Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21103031**

ID профиля: **322271**

Вариант 18

Чистовик.

Задача № 1. Пусть d – шаг прогрессии, а тогда $a_7=a_1+6d$ $a_9=a_1+8d$

$d>0$ т.к. возрастающ. $a_{12}=a_1+11d$ $a_{10}=a_1+9d$

$$S=7a_1+\frac{d\cdot 7\cdot 6}{2}=7a_1+21d$$

По условию: $\begin{cases} a_7a_{12}>S+20 \\ a_9a_{10}<S+44 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a_7a_{12}<-S-20 \\ a_9a_{10}<S+44 \end{cases}$

Тогда $a_9a_{10}-a_7a_{12}<24$ $\quad (a_1+8d)(a_1+9d)-(a_1+6d)(a_1+11d)<24$

$a_1^2+17a_1d+72d^2-(a_1^2+17a_1d+66d^2)<24$

$(72-66)d^2<24$

$(12-11)d^2<4$

$d^2<4$ и при этом $d>0$, тогда $d\in(0;2)$, а так как члены прогрессии – целые числа, то и d – целое, поэтому

$\boxed{d=1}$ Имеем: $S=7a_1+21$, тогда $\begin{cases} (a_1+6)(a_1+11)>7a_1+41 \\ (a_1+8)(a_1+9)<7a_1+65 \end{cases}$

$\begin{cases} a_1^2+17a_1+66>7a_1+41 \\ a_1^2+17a_1+72<7a_1+65 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} a_1^2+10a_1+25>0 \\ a_1^2+10a_1+7<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a_1+5)^2>0 \\ (a_1+5)^2<25-7 \end{cases}$

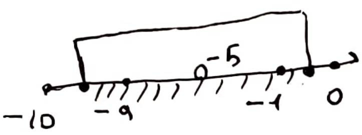
$\begin{cases} (a_1+5)^2>0 \\ (a_1+5)^2<18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1\neq -5 \\ -3\sqrt{2}<a_1+5<3\sqrt{2} \end{cases}$ $\quad 3\sqrt{2}=\sqrt{18}$

$4<\sqrt{18}<5$

Тогда $-5<-3\sqrt{2}<-4$

$-10<-5-3\sqrt{2}<-9$

$-1<3\sqrt{2}-5<0$ $\Rightarrow$

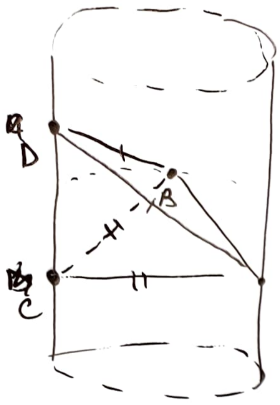


Откуда видно, что $-9\leqslant a_1\leqslant -1$ и при этом $a_1\neq -5$

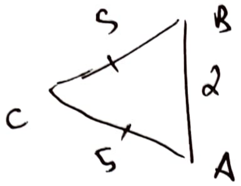
Тогда Ответ: $a_1\in\{-9;-8;-7;-6;-4;-3;-2;-1\}$

Чистовик.

Задача №2.



Минимум радиуса будет, когда $\triangle ABC$ будет вписан в окружность в плоскости основания цилиндра так как $AC, CB < AD, DB$.



Иначе всегда можно чуть повернуть тэтраэдр и получить меньший радиус, тогда $p = \frac{5+5+2}{2} = 6$

$$S_{ABC} = \sqrt{6(6-5)^2 \cdot 3} = \sqrt{18} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 2}{4R}$$

$$R = \frac{5 \cdot 5}{2\sqrt{18}} = \frac{25}{6\sqrt{2}} = \boxed{\frac{25\sqrt{2}}{12}}$$ — минимальный радиус цилиндра (так как $\frac{49\sqrt{3}}{24} > \frac{50\sqrt{2}}{24}$) — сравнили радиусы

, тогда $AC \perp CD$, так как основание $\perp$ боковой грани $\Rightarrow$ по т. Пифагора $CD^2 + AC^2 = AD^2$ $CD^2 = AD^2 - AC^2 = 49 - 25 = 24$

$CD = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$ Ответ: $\boxed{CD = 2\sqrt{6}}$

Задача №3 Чистовик.

$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 5 \ - (1) \\ a^2+b^2 \le \min(4a-2b, 5) - (2) \end{cases}$$

(2) равносильно $\begin{cases} a^2+b^2 \le 4a-2b \\ a^2+b^2 \le 5 \end{cases}$

Докажем: 1) ~~Нв.~~ Достаточность - очевидна.

2) Необходимость - если a^2+b^2 меньше одного из двух выражений, то оно минимально и $a^2+b^2 > \min$, что неверно, поэтому необходимо.

