Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21102615**

ID профиля: **887400**

Вариант 18

Чистовик.

№1

S_7 – сумма первых 7 членов возрастающей арифметической прогрессии.
Тогда, ряд $a_1, a_2, \dots,$ где $a_i \in \mathbb{Z}$ – члены арифметической прогрессии,

то $S_7 = \frac{2a_1 + d(7-1)}{2} \cdot 7$ – по формуле суммы первых 7-ми членов нашей прогрессии.

$d > 0$ – шаг прогрессии
$d \in \mathbb{Z}$.

$$\left.\begin{array}{l} a_7 = a_1 + d(7-1) \\ a_{12} = a_1 + d(12-1) \\ a_9 = a_1 + d(9-1) \\ a_{10} = a_1 + d(10-1) \end{array}\right\} *.$$

по условию: $(1)\begin{cases} a_7 \cdot a_{12} > S_7 + 20; \\ a_9 \cdot a_{10} < S_7 + 44, \end{cases}$

подставим $*$ в систему (1), получим:

$$\begin{cases} (a_1 + 6d)(a_1 + 11d) > \frac{2a_1 + 6d}{2} \cdot 7 + 20; \\ (a_1 + 8d)(9d + a_1) < \frac{2a_1 + 6d}{2} \cdot 7 + 44; \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 17a_1 d + 66d^2 > 7a_1 + 21d + 20 \ (1) \\ a_1^2 + 17a_1 d + 72d^2 < 7a_1 + 21d + 44 \ (2) \end{cases} \Longrightarrow \begin{array}{l} 6d^2 < 24 \\ d^2 < 4 \end{array} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} d = 1 \\ d = -1 \end{array}\right.$$

т.к. $d \in \mathbb{Z}$.

сложим (1) и $(2)\cdot(-1)$

$d = -1$ – неуд. условию (т.к. прогрессия возрастающая)

т.е. $d = 1$

тогда получим:

$$\begin{cases} a_1^2 + 17a_1 + 66 > 7a_1 + 41; \\ a_1^2 + 17a_1 + 72 < 7a_1 + 65; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1^2 + 10a_1 + 25 > 0 \\ a_1^2 + 10a_1 + 7 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a_1+5)^2 > 0 \\ (a_1+5)^2 < 18 \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow 0 < (a_1 + 5)^2 < 18$, где $a_1 \in \mathbb{Z}$ (по условию)

замена $\to t$, $t \in \mathbb{Z}$

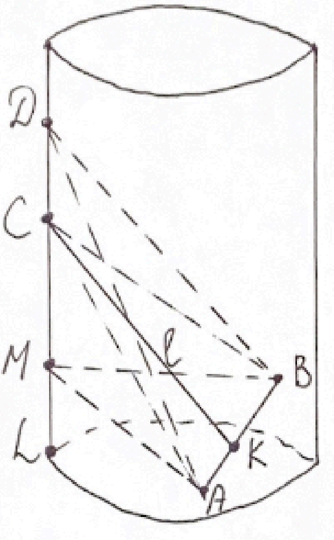
получим: $0 < t^2 < 18 \Rightarrow \begin{cases} t \neq 0 \\ t^2 < 18 \end{cases}$

т.к. $t \in \mathbb{Z}$, то $t \in \{-1; -2; -3; -4; 1; 2; 3; 4\}$.

$\Rightarrow a_1 \in \{-4; -3; -2; -1; -6; -7; -8; -9\}$.

Ответ: $a_1 \in \{-4; -3; -2; -1; -6; -7; -8; -9\}$.

 Участник



ω — нижняя окружность

$AB \parallel \omega$ (т.к. $\triangle ADB$ и $\triangle ACB$ — равнобедренные. => перпендикуляры на AB из D и C упадут на середину AB в точку K.

$AB \perp DK$ и $AB \perp CK$ => ~~$AB \perp CD$~~ $AB \perp CDK$ => $AB \perp CD$.

$CD \perp \omega$ => $AB \parallel \omega$).

Проведем ч/з AB плоскость $\parallel \omega$. Пусть она пересекает прямую CD в точке M.

Т.к. плоскость содержит $\triangle ABM \parallel \omega$ => радиус окружности описанной вокруг $\triangle ABM$ = радиусу ω.

Из Т.Т.П. => $MK \perp AB$, т.е. $\triangle AMB$ — равнобедренный.

