Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21101923**

ID профиля: **276425**

Вариант 18

Чистовик задачи 1.

$a_7 = a_1 + 6d$

$a_{12} = a_1 + 11d$

$\begin{cases}(a_1+6d)(a_1+11d) > S+20 \\ (a_1+8d)(a_1+9d) < S+44\end{cases}$

$\begin{cases}a_1^2 + 11a_1d + 6a_1d + 66d^2 > S+20 \\ a_1^2 + 9a_1d + 8a_1d + 72d^2 < S+44\end{cases}$

$S = \frac{a_1+a_7}{2}\cdot 7 = \frac{a_1+a_1+6d}{2}\cdot 7 = (a_1+3d)\cdot 7$

$\begin{cases}a_1^2 + 17a_1d + 66d^2 > 7a_1 + 21d + 20 \\ a_1^2 + 17a_1d + 71d^2 < 7a_1 + 21d + 44\end{cases}$

$7a_1 + 21d + 20 < a_1^2 + 17a_1d + 66d^2 < 7a_1 + 21d + 44 - 6d^2$

$6d^2 < 44 - 20$

$6d^2 < 24$

$d^2 < 4$

$d < 2$

$d = 1$

$\begin{cases}a_1^2 + 17a_1 + 66 > 7a_1 + 21 + 20 \\ a_1^2 + 17a_1 + 72 < 7a_1 + 21 + 44\end{cases}$

$a_1^2 + 10a_1 + 25 > 0$ $\quad (a_1+5) >$

$a_1^2 + 10a_1 + 7 < 0$

$D = 25 - 7 = 18$

$\frac{-5 \pm 3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow a_1 = -6; -7; -8; -9$

ответ.

Лист 2.

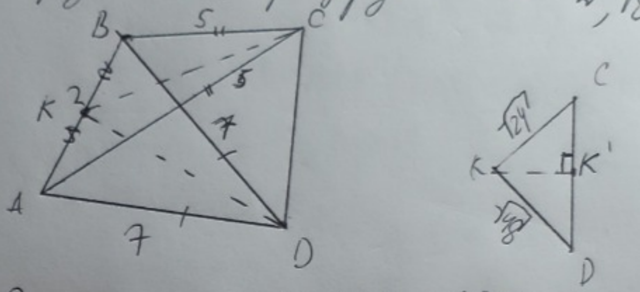
Чистовик задачи 2.

Математика 11кл.

$AB = 2$
$AC = CB = 5$
$AD = DB = 7$

Т.к. $BC = AC$, $BD = AD \Rightarrow AB \perp CD$

K - середина AB, спроецируем K на CD, получим K'.



Радиус как минимум 1 (когда AB-диаметр).

K - середина AB (симметрия, треугольник равнобедренный)

CK и $DK \perp AB$

KK' - радиус цилиндра

$KK' = 1 \Rightarrow CK' = \sqrt{23}$; $K'D = \sqrt{47}$

Ответ: $CD = \sqrt{23} + \sqrt{47}$

Математишки

Чистовик задачи 3.

Построим плоскость с осями a, b. Тогда задача сводится к поиску области, ограниченной центрами окружностей, задевающих выделенную область.

1) $4a-2b\leq 5 \Rightarrow$

$a^2+b^2=4a-2b$

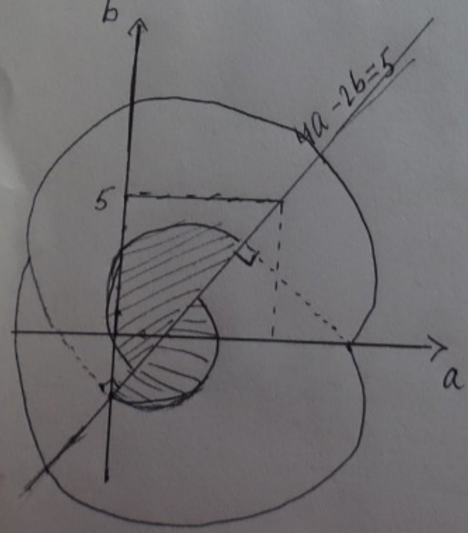
$(a^2-4a+4)+(b^2-2b+1)=5$

$(a-2)^2+(b-1)^2\leq \sqrt{5}^2$

2) $4a-2b>5$

$a^2+b^2\leq 5$

$(a-x)^2+(b-y)^2\leq 5$



Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21101923**

ID профиля: **276425**

Вариант 18

~~Чистовик~~ черновик задачи 4.