Имеем: $a^2+b^2 \le 4a-2b$ $\quad \underbrace{a^2-2\cdot2\cdot a+2^2}_{(a-2)^2}-2^2+\underbrace{b^2+2\cdot1\cdot b+1^2}_{(b+1)^2}-1^2 \le 0$

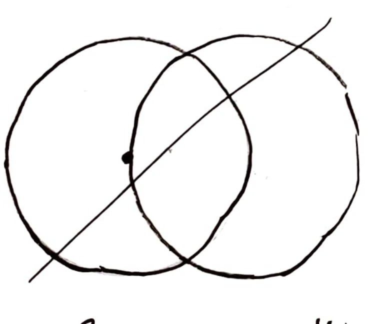
$(a-2)^2+(b+1)^2 \le 5$

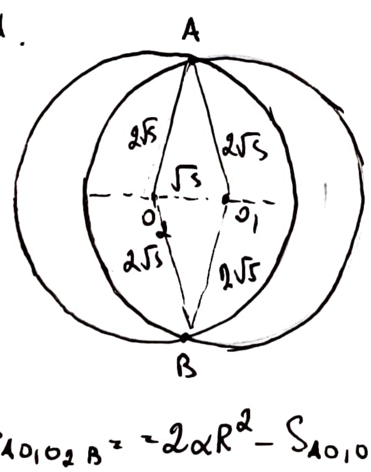
Тогда условие имеет вид: $\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 5 \\ a^2+b^2 \le 5 \\ (a-2)^2+(b+1)^2 \le 5 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 5 \\ a^2+b^2 \le 5 \end{cases} (1) \\ \begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^5 \le 5 \\ (a-2)^2+(b+1)^2 \le 5 \end{cases} (2) \end{array}\right.$

Рассмотрим системы (1) и (2) с точками $(a;b)$.

(1): Нам подходят все $(x;y)$ расстояние от которых до $(a;b)$ $\le\sqrt{5}$, а $(a;b)$ - все точки внутри и на границе окружности с центром в $(0;0)$, нетрудно понять, что все $(x;y)$ внутри и на границе окужности с радиусом $2\sqrt{5}$ и центром в $(0;0)$ нам подойдут, а другие - нет. (Область всех перпендикуляров к касательным с $b \le \sqrt{5}$). Так как окр. концентрических всегда найдется точки под условие, а за этой окр в любой точке раст. $>\sqrt{5}$. чтд.

(2): Аналогично подойдут точки внутри и на границе окружност с центром в $(2;-1)$ и радиусом $2\sqrt{5}$. Так как у нас система, подойдет окончательно пересечение областей: Схематически изобразим окружности, расстояние между центрами - $\sqrt{5}=\sqrt{(2-0)^2+(-1-0)^2}$. Из задачи нужно вычисл. площ. пересечь окужностей.





Пусть $\angle O_2AO_1=\beta$, $\angle AO_1O_2=\angle AO_2O_1=\alpha$ (Равн. тр-ик), тогда $(R=2\sqrt{5})$

$S_M=\frac{2\alpha}{2\pi}\pi R^2$ - сектор AO_2B

$+\frac{2\alpha}{2\pi}\pi R^2$ - сектор AO_1B

$-S_{AO_1O_2B}=\frac{4\alpha}{2\pi}\pi R^2-S_{AO_1O_2B}=2\alpha R^2-S_{AO_1O_2B}=2\alpha R^2-2\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}\cdot\sin\alpha$

Т. косинусов + Т. синусов: $5=40(1-\cos\beta)$ $\quad \cos\beta=\frac{7}{8} \Rightarrow \sin\beta=\frac{\sqrt{15}}{8}$ $\quad \frac{\sqrt{5}}{\sin\beta}=\frac{2\sqrt{5}}{\sin\alpha}$

$\sin\alpha=2\sin\beta=\frac{\sqrt{15}}{4}$, тогда $S_M=\boxed{40\arcsin\frac{\sqrt{15}}{4}-\frac{5}{2}\sqrt{15}}$ - Ответ.

Черновик.

$a_n = a_1 + d(n-1)$

$S_n = a_1 n + \frac{dn(n-1)}{2}$

$a_7 = a_1 + 6d$ $\quad a_9 = a_1 + 8d$

$a_{12} = a_1 + 11d$ $\quad a_{10} = a_1 + 9d$

3

$\frac{(a_7 + a_{12})^2}{4} \geq a_7 a_{12} > S + 20$

$a_7 a_{12} \overset{?}{>} S + 20$

$\left(\frac{2a_1 + 17d}{2}\right)^2 > S + 20$

$-a_7 a_{12} > S + 20$

$a_9 a_{10} < S + 44$

$(a_1 + 8{,}5d)^2 > S + 20$

$-a_7 a_{12} < -S - 20$

$a_9 a_{10} - a_7 a_{12} < 24$

$S + 44$

$a_9 a_{10} - a_7 a_{12} < 24$

$(a_1 + 8d)(a_1 + 9d) - (a_1 + 6d)(a_1 + 11d) < 24$

$\cancel{a_1^2} + \cancel{9a_1 d} + \cancel{8a_1 d} + 72d^2 - \cancel{a_1^2} - \cancel{6a_1 d} - \cancel{11a_1 d} - 66d^2 < 24$