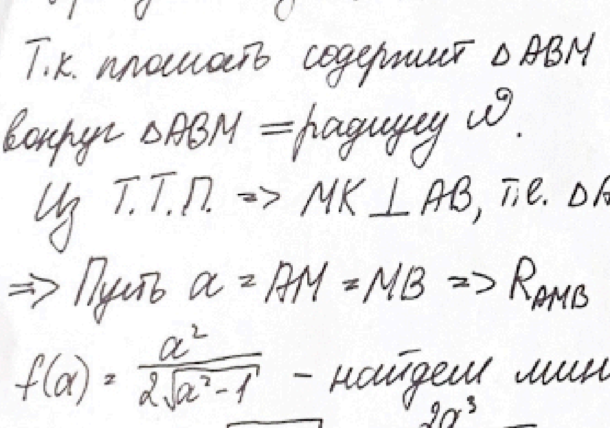
=> Пусть $a = AM = MB$ => $R_{AMB} = r_\omega = \frac{a^2}{\sqrt{(2a)^2 - AB^2}} = \frac{a^2}{\sqrt{4a^2-4}}$ — минимальна.

$f(a) = \frac{a^2}{2\sqrt{a^2-1}}$ — найдем минимум.

$$f'(a) = \frac{4a\sqrt{a^2-1} - \frac{2a^3}{\sqrt{a^2-1}}}{4a^2-4} = \frac{4a^3-4a-2a^3}{(4a^2-4)\sqrt{a^2-1}} = \frac{2a^3-4a}{(4a^2-4)\sqrt{a^2-1}} = 0$$

$2a^3 - 4a = 0$

$2a(a-\sqrt{2})(a+\sqrt{2}) = 0$



$a > 0$ => $f(a)$ — минимальна при $a = \sqrt{2}$.

Из $\triangle AMD$ ($DM \perp MA$) => $DM = \sqrt{7^2 - 2} = \sqrt{47}$.

Из $\triangle AMC$: $CM = \sqrt{5^2-2} = \sqrt{23}$ => $CD = \sqrt{47} - \sqrt{23}$

Очевидно, что из продолжения прямой DM можно поставить точку L, что $AL = AC$ => $BL = BC$ => это второй возможный тетраэдр и DC в этом случае равен DL (см.рис.)

=> след. стр. =>

№2 (продолжение) Чистовик

$\triangle ACL$ - равнобедренный, AM - медиана, $CM = ML \Rightarrow DL = \sqrt{47} + \sqrt{23}$

Ответ: $CD = \sqrt{47} \pm \sqrt{23}$

21102615 (U887400 M1304582)

