Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21102274**

ID профиля: **810291**

Вариант 18

① Чистовик).

Дано: $S_{*} = S_{7 \text{ первых}}$

$a_1, a_2, \ldots \in Z$.

$a_7 \cdot a_{12} > S+20$

$a_9 \cdot a_{10} < S+44$

a_1 - ?

Решение:

$S = S_7 = \frac{a_1 + a_7}{2} \cdot 7 = \frac{2a_1 + d \cdot 6}{2} \cdot 7 = 7a_1 + 21d$

$a_n = a_1 + d(n-1)$

$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$

$a_{12} = a_7 + 5d$; $a_9 = a_7 + 2d$; $a_{10} = a_7 + 3d$

$$\begin{cases} a_7(a_7+5d) > S+20 \\ (a_7+2d)(a_7+3d) < S+44 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_7^2 + 5a_7 d > S+20 \\ a_7^2 + 5a_7 d + 6d^2 > S+44 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cancel{S}+44 - 6d^2 > \cancel{S}+20 \Rightarrow 6d^2 < 24 \Rightarrow d^2 < \frac{24}{6} = 4 \Rightarrow d < 2 \Rightarrow$$

$d > 0$ (т.к. это возраст. ар. прогр.)

$d \in Z$, т.к. $a_1, a_2 \ldots \in Z$

$\rightarrow d = 1 \Rightarrow a_7 = a_1 + 6$,

$S_7 = 7a_1 + 21$,

$$\begin{cases} a_7 \cdot a_{12} > S+20 \\ a_9 \cdot a_{10} < S+44 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a_1+6)(a_1+11) > 7a_1+21+20 \\ (a_1+8)(a_1+9) < 7a_1+21+44 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1^2 + 17a_1 + 66 > 7a_1 + 41 \\ a_1^2 + 17a_1 + 72 < 7a_1 + 65 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1^2 + 10a_1 + 25 > 0 \\ a_1^2 + 10a_1 + 7 < 0 \end{cases} \begin{matrix} \Rightarrow (a_1+5)^2 > 0 \Rightarrow a_1 \neq -5 \\ \Rightarrow D = 100 - 4 \cdot 7 = 72 = 9 \cdot 8 \end{matrix}$$

$a_1 = \frac{-10 - 3 \cdot 2 \cdot \sqrt{2}}{2} = -5 - 3\sqrt{2} \approx -9{,}2$

-10 -9 -1 0

$-5-3\sqrt{2}$ $-5+3\sqrt{2}$

$a_2 = -5 + 3\sqrt{2}$

Оценка: $\sqrt{2} \approx 1{,}4$

$3\sqrt{2} \approx 4{,}2 \Rightarrow -5 + 3\sqrt{2} \approx -5 + 4{,}2 = -0{,}8$

$$\text{Т.к.} \begin{cases} a \in (-5-3\sqrt{2}; -5+3\sqrt{2}) \\ a \in Z \\ a \neq -5 \end{cases} \Rightarrow a_1 = -9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1$$

Ответ: $a_1 = -9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1$.

21102274 (U810291 M1300273)

Чистовик

2) Дано: $ABCD$ – тетраэдр

$AB = 2$; $AC = CB = 5$

$AD = DB = 7$

$CD \parallel$ оси цилиндра

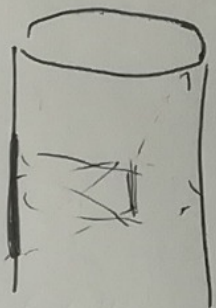
$R_{\text{цилиндр}} = R_{min}$

CD – ?