$(72 - 66)d^2 < 24$

$(72 - 6)d^2 < 24$

$6d^2 < 24$

$a_1 = \{-1; -2; -3; -4; -6; -7; -8; -9\}$

$S_n = a_1 + a_1 n + \frac{n(n-1)}{2}$

a_7

$S = 7a_1 + \frac{7 \cdot 6}{2} = 7a_1 + 7 \cdot 3$

$7a_1 + 21$

$0 < d^2 < 4$

$-2 < d < 2$

$0 < d < 2 \Rightarrow \boxed{d = 1}$

$(a_1 + 6)(a_1 + 11) > S + 20$

$(a_1 + 8)(a_1 + 9) < S + 44$

$a_1^2 + 66 + 17a_1 > S + 20$

$a^2 + 66 + 17a_1 > 7a_1 + 41$

$a_1^2 + 72 + 17a_1 < 7a_1 + 65$

$a_1^2 + 10a_1 + 25 > 0$

$a_1^2 + 10a_1 + 7 < 0$

$a_1 = -10 \pm \sqrt{100 - 4 \cdot 25}$

$-5 < -3\sqrt{2} < -4$

$-10 < -5 - 3\sqrt{2} < -9$

$\boxed{a_1 \neq -5}$

$3\sqrt{2} \vee 4$

$3\sqrt{2} > 4$

$4 < 3\sqrt{2} < 5$

$(a_1 + 5)^2 > 0$

-2

$-3\sqrt{2} - 5;\ 3\sqrt{2} - 5$

$5 > 3\sqrt{2} > 4$

$(a_1 + 5)^2 < 25 - 7 = 18$

$28 - 10$

$(a_1 + 5)^2 - 25 + 7 < 0$

$(a_1 + 5)^2 < 18$

$0 > 3\sqrt{5} - 5 > -1$

$a_1 \in (-\sqrt{18} - 5;\ \sqrt{18} - 5)$

$-10 \quad -9 \quad -5 \quad -1 \quad 0$

Черновик

$(x-0$ $\quad a_7 a_{12} > S+20$ $\quad a_n = a_1 + d(n-1)$

$a\,2$ $\quad a_9 a_{10} < S+44$ $\quad S_n = a_1 \cdot n + d(1+ \dots + n-1)$

$2+4+6+8$ $\quad = a_1 \cdot n + \frac{dn \cdot (n-1)}{2}$

c

$= 14+6 = 20$

a $\quad 1+2=3$ $\quad 1 \cdot 2 + \frac{2 \cdot 1}{2} = 2+1=3$

a^2 $\quad 2 \cdot 4 + \frac{4 \cdot 3}{2} \cdot 2$ $\quad 1 \quad 2$

$(a -$ $\quad S = a_1 \cdot r$ $\quad S = 7a_1 + 21d$ $\quad 7t + 20$

$(c$ $\quad (a_1 + 6d)(a_1 + 11d) > 7a_1 + 21d + 20$

$7t + 44$

c $\quad (a_1 + 8d)(a_1 + 9d) < S + 44$

$7a_1 + 21d + 44$

$(t+3d)(t+8d) > 7t + 20$

$7(a_1 + 3d)$

$(t + 5d)(t+6d) < 7t + 44$ $\quad t$

$t^2 + 8dt + 3dt + 24d^2 > 7t + 20$

$t^2 + 30d^2 + 11dt - 7t < 44$

$t^2 + 11dt$ $\quad t^2 + (11d - 7)t + 24d^2 - 20 > 0$

$t^2 + (11d-7)t + 30d^2 - 44 < 0$

$(11d-7)^2 - 4 \cdot 24d^2 + 80 = (121 - (80+16))d^2 + 49 + 80 - 2 \cdot 7 \cdot 11d$

$121 - 96 = 125 - 100 =$ $\quad 25d^2 + 129 - 2 \cdot 7 \cdot 11d$

S

За
{
{

мq
md
ш
нс
в

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2 \le 5\\ a^2+b^2 \le \min(4a-2b, 5)\end{cases}$$

черновик.

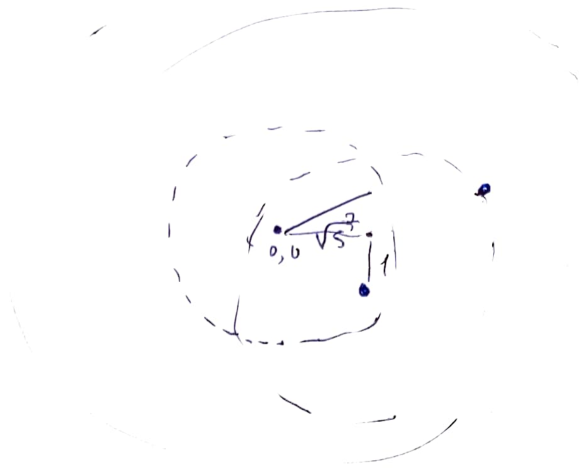
$a^2+b^2 \le 5$

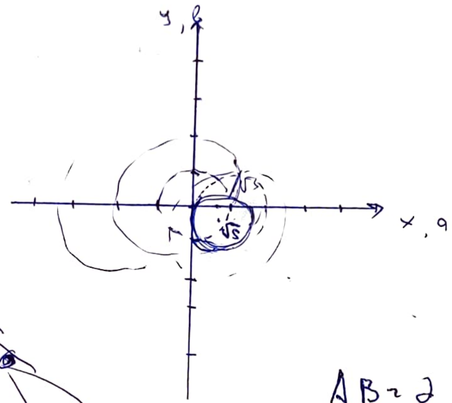
$a^2+b^2 \le 4a-2b$

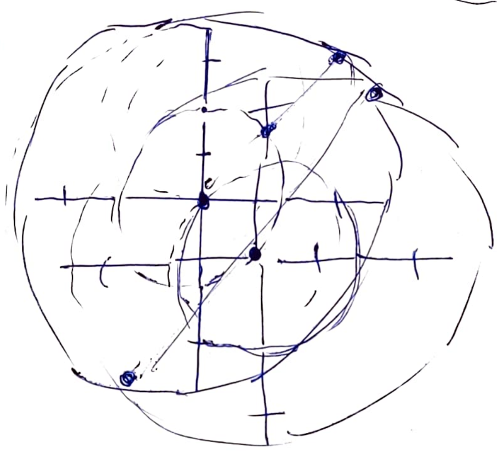
$a^2-4a+b^2+2b \le 0$

$(a-2)^2-4+(b+1)^2-1 \le 0$

$$\left[\begin{array}{l}(a-2)^2+(b+1)^2 \le 5\\ a^2+b^2 \le 5\end{array}\right.$$



