Часть 1

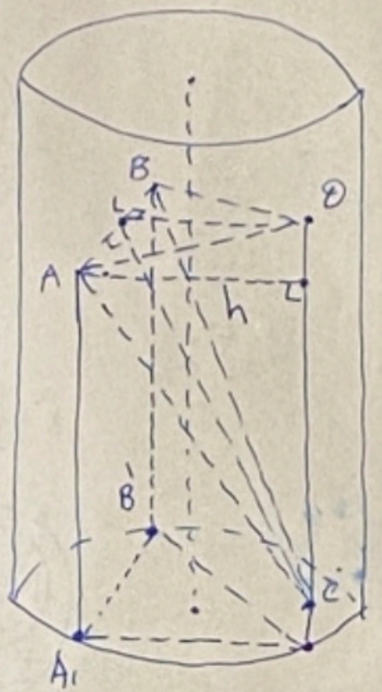
Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21102213**

ID профиля: **376205**

Вариант 18

Черновик



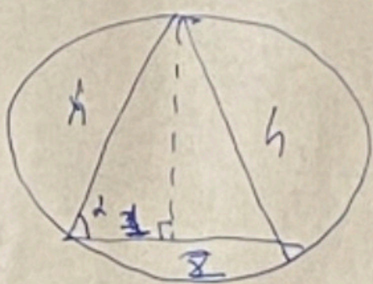
$AB \perp CLD \Rightarrow$

$AB \perp CD \Rightarrow$

$AB \perp AA', BB' \Rightarrow$

$ABB'A'$ – прям. $\Rightarrow$

$A'B' = AB$.



$$\cos\alpha = \frac{5}{2h}$$

$$\sin\alpha = \sqrt{1-\frac{25}{4h^2}} = \frac{\sqrt{4h^2-25}}{2h} = \frac{\sqrt{h^2-1}}{h}$$

$$R = \frac{h}{2\sin\alpha} = \frac{h^2}{\sqrt{4h^2-25}}$$

$$R'(h) = \frac{2h\cdot\sqrt{4h^2-25} - h^2\cdot\left(\sqrt{4h^2-25}\right)'}{4h^2-25} = 0$$

$$2\sqrt{4h^2-25} - \frac{h\cdot 8h}{2\sqrt{4h^2-25}} = 0.$$

$$4(4h^2-25) - 8h^2 = 0.$$

$$16h^2 - 60 - 8h^2 = 0$$

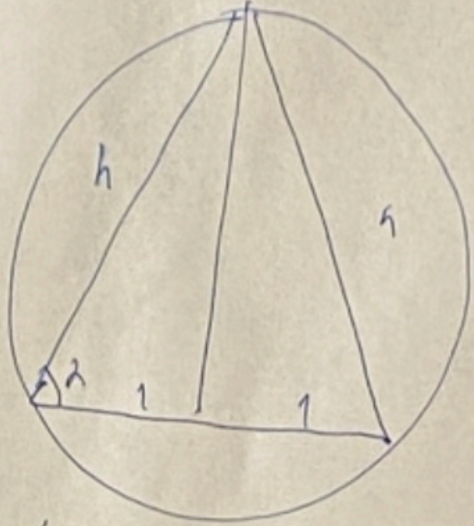
$$8h^2 = 60$$

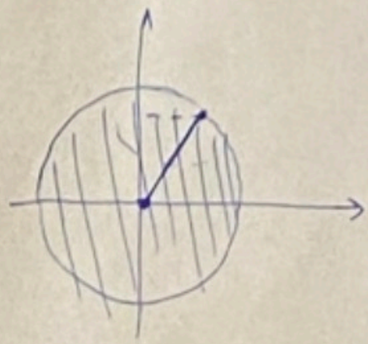
$$h = \sqrt{\frac{60}{8}} = \sqrt{\frac{15}{2}}$$

$$\times\begin{array}{r}49\\2\\\hline 98\end{array}$$

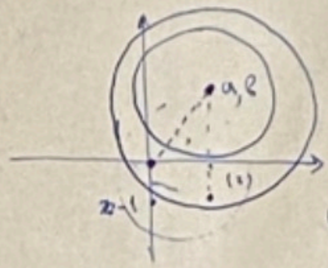
$$\frac{\sqrt{83}+\sqrt{35}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}\left(\sqrt{83}+\sqrt{35}\right)}{2}$$

Черновик





$x^2+y^2 \le (\sqrt{5})^2$ $S = \pi \cdot 5 = 5\pi$



$4a-2b \le 5$

$\cos\alpha = \frac{1}{h}$

$\sin\alpha = \sqrt{1-\frac{1}{h^2}} = \frac{\sqrt{h^2-1}}{h}$

$R = \frac{h}{\frac{2\sqrt{h^2-1}}{h}} = \frac{h^2}{2\sqrt{h^2-1}}$

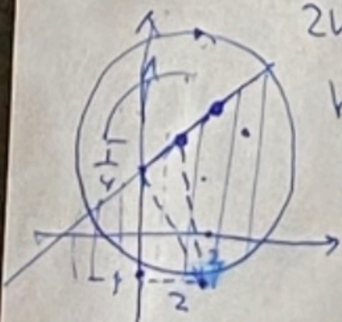
$R' = \frac{2h\cdot 2\sqrt{h^2-1} - 2h^2\cdot(\sqrt{h^2-1})'}{4(h^2-1)} = \frac{4h\sqrt{h^2-1} - \frac{\cancel{2}h^2\cdot 2h}{\cancel{2}\sqrt{h^2-1}}}{4(h^2-1)} = 0$

$4\sqrt{h^2-1} - \frac{2h^2}{\sqrt{h^2-1}} = 0$

$4(h^2-1) - 2h^2 = 0$

$2h^2-4=0$

$h=\sqrt{2}$.



