Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21102816**

ID профиля: **329992**

Вариант 18

Чистовик 1

$$S = a_1 + a_2 + \dots a_7 = \frac{2a_1 + 6d}{2} \cdot 7 = 7a_1 + 21d$$

$a \in \mathbb{Z} \Rightarrow d \in \mathbb{Z}$

$d > 0$

$$\begin{cases} a_7 a_{12} > S + 20 \\ a_9 a_{10} < S + 44 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a_1 + 6d)(a_1 + 11d) > 7a_1 + 21d + 20 \\ (a_1 + 8d)(a_1 + 9d) < 7a_1 + 44 + 21d \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 66d^2 + 17da_1 > 7a_1 + 21d + 20 \\ 7a_1 + 21d + 44 > a_1^2 + 72d^2 + 17a_1d \end{cases}$$

просуммируем

$$66d^2 + 44 > 72d^2 + 20$$

$$6d^2 < 24$$

$$d^2 < 4$$

$$\begin{cases} d \in (-2; 2) \\ d > 0,\ d \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow \boxed{d = 1}$$

Чистовик 2

1. (продолжение)

$\cancel{7a_{12} > 5+20}$

получили что $d=3$, подставим это в наши неравенства

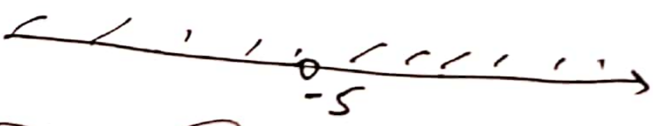
$$\begin{cases} (a_1+6)(a_1+11) > 7a_1+21+20 \\ (a_1+8)(a_1+9) < 7a_1+21+44 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2+17a_1+66 > 7a_1+41 \\ a_1^2+17a_1+72 < 7a_1+65 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2+10a_1+25 > 0 \\ a_1^2+10a_1+7 < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} (a_1+5)^2 > 0 \\ (a_1+5+3\sqrt{2})(a_1+5-3\sqrt{2}) < 0 \end{cases}$$

$D = 100-28 = 72$

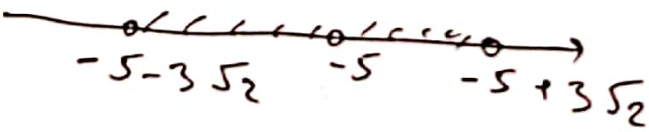
$$\frac{-10 \pm \sqrt{72}}{2} = -5 \pm 3\sqrt{2}$$



$\cancel{5-3\sqrt{2} \; ? \; 0}$

$\cancel{10 \; ? \; 3\sqrt{2}}$

$\cancel{100 > 9\cdot 2}$



$$\begin{cases} a_1 \in (-5-3\sqrt{2}; -5) \cup (-5; -5+3\sqrt{2}) \\ a_1 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Чистовик 3

1 (прод.)

$$\begin{cases} a_1 \in (-5-3\sqrt{2}; -5) \cup (-5; -5+3\sqrt{2}) \\ a_1 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

сравним $-5-3\sqrt{2}$ и -10 $>$

$5 > 3\sqrt{2}$

$25 > 9 \cdot 2$

$-5-3\sqrt{2} < -9 \Rightarrow -9$ уд.

$4 < 3\sqrt{2}$

$16 < 9 \cdot 2$

$-9; -8; -7; -6$.

$(-5; -5+3\sqrt{2})$

сравним $-5+3\sqrt{2}$ $\underset{<}{>}$ -1

$3\sqrt{2} > 4$

$9 \cdot 2 > 16$

$-5+3\sqrt{2} < 0$

$3\sqrt{2} < 5$

$9 \cdot 2 < 25$

$-1; -2; -3; -4$

Ответ; $a_1 \in \{-9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1\}$

Чистовик 4

2. $AB = ?$

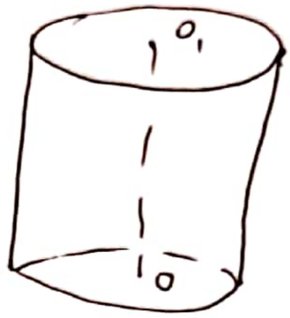
$AC = CB = 5$

$AD = DB = 7$

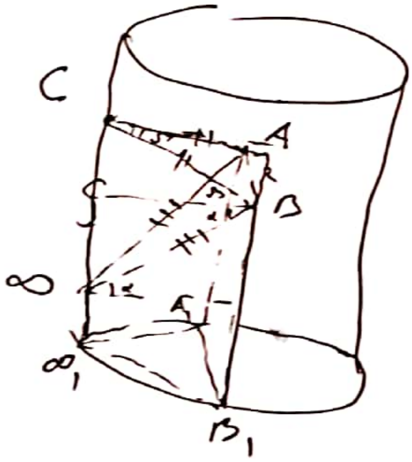
$CD \parallel$ оси цилиндра

R_{min}

$CD = ?$



$CD \parallel O_1O \Rightarrow$ так как C и D на боковой поверхности цилиндра, ~~[illegible]~~ отрезок CD тоже на бок. поверх.