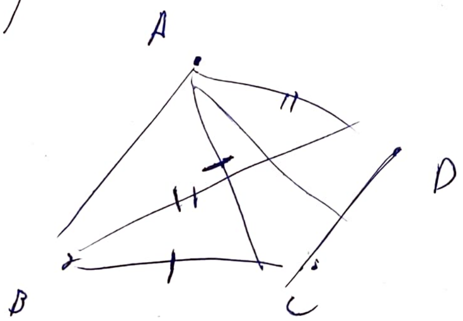




$AB=2$

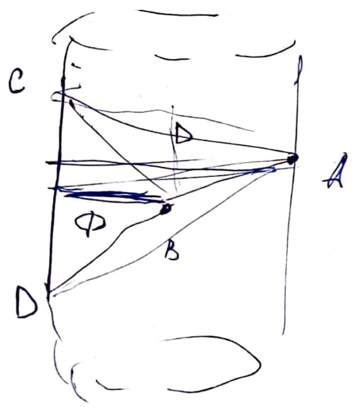
$AC=CB=5$

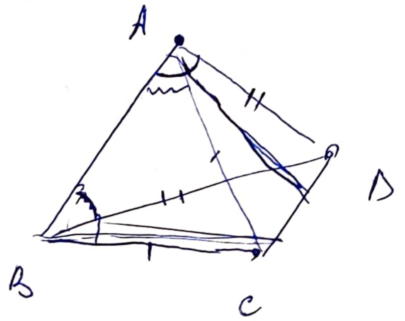
$AD=DB=7$



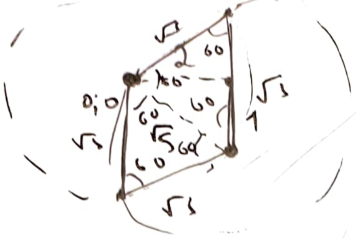
$72=8\cdot9=3\cdot2\cdot3\cdot4$

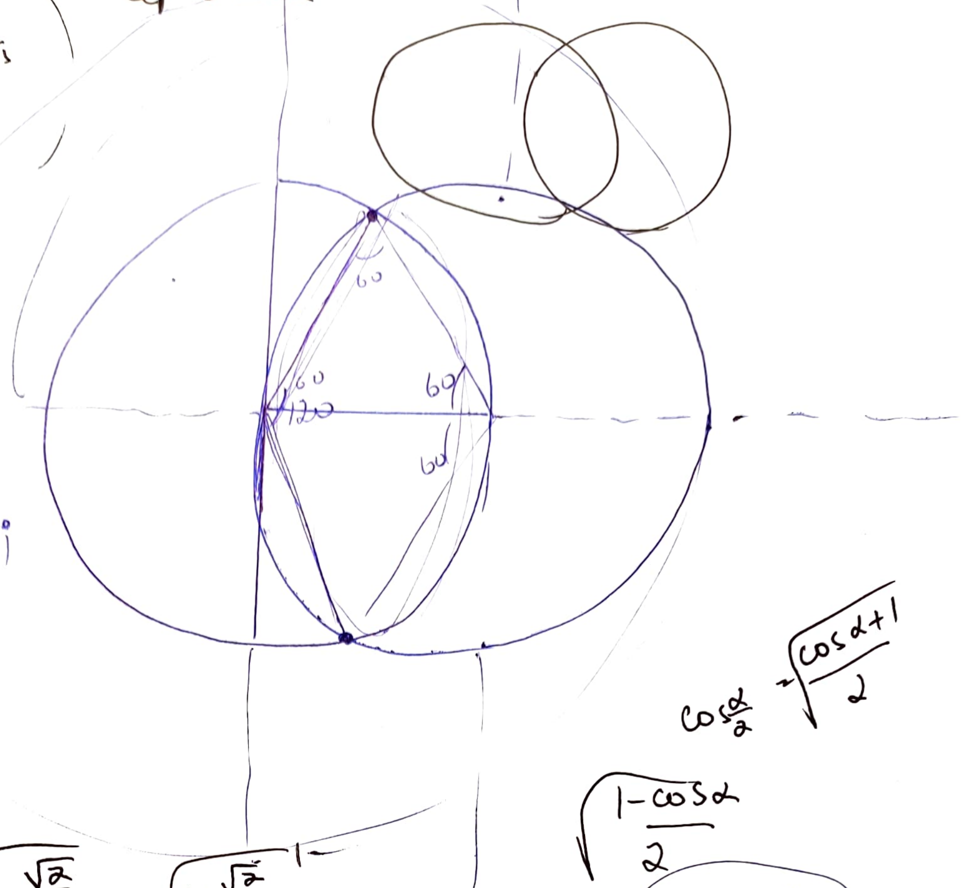
$12\cdot6$





Черновик





$$\cos\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{\cos\alpha + 1}{2}}$$

