pm\sqrt{3} - 0{,}5$$

$x_P = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\qquad x_Q = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$

$y_P = \sqrt{3} - 0{,}5$ $\qquad y_Q = -\sqrt{3} - 0{,}5$

$$\cos\alpha = \frac{PQ^2 + 2\sqrt{5}^2}{2 \cdot \sqrt{5}} = \frac{(x - x_Q)^2 + (y_P - y_Q)^2 - 10}{2\sqrt{5}} = \frac{3 + 3 - 10}{2\sqrt{5}} = \frac{-2}{\sqrt{5}}$$

№3.

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2 \leq 5 & (1)\\ a^2+b^2 \leq \min(4a-2b,5) & (2)\end{cases}$$

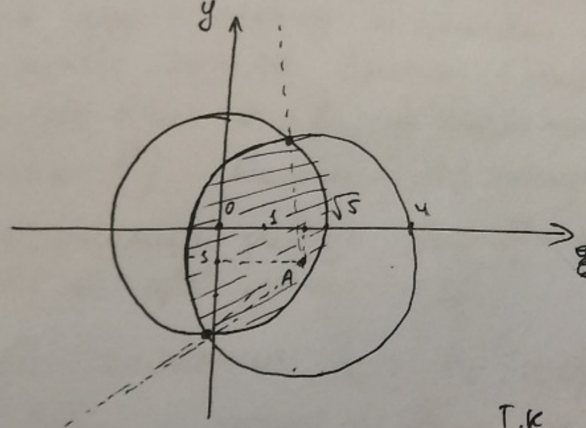
Рассмотрим уравнение (2):

$$a^2+b^2 \leq \min(4a-2b,5)$$

$\Updownarrow$

$$\begin{cases}a^2+b^2 \leq 5\\ a^2+b^2 \leq 4a-2b \iff (a-2)^2+(b+1)^2 \leq 5\end{cases}$$

Получаем систему уравнений двух ~~окружностей~~ кругов:

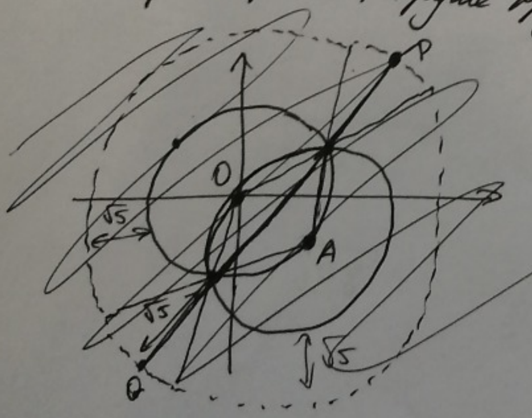


Все такие ~~точк~~ точки (a,b) лежат в заштрихованной области.

Заметим тогда, что учитывая (1) нужно найти все точки, которые удалены от заштрихованной области не более, чем на $\sqrt{5}$.

Т.к. $(x-a)^2+(y-b)^2 \leq 5$ – ур-ние круга с центром $(a;b)$ и радиусом $\sqrt{5}$.

Заметим, что $OA=\sqrt{2^2+1^2}=5$, т.е. точки O и A лежат на окр. огранич. другие круги!



~~$\begin{cases}a^2+b^2=5\\(a-2)^2+(b+1)^2=5\end{cases}$ эти окр пересек. в точках~~

~~$b=2a-2,5$ – прямая l~~

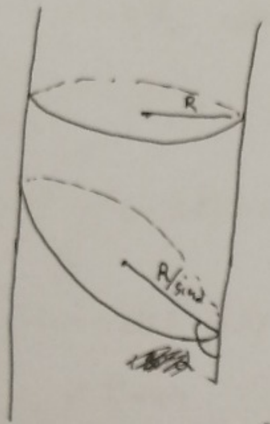
~~Отметим точку P (см рис.)~~

~~$OP=2\sqrt{5} \Rightarrow x_P^2+y_P^2=20$ и $P\in l$:~~

~~$y_P=2x_P-2,5$~~

№2.

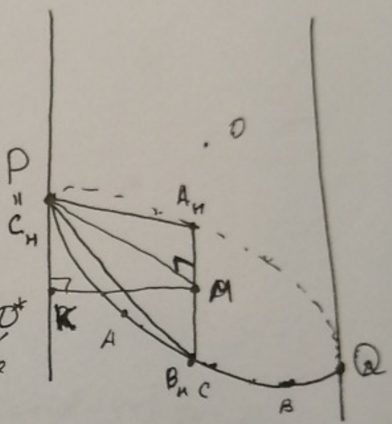
Заметим, что $\triangle ABC$ вписан в сечение цилиндра:



Очевидно, что радиус цилиндра связан с радиусом окр., описанной около ABC формулой $\frac{R}{\sin\alpha} = R_{окр}$, где R – радиус цилиндра, а α – угол между ~~радиусом~~ цилиндром и плоскостью сечения (ABC).