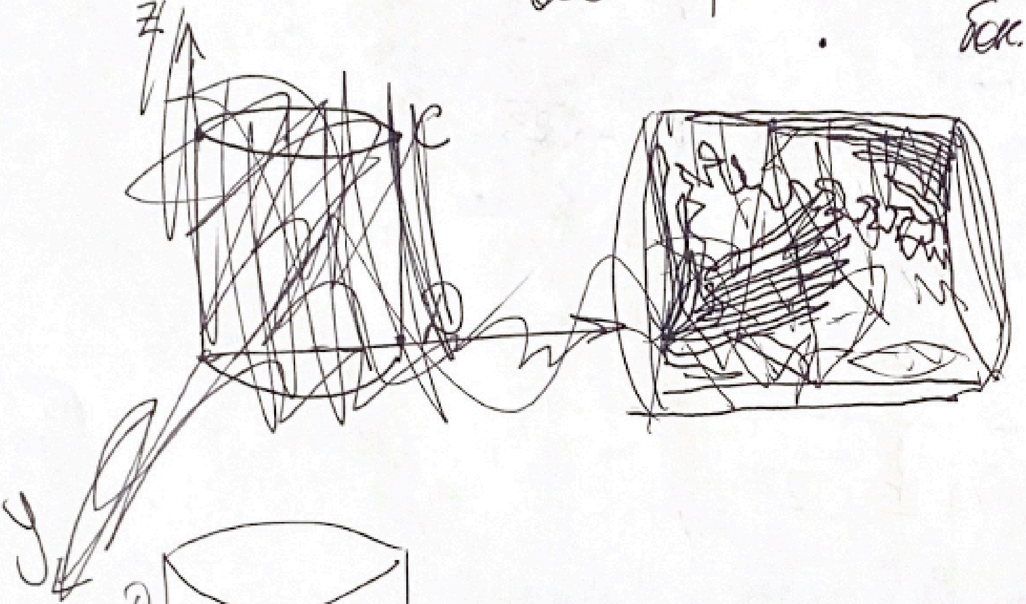
№2 Черновик

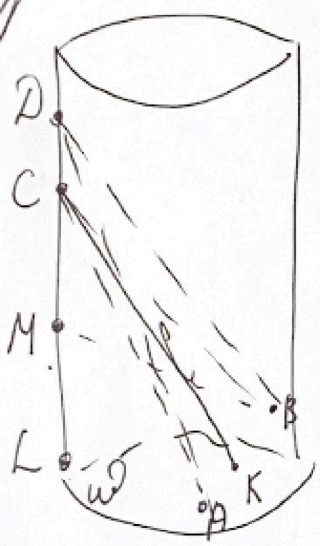
AB = 2, ~~AC = AB~~

AC = CB = 5

AD = DB = 7

все вершины на ~~боковых~~ бок. поверхности





AB ∥ ω (ΔADB и ΔACB − р/б) => перпенд. на AB из D и C упадут на середину AB в т.K.

AB⊥DK и AB⊥CK => AB⊥CDK => AB⊥CD.

CD⊥ω => AB∥ω)

ΔABM ∥ ω => ΔABM = рад. ω

из т.т.п. => MK⊥AB => ΔAMB − р/б

$a = AM \Rightarrow R = r_\omega = \frac{a^2}{\sqrt{(2a)^2 - AB^2}} = \frac{a^2}{\sqrt{4a^2-4}}$ = минимально

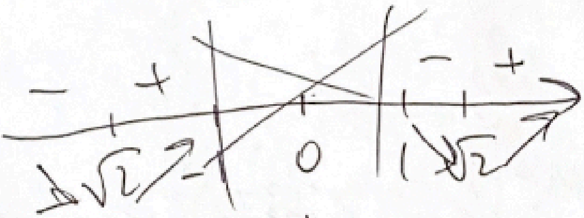
$f(a) = \frac{a^2}{2\sqrt{a^2-1}}$

$f'(a) = \frac{4a\sqrt{a^2-1} - \frac{2a^3}{\sqrt{a^2-1}}}{4a^2-4} = \frac{4a^3-4a-2a^3}{(4a^2-4)\sqrt{a^2-1}} = \frac{2a^3-4a}{(4a^2-4)\sqrt{a^2-1}} = 0$

Черновик

$2a^3-4a=0$

$2a(a-\sqrt{2})(a+\sqrt{2})=0$



$a>0 \Rightarrow f(a)$ – мин. при $a\sqrt{2}$

$DM=\sqrt{7^2-2}=\sqrt{47}$

$CM=\sqrt{5^2-2}=\sqrt{23} \Rightarrow CD=\sqrt{47}-\sqrt{23}$

$\triangle ACL$ – р/б, AM – медиана

$CM=ML \Rightarrow DL=\sqrt{47}+\sqrt{23}$

$\boxed{CD=\sqrt{47}\pm\sqrt{23}}$

21102615 (U887400 M1304582)

№3 Черновик

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 5\\ a^2+b^2\le \min(4a-2b,5)\end{cases}$$

M – фигура на декартовой плоскости xy т.(x,y)

$\boxed{S_M - ?}$

$$\begin{cases}x^2-2xa+a^2+y^2-2yb+b^2\le 5\\ a^2+b^2\le \min(4a-2b,5)\end{cases}$$

$$\begin{cases}(a^2+b^2)+x^2-2xa+y^2-2yb\le 5\\ a^2+b^2\le \min(4a-2b,5)\end{cases}$$

$$\begin{cases}a^2+b^2\le 5-x^2+2xa-y^2+2yb\\ a^2+b^2\le \min(4a-2b,5)\end{cases}$$

$$\begin{matrix}\text{I}\\ \text{II}\end{matrix}\begin{cases}a^2+b^2\le 5-x^2+2xa-y^2+2yb\\ a^2+b^2\le \min(4a-2b,5)\end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow 5-x^2+2xa-y^2+2yb\le \min(4a-2b,5)$

$5-(x^2+y^2)+2xa+2yb\le \min(4a-2b,5)$

$5-((x+y)(x+y)-2xy)+2(xa+yb)\le \min(4a-2b,5)$

$5-(x+y)(x+y)+2xy+2(xa+yb)\le \min(4a-2b,5)$

$5-(x+y)(x+y)+2(xy+xa+yb)\le \min(4a-2b,5)$

~~5-(x+y)(x+y)+2x(y+a+~~

$5-(x+y)(x+y)+2(x(y+a)+yb)\le \min(4a-2b,5)$

$5-(x+y)(x+y)+2x(y+a)+2yb\le \min(4a-2b,5)$

$5-x^2+xy+xy+y^2+2x(y+a)+2yb\le \min(4a-2b,5)$

$5-x^2-2xy+y^2-2x(y+a)+2yb\le \min(4a-\cancel{2b,5})$

Черновик

$5-x^2+2xy+y^2+2x(y+a)+2yb \le \min(4a-2b, 5)$

$5-x^2+2xy+y^2+2xy+2ax+2yb \le \min(4a-2b, 5)$

$5-x^2+4xy+y^2+2ax+2yb \le \min(4a-2b, 5)$

(min — это минимум у двух чисел x и y.)