Решение:

Т.к. $\begin{cases} AC = CB = 5 \\ AD = DB = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \triangle ACB \\ \triangle ABD \end{cases}$ – равнобедр → Если CH – высота $\triangle ACB$, DH' – высота $\triangle ABD$, то

$H = H' \Rightarrow \begin{cases} CH \perp AB \\ DH' \perp AB \\ CH \cap DH = H \end{cases} \rightarrow AB \perp CHD \Rightarrow AB \perp$ оси цилиндра $\Rightarrow$

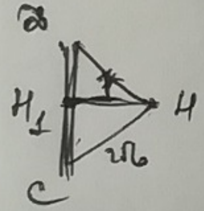


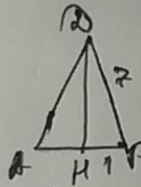
$\Rightarrow$ Если провести сечение через AB паралл основанием, то AB будет хордой $\rightarrow d_{min} = AB \rightarrow$

$\Rightarrow R_{min} = \frac{AB}{2} = 1$

По т. Пифагора

$CH = \sqrt{5^2 - 1^2} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$



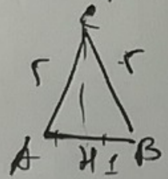


$DH = \sqrt{7^2 - 1^2} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

Пусть проекция т. H на CD есть H_1, тогда

$(HH_1 \perp CD)$ $CH_1 = \sqrt{CH^2 - HH_1^2} = \sqrt{CH^2 - R_{min}^2} = \sqrt{24 - 1^2} =$

$= \sqrt{23}$



$DH_1 = \sqrt{DH^2 - HH_1^2} = \sqrt{48 - 1} = \sqrt{47}$

$\Downarrow$

$CD = DH_1 \pm CH_1 = \sqrt{47} \pm \sqrt{23}$

Ответ: $\sqrt{47} \pm \sqrt{23}$

21102274 (U810291 M1300273)

Черновик.

$a_n = a_1 + d(n-1)$

(1) Дано: $S = a_1 + a_2 \dots + a_7$ $a \in \mathbb{Z}$. $\frac{a_1+a_7}{2} = \frac{a_1+a_1+6d}{2} = a_1+3d$

$a_7 \cdot a_{12} > S + 20$

$a_9 \cdot a_{10} < S + 44$

$S = 7a_1 + d(1+2+3+4+5+6) = 7a_1 + 21d$

$a_7 = a_1 + 7d$

$a_{11} = a_1 + 11d$

$a_9 = a_1 + 8d$

$a_{10} = a_1 + 9d$ $7a_1 + 21d$

$(a_1+7d)(a_1+11d) > S + 20$

$(a_1+8d)(a_1+9d) < S + 44$

$a_1^2 + 18a_1d + 77d^2 > 7a_1 + 21d + 20$ $a_1^2 + 17a_1d + 72d^2 - 7a_1 - 21d < 24$

$a_1^2 + 17a_1d + 72d^2 < 7a_1 + 21d + 44$ $a_1^2 + 17a_1d + 72d^2 - 7a_1 - 21d - 20 > -a_1d - 5d^2$

$a_1d + 5d^2$ $6+24$ $24 > -a_1d - 5d^2$

$5d^2 + a_1d + 24 > 0$

$D = a_1^2 - 4 \cdot 5 \cdot 24 = a_1^2 - 480$

$\begin{cases} (1)\ a_1^2 + (18d-7)a_1 + 77d^2 - 21d - 20 > 0 \to D_1 = 16d^2 - 168d + 129 \\ (2)\ a_1^2 + (17d-7)a_1 + 72d^2 - 21d - 44 < 0 \to D_2 = d^2 - 154d + 225 \end{cases}$

(1): $D = (18d-7)^2 - 4\cdot(77d^2 - 21d - 20) = 324d^2 - 252d + 49 - 308d^2 + 84d + 80 = 16d^2 - 168d + 129$

$\frac{7 - 18d - \sqrt{16d^2 - 168d + 129}}{2}$

(2): $D = (17d-7)^2 - 4(72d^2 - 21d - 44) = 288d^2 - 238d + 49 - 288d^2 + 84d + 176 = d^2 - 154d + 225$

$\frac{7 - 18d - \sqrt{16d^2 - 168 + 129}}{2} \wedge \frac{7 - 17d - \sqrt{d^2 - 154d + 225}}{2}$ $\frac{7-17d-\sqrt{d^2-154d+225}}{2}$