~~Рассмотрим случай, когда~~

Заметим, что если C не совпадает с точками P и Q (см. рис.), то ~~точки~~ $\angle DCA$ плоскость, перпендик. AB и проход. через её середину не проходит через D*, то тогда $AD \neq AB$. Значит, C находится в точке P или Q (в силу симметрии в точке P). Отметим „нестолкую" точку" $C_н$.



Минимальный радиус цилиндра тогда не ~~про~~ меньше $\frac{AB}{2}$.

* точки C, D равноуд. от A и B. ⇒ ⇒ $AB \perp CD$, но если $CD \parallel$ оси цил., то A и B находятся на одной высоте от основания цилиндра.

Тогда отметим $A_н$ и $A_в$, и середину $A_нB_н$ – точку M. Пусть MK - радиус, тогда ~~PK~~ $MK \perp PK$, причём K, P, D лежат на одн. прямой, тогда $PK = \sqrt{MP^2 - MK^2} = \sqrt{(PA_н^2 - A_нM^2) - MK^2} =$

$= \sqrt{25-1-1} = \sqrt{23}$, а $DK = \sqrt{MD^2 - MK^2} = \sqrt{(B_нD^2 - B_нM^2) - MK^2} =$

$= \sqrt{49-1-1} = \sqrt{48}$, т.е. $CD = \pm\sqrt{23} + \sqrt{48}$.

Ответ: $\sqrt{48} \pm \sqrt{23}$.

№1.

a_1 – первый член

$a_i = a_1 + (i-1)d$, где d – разность прогрессии.

$a_7 a_{12} > S + 20$

$\Updownarrow$

$(a_1 + 6d)(a_1 + 11d) > 20 + 7a_1 + \frac{6 \cdot 7}{2} d$

$\Updownarrow$

$a_1^2 + 17a_1 d + 66d^2 > 20 + 7a_1 + 21d$ (1)

$a_{10} a_9 < S + 44$

$\Updownarrow$

$(a_1 + 8d)(a_1 + 9d) < 44 + 7a_1 + 21d$

$\Updownarrow$

$a_1^2 + 17a_1 d + 72d^2 < 44 + 7a_1 + 21d$ (2)

(1) – (2):

$a_1^2 + 17a_1 d + 66d^2 - a_1^2 - 17a_1 d - 72d^2 > 20 + 7a_1 + 21d - 44 - 7a_1 - 21d$

$\Updownarrow$

$-6d^2 > -24$

$\Updownarrow$

$d^2 < 4 \iff d = \pm 1$, т.к. $d \neq 0$ по усл.
$\iff -2 < d < 2$ т.к. $d \neq -1$ по усл. } посл. возрастающая.

$\Downarrow$

$d = 1$, тогда:

$(a_1 + 6)(a_1 + 11) > 20 + 7a_1 + 21 \iff a_1^2 + 17a_1 - 7a_1 + 66 - 20 - 21 > 0$

$\Updownarrow$

$a_1^2 + 10a_1 + 25 > 0$

$\Updownarrow$

$(a_1 + 5)^2 > 0$ – верно для любого a_1.

$(a_1 + 8)(a_1 + 9) < 44 + 7a_1 + 21 \iff a_1^2 + 10a_1 + 72 - 65 < 0 \iff a_1^2 + 10a_1 + 7 < 0$

$a_1 \in \left(\frac{-10 - \sqrt{72}}{2}; \frac{-10 + \sqrt{72}}{2}\right) \Rightarrow a_1 \in \{-9; -8; -7; -6; -5; -4; -3; -2; -1\}$

Но, в силу равносильных переходов в решении, все значения a_1 допустимы.