I) $a^2+b^2 \le 5-x^2+2xa-y^2+2yb$

$(a+b)(a+b)-2ab-5+x^2-2xa+y^2-2yb \le 0$

$a^2+2ab+b^2-2ab-5+x^2-2xa+y^2-2yb \le 0$

Черновик

№1

$\overbrace{a_1, a_2, a_3, \dots}^{S_{\text{сумм}}}$ S-сумма первых 7 членов возр. арифм. прогр.

$a_7 a_{12} > S_7 + 20$ a_1 значения -?

$a_9 a_{10} < S_7 + 44$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

1) $a_7 a_{12} > \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n + \underline{\underline{20}}$

2) $a_9 a_{10} < S + 44 \Rightarrow a_9 a_{10} < \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n + \underline{\underline{44}}$

$$S_7 = \frac{2a_1 + d(7-1)}{2} \cdot 7$$

$d > 0$
$d \in Z$

$$\left.\begin{aligned} a_7 &= a_1 + d(7-1) \\ a_{12} &= a_1 + d(12-1) \\ a_9 &= a_1 + d(9-1) \\ a_{10} &= a_1 + d(10-1) \end{aligned}\right\} (*)$$

$$(1) \begin{cases} a_7 \cdot a_{12} > S_7 + 20 \\ a_9 \cdot a_{10} > S_7 + 44 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a_1 + 6d)(a_1 + 11d) > \frac{2a_1 + 6d}{2} \cdot 7 + 20 \\ (a_1 + 8d)(9d + a_1) < \frac{2a_1 + 6d}{2} \cdot 7 + 44 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 17a_1 d + 66d^2 > 7a_1 + 21d + 20 \; (1) \Rightarrow \\ a_1^2 + 17a_1 d + 72d^2 < 7a_1 + 21d + 44 \; (2 \end{cases}$$

$6d^2 < 24$

$d^2 < 4$

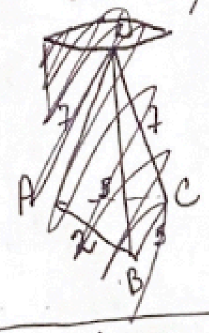
$$\left[\begin{aligned} d &= 1 \\ d &= -1 \end{aligned}\right.$$

Черновик

№2

AB = 2

AC = CB = 5; AD = DB = 7



3 №1) возр. арифм. прогрессия – это прогрессия с арифм. разностью.

3 №3) min(x, y) – минимум из двух чисел x и y.

21102615 (U887400 M1304582)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21102615**

ID профиля: **887400**

Вариант 18

Чистовик

№4

$$\begin{cases} \text{НОД}(a;b;c)=15 \\ \text{НОК}(a;b;c)=3^{15}\cdot 5^{18} \end{cases}$$

Легко видеть, что НОД$(a;b;c)=15=3^1\cdot 5^1$

Из этого и из НОК$(a;b;c)=3^{15}\cdot 5^{18}$ следует, что:

$a=3^{a_1}\cdot 5^{a_2}$

$b=3^{b_1}\cdot 5^{b_2}$

$c=3^{c_1}\cdot 5^{c_2}$

Притом: $\min(a_1;b_1;c_1)=1$

$\max(a_1;b_1;c_1)=15$

$\min(a_2;b_2;c_2)=1$

$\max(a_2;b_2;c_2)=18$.

Заметим, что если $a_1 \geq b_1$, то НОК$(3^{a_1};3^{b_1})=3^{a_1}$. Аналогично со степенями 5-ки. То есть существует такое число (из $\{a;b;c\}$), которое содержит в себе множитель $=3^{15}$ (замечание: это может одно и тоже число).

Также очевидно, что существует число (из $\{a;b;c\}$), которое содержит в себе только один множитель $=3$ (т.к. иначе (НОД$(a;b;c)$) $\neq 3\cdot 5$).