$\triangle CDB = \triangle ACD \Rightarrow$

$\angle CAD = \angle CBD \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle DAA_1 = \angle DBB_1$, $\angle D_1DB = \angle D_1DA \Rightarrow$

$AA_1 = BB_1 \Rightarrow AB \parallel A_1B_1$

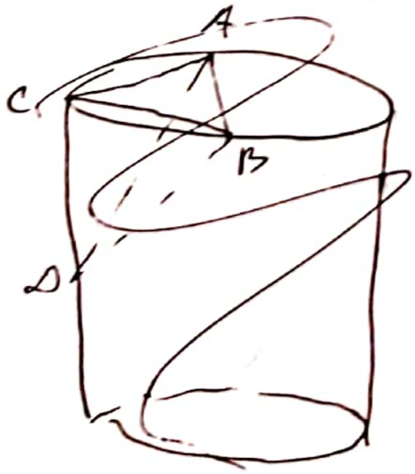
$P_{ABD} = 7+7+2=16$

$$S_{ABD} = \sqrt{8\cdot(8-7)(8-7)(8-2)} = \sqrt{8\cdot 6} = 4\sqrt{3}$$

$$R = \frac{a\cdot b\cdot c}{4S} = \frac{AD\cdot\cos\alpha\cdot BD\cdot\cos\alpha\cdot AB}{4\cdot S_{ABD}\cdot\cos\alpha} =$$

$\sqrt{6\cdot1\cdot1\cdot4} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

$$= \frac{7\cdot7\cdot2\cdot\cos\alpha}{4\cdot4\sqrt{3}} = \frac{5\cdot5\cdot2\cos\beta}{4\cdot2\sqrt{6}}$$



$\alpha+\beta = \angle CBD$

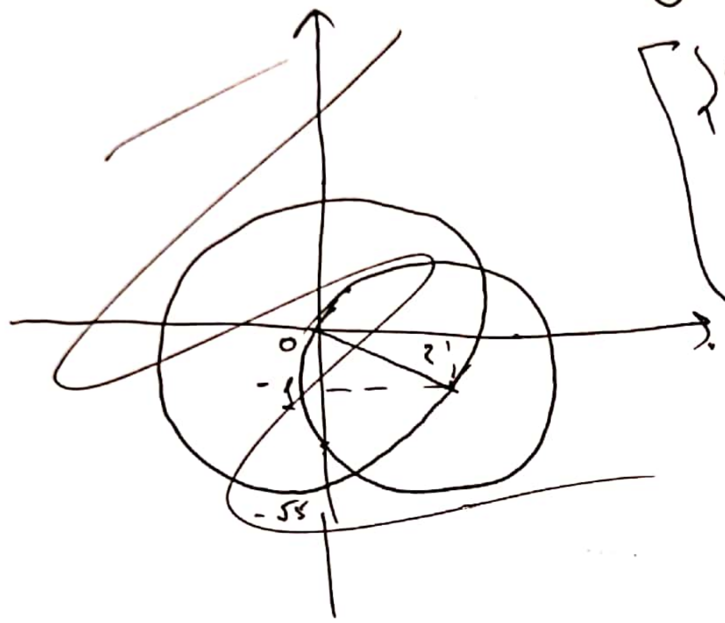
min ~~возможное, это когда~~ ~~CAB лежит на основании цилиндра~~

Чистовик 5

3. $\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 5 \to \text{круг с центром } (a;b) \text{ и } R=\sqrt5 \\ a^2+b^2 \le \min(4a-2b,5) \end{cases}$

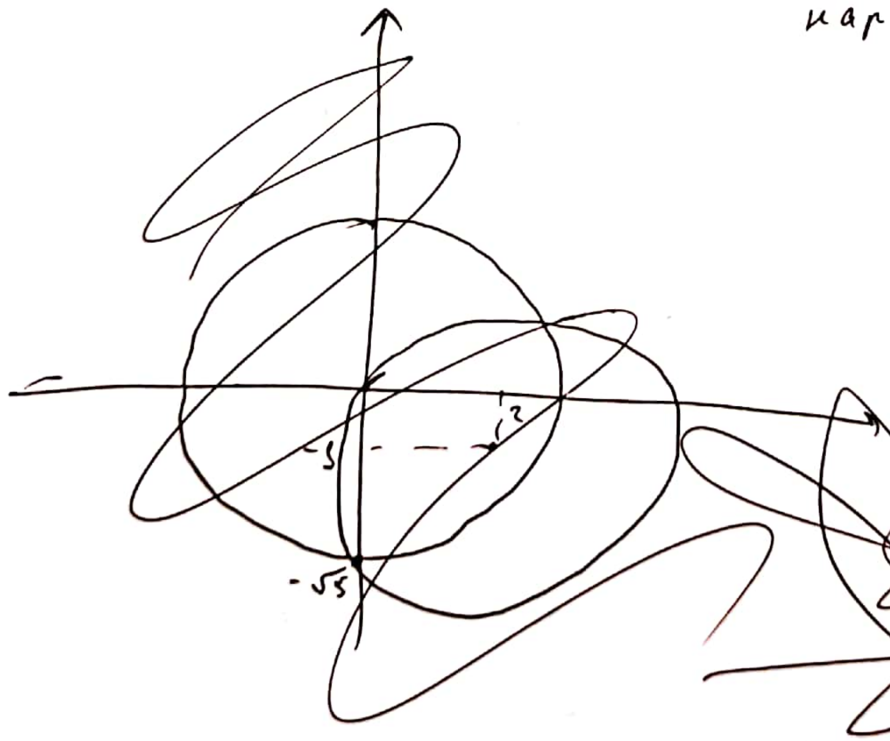
$\Downarrow$

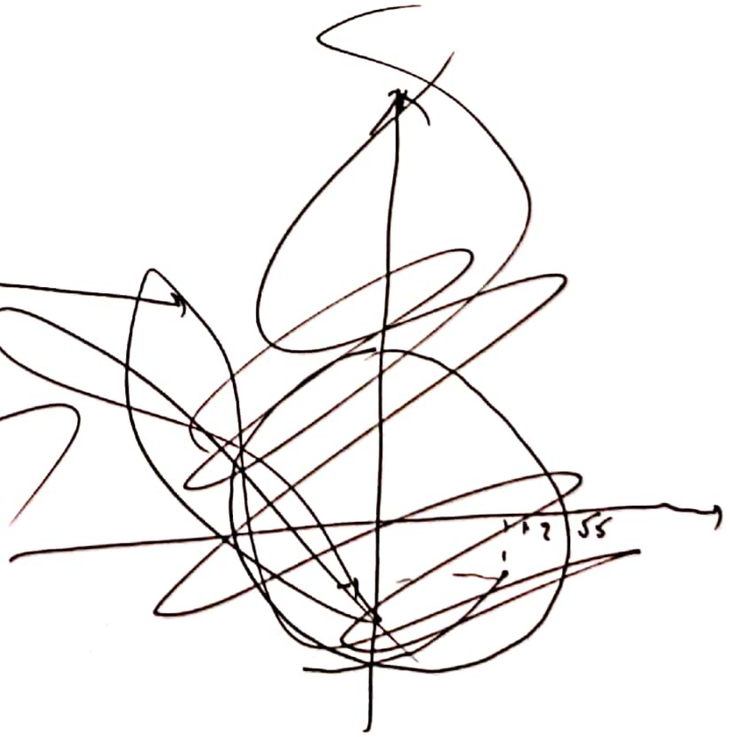
$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a^2+b^2 \le 5 \\ 4a-2b \ge 5 \end{cases} \\ \begin{cases} a^2+b^2 \le 4a-2b \\ 4a-2b > 5 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a^2+b^2 \le 5 \\ 4a-2b \ge 5 \end{cases} \\ \begin{cases} a^2-4a+4+b^2+2b+1 \le 5 \\ 4a-2b > 5 \end{cases} \end{array}\right.$