Ответ: $a_1 \in \{-9; -8; -7; -6; -5; -4; -3; -2; -1\}$

Черновик

$a_1, a_2, \dots$

$a_7 \cdot a_{12} > S + 20$

a_1, a_1+d, a_1+2d

$(a_1+6d)\cdot(a_1+11d) > S+20 = 20 + 7a_1 + \frac{6\cdot 7}{2}d$

$(a_1+8d)\cdot(a_1+9d) \le S+44 = 44+7a_1+\frac{6\cdot 7}{2}d$

$a_1^2 + 17a_1d + 66d^2 > 20 + 7a_1 + 21d$

$a_1^2 + 17a_1d + 72d^2 \le 44 + 7a_1 + 21d$

$a_1^2 - a_1^2 + 17a_1d - 17a_1d + 66d^2 - 72d^2 > -24$

$-6d^2 > -24$

$d^2 < 4$

$72 - 66 = 6$

$\sqrt{496} =$

65

$24 \times 24 = 96$

$72 - 65 = 7$

$100 - 28 = 72$

$\frac{-10-8}{2}$

$8^2 = 64$

$9^2 = 81$

$a_1^2 + 10a_1 + 7 < 0$

$\frac{-18}{2} = -9$

$a_{1,2} = \frac{-10 \pm \sqrt{100-28}}{2}$

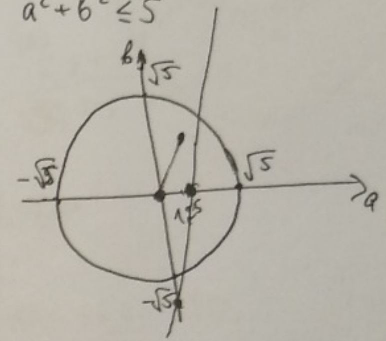
$a_{1,2} = \frac{-10 \pm \sqrt{72}}{2}$

$\frac{-10+8}{2} = -\frac{2}{2} = -1$

$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 \le 5 \\ a^2 + b^2 \le \min(4a-2b;\ 5) \end{cases}$ 2

2: $4a - 2b \ge 5$

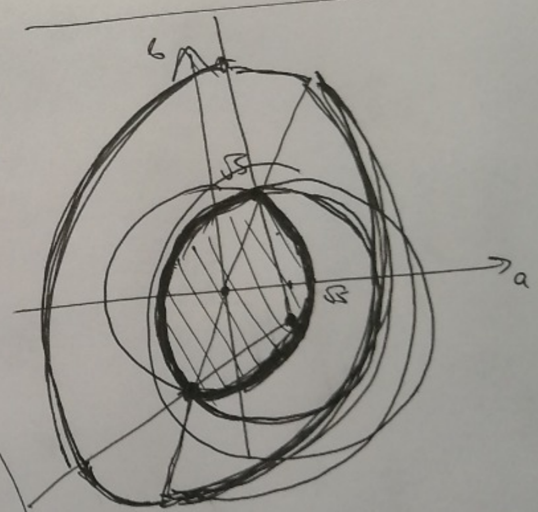
$a^2 + b^2 \le 5$



$4a - 2b \le 5$

$4a - 2b = 5$

$b = 2a - 2{,}5$



$a^2 + b^2 \le 5$

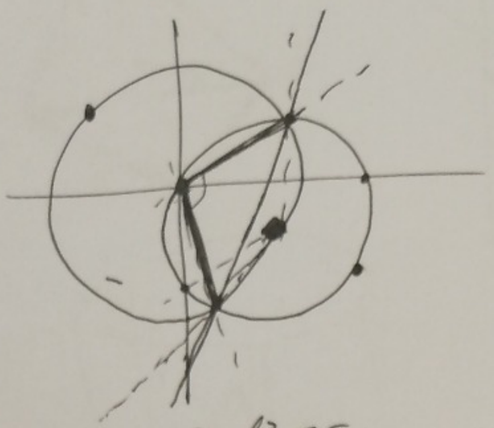
$a^2 + b^2 \le 4a - 2b$

$a^2 - 4a + 4 + b^2 + 2b + 1 \le 0 + 5$

$(a-2)^2 + (b+1)^2 \le 5$

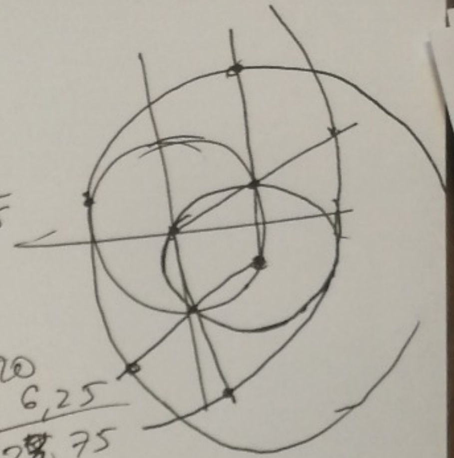
21103087 (U279031 M1296971)

Черновик



$$\begin{array}{r|l} 23{,}75 & 5 \\ -20 & 4{,}75 \\ 37 & \\ -35 & \\ 25 & \\ -25 & \\ 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ -\;6{,}25 \\ \hline 23{,}75 \end{array}$$



$a^2+b^2=5$

$(a-2)^2+(b+1)^2=5$

$a^2-4a+4+b^2+2b+1=5$

$2b-4a+5=0$

$b=2a+2{,}5$

$y=2x-2{,}5$

$x^2+y^2=$

$x^2+(2x-2{,}5)^2=5$

$x^2+4x^2-10x+6{,}25=5$

$5x^2-10x+1{,}25=0$

$x=\dfrac{10\pm\sqrt{100-25}}{}$

$x^2+y^2=$

~~$x^2+4x-10$~~

$x^2+4x^2-10x+6{,}25=20$

$5x^2-10x+6{,}25=20$

$5x^2-10x-23{,}75=0$

$(2\sqrt{5})^2=20$

$x^2-x-4{,}75=0$

$x=\dfrac{1\pm\sqrt{1+19}}{2}$

$2{,}5^2$

$\begin{array}{r} \times\, 2{,}5 \\ 2{,}5 \\ \hline 6{,}25 \end{array}$

$\begin{array}{r} +\,44 \\ 15 \\ \hline 59 \end{array}$

20

$35+7$ (42)