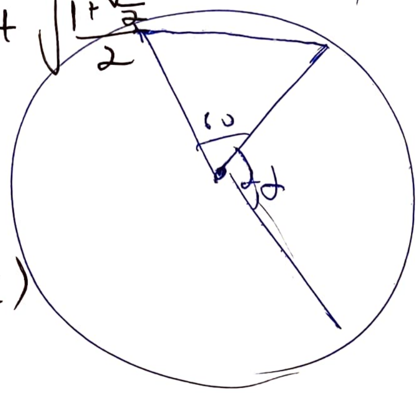
$$\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$$

$$\frac{2\alpha}{360}\cdot\pi R^2$$

$$\sqrt{\frac{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}{2}} + \sqrt{\frac{1+\frac{\sqrt{2}}{2}}{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{4}} + \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}}$$

$$= \frac{1}{2}\left(\sqrt{2-\sqrt{2}} + \sqrt{2+\sqrt{2}}\right)$$



$$\sin\left(45+\frac{45}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \sin 45 \cos\frac{45}{2} + \cos 45 \sin\frac{45}{2}$$

$$2\left(\frac{\alpha}{360}\pi R^2 - \frac{R^2\cdot\sin\alpha}{2}\right) + \frac{2\alpha}{360}\pi R^2$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\frac{45}{2} + \sin\frac{45}{2}\right)$$

$$\frac{4\alpha\pi R^2}{360} - R^2\sin\alpha = R^2\left(\frac{4\alpha\pi}{360} - \sin\alpha\right)$$

2π

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{\ }\right.$$

$$20 + 20 - 2\cdot 2\cdot 2\cdot 5\cdot\cos\alpha = 5$$

$$40(1-\cos\alpha) = 5$$

$$\left(R^2(2\alpha - \sin\alpha)\right)$$

$$\frac{5}{40} - \frac{10}{80}$$

$$\frac{1}{8} = 1-\cos\alpha \qquad \cos\alpha = \frac{7}{8}$$

$$\sin\beta = \sqrt{1-\frac{49}{64}} \qquad \frac{64-49}{64}$$

$$= \frac{65-50}{64} \qquad \sqrt{\frac{15}{64}} \qquad \frac{\sqrt{15}}{8}$$

Задача №3. ~~Ш...~~, Черновик

$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 5 & -(1) \\ a^2+b^2 \le \min(4a-2b, 5) & -(2) \end{cases}$$

(2) Равносильно $\begin{cases} a^2+b^2 \le 4a-2b \\ a^2+b^2 \le 5 \end{cases}$)

~~так как если выражение меньше одного из правых выражений, то оно точно меньше минимума~~ Так как если выражение меньше только одного из правых, то условие не выполнится, поэтому это необходимо, ну а достаточно этого, так как выражение должно быть меньше

16

$$\sqrt{8 \cdot 1 \cdot 6} = \frac{7 \cdot 7 \cdot 2}{4 \cdot R}$$

$$R = \frac{49}{2\sqrt{8 \cdot 6}} = \frac{49}{4\sqrt{12}} = \frac{49}{8\sqrt{3}}$$

$$\frac{49\sqrt{3}}{24} \vee \frac{50\sqrt{2}}{24}$$

$$\frac{49 \cdot \sqrt{3}}{24}$$

$$49\sqrt{3} \vee 50\sqrt{2}$$

$$49^2 \cdot 3$$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21103031**

ID профиля: **322271**

Вариант 18

Задача №5 Чистовик. Вариант 18

Заметим, что $\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)\cdot\log_{6x-14}(x-1)^2\log_{(x-1)}\left(\frac{x}{3}+3\right)=$

$2\frac{\ln(6x-14)}{\ln(\frac{x}{3}+3)}\frac{2\ln(x-1)}{\ln(6x-14)}\frac{\ln(\frac{x}{3}+3)}{\ln(x-1)}=4$ Пусть два из логарифмов равны $a+1$, а один "a".

Тогда $(a+1)^2a=4$ $a^3+2a^2+a=4$ $a^3-a^2+3a^2-3a+4a-4=0$

$(a^2+3a+4)(a-1)=0$, тогда $\boxed{a=1}$ Значит, что один из логарифм равен 1,

$\Downarrow$ $D=9-16<0\Rightarrow$ нет решений (всегда больше 0)

а два других по 2. Имеем:

$\log_a b=2$ $\log_a b=1$

$b=a^2$ $a=b$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x-1=\frac{x}{3}+3\\(x-1)^2=(6x-14)^2\\6x-14=\frac{x}{3}+3\end{cases}\quad(1)\\ \begin{cases}6x-14=(x-1)^2\\6x-14=\frac{x}{3}+3\\(x-1)^2=\frac{x}{3}+3\end{cases}\quad(2)\\ \begin{cases}\frac{x}{3}+3=(6x-14)^2\\(x-1)^2=(6x-14)^2\\(x-1)^2=\frac{x}{3}+3\end{cases}\quad(3)\end{array}\right.$$

(1): $\frac{2x}{3}=4$ $\boxed{x=6}$

$(6-1)^2\neq(36-14)^2$

$5^2\neq22^2$

$\Rightarrow$ (1) - не имеет решений

(2): $6x-\frac{x}{3}=17$ $17x=3\cdot17$

$\frac{18x-1x}{3}=17$ $x=3$

Тогда проверка: $18-14=4=(3-1)^2$

$4=4$

$4=(3-1)^2=\frac{3}{3}+3=4=4$

Верно $\Rightarrow$ $x=3$ может подойти.