Аналогичное утверждение про то что существует число (из $\{a;b;c\}$), содержащее только один множитель $=5$ (в обоих утверждениях имеется ввиду, что это число $\vdots 5$, но $\not\vdots 5^2$, $\vdots 3$, но $\not\vdots 3^2$ соответственно).

Пусть $a_1=1$ и $c_1=15$, тогда $1 \leq b_1 \leq 15$ может принимать 15 различных значений.

Умножив 15 на 3! $(15\cdot 3!=90)$ мы получим все ~~возможные~~ возможные тройки $(a_1;b_1;c_1)$, но ~~…~~ мы дважды учли комбинации $(1;1;15)$, $(15;1;1)$, $(1;15;15)$, $(15;15;1)$, $(1;15;1)$, $(15;1;15)$. Вычтем их: $90-6=84$.

Аналогично для $(a_2;b_2;c_2)$: $18\cdot 3!-6=102$.

$$\Longrightarrow 102\cdot 84=8568$$

Ответ: 8568

21102615 (U887400 M1304583)

№5 Чистовик

! Заметим, что перемножив 3 данных выражения получим 4!

$\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14) = 2\log_{(\frac{x}{3}+3)}(6x-14) = 2m.$

$\log_{6x-14}(x-1)^2 = 2\log_{6x-14}|x-1| = 2\log_{6x-14}(x-1) = 2n.$

↑ с учетом (*)

$$\begin{cases} \frac{x}{3}+3>0 \\ \frac{x}{3}+3\neq 1 \\ 6x-14>0 \\ 6x-14\neq 1 \\ x-1>0 \\ x-1\neq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x>-9 \\ x\neq 6 \\ x>\frac{7}{3} \\ x\neq\frac{5}{2} \\ x>1 \\ x\neq 2 \end{cases} \quad * \begin{cases} x>\frac{7}{3} \\ x\neq\frac{5}{2} \end{cases}$$

Может быть 3 случая:

1) $2m = 2n = \frac{1}{mn} + 1$

$2m^2n = 1+mn$

$2m^3 - m^2 - 1 = 0$

$(m-1)(\underset{\overset{\vee}{0}}{2m^2+m+1}) = 0$

$m=n=1;\ \log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14) = \log_{6x-14}(x-1) = 1$

$\frac{x}{3}+3 = 6x-14 = x-1$

$x\in\varnothing$

2) $2m+1 = 2n = \frac{1}{mn}$

$n = m+0,5$

$(2m+1)(m^2+0,5m) = 1$

$(2m-1)(\underset{\overset{\vee}{0}}{m^2+\frac{3}{2}m+1}) = 0$

$m=\frac{1}{2},\ n=1$

$$\begin{cases} \log_{6x-14}(x-1) = 1 \\ \log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14) = 0,5 \end{cases} \quad \begin{cases} 6x-14 = x-1 \\ (\frac{x}{3}+3)^{0,5} = 6x-14 \end{cases} \quad x\in\varnothing$$

3) Аналогично 2. $m=1$
$n=0{,}5$

Чистовик

$$\begin{cases} \log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)=1 \\ \log_{6x-14}(x-1)=0{,}5 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{x+9}{3}=6x-14 \\ (6x-14)^{0{,}5}=x-1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 18x-42=x+9 \\ (6x-14)^{0{,}5}=x-1 \end{cases} \quad x=3 - \text{уд.} (\cancel{x})$$

Ответ: $\{3\}$

№6 Чистовик

$\angle OAT + \angle OCT = 180^\circ \Rightarrow \angle AOC + \angle ATC = 180^\circ$

$AOCT$ вписан в окр-ть $\Rightarrow$ T лежит на окр-ти.

PT - биссектриса ($AT = TC \Rightarrow \angle APT = \angle TPC$)

$\angle AOC = \angle APC$ (опир. на AC)

Т.к. $\angle AOC = 2\angle ABC = \angle APC \Rightarrow \angle KPC = \angle ABC \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta KPC$ (по 3 углам)

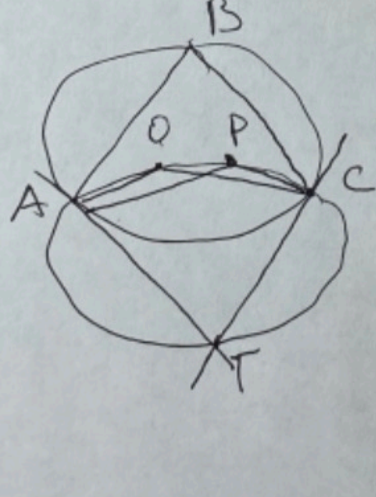
$S_{APC} = 11 = \frac{1}{2} hAC.$

$S_{KPC} = 5 = \frac{1}{2} h \cdot KC \Rightarrow \frac{KC}{AC} = \frac{5}{11} = K$ - коэф. подобия.