$-d - \sqrt{16d^2 - 168 + 129} \wedge -\sqrt{d^2 - 154d + 225}$ $d^2 - 154d + 225 \geq 0$

$\sqrt{d^2 - 154d + 225} \wedge d + \sqrt{16d^2 - 168 + 129}$ $16d^2 - 168 + 129 \geq 0$

$d^2 - 154d + 225 \wedge d^2 + 2d\sqrt{16d^2 - 168d + 129} + 16d^2 - 168d + 129$

21102274 (U810291 M1300273)

$a_7 = a_7$

$a_7 + a_{12} =$

$a_9 = a_7 + 2d$

$a_{10} = a_9 + d = a_7 + 3d$

$a_{12} = a_{10} + 2d = a_9 + 3d = a_7 + 5d$

$a_7 \cdot (a_7 + 5d) > S + 20$

$(a_7 + 2d)(a_7 + 3d) < S + 44$

$a_7^2 + 5a_7 d > S + 20$

$a_7^2 + 5a_7 d + 6d^2 < S + 44 \Rightarrow a_7^2 + 5a_7 d < S + 44 - 6d^2$

$\cancel{S} + 44 - 6d^2 > \cancel{S} + 10$

$6d^2 < 34 \Rightarrow d^2 < \frac{34}{6} = \frac{17}{3} = 5,...$

$d > 0$

$d \in Z$

$d < \sqrt{5,...} \Rightarrow d = 1;\ 2$

Если $d = 1$:

$a_7^2 + 5a_7 > S + 10$

$(a_1 + 6d)^2 + 5(a_1 + 6) > 7a_1 + 21 + 10$

$a_1^2 + \underline{12a_1} + 36 + \underline{5a_1} + 30 > \underline{7a_1} + 31$

$a_1^2 - 10a_1 + 35 = 0$

$D = 100 - 4 \cdot 35$

$a^2 + 17a + 66 > 7a + 41 +$

$\begin{cases} (a+6)(a+11) > 7a + 21 + 20 \\ (a+8)(a+9) < 7a + 21 + 44 \end{cases}$

$a^2 + 17a + 72 < 7a + 65$

$(a+5)^2 > 0 \Rightarrow \neq -5$

$\begin{cases} a^2 + 10a + 25 > 0 \\ a^2 + 10a + 7 < 0 \end{cases}$

$D = 100 - 4 \cdot 7 = 100 - 28 = 72 = 9 \cdot 8$

$a_1 = \frac{-10 - 3 \cdot 2\sqrt{2}}{2} = -5 - 3\sqrt{2}$

$a_2 = -5 + 3\sqrt{2}$

-5, 0

$-5-3\sqrt{2}$ $\quad$ $-5+3\sqrt{2} \approx -0,...$

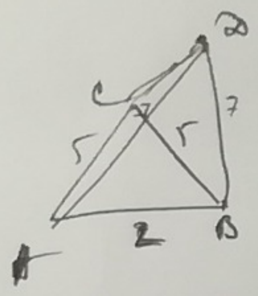
$-5-4,...$

$-9,...$

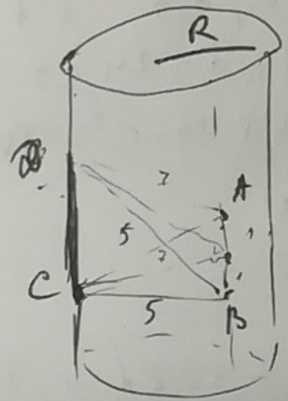
$a_1 \in [-9; -5) \cup (-5; -1]$

21102274 (U810291 M1300273)