$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a^2+b^2 \le 5 \to \text{окр.} \\ 4a-2b \ge 5 \end{cases} \\ \begin{cases} (a-2)^2+(b+1)^2 \le 5 \to \text{окр.} \\ 4a-2b > 5 \end{cases} \end{array}\right.$

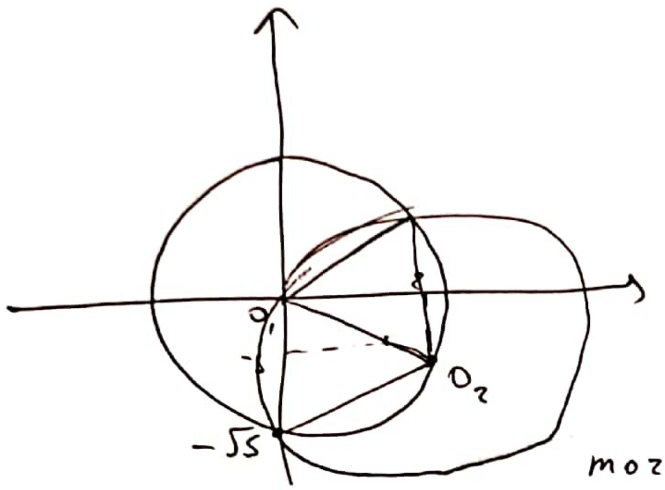
нарисуем графики.





Чистовик 6

3. (прод.)