$16+3=19$

$S_7=15$

35

56

$\begin{array}{r} \times\, 15 \\ 15 \\ \hline 75 \\ 15 \\ \hline 225 \end{array}$

$\begin{array}{r} 5 \\ \times\, 5 \\ \times\, 5 \\ \hline 125 \end{array}$

$5\cdot 10=50$

$4\cdot 5\cdot 1{,}25$

$\begin{array}{r} 1{,}25 \\ \times\, 4 \\ \hline \end{array}$

$4+1=5$

$0\;1\;2\;3\;4$

$-1+0+1+2+3+4+5+\dots+10$

$15+20=35$

$6\;7\;8\;9\;10$

$5\cdot 10$

-42

-7

-12

-18

-25

-35

-42

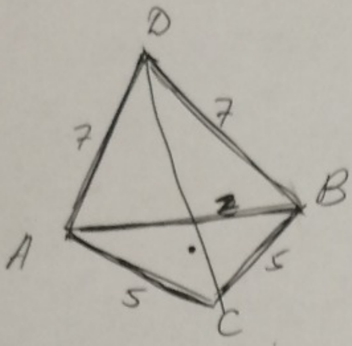
2

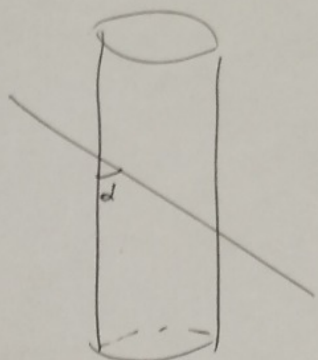
$-3\cdot 2=-6>$

$-6>20-42$

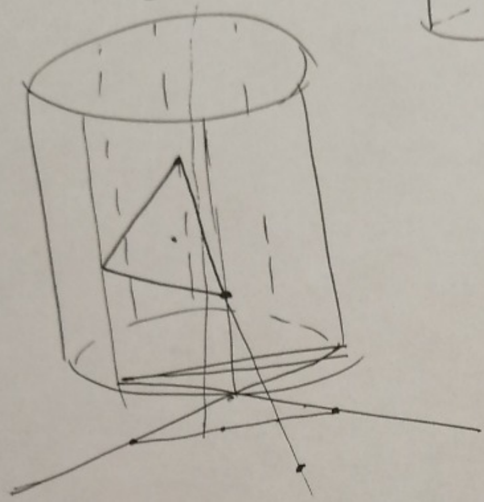
$0<2$

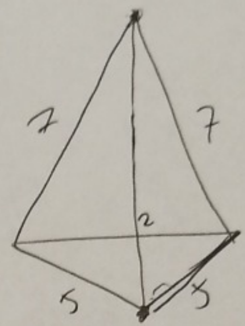
$44-42=2$



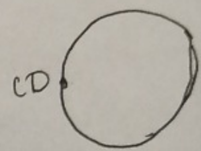


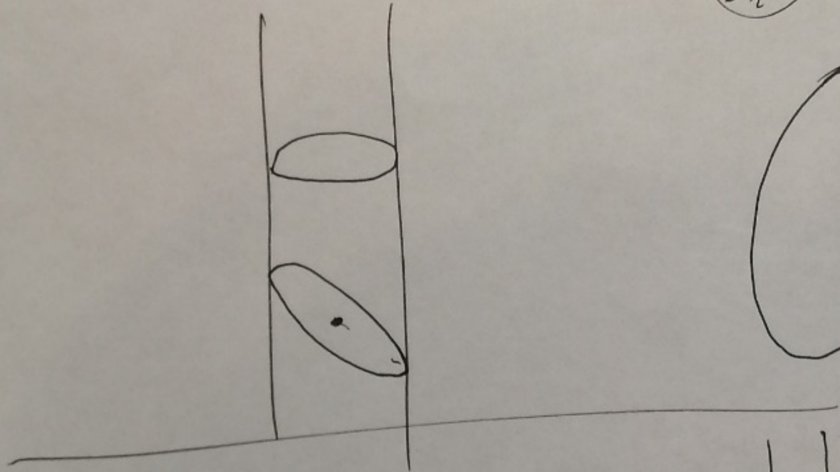
1

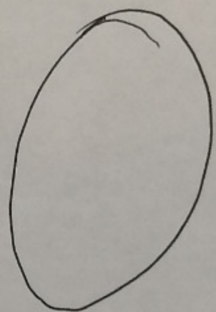


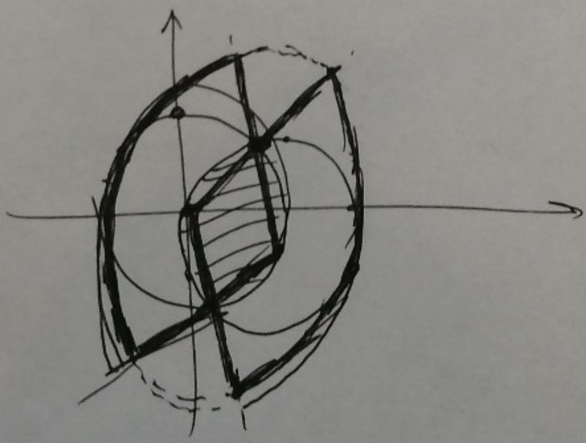


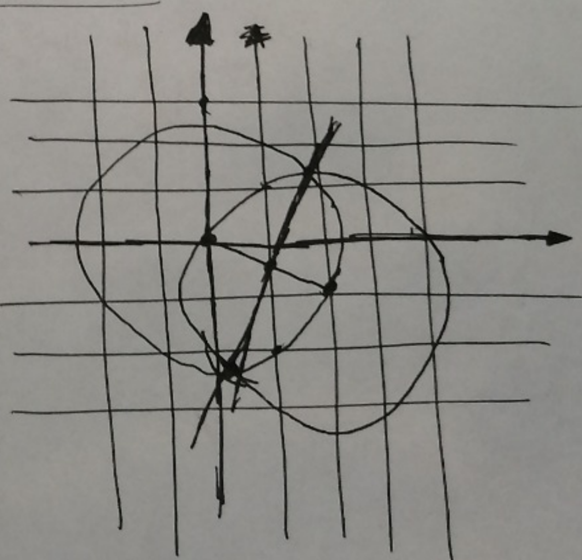
$\frac{49}{\frac{25}{24}}$











Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21103087**

ID профиля: **279031**

Вариант 18

№5 Чистовик Математика, 11 кл.

Пусть $\frac{x}{3}+3=a$, $6x-14=b$, $x-1=c$

Заметим, что $6x-14\geq 0$, т.к. $\sqrt{\dots}\geq 0$

1) рассмотрим $x>3$. : тогда $x-1>0 \Leftarrow \frac{x}{3}+3>0$

$\Downarrow$

$x>1$

Заметим тогда, что логарифмы

$2\log_a b$, $2\log_b c$, $\log_c a$.

1 2 3