②



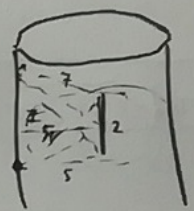
R_{min}

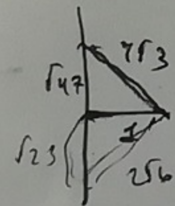


R_{min}, тогда когда AB – диаметр. $\Rightarrow R_{min} = 1$

$\sqrt{7^2 - 1^2} = \sqrt{49 - 1} = \sqrt{48} = \sqrt{16 \cdot 3} = 4\sqrt{3}$

$(4\sqrt{3})^2 - 1 = \sqrt{47}$





$\sqrt{5^2 - 1^2} = \sqrt{25 - 1} = \sqrt{24} = \sqrt{4 \cdot 6} = 2\sqrt{6}$

$24 - 1$

$CD = \sqrt{47} \pm \sqrt{23}$

Черновик

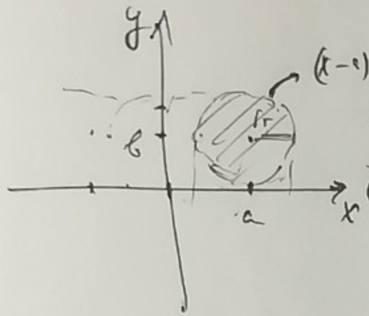
$$\begin{cases} (1)\ (x-a)^2+(y-b)^2 \le 5 \\ (2)\ a^2+b^2 \le \min(4a-2b;\ 5) \end{cases}$$

$S_M - ?$

$x^2-2xa+a^2+y^2-2yb+b^2 \le 5$

$$\left[\begin{array}{l} a^2+b^2 \le 4a-2b \\ a^2+b^2 \le 5 \end{array}\right.$$

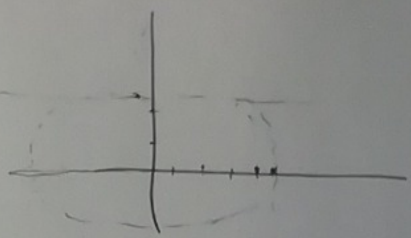
(1)

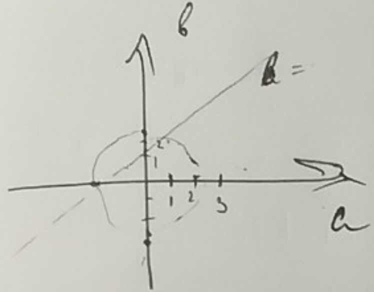


$(x-a)^2+(y-b)^2 \le 5$

$x \in [a-\sqrt{5};\ a+\sqrt{5}]$

$y \in [b-\sqrt{5};\ b+\sqrt{5}]$





Если $5 < 4a-2b \Rightarrow a > \cancel{\frac{2b+5}{4}} = 0{,}5b+1{,}25$

$b < 2a-2{,}5$

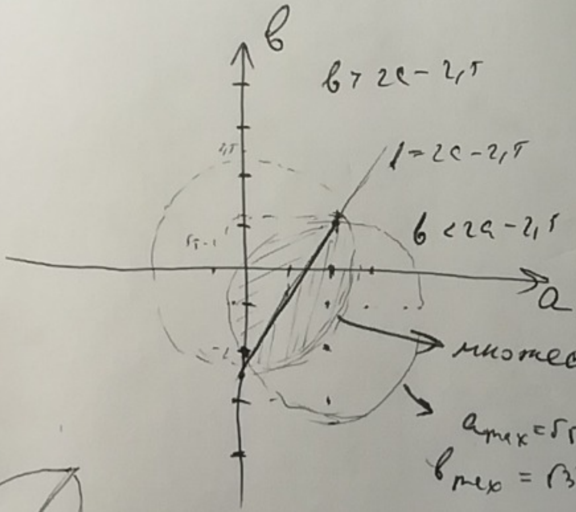
Если $5 > 4a-2b \Rightarrow b > 2a-2{,}5$

$\Downarrow$

$a^2+b^2 \le 4a-2b$

$a^2-4a+4+b^2+2b+1 \le 5$

$(a-2)^2+(b+1)^2 \le 5$



$$\begin{cases} a^2+b^2 \le 5 & \text{при } b < 2a-2{,}5 \\ (a-2)^2+(b+1)^2 \le 5 & b > 2a-2{,}5 \end{cases}$$