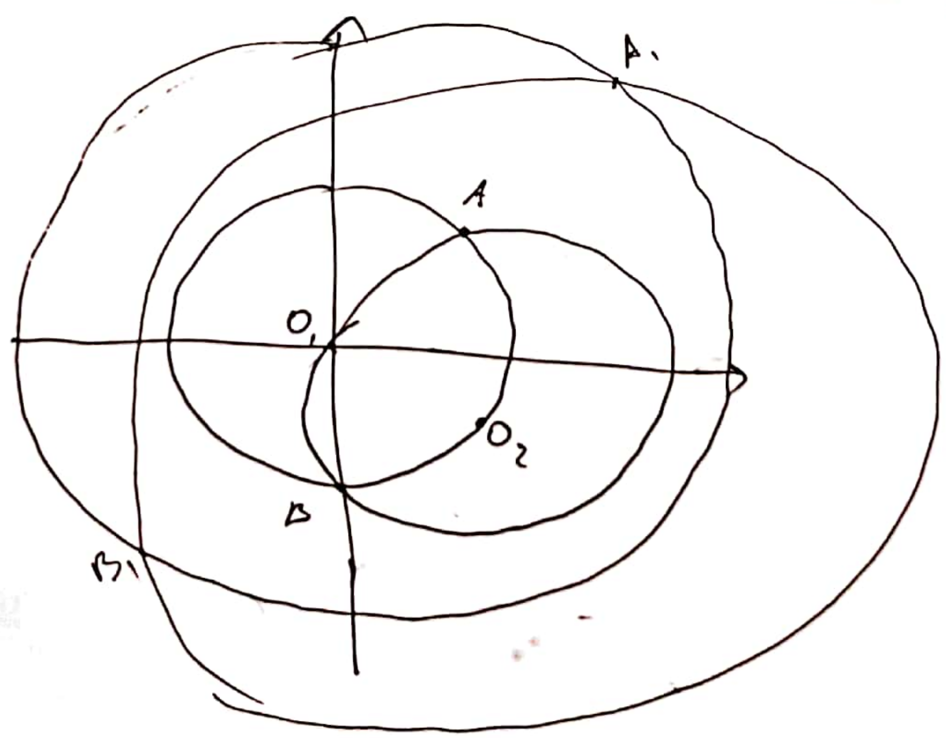


точка $(a;b)$ принадлежит области, ограниченной этими окружностями,

$(x-a)^2+(y-b)^2\le 5$

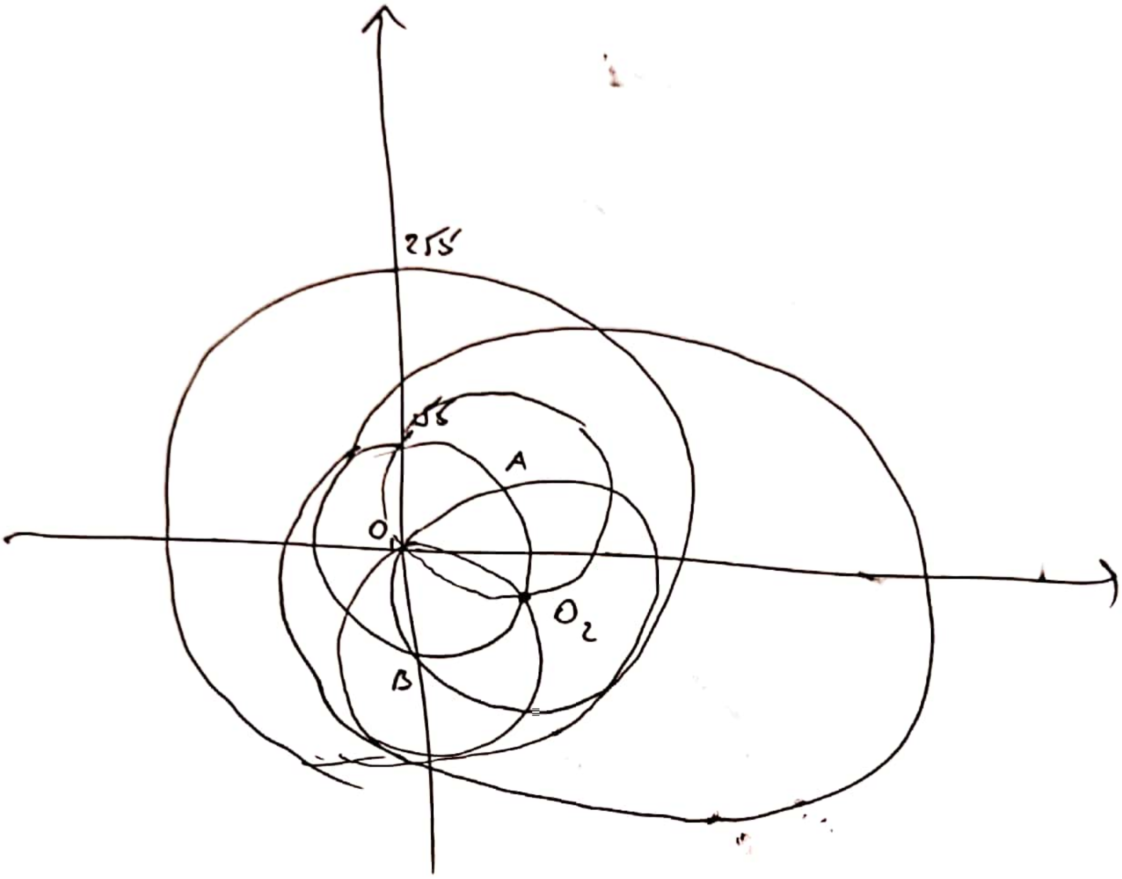
↓

все точки $(x;y)$ находятся на расстоянии $<\sqrt{5}$ из точки $(a;b)$, значит нам нужно найти все те $(x;y)$, расстояние которых от нашей области, огр. окружностями, меньше либо равно $\sqrt{5}$



3. (прод.)

Чистовик 7



коорд. точки A и B
$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 5 \\ (a-2)^2 + (b+1)^2 = 5 \end{cases}$$

$$-4a + 2b = 0$$

$$b = 2a$$

$$a^2 + 4a^2 = 5$$

$$\begin{cases} a = \pm 1 \\ b = \pm 2 \end{cases}$$

Чистовик 8

7. (прод.)

$$\frac{7\cdot 7\cdot \cos\alpha}{4\sqrt{3}} = \frac{5\cdot 5\cos\beta}{2\sqrt{6}}$$

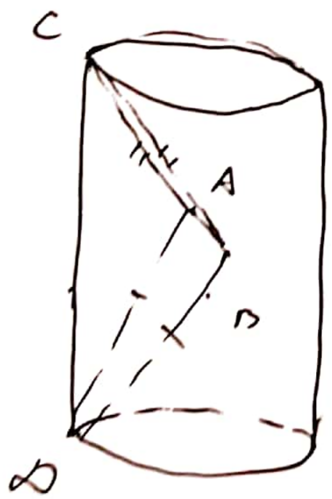
$$\frac{49\sqrt{2}}{25\cdot 2}\cos\alpha = \cos\beta$$

$$\frac{49}{25\sqrt{2}}\cos\alpha = \cos\beta$$

~~Насколько~~

чем $\alpha+\beta$ ~~на сколько~~ больше, будет лучше, так-как косинусы углов а, в будут ↓, если оба будут $< \frac{\sqrt{2}}{2}$.

значит CD и есть боковая сторона цилиндра, так-как тогда $\angle \alpha+\beta$ будет наибольшим возможным



Черновик 1

$S = a_1 + a_2 + \dots a_7 = \frac{2a_1 + 6d}{2} \cdot 7 = (a_1 + 3d)7 = 7a_1 + 3d$

$d > 0$

$a \in Z, d \in Z$

$a_7 a_{13} > S + 20$

$a_9 a_{10} < S + 44$

$a_1 = ?$

$$\begin{cases} (a_1 + 6d)(a_1 + 12d) > \frac{14a_1 + 42d}{2} + 20 \\ (a_1 + 8d)(a_1 + 9d) < \frac{14a_1 + 42d}{2} + 44 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(a_1^2 + 96d^2 + 22a_1d) > 7a_1 + 42d + 40 \\ 2(a_1^2 + 72d^2 + 17a_1d) < 7a_1 + 42d + 88 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 96d^2 + 22a_1d > 7a_1 + 3d + 20 \\ a_1^2 + 72d^2 + 17a_1d < 7a_1 + 3d + 44 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 96d^2 + 22a_1d > \cancel{7a_1 + 3d} + 20 \\ \cancel{7a_1 + 3d} + 44 > \cancel{a_1^2} + 72d^2 + 17a_1d \end{cases}$$