$25-3$

$\boxed{\sqrt{23}+\sqrt{47}}$

$a^2+b^2 \le 4a-2b$

$a^2-4a+b^2+2b \le 0$

$a^2-4a+4-4+b^2+2b+1-1 \le$

$(a-2)^2+(b+1)^2 \le 5$

a^2+b^2

$a^2+b^2 \le 4a-2b$

$4a-2b < 5$

$a^2-4a+4-4+b^2+2b+1-1$

$a^2+b^2 \le 5$

$4a < 5+2b$

$a < \frac{5}{4}+\frac{b}{2}$

$1+\frac{5}{4} = \frac{9}{4}$

$\sqrt{\frac{81}{16}+4} = \sqrt{\frac{81+64}{16}} = \frac{\sqrt{145}}{4} \times 5$

$a_1^2+10a_1+25-18<0$

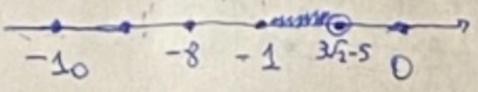
Чернова

$(a_1+5)^2<18$

$-3\sqrt{2}<a_1+5<3\sqrt{2}$

$-3\sqrt{2}-5<a_1<3\sqrt{2}-5$

$3\sqrt{2}-5$



$\sqrt{18}-5 \;\cancel{>}\; -1$

$\sqrt{18}-5>-3$

$-3\sqrt{2}-5>-10$

$-3\sqrt{2}>-4$

$-3\sqrt{2}-5<-8$

$-3\sqrt{2}<-3$

$-3\sqrt{2}-5<-2$

$$R=\frac{h^2}{\sqrt{4h^2-25}}=\frac{1}{\sqrt{\frac{4}{h^2}-\frac{25}{h^4}}}$$

$$R'=\frac{2h\cdot\sqrt{4h^2-25}-h^2\cdot\left(\sqrt{4h^2-25}\right)'}{4h^2-25}=$$

$$=2h\cdot\sqrt{4h^2-25}-\frac{h^2\cdot 8h}{2\sqrt{4h^2-25}}=0.$$

$$2\sqrt{4h^2-25}-\frac{8h^2}{2\sqrt{4h^2-25}}=0$$

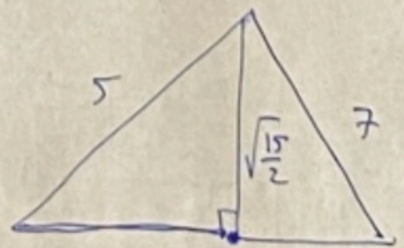
$$4(4h^2-25)-8h^2=0$$

$$16h^2-60-8h^2=0$$

$$8h^2-60=0$$

$$h^2=\frac{60}{8}=\frac{30}{4}=\frac{15}{2}$$

$$h=\sqrt{\frac{15}{2}}.$$



$$\sqrt{25-\frac{15}{2}}=\sqrt{\frac{50-15}{2}}=\sqrt{\frac{35}{2}}$$

$$\sqrt{\frac{49-15}{2}}=\sqrt{\frac{34}{2}}=\sqrt{}$$

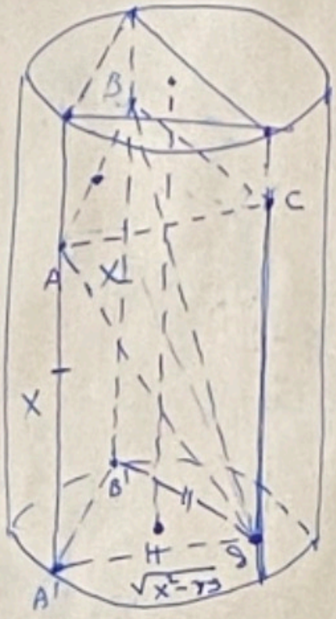
$$\sqrt{49-\frac{15}{2}}=\sqrt{\frac{98-15}{2}}=\frac{\sqrt{83}}{\sqrt{2}}$$

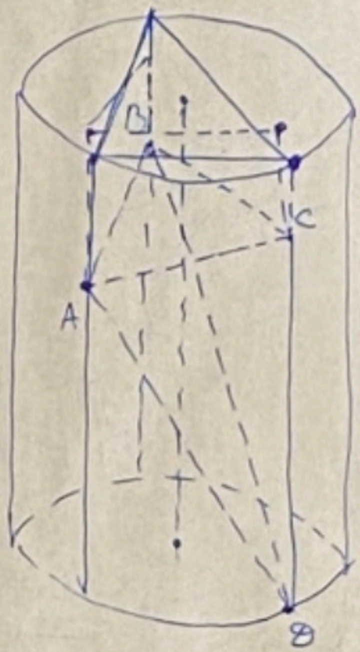
21102213 (U376205 M1296467)