ΔABC и ΔKPC.

$\Rightarrow \frac{S_{KPC}}{S_{ABC}} = K^2 = \frac{25}{121} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{121}{\cancel{2}5}.$

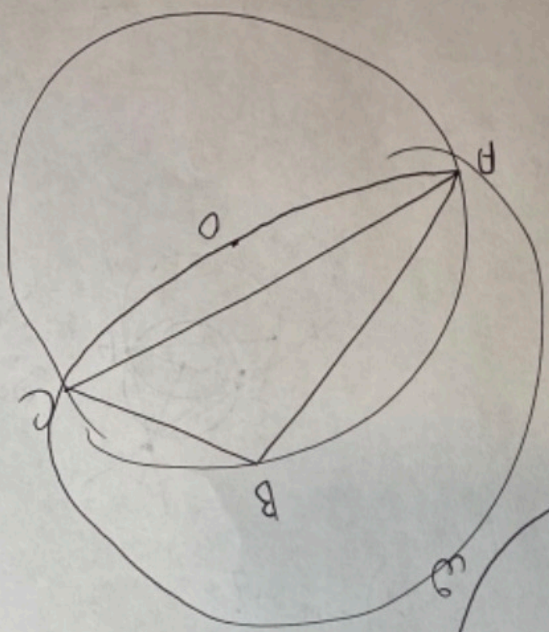
Ответ: $S_{ABC} = \frac{121}{5}$

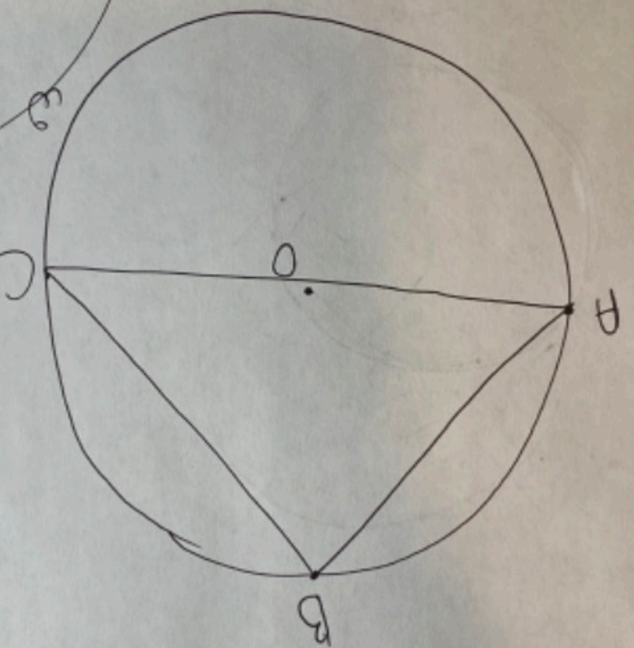


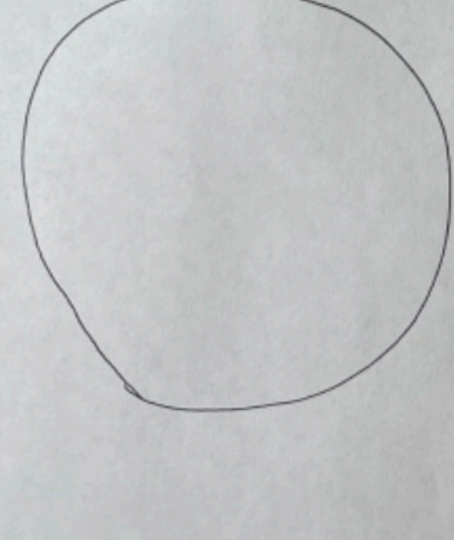
21102615 (U887400 M1304583)