$96d^2 + 22a_1d + 44 > 72d^2 + 17a_1d + 20$

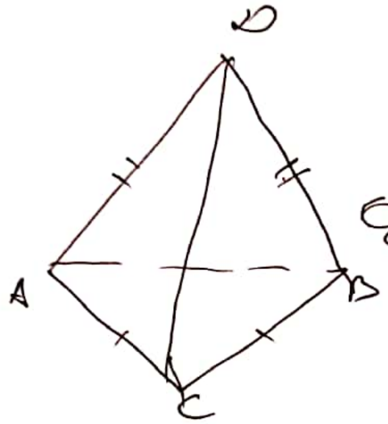
$24d^2 + 5a_1d + 24 > 0$

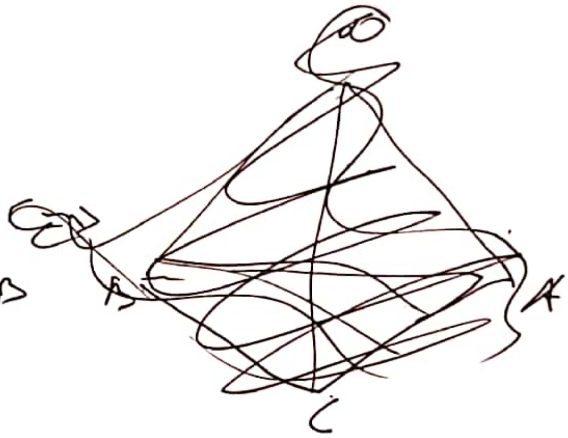
Черновик 2

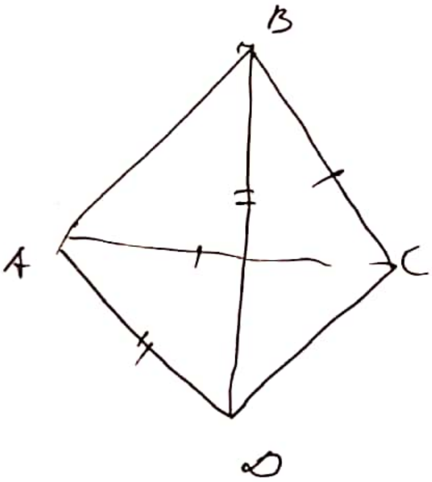
$AB = 2$

$AC = CB = 5$

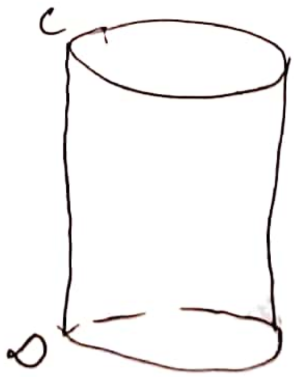
$AD = DB = 7$







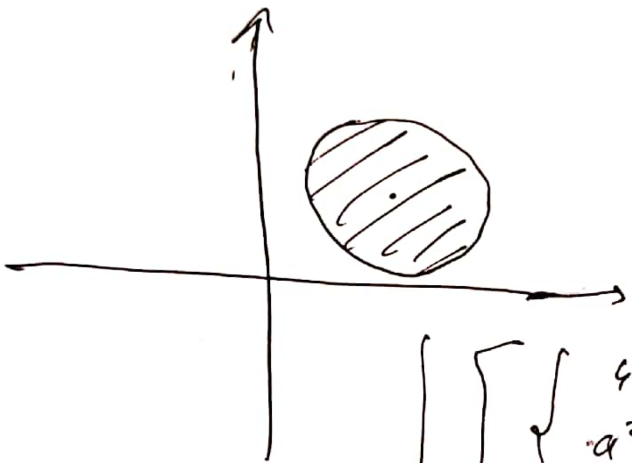
$CD \parallel Ox \Rightarrow CD$ [illegible]



Черновик 3

$$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 \le 5 \\ a^2 + b^2 \le \min(4a-2b, 5) \end{cases}$$

$S_M = ?$



$\cancel{\pi (x-a)^2 + \pi (y-b)^2 \; ?}$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 4a-2b \ge 5 \\ a^2+b^2 \le 5 \end{cases} \\ \begin{cases} 4a-2b < 5 \\ a^2+b^2 \le 4a-2b \end{cases} \end{array} \right. \\ (x-a)^2 + (y-b)^2 \le 5 \end{cases}$$

$a^2 - 4a + 4 + b^2 + 2b + 1 \le 5$

$$\begin{cases} (a-2)^2 + (b+1)^2 \le 5 \\ 4a - 2b < 5 \end{cases}$$

$a^2 - 4a + 4 + b^2 + 2b + 1 + 4a - 2b \le 10$

$$\begin{cases} (a-2)^2 + (b+1)^2 + 4a - 2b \le 10 \\ 4a - 2b \ge 5 \end{cases}$$

Черновик №1

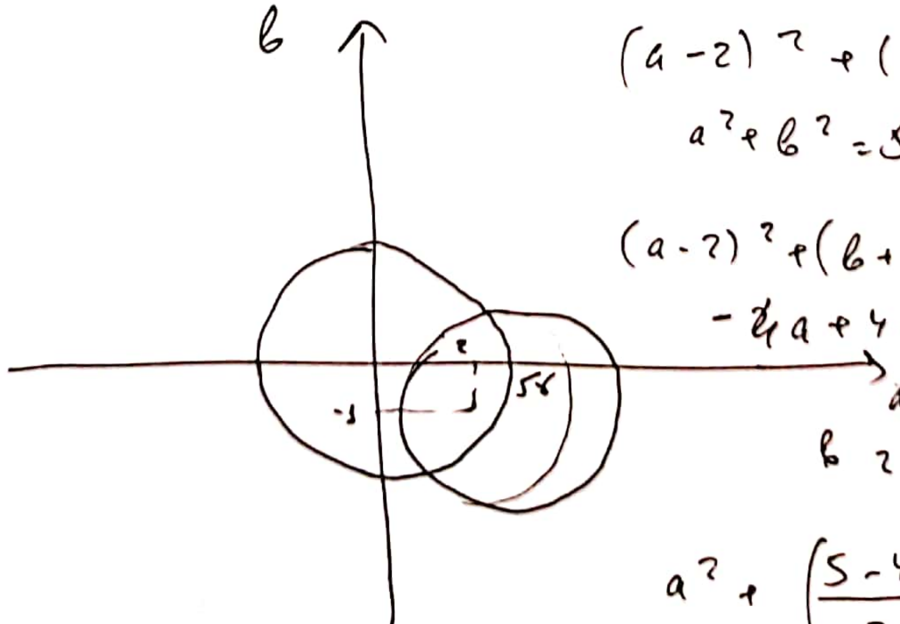
$(x-a)^2+(y-b)^2\le 5 \quad O(a;b),\ r=\sqrt5$