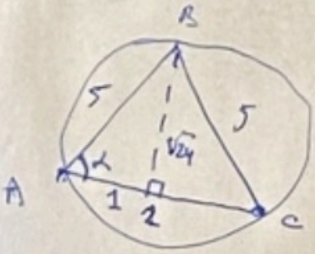
$AC = CB = 5$ Черновик

$AD = DB = 7$

$AB = 2$

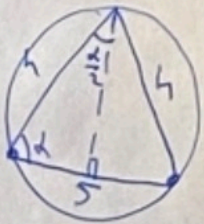






$$\sin\alpha = \frac{\sqrt{24}}{5} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$$

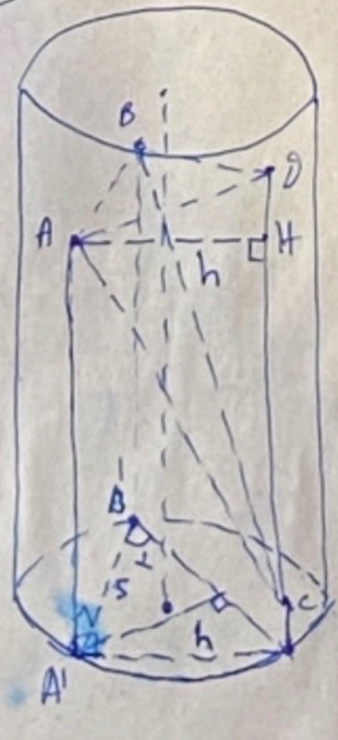
$$R = \frac{BC}{2\sin\alpha} = \frac{5}{\frac{4\sqrt{6}}{5}} = \frac{25}{4\sqrt{6}}$$



$$\cos\alpha = \frac{5}{2h}$$

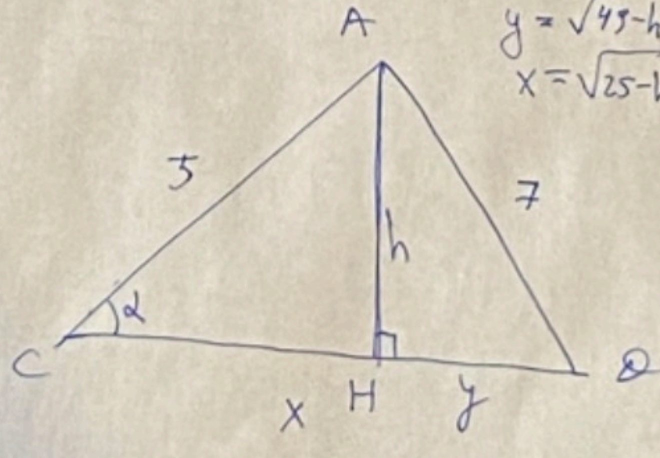
$$\sin\alpha = \sqrt{1-\frac{25}{4h^2}} = \frac{\sqrt{4h^2-25}}{2h}$$

$$R = \frac{h^2}{\sqrt{4h^2-25}}$$



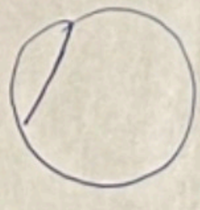
$y = \sqrt{49-h^2}$

$x = \sqrt{25-h^2}$



$$S = \frac{1}{2} h \cdot x$$

$h =$



$a_7 \cdot a_{12} > S + 20$

$a_9 \cdot a_{10} < S + 44$

$S = \frac{a_1 + a_7}{2} \cdot n =$

$= \frac{a_1 + a_1 + d(7-1)}{2} \cdot n$

$= \frac{2a_1 + 6d}{2} \cdot n = (a_1 + 3d) \cdot 7$

$a_7 = a_1 + 6d$

$a_{12} = a_1 + 11d$

$a_9 = a_1 + 8d$

$a_{10} = a_1 + 9d.$

$a_9 = a_7 + 2d$

$a_{12} = a_{10} + 2d$

$(a_1 + 6d)(a_1 + 11d) > 7a_1 + 21d + 20$

$d < 2$

$a_1^2 + 11a_1 d + 6a_1 d + 66d^2 >$

$S = \frac{a_1 + a_7}{2} \cdot 7 = \frac{2a_1 + 6d}{2} \cdot 7 = (a_1 + 3d) \cdot 7$

$a_9 = \frac{a_8 + a_{10}}{2}$, $a_7 = \frac{a_6 + a_8}{2}$

$a_7(a_{10} + 2d) > S + 20$

$d = 1$

$(a_7 + 2d) \cdot a_{10} < S + 44$

$(a_1 + 6)(a_1 + 11) > 7a_1 + 41$

$- a_7 \cdot a_{10} + 2 \cdot a_7 \cdot d < -S + 20$

$a_1^2 + 17a_1 + 66 - 7a_1 - 20 > 0$

$a_7 \cdot a_{10} + 2 \cdot d \cdot a_{10} < S + 44.$

$a_1^2 + 10a_1 + 46 > 0.$

$2d(a_{10} - a_7) < 24$

$d(a_{10} - a_7) < 12.$

$3d^2 < 12$

$-2 < d < 2$

$d^2 < 4$

$d = -\cancel{1}, 0, 1, 2$

21102213 (U376205 M1296467)

ши

Черновик.