1) 1 = 2

$2\log_a b = 2\log_b c$

$\log_b c = \frac{1}{\log_b a} \Rightarrow b^d = c$

$b^{\frac{1}{d}} = a$

$\Rightarrow \cancel{ac = b}$

$\cancel{c^{2d-1} = a}$

$\cancel{c^{2d} = b}$, но $\cancel{c^{\frac{1}{d}} = b}$

$\cancel{2d = \frac{1}{d} \Rightarrow d = \pm\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\pm 1}{\sqrt{2}}}$

2) 2 = 3

$2\log_b c = \log_c a$

$\frac{2}{\log_c b} = \log_c a \Rightarrow c^d = a$

$c^{\frac{2}{d}} = b$

$\Rightarrow \cancel{ba = c^2}$

$\cancel{a^{\frac{d+1}{2}} = b}$

$\cancel{a^{\frac{d+1}{2}} = c}$ но $\cancel{a^{\frac{1}{d}} = c} \Rightarrow$

$\cancel{\frac{1}{d} = \frac{d+1}{2}}$ $\cancel{d = 1, d = -2}$

$\cancel{c = a \Rightarrow b = 1}$

$\cancel{x = \frac{15}{6}}$

3) 3 = 1

$\log_c a = 2\log_a b$

$\frac{1}{\log_a c} = 2\log_a b \Rightarrow a^{\frac{d}{2}} = b$

$a^{\frac{1}{d}} = c$

$\Rightarrow \cancel{bc = \sqrt{a}}$

$\cancel{b^{\frac{d-1}{2}} = c \Rightarrow b^{\frac{d+1}{2}}}$

$\cancel{b^{\frac{d+1}{2}} = \sqrt{a} \Leftrightarrow b^{d+1} = a}$, но

$\cancel{b^{\frac{2}{d}} = a}$

$\cancel{d+1 = \frac{2}{d} \Rightarrow d = 1, d = -2}$

№4.

$(a; b; c) = 15$

$[a; b; c] = 3^{15} \cdot 5^{18}$

Заметим, что все числа a, b и c не имеют прост. дел., отличн. от 3 и 5. (иначе [. ..] был бы : этому простому.