$b = 2a-2{,}5 \cap a^2+b^2 = 5$

$a^2+4a^2-10a+6{,}25 = 5$

$5a^2-10a+1{,}25 = 0$

$a^2-2a+0{,}25 = 0$

$D = 4-4\cdot 0{,}25 = 4-1 = 3$

$a_1 = \frac{2+\sqrt{3}}{2} = 1+\frac{\sqrt{3}}{2}$

$a_2 = 1-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$b_1 = 2+\sqrt{3}-2{,}5 = \sqrt{3}-0{,}5$

$b_2 = 2-\sqrt{3}-2{,}5 = -\sqrt{3}-0{,}5$

→ множество значений a и b

$a_{max} = \sqrt{5}$

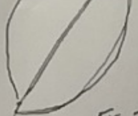
$b_{max} = \sqrt{3}-0{,}5$

$a_{min} = \sqrt{5}-2$

$b_{min} = -\sqrt{3}-0{,}5$

$x \in [-2;\ \sqrt{5}]$

$y \in [-\sqrt{3}-0{,}5-\sqrt{5};\ \sqrt{3}-0{,}5+\sqrt{5}]$



<

$\sqrt{5}-1 \wedge \sqrt{3}-0{,}5$

$\sqrt{5}-0{,}5 \wedge \sqrt{3}$

$5 \wedge 3+0{,}25+2\sqrt{3}\cdot 0{,}5$

$3{,}25$

$1{,}75 \wedge 2\sqrt{1{,}5}$

$3{,}0575 < 4\cdot 1{,}5 = 6$

$\times\ 1{,}75 \cdot 1{,}75$

875

1225

175

3,0575

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21102274**

ID профиля: **810291**

Вариант 18

Чистовик

1) Дано: НОД (a; b; c) = 15

НОК (a; b; c) = $3^{15}\cdot 5^{18}$

колич. сочет. (a; b; c) – ?

Решение:

Т.к. НОК (a; b; c) = $3^{15}\cdot 5^{18}$, то $3^{15}\cdot 5^{18} \vdots a; b; c$ →

→ a, b, c содержат только 3 и 5, причём троек не больше 15, а пятёрок не ~~меньше~~ больше 18.

Т.к. НОД (a; b; c) = 15, то каждый содержит хотя бы по одной „3" и „5" причём у одного только одна „3" и одна „5"

Представим a, b и c в виде $3^x 5^y$, тогда $a = 3^{x_1}\cdot 5^{y_1}$ →
$b = 3^{x_2} 5^{y_2}$
$c = 3^{x_3}\cdot 5^{y_3}$

$$\begin{cases} \max(y_1; y_2; y_3) = 18 \\ \min(y_1; y_2; y_3) = 1 \end{cases}$$ → один из них 1, один 18, а третий 1–18 → если $y_1 \neq y_2 \neq y_3$, то: 1 „1"; 1 „18"; 1 „2–17"

всего: 3·2·16 вар

→ если 2 „1" и 1 „18":

всего: 3 вар

→ если 1 „1" и 2 „18":

всего: 3 вар

$\Sigma_1 = 3\cdot 2\cdot 16 + 3\cdot 2 = 3\cdot 2\cdot 17 = 102$

$$\begin{cases} \max(x_1; x_2; x_3) = 15 \\ \min(x_1; x_2; x_3) = 1 \end{cases}$$ → один из них 1, один „15", а третий 1–15

Если $x_1 \neq x_2 \neq x_3$: 1 „1"; 1 „15"; 1 „2–14" (13)

всего: 3·2·13 вар

Если 2 „1" и 1 „15":

всего: 3 вар

Если 1 „1" и 2 „15":

всего: 3 вар

$\Sigma_2 = 3\cdot 2\cdot 13 + 3\cdot 2 = 3\cdot 2\cdot 14 = 84$

Т.к. y и x не завис. от друг друга, то

$\Sigma_{общ} = \Sigma_1 \Sigma_2 = 102\cdot 84 = 8568$

Ответ: 8568.