(3): Из ОДЗ $(x-1)>0$ и $6x-14>0$, поэтому $(x-1)^2=(6x-14)^2\Leftrightarrow x-1=6x-14$

$5x=13$ $x=\frac{13}{5}$ $\left(\frac{13}{5}-\frac{5}{5}\right)^2=\left(\frac{8}{5}\right)^2=\frac{64}{25}\neq\frac{13}{15}+3=\frac{58}{15}$ – неверно.

Отсюда ясно, что может подходить только $x=3$. Подставим

$x-1=2$ $\frac{x}{3}+3=4$ и $6x-14=4$ и убедимся, что $\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)=\log_2 4=2$

$\log_{6x-14}(x-1)^2=\log_4 4=1$ $\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)=\log_2 4=2$ – подходит под условие.

Верно, поэтому ответ: $\boxed{x=3}$

Задача №4   Чистовик. 18

$\begin{cases} НОД(a;b;c) = 15 \\ НОК(a;b;c) = 3^{15}\cdot 5^{18} \end{cases}$ $\Rightarrow$ Все числа имеют вид $3^{\alpha}5^{\beta}$, $\alpha,\beta \geq 1$,

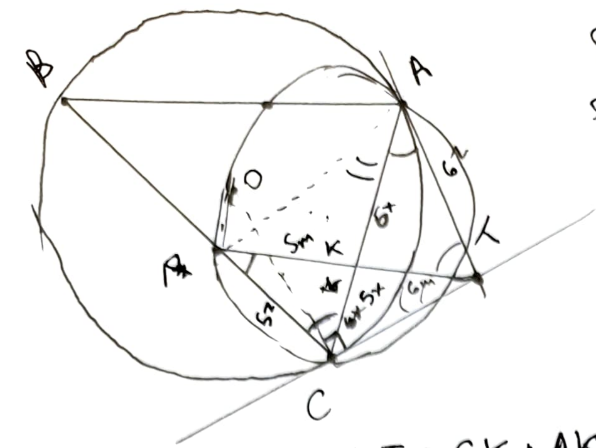
причем если α и $\beta > 1$ для каждого числа, то $НОД(a;b;c) \neq 15$

$\Rightarrow$ У каких-то α и $\beta = 1$. Тогда $3^{\alpha_1}5^{\beta_1}$, $3^{\alpha_2}5^{\beta_2}$ и $3^{\alpha_3}5^{\beta_3}$ — числа. Рассмотрим случай: $\alpha_i = 1$ $\beta_k = 1$ $i \neq k$ без огр. общности числа $3\cdot 5^{\beta_1}$, $3^{\alpha_2}\cdot 5$, $3^{\alpha_3}5^{\beta_3}$, $НОК = 3^{15}\cdot 5^{18}$, тогда $\beta_1 \leq 18$, $\alpha_2 \leq 15$ и α_3 β_3 — аналогично, но какие-то из α и β в точности равны 15 и 18, потому что иначе НОК будет меньше, тогда оставшиеся $1 \leq \alpha$ и $\beta \leq 15, 18$. Способов выбрать α и β: $2\cdot 2 = 4$ и для оставшихся $15\cdot 18$ способов, тогда $15\cdot 18\cdot 4$ троек которые можно менять местами $15\cdot 18\cdot 4\cdot 3$

~~Второй случай: Одно из чисел = 15 $\Rightarrow$ 15, $3^{\alpha_1}5^{\beta_1}$, $3^{\alpha_2}5^{\beta_2}$~~
~~Аналогично, но теперь при выборе β_i и α_k остается α и β $1 \leq \alpha$ и $\beta \leq 15, 18$ Получаем еще $15\cdot 18\cdot 4$ троек~~ Вошли в первый, но дважды посчитаны случаи с максимальными значениями α и β $\Rightarrow$ $15\cdot 18\cdot 4\cdot 3 - 4 = (15\cdot 18\cdot 3 - 1)\,4 = 809\cdot 4 = 3236$ случаев.

Ответ: 3236 решений.

Задача №6 Чистовик. 18



$\frac{S_{APK}}{S_{CPK}} = \frac{6}{5} = \frac{AK}{CK} \Rightarrow AK = 6x,\ CK = 5x.$

T - лежит на окружности, так как

$\square OCAT$ - вписанный, так как

~~$\angle BAT + \angle 1$~~ $\angle OCT = 90^\circ = \angle OAT$

OT - диаметр.

Тогда $PK \cdot KT = CK \cdot AK$,

$\triangle PKC \sim \triangle CAT$ по 3 углам, тогда $PK = 5m$, $KT = 6m$

$PC = 5z$ $AT = 6z$ $\Rightarrow 56m^2 = 5 \cdot 6\ x^2 \Rightarrow m = x$, AC - диаметр.