~~Заметим, что какое-то число должно быть кратно~~

пусть: $a = 3^{\alpha_1} \cdot 5^{\alpha_2}$, $b = 3^{\beta_1} \cdot 5^{\beta_2}$, $c = 3^{\gamma_1} \cdot 5^{\gamma_2}$

Заметим, что $\min(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1) = 1$, $\max(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1) = 15$, иначе либо $\deg_3(\text{НОД}) \neq 1$, либо $\deg_3(\text{НОК}) \neq 15$.

Аналогично $\min(\alpha_2; \beta_2, \gamma_2) = 1$, $\max(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2) = 18$.

Тогда Заметим, что есть 3 способа выбрать $\alpha_1 = 1$, $\beta_1 = 1$ или $\gamma_1 = 1$, 2 сп-ба (оставшихся) выбрать $\alpha_1 = 15$, $\beta_1 = 15$ или $\gamma_1 = 15$. Аналогично с α_2, β_2 и γ_2.

Тогда все оставшиеся степени (одна из $(\alpha_1; \beta_1; \gamma_1)$ и одна из $(\alpha_2; \beta_2; \gamma_2)$) могут принимать любые значения от 1 до 15 для 3 и от 1 до 18 для 5. ~~Получаем, что всего вариантов~~

~~$3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 15 \cdot 18$, но при этом есть случаи, которые были посчитаны дважды. Дважды посчитаны только случаи, где либо $\alpha_1 = \beta_1$, либо $\beta_1 = \gamma_1$, либо $\gamma_1 = \alpha_1$, либо аналогичные с индексом $\_2$.~~

~~Причем все эти случаи посчитаны несколько раз. Всего таких случаев: Для $\alpha_1 = \beta_1 = 1$ → $3 \cdot 2 \cdot 18$, т.к. 3 сп. выбрать 15 из $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$, 2 способа выбрать 1 из ост. и 18 усл. способов выбр. оставш.~~

~~Аналогично для всех остальных ($\alpha_1 = \beta_1 = 15$, $\alpha_1 = \gamma_1 = 1$, $\alpha_1 = \gamma_1 = 15$ и т.д.~~

Сначала посчитаем $3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 13 \cdot 16$ – когда третьи степени (не выбранные) в пределах от 2 до 14 для тройки и от 2 до 17 для 5.

Не посчитанными оказались $3 \cdot (3 \cdot 2 \cdot 16)$, когда из $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ одна ст. равна 1, ост. 15, $3 \cdot (3 \cdot 2 \cdot 16)$, когда одн. ст. равна 15, ост. 1. Аналогично для $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$ $((3 \cdot 2 \cdot 13) \cdot 3) \cdot 2$. И наконец остались случаи, когда среди $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ две 1 и одна 15 или наоборот, среди $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$ одн. 1, две 18 или наоборот. Итого:

$$3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 13 \cdot 16 + 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 16 + 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 13 + 3 \cdot 3 + 3 \cdot 3 + 3 \cdot 3 + 3 \cdot 3 = 8568$$

ОТВЕТ: 8568.