$\begin{cases} a_7 \cdot a_{12} > S+20 \\ a_9 \cdot a_{10} < S+44 \end{cases}$

$a_1^2 > 7a_1+20$

$a_1^2 < 7a_1+44$

$a_{12} = a_{10} + 2d$

$a_9 = a_7 + 2d$

$a_1 + 8d$

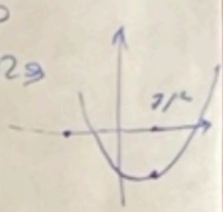
$\begin{cases} a_1^2 - 7a_1 - 20 > 0 \\ a_1^2 - 7a_1 + 44 < 0 \end{cases}$

$a_{10} = a_1 + 3d$

$a_7 = a_1 + 6d$

$a_1^2 - 7a_1 - 20 = 0$

$D = 49 + 80 = 129$



$\begin{cases} a_7(a_{10}+2d) > S+20 \\ (a_7+2d)\cdot a_{10} < S+44 \end{cases}$

$a_7 \cdot a_{10} + 2\cdot d \cdot a_7 > S+20$

$a_7 \cdot a_{10} + 2d \cdot a_{10} < S+44$

$\frac{a_1 + a_1 + 6}{2} \cdot 7 =$

$= (a_1+3)\cdot 7$

$2d(a_{10} - a_7) < 24$

$2d \cdot 3d < 24$

$d^2 < 4 \Rightarrow d < 2 \Rightarrow \boxed{d=1}$

$d=0$

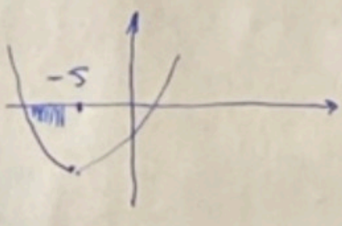
$\begin{cases} (a_1+6)(a_1+11) > (a_1+3)\cdot 7+20 \\ (a_1+8)(a_1+9) < (a_1+3)\cdot 7+44 \end{cases}$

$\begin{cases} a_1^2 + 17a_1 + 66 > 7a_1 + 41 \\ a_1^2 + 17a_1 + 72 < 7a_1 + 65 \end{cases}$

$\begin{cases} a_1^2 + 10a_1 + 25 > 0 \\ a_1^2 + 10a_1 + 7 < 0 \end{cases}$

$(a_1+5)^2 > 0$, $a_1 \neq -5$

$D = 100 - 28 = 72$



сфот.

21102213 (U376205 M1296467)

№1 $\begin{cases} a_7 \cdot a_{12} > S+20 \\ a_9 \cdot a_{10} < S+44 \end{cases}$ Черновик

$a_{12} = a_{10}+2d$

$a_9 = a_7+2d$

$\begin{cases} a_7(a_{10}+2d) > S+20 \\ (a_7+2d)\cdot a_{10} < S+44 \end{cases}$

$\begin{cases} -a_7 \cdot a_{10} + a_7 \cdot 2d < -S-20 \\ a_7 \cdot a_{10} + 2d \cdot a_{10} < S+44 \end{cases}$

$2d(a_{10}-a_7) < 24$

$d(a_{10}-a_7) < 24$

$2d \cdot 3d < 24$

$d^2 < 4 \Rightarrow -2 < d < 2$

По условию $d>0$ и $d \in \mathbb{Z} \Rightarrow d = 1$

Тогда $a_7 = a_1+6$, $a_{12} = a_1+11$, $a_9 = a_1+8$, $a_{10} = a_1+9$, $S = (a_1+3)\cdot 7$

Имеем: $\begin{cases} (a_1+6)(a_1+11) > (a_1+3)\cdot 7+20 \\ (a_1+8)(a_1+9) < (a_1+3\cdot 7)+44 \end{cases}$

$\begin{cases} a_1^2+17a_1+66 > 7a_1+41 \\ a_1^2+17a_1+72 < 7a_1+65 \end{cases}$

$\begin{cases} a_1^2+10a_1+25>0 \\ a_1^2+10a_1+7<0 \end{cases}$ – верно $\forall a \in \mathbb{R}$, $a=-5$, т.к. $a_1^2+10a_1+25 = (a_1+5)^2$

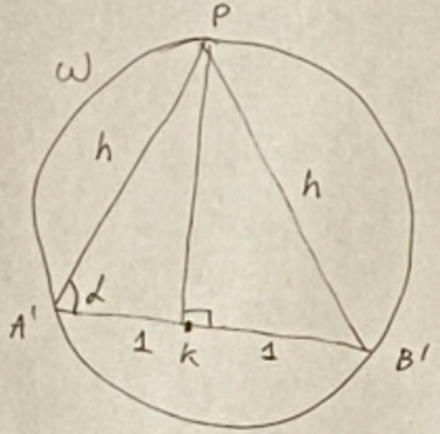
$a_1^2+10a_1+7=0$

$\Theta =$

Чистовик

Тогда $\triangle A'B'P$ – равнобедр ($A'P = B'P$) и вписан в ω.

Пусть $AH = h$, ~~тогда~~ K – сер $A'B'$. Тогда $PK \perp A'B'$



$A'K = KB' = 1$.