21102274 (U810291 M1300274)

(5) Числа:

Решение:

$$A=\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)=2\log_{\left|\frac{x}{3}+3\right|}(6x-14)\xrightarrow{\text{ОДЗ}}A=2\log_{\left(\frac{x}{3}+3\right)}(6x-14)$$

$$Б=\log_{(6x-14)}(x-1)^2=2\log_{(6x-14)}|x-1|\xrightarrow{\text{ОДЗ}}Б=2\log_{(6x-14)}(x-1)$$

$$В=\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)=\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)$$

ОДЗ:

$$\begin{cases}\frac{x}{3}+3>0\\ 6x-14>0\\ x-1>0\\ \frac{x}{3}+3\neq 1\\ 6x-14\neq 1\\ x-1\neq 1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x>-9\\ x>\frac{7}{3}\\ x>1\\ x\neq -6\\ x\neq 2,5\\ x\neq 2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x>\frac{7}{3}\\ x\neq 2,5\end{cases}$$

$$A\cdot Б\cdot В=2\cdot\log_{\left(\frac{x}{3}+3\right)}(6x-14)\cdot 2\cdot\log_{(6x-14)}(x-1)\cdot\log_{(x-1)}\left(\frac{x}{3}+3\right)=4$$

Если два из них равны y, то третий $y-1$:

$y^2(y-1)=4$

$y^3-y^2-4=0$

$(y-2)(y^2+y+2)=0$

$y=2$ или $y^2+y+2=0$

$D=1-4\cdot 2<0$

решений нет.

Если $A=1$ ($A=y-1$):

$2\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)=1$

$\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)^2=1$

$(6x-14)^2=\frac{x}{3}+3$

$36x^2-12\cdot 14+14^2=\frac{x}{3}+3 \quad |\cdot 3$

$108x^2-505x+579=0$

$D=505^2-4\cdot 108\cdot 579=255025-250128=4897 \qquad 69<\sqrt{4897}<70$

$x_1=\frac{505-\sqrt{4897}}{2\cdot 108}<\frac{505-70}{2\cdot 108}=\frac{435}{2\cdot 108}<\frac{7}{3}$ (не подходит)

$x_2=\frac{505+\sqrt{4897}}{2\cdot 108}>\frac{7}{3}$ (подходит) $\qquad x_2\neq 2,5$

Если $A=2$ ($A=y$):

$2\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)=2\Rightarrow 6x-14=\frac{x}{3}+3\Rightarrow 18x-42=x+9\Rightarrow 17x=51\Rightarrow x=3$

Ответ: $x=3$; $x=\frac{505+\sqrt{4897}}{216}$

21102274 (U810291 M1300274)

(14) Черновик — неполный эти решения

$\begin{cases} НОД(a;b;c)=15 \\ НОК(a;b;c)=3^{15}\cdot 5^{18} \end{cases}$ наименьшее общее кратное

$a,b,c=15k$ $k\in Z$ $k:3/5$

$\dfrac{3^{15}\cdot 5^{18}}{a,b,c}\in Z$

$b=qr+c$

a, b, c содерж. только 3 и 5 (или мн 1)

$НОК(a,b)=\dfrac{(a\cdot b)}{НОД(a,b)}$

$a,b,c=3^x\cdot 5^y$

$ab=bc=ac=3^{15}\cdot 5^{18}\cdot 3\cdot 5=3^{16}\cdot 5^{19}$

Пусть $a\geq b\geq c$, тогда $a\leq 3^{15}\cdot 5^{18}$, $c\geq 15$

Пусть $a=3^{x_1}\cdot 5^{y_1}$
$b=3^{x_2}\cdot 5^{y_2}$
$c=3^{x_3}\cdot 5^{y_3}$

$x_1x_3=x_2\cdot x_3=x_1\cdot x_2=16=2^4=1\cdot 16=2\cdot 8=4\cdot 4$

$y_1y_3=y_2\cdot y_3=y_1\cdot y_2=19=19\cdot 1=1\cdot 19$

~~если $a\geq b\geq c$~~, у a/b/c есть 5^{18} — мн, есть 3^{15} — мн

$x\in[1;15]$
$y\in[1;18]$

если $c=15$: $b=3$

2 колич. соч. (a,b,c) таких что $a\geq b\geq c=15=3\cdot 5$

если $c=3^{15}\cdot 5^{18}$, $b=3^n 5^m$, $n\in[1;15]$ — реш соч n и m $15\cdot 18=$, $m\in[1;18]$