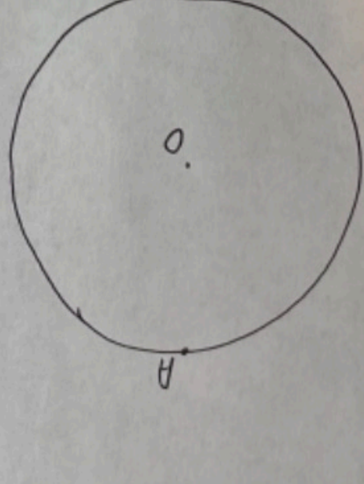
4

Черновик



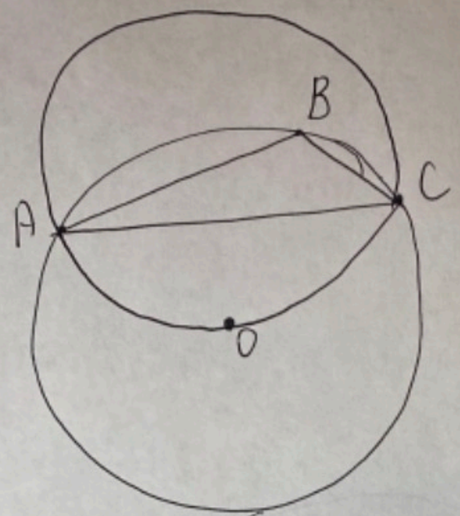


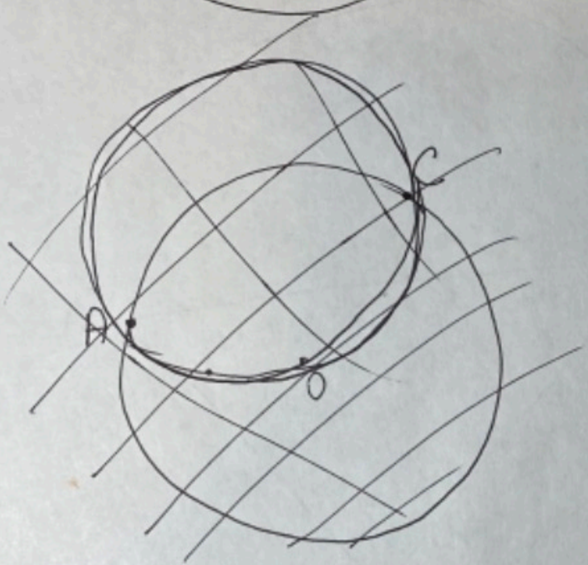


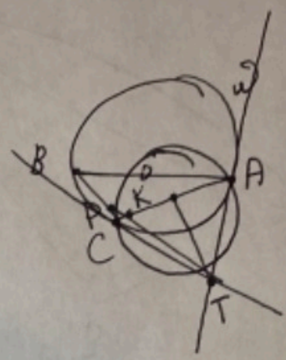


№6

№3 Черновик







$S_{BPK} = 6$

$S_{CPK} = 5$

а) S_{ABC} – ?

II) $2\log_{6x-14}(x-1) = \cancel{2}\log_{\frac{x+9}{3}}(6x-14)$

Черновик

$\log_{6x-14}(x-1) = \log_{\frac{x+9}{3}}(6x-14)$

$\log_{6x-14}(x-1) = \cancel{\log} \dfrac{\log_{6x-14}(6x-14)}{\log_{6x-14}\left(\frac{x+9}{3}\right)}$

$\cancel{\log_{6x-14}(x-1) = \dfrac{1}{\log_{6x-14}(x+9) - \log_{6x-14}}}$

$\log_{6x-14}(x-1) = \cancel{\log} \dfrac{1}{\log_{6x-14}(x+9) - \log_{6x-14}3}$

$\cancel{2\log_{\frac{x+9}{3}}(6x-14) + 2\log_{x-1}\left(\frac{x+9}{3}\right) - \log}$

$2\log_{\frac{x+9}{3}}(6x-14) + 2\log_{6x-14}(x-1) - \log_{x-1}\left(\frac{x+9}{3}\right) = 1$

$\cancel{2\log_{\frac{x+9}{3}}(6x-14)}$

$\cancel{2\log_{\frac{x+9}{3}}}$ $\cancel{2\log}$ $2\cdot\left(\dfrac{\log_{x-1}(6x-14)}{\log_{x-1}\left(\frac{x+9}{3}\right)}\right) + 2\cdot\left(\dfrac{\log_{x-1}x-1}{\log_{x-1}(6x-14)}\right) - \log_{x-1}\left(\frac{x+9}{3}\right) = 1$

$\cancel{2\log_{x-1}6x-14}$ $2\cdot\left(\dfrac{\log_{x-1}(6x-14)}{\log_{x-1}\left(\frac{x+9}{3}\right)}\right) + 2\cdot\dfrac{1}{\log_{x-1}(6x-14)} - \log_{x-1}$

$2\left(\dfrac{\log_{x-1}(6x-14)}{\log_{x-1}\left(\frac{x+9}{3}\right)}\right)$

21102615 (U887400 M1304583)

Черновик №5

ОДЗ:

$\begin{cases} (x-1)^2>0 \\ (6x-14)>0 \\ 6x-14\neq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x\in(-\infty;1)\cup(1;+\infty) \\ x>\frac{14}{6} \\ x\neq\frac{14}{6} \end{cases}$

$\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)$, $\log_{6x-14}(x-1)^2$, $\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)$

При каких x два из этих чисел равны, а третье меньше их на 1?