$\cos\alpha = \frac{1}{h} \Rightarrow \sin\alpha = \sqrt{1 - \frac{1}{h^2}} = \frac{\sqrt{h^2-1}}{h}$

По т. синусов.

$\frac{PB'}{2\sin\alpha} = R$, где R – радиус ω.

$R = \frac{h}{\frac{2\sqrt{h^2-1}}{h}} = \frac{h^2}{2\sqrt{h^2-1}}$

$R(h) = \frac{h^2}{2\sqrt{h^2-1}}$

$$R'(h) = \frac{2h \cdot 2\sqrt{h^2-1} - \frac{2h^2 \cdot 2h}{2\sqrt{h^2-1}}}{4(h^2-1)} = 0$$

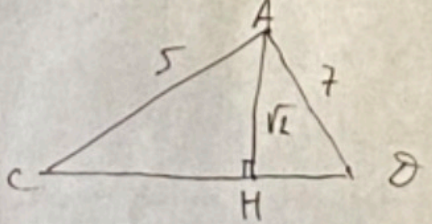
$$4\sqrt{h^2-1} - \frac{2h^2}{\sqrt{h^2-1}} = 0$$

$$4(h^2-1) - 2h^2 = 0$$

$$2h^2 - 4 = 0$$

$h = \sqrt{2}$. – т. минимума $R(h)$

Значит R будет миним. при $h = \sqrt{2}$. Тогда в $\triangle ACD$



По т. Пифагора:

1. $CH^2 = 25 - 2 = 23 \Rightarrow CH = \sqrt{23}$
2. $HD^2 = 49 - 2 = 47 \Rightarrow HD = \sqrt{47}$.

$CD = CH + HD = \sqrt{23} + \sqrt{47}$.

Ответ: $\sqrt{23} + \sqrt{47}$.

2

21102213 (U376205 M1296467)

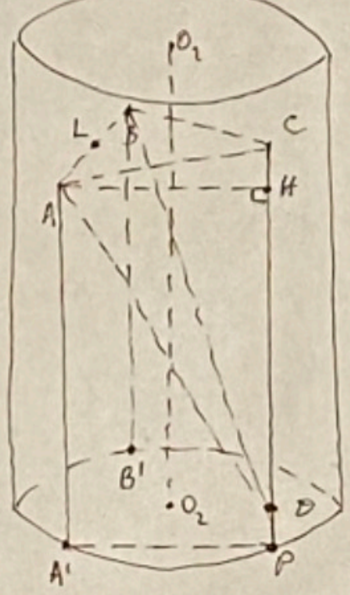
Чистовик

№2.

$AC = CB = 5$

$AD = DB = 7$

$AB = 2.$



Решение: Пусть O_1O_2 - ось цилиндра, L - сер. AB.

Тогда, т.к $\triangle ABC$ и $\triangle ADB$ - по усл. равнобедренные $\Rightarrow$ $DL \perp AB$, $LC \perp AB$. Значит, $AB \perp (DLC) \Rightarrow AB \perp CD$.

Пусть A' и B' - проекции точек A и B на пл-ть нижнего основания. Тогда $AA' \parallel O_1O_2$ и $BB' \parallel O_1O_2$, т.к все три эти прямые перпендикулярны ниж. основанию.

Тогда т.к A, B - принадлежат боковой поверх-ти. A' и B' - принадлежат окр-ти нижнего основания. $CD \parallel O_1O_2$ по условию, $AB \perp CD \Rightarrow AB \perp AA'$ и $AB \perp BB'$, т.к $AA' \parallel BB'$. $A'B' \perp AA'$ и $AA' \perp BB'$ т.к AA' - проекция $AB \Rightarrow ABB'A'$ - прямоугольник $\Rightarrow$ $A'B' = AB = 2$.

$\triangle ACD = \triangle BCD$ по трём сторонам $\Rightarrow$ высоты AH и BH этих $\triangle$-ков так же равны

Пусть $CD \cap \omega = P$, где ω - окр-ть ниж. основания. Тогда $CP \perp$ пл-ти ω, т.к $CD \parallel O_1O_2 \Rightarrow CP \perp A'P$.

$AH \perp CP$ как высота $\Rightarrow AHPA'$ - прямоуг. $(AH = A'P)$

Аналогично $B'BHP$ - прямоуг. $(BH = B'P)$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21102213**

ID профиля: **376205**

Вариант 18

Чистовик

№5 $\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)$, $\log_{6x-14}(x-1)^2$, $\log_{(x-1)}\left(\frac{x}{3}+3\right)$

О.Д.З

$$\begin{cases} \frac{x}{3}+3>0 \\ \frac{x}{3}+3\neq 1 \\ 6x-14>0 \\ 6x-14\neq 1 \\ x-1>0 \\ x-1\neq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>-9 \\ x\neq -6 \\ x>\frac{7}{3} \\ x\neq \frac{5}{2} \\ x>1 \\ x\neq 2 \end{cases} \Rightarrow x\in\left(\frac{7}{3};\frac{5}{2}\right)\cup\left(\frac{5}{2};+\infty\right)$$

Заметим, что $\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)\cdot\log_{6x-14}(x-1)^2\cdot\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right) =$

$= 2\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)\cdot 2\log_{6x-14}(x-1)\cdot\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right) =$

$= 4\log_{\frac{x}{3}+3}(x-1)\cdot\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right) = 4.$

Пусть эти логарифмы в некотором порядке равны a, b и c. Тогда $a\cdot b\cdot c=4$. Также, известно, что два из этих чисел равны, а третье на 1 меньше. Пусть $a=b$, $c=a-1$.