Всего $6\cdot 2$

1; 3; 2
1; 2; 3
2; 1; 3 3; 1; 2
2; 3; 1 3; 2; 1

если $a=3^{15}\cdot 5^{17}$ всего 1, $b=3^n 5^{18}$ $n-15$

если $a=3^{15}5^{16}$ всего 15, $3^n 5^{18}$

Один из них 15 (один из 3)

$\Sigma=3\cdot$

$3^{15}\cdot 5^{18}$; 15; 15 – 3
$3^{15}\cdot 5^{18}$, $3^n 5^m$; 15 –

$a=3^{x_1}5^{y_1}$
$b=3^{x_2}5^{y_2}$
$c=3^{x_3}5^{y_3}$

$\left.\begin{matrix}\max(y_1;y_2;y_3)=18\\ \min(y_1;y_2;y_3)=1\end{matrix}\right\}\Rightarrow$ один из них 1, другой 18, третий от 1...18 $\Rightarrow$ если разные кол: один „1", один „18", др. „2–17" $3\cdot 2\cdot 16$

если есть 2 „18"; один „1", др. „18":

если есть 2 „1"; др. „1", 1 „18" $3\cdot 4$

$\left.\begin{matrix}\max(x_1;x_2;x_3)=15\\ \min(x_1;x_2;x_3)=1\end{matrix}\right\}\Rightarrow$ один из них 1, др. 15, третий 1–15

если разные кол: один „1", др. „15", др. 2–14 $3\cdot 2\cdot 15$

если есть 2 „15" – 3
если 2 „1" – 3

$3\cdot 2+3\cdot 2\cdot 16=3\cdot 2\cdot 17=60+42=102$ (кол-во $(y_1;y_2;y_3)$)

$3\cdot 2+3\cdot 2\cdot 15=3\cdot 2\cdot 16=6\cdot 16=60+36=96$

$(100-4)(100+2)$
Всего: $96\cdot 102=10000-200-8=9800-8=\underline{\underline{9792}}$

21102274 (U810291 M1

$\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)$; $\log_{6x-14}(x-1)^2$; $\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)$

$\doteq A$ $\qquad \doteq Б$ $\qquad \doteq B$

ОДЗ: $\begin{cases} \frac{x}{3}+3>0 \\ \frac{x}{3}+1 \neq 1 \\ 6x-14>0 \\ x-1>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>-9 \\ x\neq 0 \\ x>\frac{14}{6} \\ x\neq 1 \\ 6x-14\neq 1 \\ x-1\neq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>\frac{7}{3}>2 \\ x\neq\frac{15}{6} \\ x\neq 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>\frac{7}{3} \\ x\neq\frac{5}{2}=2{,}5 \end{cases}$

$A = \log_{(\frac{x}{3}+3)^{\frac{1}{2}}}(6x-14) = 2\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)$

$Б = 2\log_{6x-14}(x-1)$

$B = \log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)$

$Б\cdot B = 2\log_{6x-14}\left(\frac{x}{3}+3\right) = \dfrac{2}{\log_{(\frac{x}{3}+3)}(6x-14)} = \dfrac{4}{A}$, $\log_{(\frac{x}{3}+3)}(6x-14) = \frac{A}{2}$

$A\cdot B = 2\cdot\log_{x-1}(6x-14) = \dfrac{2}{\log_{(6x-14)}(x-1)} = \dfrac{2}{Б/2} = \dfrac{4}{Б}$