$\cancel{x=3}$

~~подбор~~: ~~log~~

1) $\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)=\log_{\left(\frac{x}{3}+3\right)^{\frac{1}{2}}}(6x-14)=2\log_{\frac{x}{3}+3^{\prime 3}}(6x-14)=2\log_{\frac{x+9}{3}}(6x-14)$

2) $\log_{6x-14}(x-1)^2=2\log_{6x-14}(x-1)$

3) $\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)=\log_{x-1}\left(\frac{x+9}{3}\right)$

подбор: $x=1$ 1) $2\log_6$

$18\cdot 106=$ ... $102 - 1{,}4 = 94$; $94\cdot 94$: 376, 846, 8836

I) $2\log_{6x-14}(x-1)=\log_{x-1}\left(\frac{x+9}{3}\right)$

$2\log_{6x-14}(x-1)=\log_{x-1}(x+9)-\log_{x-1}3$

$2\log_{2(3x-7)}(x-1)=\log_{x-1}(x+9)-\log_{x-1}3$

$\cancel{2}\log_{6x-14}(x-1)=\cancel{2}\log_{\frac{x+9}{3}}(6x-14)$

$\log_{6x-14}(x-1)=\log_{\frac{x+9}{3}}(6x-14)$

$\log_{6x-14}$

$2\frac{\log_{x-1}2(3x-7)}{\log_{x-1}\cancel{x-1}}=\log_{x-1}(x+9)-\log_{x-1}3$

$2\log_{x-1}(6x-14)=\log_{x-1}(x+9)-\log_{x-1}3$

$2\log_{x-1}(6x-14)=\log_{x-1}\left(\frac{x+9}{3}\right)$

$\log_{x-1}(6x-14)^2=\log_{x-1}\left(\frac{x+9}{3}\right)$

$(6x-14)^2=\frac{x+9}{3}$

~~$36x^2-168x+196=x+9$~~

$3(6x-14)^2=x+9$

$3(36x-168x+196)=x+9$

$108x-504x+588=x+9$

$\cancel{108x}$ $\cancel{396}$ $-397x=-579$

$28\cdot 6=168$; $14\cdot 4=56$; $+14$: 146

$36\cdot 3=108$; $168\cdot 3=504$; $196\cdot 3=588$

$504-108=396$; $396+108=504$; $588-9=579$

и №4 Черновик

Найти кол-во троек натур. чисел (a; b; c) ?

$$\begin{cases} НОД(a;b;c)=15 \\ НОК(a;b;c)=3^{15}\cdot 5^{18} \end{cases}$$

1) $:15 \Rightarrow -15;\ 15\ c$

2) 3^{15}

$3^{15}\cdot 5^{18} = 3^5\cdot 3^5\cdot 3^5\cdot 5^3\cdot 5^3\cdot 5^3\cdot 5^3\cdot 5^3\cdot 5^3$

$НОД(a,b,c)=15=3^1\cdot 5^1$

$a=3^{a_1}\cdot 5^{a_2}$

$b=3^{b_1}\cdot 5^{b_2}$

$c=3^{c_1}\cdot 5^{c_2}$

Причем: $\min(a_1,b_1,c_1)=1$

$\max(a_1,b_1,c_1)=15$

$\min(a_2,b_2,c_2)=1$

$\max(a_2,b_2,c_2)=18$

если $a_1\geq b_1$, то $НОК(3^{a_1};3^{b_1})=3^{a_1}$.

Пусть $a_1=1$ и $c_1=15$, тогда $1\leq b_1\leq 15$ ~~принимает~~ 15 значений.

$15\cdot 3!=90$ получаем (a_1, b_1, c_1)

$\rightarrow (1;1;15), (15;1;1), (1;15;15), (15;15;1), (1;15;1), (15;1;15)$

$90-6=84$

$18\cdot 3!-6=102$

$102\cdot 84=8568$

$$\begin{array}{r} \times\ 102 \\ 84 \\ \hline 408 \\ 816 \\ \hline 8568 \end{array}$$

8568