Тогда $abc=a^2(a-1)=4$.

$a^3-a^2-4=0$

Заметим, что $a^3-a^2-4=(a-2)(a^2+a+2)$

$(a-2)(a^2+a+2)=0$

$$\left[\begin{array}{l} a=2 \\ a^2+a+2=0 \end{array}\right.$$

$a^2+a+2=0$

$D=1-8<0 \Rightarrow$ корней нет.

Итак $a=b=2$, $c=a-1=1$. Значит, один из логарифмов равен 1, а остальные 2.

Рассм. 3 случая:

1

1) $\log_{(x-1)} \frac{x}{3}+3 = 1$ Чистовик

$x-1 = \frac{x}{3}+3$

$x-4 = \frac{x}{3}$

$3x-12 = x$

$2x=12, \quad x=6. > \frac{5}{2} \Rightarrow \in$ О.Д.З.

Если $x=6$, то $\log_{6x-14}(x-1)^2 = \log_{36-14}(6-1)^2 =$

$= \log_{22} 25 \neq 2$. Значит, этот случай не подходит

2) $\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14) = 1$

$\sqrt{\frac{x}{3}+3} = 6x-14$, на О.Д.З обе части неотрицательны

$\frac{x}{3}+3 = (6x-14)^2$

$x+9 = 3(6x-14)^2$

$x+9 = 3\cdot(36x^2 - 12\cdot 14x + 196)$

$3\cdot 36x^2 - 36\cdot 14x + 196\cdot 3 - x - 9 = 0.$

$3\cdot 36x^2 - (36\cdot 14-1)x + 196\cdot 3 - 9 = 0.$

$D = 409^2 - 4\cdot 108\cdot 579 < 0$ - Значит, этот сл. неподх.

3) $\log_{(6x-14)}(x-1)^2 = 1$

$6x-14 = (x-1)^2$

$x^2-2x+1 = 6x-14$

$x^2-8x+15=0$

$\left[\begin{array}{l} x_1 = 5 \\ x_2 = 3 \end{array}\right. \quad x_1, x_2 > \frac{5}{2} \Rightarrow \in$ О.Д.З.

Если $x=5$, то $\log_{(x-1)}\frac{x}{3}+3 = \log_4\left(\frac{4}{3}+3\right) \neq 2 \Rightarrow$

$x=5$ - не подходит.

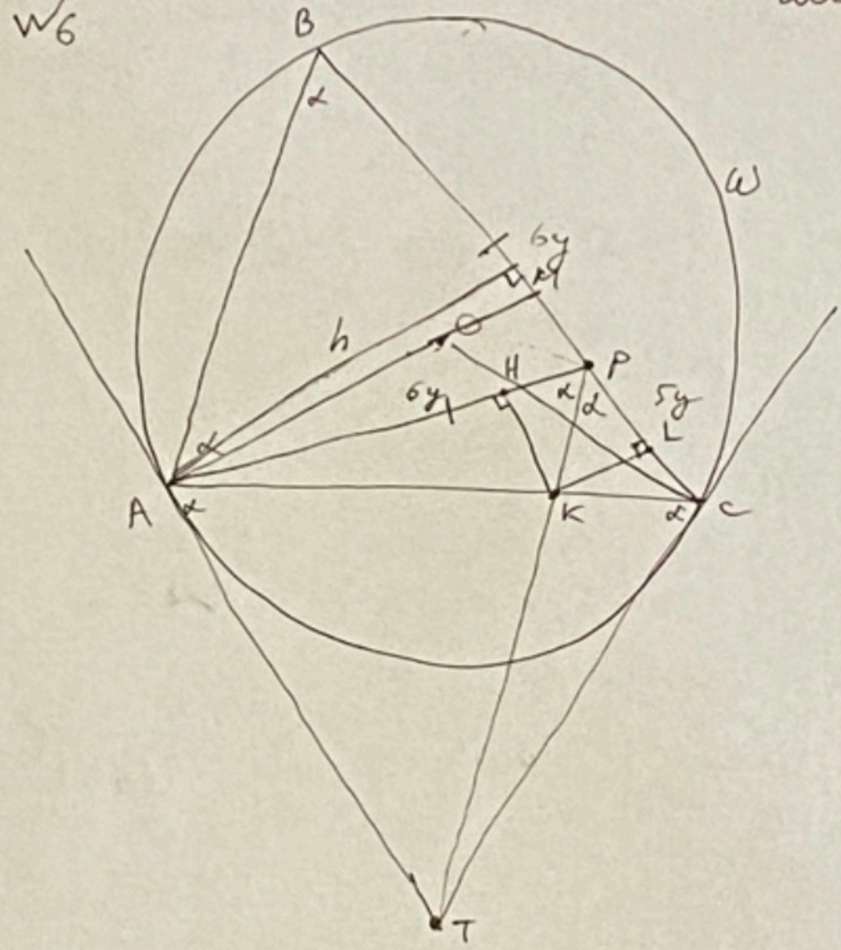
Если $x=3$, то $\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right) = \log_2 4 = 2$

$\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14) = \log_2 4 = 2$

Ответ: $x=3$

2

№6



Чистовик

а) Найти $S_{\triangle ABC}$

б) $\angle ABC = \operatorname{arctg} \frac{1}{2}$

~~AЯ-13~~ Найти: AC

Решение: Пусть Γ – окружность, проходящая через A, O, C. Пусть $\angle ABC = \alpha$. Тогда по теор. об угле между касательной и хордой $\angle TAC = \angle ACT = \alpha$.