и $\angle KPC = \angle KCP \Rightarrow AD = CT$, тогда $PB = 5z$

$\Rightarrow S = 22$

Черновик

$\frac{x}{3}+3 \neq 1$

$\frac{x}{3} \neq -2$

$x \neq -6$

$\frac{x}{3}+3>0$

$x+9>0$

$x>-9$

$6x-14>0$

$x>\frac{14}{6}=\frac{7}{3}$

$x \neq \frac{15}{6} \neq \frac{5}{2}$

$x \neq 2$

$x>1$

$300+270+18$

$90+18 \quad 588 \quad 300+180+24 = 504$

$108x^2+588-504x) = x+9$

$107x^2-505x+579=0$

$x = 505 \pm \sqrt{505^2-4\cdot108\cdot579}$

$432+73$

$505^2 \vee 4\cdot108\cdot579$

$505^2 \vee 432\cdot579$

$(505)^2 \vee (505-73)(505+73+1)$

$= 505^2-73^2+505-73$

$(6x-14)^2 = \frac{x}{3}+3$

$3(36x^2+196-168x) = x+9$

$$\left[\begin{aligned} &x-1=\frac{x}{3}+3 \\ &6x-14=(x-1)^2 \\ &\frac{x}{3}+3=(6x-14)^2 \end{aligned}\right.$$

$\Rightarrow \boxed{x>\frac{7}{3}}$

$\boxed{\begin{aligned} &x>2\tfrac{1}{3} \\ &x \neq 5/2 \end{aligned}}$

$73^2-505+73$

$73\cdot74-505$

$\frac{x}{3}+3=(6x-14)^2$

$x=6$

$y=16$

$505=73\cdot7-6$

$73\cdot67-6$

$\log_a b=1$

$\frac{2}{3}x=4$

$36-14=40-18=30-8=22$

$6x-14=x^2+1-2x$

$6x-14=x-1$

$b=a$

$2\ln \frac{b}{\ln x}$

$x^2-8x+15=0$

$x=\frac{8\pm\sqrt{64-60}}{2}=\frac{8\pm2}{2}=4\pm1$

$5;3$

$x-1=6x-14$

$12\cdot14 = 120+46$

$5x=13$

$x=\frac{13}{5}$

$\frac{64}{50} - \frac{25}{15}$

$45+13 = 55+3$

$\frac{x}{3}+3=\frac{5}{3}$

$\frac{32}{29}$

$36x^2+100+16\cdot2\cdot40 \quad -28\cdot6x$

$356 \quad 19$

$36x^2+196-168x = \frac{x}{3}+3$

$100+16+80 = 196$

$36x^2+193-168\frac{1}{3}x=0$

$120+48$

$D=\left(168+\frac{1}{3}\right)^2-4\cdot36\cdot193$

$\left(168+\frac{1}{3}\right)^2 \vee 144\cdot193$

$12\cdot13=144+12=157$

$168+\frac{1}{3} \vee 12\cdot19$

Черновик

$\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14);\ \log_{6x-14}(x-1)^2;\ \log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right) = 4$

log

$2\log_{\left(\frac{x}{3}+3\right)}(6x-14)\cdot 2\log_{6x-14}(x-1)\ \log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right) =$

$4\ \frac{\ln \cancel{6x-4}}{\ln \cancel{\frac{x}{3}+3}}\quad \frac{\ln \cancel{x-1}}{\ln \cancel{6x-14}}\quad \frac{\ln \cancel{\frac{x}{3}+3}}{\ln \cancel{(x-1)}}$

$(a+1)(a+1)\cdot a = a^2+1+$

$(a+1)^2 a = (a^2+2a+1)a = a^3+2a^2+a$

$3a^2+4a+1=0$

$\cancel{\sqrt[3]{(a+1)(a+1)(a)}}$

log

$a = \frac{-4\pm\sqrt{16-12}}{6} = \frac{-4\pm 2}{6}$

$a^3+2a^2+a^2=4$

$a^3-a^2+2a^2-3a+4a-4=0 = \frac{-4\pm 2}{6} = -\frac{2\pm 1}{3}$

$(a^2+3a+4)(a-1)=0$ $\quad a_1=-1 \quad a_2=-\frac{1}{3}$

$\left(\left(a+\frac{3}{2}\right)^2+\ldots\right)(a-1)$ $\quad -1 \quad -\frac{1}{3}$

$a=1$

2
2
1

$x-1=\frac{x}{3}+3 \quad \frac{2x}{3}=4 \quad \frac{x}{3}=2 \quad x=6$

$(x-1)^2=6x+4$

$-1+2-1=0$

$-\frac{1}{27}+\frac{2\cdot 3}{27}-\frac{9}{27}$

$= \frac{6-10}{27} = -\frac{4}{27} = \boxed{-\frac{4}{27}}$

$a=1$

$(a+1)^2 a = (a^2+2a+1)a$

a^3+2a^2+a

$3a^2+4a+1=0$

$\frac{-4\pm\sqrt{16-12}}{6} = \frac{-4\pm 2}{6} = -\frac{2\pm 1}{3}$

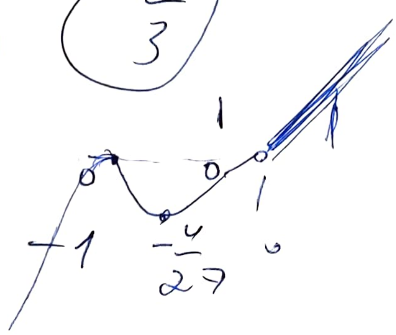
$1+2+1=4$

$-\quad +$

$-1 \quad -\frac{1}{3}$

1 0 1 0

$-1 \quad -\frac{4}{27}$



~~Чистовик~~. Черновик

2 Задача № 4.