$\underline{A\cdot Б\cdot B = 4}$

$y^2(y-1)=4$

$y^3-y^2=4$

$y^3-y^2-4=0$

$(y-2)(y^2+y+2)=0$, $y^2+y+2>0$, $D=1-4\cdot 2<0$

$\begin{array}{l|l} y^3-y^2-4 & y-2 \\ \underline{y^3-2y^2} & y^2+y+2 \\ \quad y^2-4 & \\ \quad \underline{y^2-2y} & \\ \quad\quad 2y-4 & \\ \quad\quad \underline{2y-4} & \\ \quad\quad\quad 0 & \end{array}$

$y=2$

два ур-ия равны 2,

а третье 1.

Если $A\doteq 2$:

$\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)=1$

$6x-14=\frac{x}{3}+3$

$18x-42=x+9$

$17x=51$

$x=3$

Если $A=1$: $2\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)=1$

$\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)=\log_{(\frac{x}{3}+3)}\left(\frac{x}{3}+3\right)^{\frac{1}{2}}$

$6x-14=\sqrt{\frac{x}{3}+3}$

$36x^2-12\cdot 14x+14^2=\frac{x}{3}+3$

$108x^2-504x+588=x+9$

$108x^2-505x+579=0$

$D=505^2-\underbrace{4\cdot 108}_{432}\cdot 579=$

$255025-250128=4897$

$\begin{array}{r} 14 \\ \times 12 \\ \hline 28 \\ 14 \\ \hline 168 \end{array}$ $\quad \begin{array}{r} 168 \\ \times 3 \\ \hline 504 \end{array}$ $\quad \begin{array}{r} 14 \\ \times 14 \\ \hline 56 \\ 14 \\ \hline 196 \end{array}$ $\quad \begin{array}{r} 196 \\ \times 3 \\ \hline 588 \end{array}$

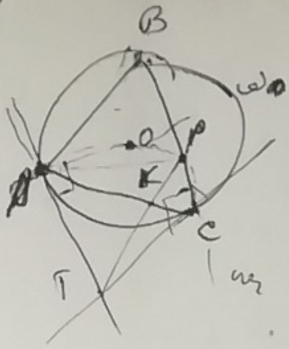
$\begin{array}{r} 505 \\ \times 505 \\ \hline 2525 \\ 000 \\ 2525 \\ \hline 255025 \end{array}$ $\quad \begin{array}{r} 579 \\ \times 432 \\ \hline 1158 \\ 1737 \\ 2316 \\ \hline 250128 \end{array}$ $\quad \begin{array}{r} 5000 \\ -103 \\ \hline 4897 \end{array}$

$65<\sqrt{4897}<70$

$x_1=\dfrac{505-\sqrt{4897}}{108} > \dfrac{505-70}{108} = \dfrac{435}{108} > 4 > \frac{7}{3}$

$x_2=\dfrac{505+\sqrt{4897}}{108} > x_1$

(6) Черновик



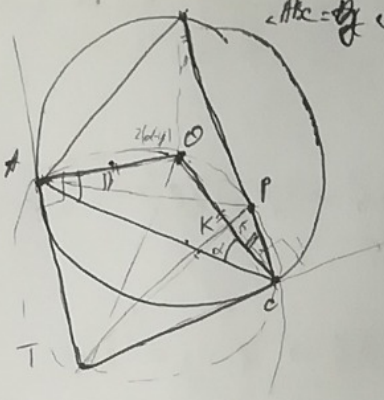
$A, O, C \in \omega_2$

$S_{\triangle APK} = 6$

$S_{\triangle CPK} = 5$

S_{ABC}

$\angle ABC = \operatorname{arctg} \frac{1}{2}$; AC - ?



$OC \perp TC \Rightarrow OT$ - диаметр ω_2

$S_{\triangle APK} = \frac{1}{2} AP \cdot AK \cdot \sin(\alpha - \beta)$

$S_{\triangle CPK} = \frac{1}{2} \cdot CP \cdot CK \, \sin(\alpha + \beta)$

$AK \cdot KC = TK \cdot KP$