13 · 17

$\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)$

$\log_{6x-14}(x-1)^2$; $\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)$

Уровни

$a=15$ $c=3^{15}\cdot5^{18}$

$b=$

a b c

$(3\cdot3\cdot2\cdot2)$

1 2 3 4

$TK\cdot PK=AK\cdot CK$

$AC=6x$

$CK=5x$

$AK=0{,}5x$

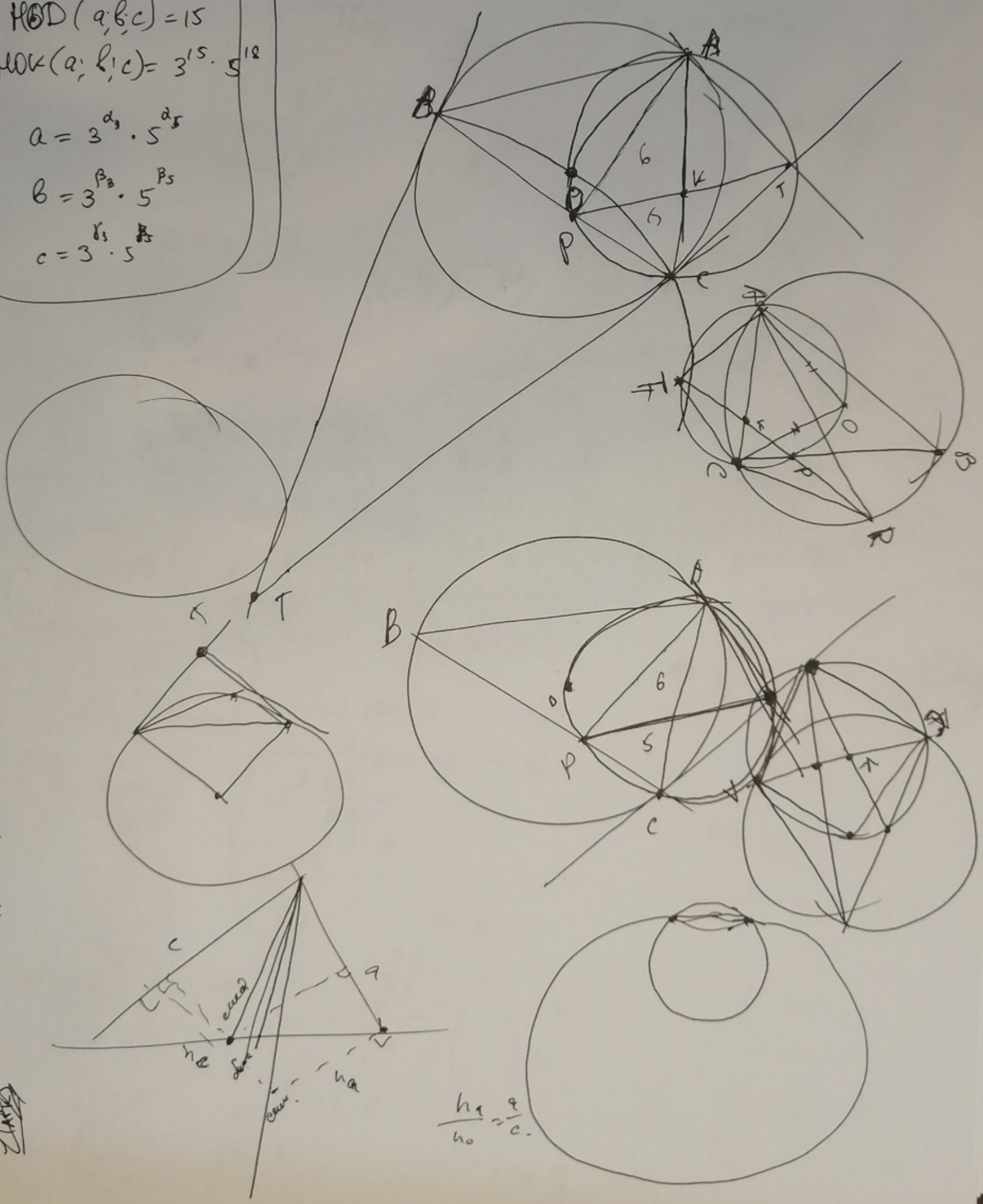
НОД$(a;b;c)=15$

НОК$(a;b;c)=3^{15}\cdot5^{18}$

$a=3^{\alpha_3}\cdot5^{\alpha_5}$

$b=3^{\beta_3}\cdot5^{\beta_5}$

$c=3^{\gamma_3}\cdot5^{\beta_5}$



$K=\frac{PK}{AK}=\frac{AC}{KT}$

$\frac{APK}{TCK}=\frac{AP}{}$

$\frac{h_a}{h_c}=\frac{a}{c}$

Чертеж

1
1
15

$2 \cdot 2 \cdot 18$

$$\begin{array}{r} \times 16 \\ 13 \\ \hline +48 \\ 16 \\ \hline 208 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 208 \\ 36 \\ \hline +1248 \\ 624 \\ \hline 7488 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 13 \\ 36 \\ \hline +78 \\ 39 \\ \hline 468 \end{array}$$

7488 +
+ 576 + 468 +
+ 36
=

$3 \cdot 3 \cdot 4 = 36$

$$\begin{array}{r} \times 36 \\ 16 \\ \hline +216 \\ 36 \\ \hline 576 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7488 \\ +\ 468 \\ 576 \\ 36 \\ \hline 8568 \end{array}$$

$3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 13 \cdot 16 + \ldots$

1
1
15

$3 \cdot 2$

$\cancel{2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 18}$

$3 \times (3 \times 2 \times 16)$

$3 \times (3 \times 2 \times 16)$

$(3 \times 2 \times 13) \times 3$

$(3 \times 2 \times 13) \times 3$

3×3
3×3
3×3
3×3

$\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)$

$\log_{6x-14}(x-1)^2$

$\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)$

$x-1=a$

$6x-14=b$

$\frac{x}{3}+3=c$

ОДЗ!!!

$2\log_c b = 2\log_b a$

$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

$\log_a b = d$

$a^d = b$

$b^{\frac{1}{d}} = a$

$\log_b a = \frac{1}{d}$

(1) $\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14) = \log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)$

$2\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14) = \log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)$

$\log_c b = \frac{1}{\log_b c}$

$\frac{1}{\log_b c} = \log_b a = d$

$b^d = a$

$b^{\frac{1}{d}} = c$

21103087 (U279031 M1296972)

$2\log_a b$; $2\log_b c$; $\log_c a$ $a=$

~~$b>a$ ...: $\log_a b>1$~~

$256|5 = 50+\frac{6}{5} = 51+\frac{1}{5} = 51{,}2$

(1)

$2\log_a b = 2\log_b c$

$\log_a b = \log_b c$

$\frac{1}{\log_b a} = \log_b c = d$

$b^d = a$ $ac = b$

$b^{\frac{1}{d}} = c$

(2)