$\begin{cases} НОД(a;b;c)=15 \\ НОК(a;b;c)=3^{15}\cdot5^{18} \end{cases}$ – все числа делятся на 15 и имеют вид $3^{\alpha}\cdot5^{\beta}$, т.к НОК имеет этот вид.

4 Если для всех чисел α и $\beta>1$, то НОД не 15, а это значит что числа имеют вид $15\cdot3^{\alpha}; 15\cdot5^{\beta}; 15\cdot5^{x}\cdot3^{y}$ или же $15; 5^{\alpha}\cdot3^{\beta}\cdot15; 15\cdot5^{x}\cdot3^{y}$, то есть случаи 1 и 2.

Рассм-им первый случай. Для НОД: ~~3~~ $y\le\alpha$, $x<\beta$ – одно из условий должно выполнятся, а так же $y,\alpha\le14$, $\beta,x\le17$, причем Если ~~$15\cdot5^{x}\cdot3^{y}$~~ ничего из этого не равно 14 или 17, то НОК не выполняется, тогда $\left[\begin{array}{l}\begin{cases} y\le\alpha \\ y<\alpha=14,\ \beta=17\end{cases} \\ \begin{cases} x\le\beta \\ x<\beta=17,\ \alpha=14\end{cases}\end{array}\right.$ Числа $15\cdot3^{14}, 15\cdot5^{17}, 15\cdot5^{x}\cdot3^{y}$ Тогда ясно, что x ~~от~~ до

~~от 1 до 16, а y от 1 до ~~14~~ 13, => 13·16 вар-антов.~~

~~При y=14 x от 0 до 16~~

$15\cdot3^{\alpha}; 15\cdot5^{\beta}; 15$

(

15·(10+8)

45·(10+8)−1

450+90·4−1

450+360−1

= 200+110

810−1

809

так как

№4. $\begin{cases} НОД(a;b;c)=15 \\ НОК(a;b;c)=3^{15}\cdot5^{18} \end{cases}$ наиб. общ. дел. — наим. общ. к.

$a=15l$

$b=15m$

$c=15z$

$\frac{3^{15}\cdot5^{18}}{3^1\cdot5^1}=3^{14}\cdot5^{17}$

$3^{14}\cdot5^{17}\,\vdots\!\!\!/\; p, m, z$

$a=3^n5^k$

$b=3^z5^l$

$c=3^m5^n$

$= \left[\begin{array}{l} a=15 \\ b=15 \\ c=15 \end{array}\right.$

НОД $=15$

НОК $=3^{15}\cdot5^{18}$

$3^{n-1}5^{k-1}$

$3^{z-1}5^{l-1}$

$3^{m-1}5^{n-1}$

$5^{k=1}\cdot3^{n=5}\cdot15$

$5^{a=2}\cdot3^{b=3}\cdot15$

$5^{m=3}\cdot3^{n=3}\cdot15$

$5^{k=0}\cdot3^n$

$5^a\cdot3^{b=0}$

$5^m\cdot3^n$

$3\cdot3\cdot3$

9

$a=3^x5^y$

$b=3^{m+x}5^n$

$c=3^{l+x+y}5^k$

$3^n\cdot15$

$5^k\cdot15$

$5^x\cdot3^y\cdot15$

$\Rightarrow$ НОК $=3^{15}\cdot5^{18}$

$n+1$ $\quad n\leq y$

1 $\quad k\leq y$

$3^{14}\cdot5^{17}\,\vdots\,5^k$ $\quad 0;14$

$3^{14}\cdot5^{17}\,\vdots\,3^n$ $\quad n\in 1;14$ $\quad 0;14$

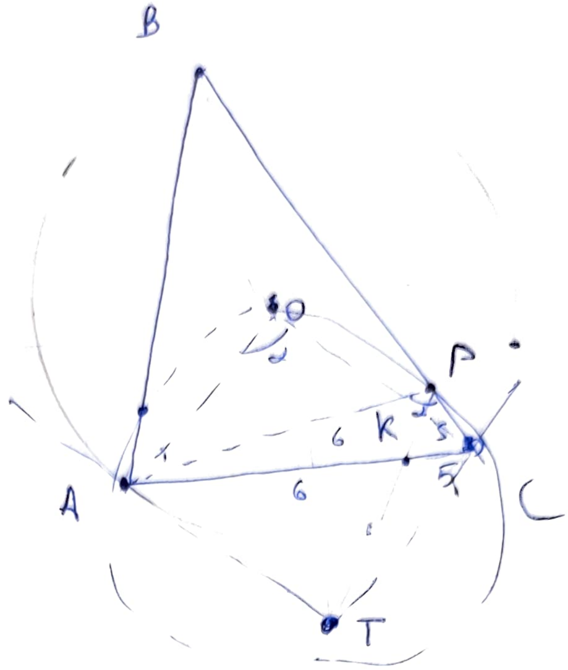
$3^{14}5^{17}\,\vdots\,5^x3^y$

$x<n$

$y<k$

$5^x\cdot3^y\,\vdots\!\!\!/\;3^n, 5^n$

Черновик



$S = \frac{abc}{4R}$

S_{ABC} - ?

sin

$2r_1^2(1-\cos\alpha) = 11 = 2r_2^2(1+\cos\alpha)$