$a^2+b^2\le \min(4a-2b;5)$

$$\begin{cases} a^2-4a+4+b^2+2b+1\le 5\\ 4a-2b\le 5\end{cases}$$

$$\begin{cases} (a-2)^2+(b+1)^2\le 5 \to O(2;-1),\ r=\sqrt5\\ 4a-2b\le 5 \iff b\ge \frac{4a-5}{2}=2a-\frac{5}{2}\end{cases}$$

$$\begin{cases} 4a-2b\ge 5\\ a^2+b^2\le 5\end{cases} \quad O(0;0),\ r=\sqrt5$$



$(a-2)^2+(b+1)^2=5$

$a^2+b^2=5$

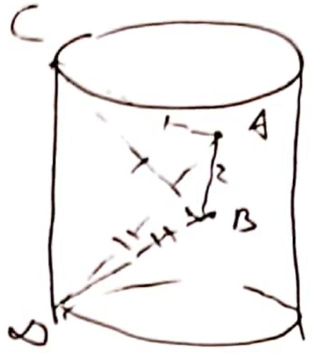
$(a-2)^2+(b+1)^2=a^2+b^2$

$-4a+4+2b+1=0$

$b=\frac{5-4a}{2}$

$a^2+\left(\frac{5-4a}{2}\right)^2=5$

Черновик 5



Черновик 6

$6 \cdot 16 = 60 + 36 = 96$

$$\begin{array}{r} -\,96 \\ 72 \\ \hline 24 \end{array}$$

$6 \cdot 12 = 60 + 12$

$\sqrt{\frac{10}{3}} \cancel{>} x, \; x \in Z$

$\cancel{\frac{10}{3} < x}$

$\frac{10}{3} > x^2$

$10 > 3x^2$

$\sqrt{\frac{10}{3}}$ ~~xx~~

$\cancel{\frac{10}{3} < 4}$

$\sqrt{\frac{10}{3}} \quad 1$

$\frac{10}{3} \quad 1$

$72 - 65 = 7$

$$\begin{array}{r} -\,72 \\ 65 \\ \hline 7 \end{array}$$

Scanned with CamScanner

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21102816**

ID профиля: **329992**

Вариант 18

Чистовик

4. $\begin{cases} \text{НОД}(a;b;c)=15 \\ \text{НОК}(a;b;c)=3^{15}\cdot5^{18} \end{cases}$ $a,b,c\in N$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (a;b;c)=15 \\ \dfrac{a\cdot b\cdot c}{(a;b;c)^2}=3^{15}\cdot5^{18} \end{cases}$

$a=15\cdot x$
$b=15\cdot y$ $(x,y,z)=1$ $\Rightarrow \begin{cases} (x;y;z)=1 \\ xyz=\dfrac{3^{15}5^{18}\cdot15^2}{15^3}= \end{cases}$
$c=15\cdot z$

$=3^{14}\cdot5^{17}$

1) Одно из чисел $x,y,z=1$

$(1;y;z)\Leftrightarrow(1;\cancel{z}3^{\alpha}\cdot5^{\beta};3^{14-\alpha}\cdot5^{17-\beta})$ $\alpha,\beta,c\in N$, $\alpha,\beta\geq0$, $\in Z$

α – 14 знач.

β – 17 знач. $14\cdot17$

$(x;1;z)$ $14\cdot17$
$(x;y;\cancel{1})$ $14\cdot17$

но $(1;1;\overset{3^{14}\cdot5^{17}}{z});(1;\overset{3^{14}\cdot5^{17}}{y};1);(\overset{3^{14}\cdot5^{17}}{x};1;1)$ и $(1;1;1)$ мы учли несколько раз. вычтем

$\boxed{3\cdot14\cdot17-4}$

4. Чистовик 2

2| Ни одно из чисел $x, y, z \neq 1$

так-как $(x; y; z) = 1$, все они одновременно не могут быть $3^{\alpha} \cdot 5^{\beta}$, $\alpha, \beta > 0$

~~значит, возможно лишь 3 случая~~

$S = (3^{\alpha}; 3^{14-\alpha} \cdot 5^{17-\beta}; 5^{\beta})$

$\begin{cases} \alpha > 0 \\ 14 - \alpha > 0 \end{cases} \Rightarrow \alpha \in (0; 14) \Rightarrow 13$ знач.

$\beta \in (0; 17) \Rightarrow 16$ знач.

$\boxed{13 \cdot 16}$

Все перестановки S — $3!$

$3! \cdot 13 \cdot 16$

Ответ: $3 \cdot 14 \cdot 17 - 4 + 6 \cdot 13 \cdot 16 = 1958$

$3(14 \cdot 17 + 2 \cdot 16 \cdot 13) - 4 = 3 \cdot 2(7 \cdot 17 + 16 \cdot 13) - 4 = 6 \cdot 327 - 4 =$

