Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21100996**

ID профиля: **850845**

Вариант 18

Задача 1.

Чистовик

$\sum_{i=1}^{7} a_i = S$. Разность прогрессии $= k$, $a_i = a_1 + (i-1)k$.

$S = \sum_{i=1}^{7} a_i = 7a_1 + \sum_{i=0}^{6} i \cdot k = 7a_1 + \frac{6 \cdot 7}{2} k = 7a_1 + 21k$

$\begin{cases} a_7 \cdot a_{12} > S+20 \\ a_9 a_{10} < S+44 \end{cases}$

Т.к прогрессия возрастающая $\Rightarrow k > 0$.

Члены прогрессии целые $\Rightarrow k$-целое.

(т.к k-разность двух членов прогрессии: $a_i - a_{i-1} = k$
целое-целое=цел)

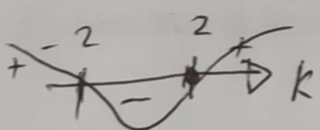
$\begin{cases} (a_1+6k)(a_1+11k) > S+20 \\ (a_1+8k)(a_1+9k) < S+44 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} a_1^2 + 17ka_1 + 66k^2 > S+20 \\ a_1^2 + 17ka_1 + 72k^2 < S+44 \end{cases}$

$\begin{cases} -a_1^2 - 17a_1k - 66k^2 < -S-20 \\ a_1^2 + 17ka_1 + 72k^2 < S+44 \end{cases}$ +

$6k^2 < 24$

$k^2 - 4 < 0$



$(k-2)(k+2) < 0$

$\Rightarrow k \in (-2; 2)$, но $k > 0$ и k-целое $\Rightarrow$

$k = 1$ - единственное решение.

$a_1^2 + 17ka_1 + 66k^2 > S+20$ Подставим $\begin{cases} k = 1 \\ S = 7a_1 + 21k \end{cases}$

$a_1^2 + 17a_1 + 66 > 7a_1 + 21 + 20$

$a_1^2 + 10a_1 + 25 > 0$

$(a_1+5)^2 > 0 \Rightarrow a_1 \neq -5$

(т.к $d^2 > 0$ всегда, кроме $d = 0$)

$a_1^2 + 17ka_1 + 72k^2 < S + 44$ $\begin{cases} S = 7a_1 + 21k \\ k = 1 \end{cases}$

$\boxed{\text{Чистовик}}$

$a_1^2 + 17a_1 + 72 < 7a_1 + 21 + 44$

$a_1^2 + 10a_1 + 7 < 0$

$a_1 = \frac{-10 \pm \sqrt{100-28}}{2} = \frac{-10 \pm \sqrt{72}}{2} = \frac{-10 \pm 6\sqrt{2}}{2} = -5 \pm 3\sqrt{2}$

Т.к это парабола ветвями вверх $+ \smile +$, то
$-$

$a_1 \in (-5-3\sqrt{2}; -5+3\sqrt{2})$ Но $a_1 \neq -5$.

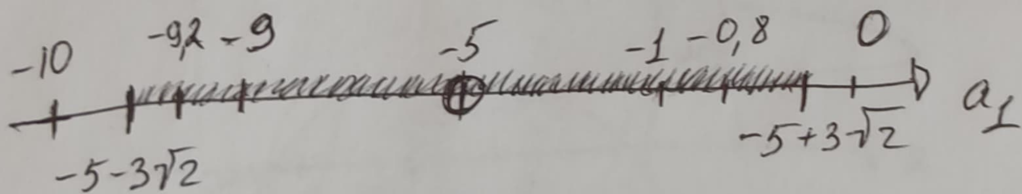
$\Rightarrow a_1 \in (-5-3\sqrt{2}; -5) \cup (-5; -5+3\sqrt{2})$

~~Ответ~~ $a_1 \in (-5-3\sqrt{2}; -5) \cup (-5; -5+3\sqrt{2})$

Но a_1 - целое $-5-3\sqrt{2} \approx -5-3\cdot1,4 = -9,2$

$-5+3\sqrt{2} \approx -5+3\cdot1,4 = -0,8$.

$\Rightarrow a_1 \in [-9; -5) \cup (-5; -1]$



$\Rightarrow a_1 = -9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1$

Ответ: $a_1 = -9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1$.

Чистовик

Задача 3

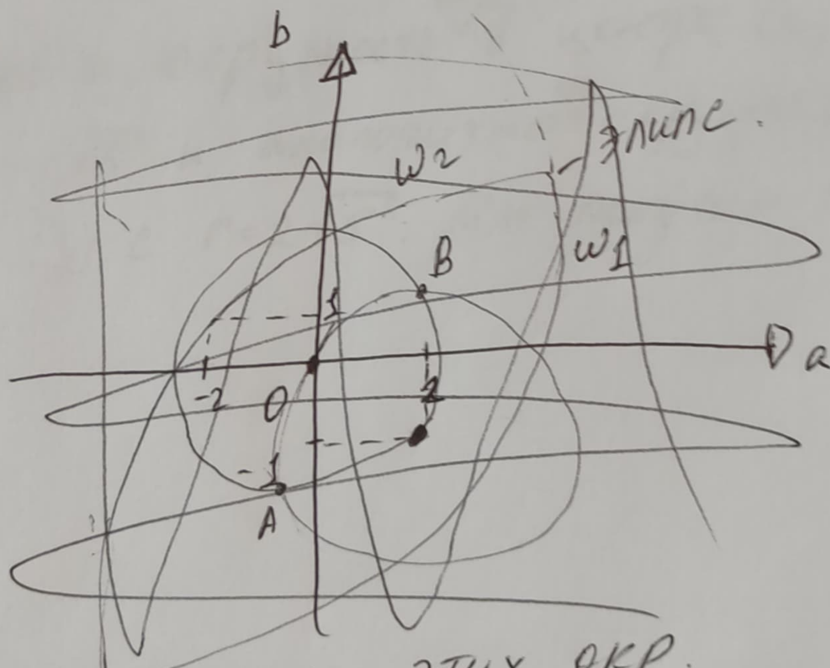
$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 5 \\ a^2+b^2 \le \min(4a-2b, 5) \end{cases}$$