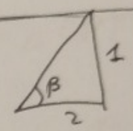
$2\log_b c = \log_c a$

$\frac{2}{\log_c b} = \log_c a = d$

$c^d = a$

$c^{\frac{2}{d}} = b$ => $ab = c^2$

$\frac{AC}{\sin\beta} = 2R$



$tg\,\beta = \frac{1}{2}$

$\sin\beta = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$121|5 = 24{,}2$

-10, -21, -20, 10

(3) $2\log_a b = \log_c a$

$2\log_a b = \frac{1}{\log_a c} = d$

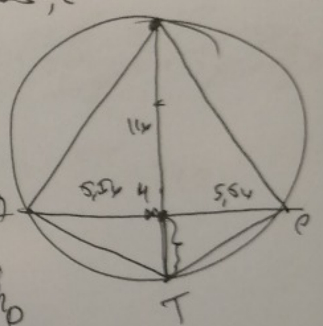
$a^{\frac{1}{d}} = c$

$a^{\frac{d}{2}} = b$ $bc = \sqrt{a}$

$AC\cdot h_p = 11$

$AC\cdot h_B = 51{,}2$

$k=$



$\frac{16}{5}\times 11 = A$

$\frac{abc}{4R} = S$ $b = \frac{24{,}2\cdot 4\cdot OC}{ac}$

$11 = AC\cdot h_p$

$S_{ABC} = AC\cdot h_B = AC\cdot h_p\cdot k$ =>

$S_{ABC} = 11k$.

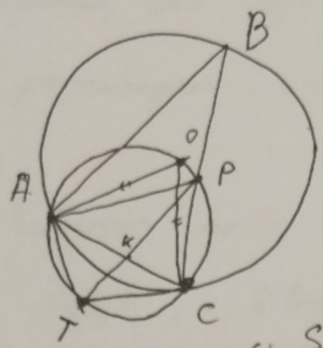
$\frac{5{,}5*5{,}5}{11}*$

$*\cdot 0{,}5\cdot 5{,}5 = TH$

$S = \frac{AC\cdot\frac{2S}{\sin\beta}}{4R}$ => $2R = AC/\sin\beta$

$k = \frac{11}{5}$

№6.



Заметим, что AOCT вписанный, так как $AT \perp OA$ и $TC \perp OC$, т.е. Σ противоположн. угл. равна $180°$.

Но $\triangle AOT = \triangle COT$, т.к. $AO = OC = R$, $OT = OT$ и $\angle A = \angle C = 90°$. $\Rightarrow$ T - середина дуги AC.

(призн. рав. прямоуг. $\triangle$.)

Значит в $\triangle APC$ PT - биссектриса, тогда

$$\frac{6}{5} = \frac{S_{APK}}{S_{CPK}} = \frac{AK}{KC} = \frac{AP}{PC}.$$

$$\angle B = \frac{1}{2} \cup AC = \frac{1}{2} \angle AOC = \angle TAC = \angle TCA = \angle CPT \Rightarrow PT \parallel AB$$

($\cup AC$ больш. окр $= \cup TC$ мал. окр(*))

большая окр.

$\Downarrow$

$\triangle ABC \sim \triangle KPC.$

~~S_{ABC}~~

~~$k = \frac{CK}{AC}$~~

$$k = \frac{AC}{CK} = \frac{CK + AK}{CK} = 1 + \frac{6}{5} = \frac{11}{5}.$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{KPC}} = k^2 = \frac{11^2}{5^2} \Rightarrow$$

$\Downarrow$

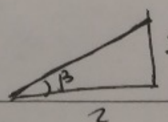
$$S_{ABC} = \frac{121}{5 \cdot 5} \cdot 5 = \frac{121}{5} = 24{,}2.$$

а) Ответ: 24,2.

б) $tg\angle ABC = tg\angle TOC \Rightarrow \frac{TC}{OC} = \frac{1}{2} \Rightarrow OC = 2TC$

по (*)

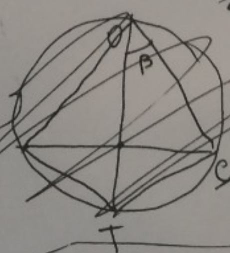
Если $tg\,\beta = \frac{1}{2}$ то из $\triangle$:



по т. Пифагора $\sin\beta = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$$\frac{AC}{\sin\beta} = 2R = 2OC.$$

по т. sin.



$$\frac{AP}{PC} = \frac{6}{5};\ \frac{BP}{PC} = \frac{6}{5}.$$

$\Downarrow$

$AP = BP$

~~$S = \frac{abc}{4R} = \frac{AB \cdot BC \cdot CA}{4R}$~~

~~$S = AB \cdot BC \cdot \frac{\sin\beta}{2} \Rightarrow$~~