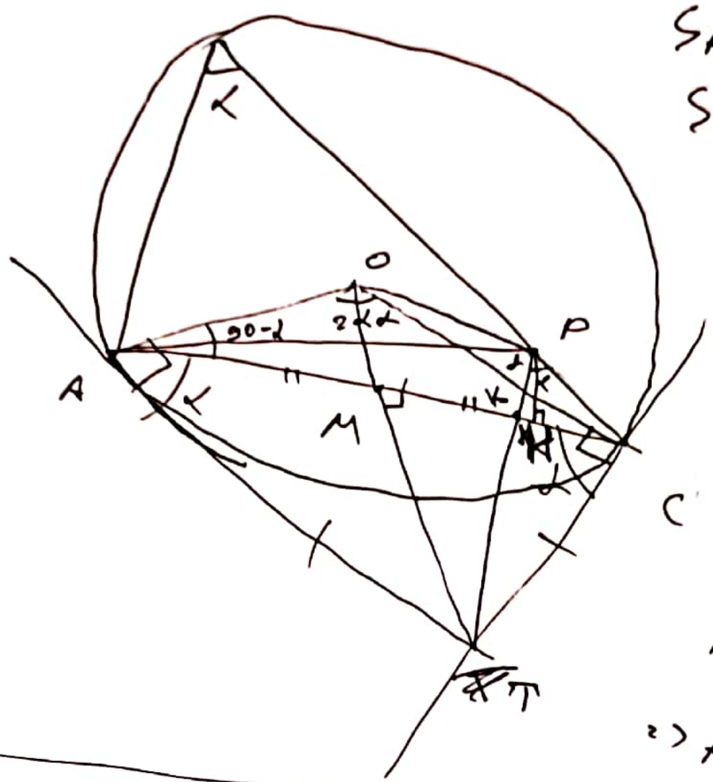
$= 1962 - 4 = 1958$

$17 \times 7 = 119$ $\quad 16 \times 13$: 48, 16, 208 $\quad 119 + 208 = 327$ $\quad 327 \times 6 = 1962$

1/5

Чистовик 3

6.



$S_{APK} = 6$

$S_{CPK} = 5$

$S_{ABC} = ?$

$AT = CT$

$A\,O\,P\,C \in$ одной окр.

$\angle OAT = \angle OCT$

$\Leftarrow$

$A\,O\,C\,T \in$ одной окр.

$\Rightarrow AOPCT \in$ одной окр.

$\Downarrow$

$\angle CPK = \angle CAT$ (лежат на $\smile CT$)

$\angle CAT = \angle ABC$ (лежат на $\smile AC$ в окружности ω, AT - касательная)

Для $\triangle APK$ и $\triangle PKC$ высота общая

$$\frac{h \cdot AK}{2} = 6$$

$$\frac{h \cdot CK}{2} = 5$$

$$\frac{AK}{CK} = \frac{6}{5}$$

$\angle CAT = \angle CPK = \angle CBA \Rightarrow AB \parallel PK$

$\Downarrow$

$\triangle CPK \sim \triangle CBA$

$$\Rightarrow \frac{BC}{AC} = \frac{CP}{CK}$$

$$\frac{BC}{CP} = \frac{AC}{CK} = \frac{AK+CK}{CK} = \frac{AK}{CK} + 1 = \frac{6}{5} + 1 = \frac{11}{5}$$

Чистовик 4

6. (прод.)

$$\frac{BC}{CP} = \frac{11}{5}$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{CPK}} = \frac{121}{25}$$

$$\boxed{S_{ABC} = \frac{121\cdot 5}{25} = \frac{121}{5} = 24\frac{1}{5}}$$

б) $\angle ABC = \operatorname{arctg}\frac{1}{2}$, $AC = ?$

$\Rightarrow \operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{2}$

$$\cancel{R = \frac{AC}{2\sin\alpha}}$$

$$\cancel{AC^2 = 2R^2 - 2R^2\cos 2\alpha}$$

$$\cancel{4R^2\sin^2\alpha = 2R^2 - 2R^2\cos 2\alpha}$$

$$\cancel{2\sin^2\alpha = 1 - \cos 2\alpha}$$

$$R = \frac{AC}{2\sin\alpha}$$

$$r = \frac{AC}{2\sin 2\alpha} = \frac{R}{2\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}$$

построим $PH \perp AC$

M — середина AC

$AT = CT \Rightarrow TM \perp AC$

$\triangle TMH \sim \triangle PKH$

$\frac{TM}{AM} = \operatorname{tg}\alpha$

$$TM = AM\cdot\operatorname{tg}\alpha = \frac{AM}{2} = \frac{AC}{4}$$

$\triangle MTK \sim \triangle PKH$

$$\frac{TM}{PH} = \frac{TK}{KP} =$$

$$S_{APC} = 11 = \frac{AC\cdot PH}{2} \Rightarrow PH = \frac{22}{AC}$$

Чистовик 5

5. $\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)$

$\log_{6x-14}(x-1)^2$

$\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)$

ОДЗ

$$\begin{cases} \frac{x}{3}+3>0 \\ \frac{x}{3}+3\neq 1 \\ 6x-14>0 \\ 6x-14\neq 1 \\ x-1>0 \\ x-1\neq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x>-9 \\ x\neq -6 \\ x>\frac{7}{3} \\ x\neq\frac{8}{3} \\ x>1 \\ x\neq 2 \end{cases}$$

$$\boxed{x>\frac{7}{3},\ x\neq\frac{8}{3}}$$

$\frac{x}{3}+3=a$ $\quad x=(a-3)\cdot 3=3a-9$

$6x-14=b=18a-54-14=18a-68$

$x-1=c=3a-10$

I) $2\log_a b$ (1)

$2\log_b c$ (2)

$\log_c a$ (3)

~~I $\begin{cases}(1)=(2)\\(1)-(3)=1\end{cases}$~~

~~II $\begin{cases}(1)=(3)\\(1)-(2)=1\end{cases}$~~

~~III $\begin{cases}(2)=(3)\\(2)-(3)=1\end{cases}$~~

~~I) $\frac{1}{2}\log_a b=\log_c a$~~

~~$\log_a b=4\log_b c$~~ $\quad$ ~~$b=a^{4\log_b c}$~~ $\quad$ ~~$=a^{2+2\log_c a}$~~

~~$2\log_b c-\frac{\log_a b}{2}-\log_c a=1$~~ $\quad$ ~~$b=a^2\cdot a^{2\log_c a}$~~

~~$\log_b c=\frac{1+\log_c a}{2}$~~

~~наименьшее равно $\frac{\frac{1}{2}\log_a b+2\log_b c+\log_c a-1.5}{3}=$~~

~~$=\frac{\log_a b+4\log_b c+2\log_c a-4}{3}$~~

Чистовик 6

I. $\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14) = 2\log_a b$

$\frac{x}{3}+3 = a$

$6x-14 = b$

$x-1 = c$

II. $2\log_b c$

III. $\log_c a$

$2\log_a b \cdot 2\log_b c \cdot \log_c a = 4 \cdot \log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a = 4$