$\angle AOC$ – центральный $\Rightarrow \angle AOC = 2\angle ABC = 2\alpha$.

$\angle ATC = 180 - 2\alpha \Rightarrow \angle AOC + \angle ATC = 180^\circ \Rightarrow AOCT$ – впис. четырёхуг. $A, O, C, P \in \Gamma \Rightarrow T \in \Gamma$. Тогда

$\angle TPC = \angle TAC = \alpha$, ~~как~~ $\angle APT = \angle ACT = \alpha$, как опирающ. на одну дугу. Тогда $\angle APC = \angle APT + \angle TPC = 2\alpha$

$\angle APC = \angle ABP + \angle BAP$ как внешний угол $\triangle ABP \Rightarrow$

$\angle BAP = \alpha \Rightarrow \triangle BAP$ – равнобедр. с осн $AB \Rightarrow BP = AP$

Пусть KH, KL – высоты $\triangle APK$ и $\triangle CPK$ соотв.

Тогда $\triangle KPH = \triangle KPL$ по гипотенузе и острому углу $\Rightarrow KH = KL$. $S_{\triangle APK} = \frac{1}{2} KH \cdot AP$, $S_{\triangle CPK} = \frac{1}{2} PC \cdot KL$

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{2} KH \cdot AP}{\frac{1}{2} PC \cdot KL} = \frac{AP}{PC} = \frac{S_{\triangle APK}}{S_{\triangle CPK}} = \frac{6}{5} \Rightarrow \frac{BP}{PC} = \frac{6}{5}, \text{ т. к.}$$

$AP = BP$

Пусть $BP = 6y$, $PC = 5y$ Чистовик

AM – высота $\triangle ABC$. Пусть $AM = h$

$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AM \cdot BC = \frac{1}{2} h \cdot 11y$

$S_{\triangle APC} = \frac{1}{2} AM \cdot PC = \frac{1}{2} h \cdot 5y = S_{\triangle APK} + S_{\triangle CPK} = 6+5=11$

$\Rightarrow hy = \frac{22}{5}$

$S_{ABC} = \frac{11}{2} \cdot hy = \frac{11}{2} \cdot \frac{22}{5} = \frac{121}{5}$ Ответ: $\frac{121}{5}$

б) $\angle BAP = \angle APT \Rightarrow AB \parallel PT$

$OA \perp AT$ как радиус $\Rightarrow OA \perp BC$. $\Rightarrow M \in OA$.

Тогда центр O – опис. окр-ти $\in$ высоте AM $\Rightarrow$

$\triangle ABC$ – равнобедр. $\Rightarrow AC = AB$.

$\frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin\alpha = S_{ABC} = \frac{121}{5}$

$\frac{1}{2} AB \cdot 11y \cdot \sin\alpha = \frac{121}{5}$

$\frac{AB \cdot y}{2} \cdot \sin\alpha = \frac{11}{5}$

$AB \cdot y \cdot \sin\alpha = \frac{22}{5}$

$tg\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$AB = \frac{22}{5y} \cdot \sqrt{5}$

4

№4 $\begin{cases} \text{НОД}(a,b,c) = 3\cdot 5 \\ \text{НОК}(a,b,c) = 3^{15}\cdot 5^{18} \end{cases}$

Шестовик

и $\text{НОД}(a,b,c) = 3\cdot 5$

Т.к $\text{НОК}(a,b,c) = 3^{15}\cdot 5^{18}$, то a,b,c имеют вид $3^x\cdot 5^y$, где $x,y \geq 1$, $x,y \leq 18$. Причём ~~обязательно в разложении какого-то из чисел должна быть 3^{18}~~

$a = 3^{x_1}\cdot 5^{y_1}$

$b = 3^{x_2}\cdot 5^{y_2}$ Причём обязательно хотя бы одно из чисел $y_1, y_2, y_3 = 18$ и хотя бы

$c = 3^{x_3}\cdot 5^{y_3}$ одно из чисел $y_1, y_2, y_3 = 1$

Также хотя бы одно из $x_1, x_2, x_3 = 15$ и хотя бы одно равно 1.

Найдём ~~Рассмотрим~~ количество всех троек чисел в разложении которых на простые есть только 3 и 5

Тогда числа $x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3$ выбираем 18 способами $\Rightarrow$ 18^6 вариантов

Найдём кол-во троек где среди x_1, x_2, x_3 нет 1 и 15 и y_1, y_2, y_3 нет 1 и 18. Тогда числа $x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3$ выбираем 16 способами $\Rightarrow$ 16^6 способов

Тогда $18^6 - 16^6$ - колво нужных нам троек.