I $\quad 3 \overset{a}{|} 5 \quad\quad 3^{15} \overset{b}{/} 5^{18} \quad\quad 3^x / 5^y$

$x \in [2;14]; y \in [2;17]$.

$(3!)^2 \cdot 13 \cdot 16$

II $\quad 3 \,|\, 5 \quad\quad 3^{15} / 5^{18} \quad\quad 3 \,|\, 5^{y}$

$\frac{(3!)^2 \cdot 16}{2}$ и аналогично $\frac{(3!)^2 \cdot 16}{2}$

III $\quad \frac{(3!)^2 \cdot 13}{2}$

$(3!)^2 (13 \cdot 16 + 16 + 13 + 1)$

$(3!)^2\, 17 \cdot 14 = 8568$

Ответ: 8568

Чистовик задачи 4 Математика 11 кл.

Каждое число представимо в виде произведения степеней 3-ки и 5-ки.
Обязательно должны быть среди множителей (в сумме) $3; 5; 3^{15}; 5^{18}$. И ещё два множителя. Будем использовать перестановки, учитывая повторы.

I $3 \overset{a}{|} 5$ $\quad 3^{15} \overset{b}{|} \cancel{1}5^{18}$ $\quad 3^x | 5^y$

$x \in [2; 14]; y \in [2; 17]$

$(3!)^2 \cdot 13 \cdot 16$

II $3 | 5$ $\quad 3^{15} | 5^{18}$ $\quad 3 | 5^y$

$\frac{(3!)^2 \cdot 16}{2}$

III $\frac{(3!)^2 \cdot 13}{2}$

$(3!)^2 (13 \cdot 16 + 16 + 13 + 1)$

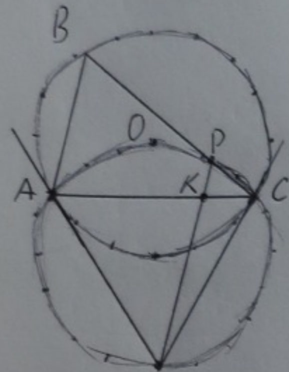
$(3!)^2 \cdot 17 \cdot 14 = 8568$

Ответ: 8568.

21101923 (U276425 M1302799)

Математика 11 кл.

Числовая задача 6



а) 1) $APCT$ – впис

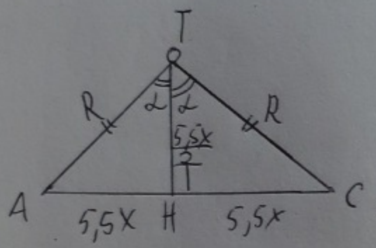
$$\left[\begin{array}{l} TAC = \alpha \\ \angle AOC = \angle A\cancel{B}PC = 2\alpha \\ \angle ATC = 180 - 2\alpha \end{array}\right.$$

2) $BP = AP$ $(BAP = ABP = \alpha)$

3) PT – биссектриса $\angle APC$

4) $AK : KC = 6 : 5 = AP : PC$

5) $S_{APC} = 11$, $\dfrac{S_{APB}}{S_{APC}} = \dfrac{6}{5} \Rightarrow S_{APB} = \dfrac{66}{5}$



$ctg\,\alpha = 0,5$

6) $S_{ABC} = S_{APC} + S_{APB} =$

$= 11 + \dfrac{66}{5} = 24,2$

б) $ctg\,\alpha = 0,5 = \dfrac{OH}{HC}$

$R(x) = \sqrt{(5,5x)^2 + \left(\dfrac{5,5x}{2}\right)^2}$

$\dfrac{1}{\sin^2\alpha} = 1 + ctg^2\alpha$

$ctg\,\alpha = \dfrac{1}{2}$, $\sin\alpha = \sqrt{\dfrac{4}{5}}$

по теореме синусов для треугольника $ABC \Rightarrow$

$\Rightarrow \dfrac{AC}{\sin\alpha} = 2R$

$\dfrac{11x}{\sqrt{\frac{4}{5}}} = 2R$ $\qquad AC = 4R\sqrt{\frac{1}{5}}$

Ответ: $S_{ABC} = 24,2$; $AC = 4R\sqrt{\frac{1}{5}}$