обозначим минимум как A

$(A-1)A^2 = 4$

$A^3 - A^2 - 4 = 0$

$2^3 - 2^2 - 4 = 0$ $\quad A = 2$ решение

$$
\begin{array}{r|l}
A^3 - A^2 - 4 & A-2 \\
\cline{2-2}
-(A^3 - 2A^2) & A^2 + A + 2 \\
\cline{1-1}
A^2 - 4 & \\
-(A^2 - 2A) & \\
\cline{1-1}
2A - 4 & \\
-(2A - 4) & \\
\cline{1-1}
0 &
\end{array}
$$

$(A-2)(A^2+A+2) = 0$

$D < 0$

$A = 2$

Чистовик 7

I $\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)=2=\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}\left(\sqrt{\frac{x}{3}+3}\right)^2$

$6x-14=\frac{x}{3}+3$

$18x-42=x+9$

$17x=51$

$x=3$ ~~уд~~ уд. ОДЗ

II $\log_{6x-14}(x-1)^2=2=\log_{6x-14}(6x-14)^2$

$(x-1)^2=(6x-14)^2$

так-как из ОДЗ $(x-1)>0$ и $(6x-14)>0$

$x-1=6x-14$

$5x=13$

$\boxed{x=\frac{13}{5}}$

$\frac{13}{5}>\frac{7}{3}$ => уд. одз

$39>35$

III $\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)=\log_{x-1}(x-1)^2$

$x+9=3x^2-6x+3$

$3x^2-7x-6=0$

$D=49+72=121$

$x=\frac{7\pm11}{6}$

$x=\frac{18}{6}=3$ уд. одз

$x=-\frac{4}{6}$ не уд. одз

$+\begin{array}{r}49\\72\\\hline 121\end{array}$

Scanned with CamScanner

Чистовик 8

5. Ответ: $x \in \left\{\frac{13}{5}; 3\right\}$

Черновик

$$\frac{\log_b b}{\log_b a} = 4\log_b c \qquad 4\log_b c \log_b a = 1$$

$$2\log_b c - \frac{\log_a a}{\log_a c} = 1$$

$$2\log_b c \cdot \log_a c - 1 = \log_a c$$

$$2\log_b c = 1 + \log_c a$$

$$\log_a b = 2 + 2\log_c a$$

$$\frac{\lg b}{\lg a} = 2 + \frac{2\lg a}{\lg c}$$

$$\frac{\lg b \lg c - 2\lg a \lg b - 2\lg^2 a}{\lg a \lg c} = 0$$

0

Черновик

$(a, b, c) \in N$

$$\cancel{No} \begin{cases} НОД(a, b, c) = 15 \\ НОК(a, b, c) = 3^{15} \cdot 5^{18} \end{cases}$$

$$(a, b, c) = 3 \cdot 5$$

$$\frac{a \cdot b \cdot c}{(a, b, c)^2} = 3^{15} \cdot 5^{18}$$

$$\begin{cases} a \cdot b \cdot c = 15^2 \cdot 3^{15} \cdot 5^{18} = 3^{17} \cdot 5^{20} \\ (a, b, c) = 3 \cdot 5 \end{cases}$$

$a = 15 \cdot x$

$b = 15 \cdot y$

$c = 15 \cdot z$

$$abc = 3^3 \cdot 5^3 \cdot xyz = 3^{17} \cdot 5^{20}$$

$$\begin{cases} xyz = 3^{14} \cdot 5^{17} \\ x, y, z = 1 \end{cases}$$

1) $\cancel{\alpha, \beta, \gamma \neq 0}$

$x, y, z \neq 1$

$$3^{\alpha} \cdot 5^{\alpha} \cdot 3^{\beta} \cdot 5^{\beta} \cdot 3^{\gamma} \cdot 5^{\gamma} = 3^{14} \cdot 5^{17}$$

$$(3^{\alpha_1} \cdot 5^{\alpha_2}; 3^{\beta_1} \cdot 5^{\beta_2}, 3^{\gamma_1} \cdot 5^{\gamma_2}) = 1$$

"

$\cancel{3^{\alpha_1}, 3^{\beta_1} \cdot 5^{\beta_1}, 5^{\gamma_1}}$

$\min(\alpha_1; \beta_1; \gamma_1) = 0$

$\min(\alpha_2; \beta_2 \gamma_2) = 0$

Черновик

$\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14) = \log_a b$

$\log_{6x-14}(x-1)^2 = \log_b c^2 = 2\log_b c$

$\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right) = \log_c a^2 = 2\log_c a$

$\sqrt{\frac{x}{3}+3} = a > 0, \neq 1$

$6x-14 = b > 0, \neq 1$

$x-1 = c > 0, \neq 1$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \log_a b = 2\log_b c \\ \log_a b - 1 = 2\log_c a \end{cases} \\ \begin{cases} 2\log_b c = 2\log_c a \\ 2\log_c a - 1 = \log_a b \end{cases} \\ \begin{cases} \log_a b = 2\log_c a \\ \log_a b - 1 = 2\log_b c \end{cases} \end{array}\right.$$

$AD \parallel PK$ $\cancel{\frac{BC}{PC}}$

$\Rightarrow \frac{BC}{CP} = \frac{AC}{CK}$

$\frac{S_{ACP}}{S_{ABC}} = 5 \Rightarrow \frac{1}{5}$

$\angle B = \angle TOC$

$\angle OCT = 30^\circ$

$\frac{AC}{CK} = \frac{AK+CK}{CK} = \frac{6}{5} + 1 = \frac{11}{5}$

$\frac{\log b}{\log a} = \frac{2\log c}{\log b}$

$\log^2 b = 2\log c \log a$

$\frac{\log b - \log a}{\log a} = \frac{2\log a}{\log c}$