Ответ: $18^6 - 16^6$.

5

21102213 (U376205 M1296468)

$\log_a^{\;m} b \cdot \log_b^{\;n} c = \log_a^{\;k} c$

$a^{mn} = b^n = c = a^k$ $\quad a^k = c$

$b^n = c$

$a^{m+k} = bc = a^m b^n$

$m \cdot n = k$

О.Д.З

$\frac{x}{3} + 3 > 0$

$\frac{x}{3} + 3 \neq 1$

$x-1 > 0$, $x-1 \neq 1$, $x-1 \neq 0$

$6x - 14 > 0$

$6x - 14 \neq 1$

$\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}} (6x-14)$, $\log_{6x-14} (x-1)^2$, $\log_{x-1} \left(\frac{x}{3}+3\right)$.

$2 \log_{\frac{x}{3}+3} (6x-14)$, $\quad 2 \log_{6x-14} (x-1)$, $\quad \log_{x-1} \left(\frac{x}{3}+3\right)$

$a \qquad b \qquad c$

$ab = \frac{4}{c}$ $\qquad \log_{\frac{x}{3}+3} (6x-14) \cdot \log_{x-1} \left(\frac{x}{3}+3\right) = \log_{x-1} (6x-14)$

$ac = \frac{1}{b}$ $\qquad = \frac{1}{\log_0}$

$bc = \frac{1}{a}$

$a = b$

$c = a - 1$

$abc = 4$.

$a = b$

$c = a - 1$

$a^2(a-1) = 4$

$a^3 - a^2 - 4 = 0$.

$\boxed{a = 2}$

$8 - 4 - 4 = 0$

$a^3 - a^2 - 4 \;|\; a - 2$

$-\; a^3 - 2a^2 \;|\; a^2 + a + 2$

$a^2 - 4$

$-\; a^2 - 2a$

$2a - 4$

$a^2 + a + 2 = 0$

$D = 1 - 8 < 0$.

$\log_{x-1} \left(\frac{x}{3}+3\right) = 1$.

$\frac{x}{3} + 3 = x - 1$

$\frac{x}{3} + 4 = x$

$x + 12 = 3x$

$2x = 12$

$\boxed{x = 6}$

21102213 (U376205 M1296468)

Черновик

(a, b, c)

$$\begin{cases} \text{НОД}(a,b,c) = 3\cdot 5 \\ \text{НОК}(a,b,c) = 3^{15}\cdot 5^{18} \end{cases}$$

$a = 3^x \cdot 5^y$

$b = 3^{15}\cdot 5^{18}$

$c = 3\cdot 5$

$a = 3 \cdot$ 18 сп.

$b =$

$a = 3^k \cdot 5^p$

$b = 3^l \cdot 5^m$

$c = 3^x \cdot 5^y$

$k, l, x = 15$

$p, m, y = 18$

$a = 3^{15}\cdot 5$

$b = 3^{[illegible]}\cdot 5^{18}$

$c = 3^3 \cdot 5^3$

$a = 3^{\square}\cdot 5^{\square} = 18^2$ сп.

$b = 3^{\square}\cdot 5^{\square} = 18^2$ сп

$c = 3^{\square}\cdot 5^{\square} = 18^2$ сп.

18^6 сп. $- 16^6$ сп.

$(18^3 - 16^3)(18^3 + 16^3)$

$17\cdot 18 +$

1, 2,2

Черновик

$\log_{(x-1)}\left(\frac{x}{3}+3\right)=1$

$\frac{x}{3}+3=x-1$

$\frac{x}{3}+4=x$

$x+12=3x$

$\boxed{x=6}$

$6x-14 = 36-14=22$

$\frac{x}{3}+3=\frac{6}{3}+3=5$

$x-1=5$

$2\log_{\frac{6}{3}+3}(6\cdot6-14) = 2\log_6(36-14)=2\log_6 22$

$2\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)=1$

$\sqrt{\frac{x}{3}+3}=6x-14$, $x=3$

$\frac{x}{3}+3=(6x-14)^2$

$x+9=3(6x-14)^2$

$x+9=3\cdot36x^2-12\cdot14x+196$

О.Д.З

$$\begin{cases} \frac{x}{3}+3>0, & x>-9 + \\ \frac{x}{3}+3\neq1, & x\neq-6 + \\ 6x-14>0, & \boxed{x>\frac{14}{6}=\frac{7}{3}} \\ 6x-14\neq1, & x\neq\frac{15}{6}=\frac{5}{2} \\ x-1\neq0, & x\neq1 + \\ x-1>0 & \\ x-1\neq1, & x\neq2 + \end{cases}$$

$x>\frac{7}{3}=2\frac{1}{3}$

$x\in\left(\frac{7}{3};\frac{5}{2}\right)\cup\left(\frac{5}{2};+\infty\right)$

$3\cdot36x^2-(12\cdot14-1)x+187=0$

$D=167^2-12\cdot36\cdot187<0$

$6x-14=(x-1)^2$

$6x-14=x^2-2x+1$

$x^2-8x+15=0$

$\boxed{\begin{matrix}x_1=5\\x_2=3\end{matrix}}$

$\log_{5-1}\left(\frac{5}{3}+3\right)=2$

$\log_2 4=2$

$2\log_4 4=2$

$3(196-3)$