Решим второе нер-во.

$$a^2+b^2 \le \min(4a-2b, 5) \Rightarrow \begin{cases} a^2+b^2 \le 4a-2b \\ a^2+b^2 \le 5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} a^2-4a+4+b^2+2b+1-5 \le 0 \\ a^2+b^2 \le 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a-2)^2+(b+1)^2 \le 5 \\ a^2+b^2 \le 5 \end{cases}$$

Нас интересует пересеч. двух окр. с центрами $(0;0)$ и $r \le \sqrt{5}$ и центром $(2;-1)$ и $r \le \sqrt{5}$



Найдем пересеч этих окр.

$$a^2+b^2=(a-2)^2+(b+1)^2$$

$$\cancel{a^2}+\cancel{b^2}=\cancel{a^2}-4a+4+\cancel{b^2}+2b+1$$

$$b=\frac{4a-5}{2}$$

Чистовик

$a^2+b^2=5$

$a^2+\left(\frac{4a-5}{2}\right)^2=5$

$a^2+\frac{16a^2-40a+25}{4}=5$

$20a^2-40a+25=20$

$20a^2-40a+5=0$

$4a^2-8a+1=0$

$a=\frac{8\pm\sqrt{64-16}}{8}=\frac{8\pm\sqrt{48}}{8}=\frac{4\pm\sqrt{12}}{4}=\frac{2\pm\sqrt{3}}{2}$

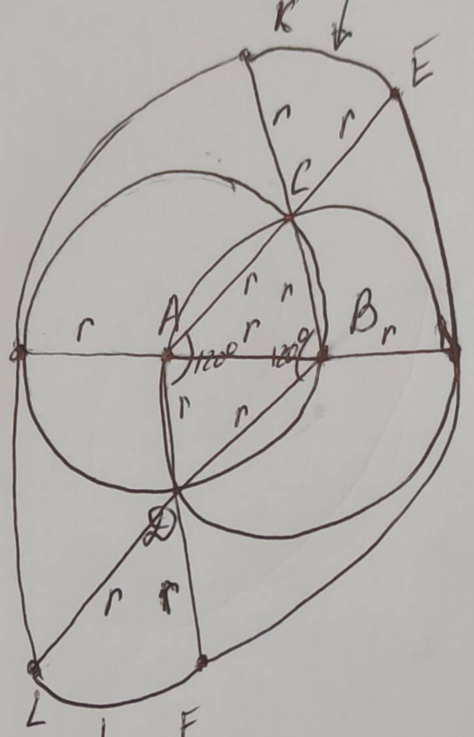
$\Rightarrow b=\frac{4a-5}{2}=\frac{4\pm2\sqrt{3}-5}{2}=\frac{-1\pm2\sqrt{3}}{2}$

Построим окружность ω_1 в центре $(0;0)$ но с $r=2\sqrt{5}$ и аналогично ω_2 окружность в центре $(2;-1)$ с $r=2\sqrt{5}$. Мы получим элипс

Чистовик

дуга окр в центре C
с радиусом r

это фигура М



дуга окр в центре D
радусом r.

$\begin{cases} \Delta ABC \text{ - равносторон} \\ \Delta ADB \text{ - равносторон.} \end{cases}$ => Все углы в Δ-ах = 60°

S_M = : 1) $S_{\text{двух}}$ секторов круга с $\angle 120^\circ$ и $r = 2\sqrt{5}$

(AEF-сектор и сектор BKL)

2) $- S_{\Delta ABC} - S_{\Delta ABD}$, которые были посчитаны дважды в 1).

3) 2 сектора 60°. $\cancel{\sqrt{3}}\sqrt{5}$

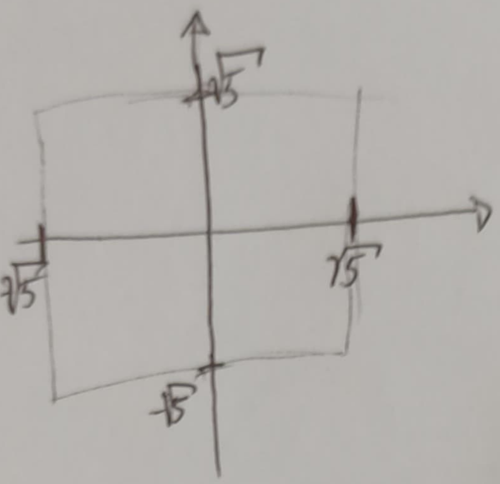
Стр 5

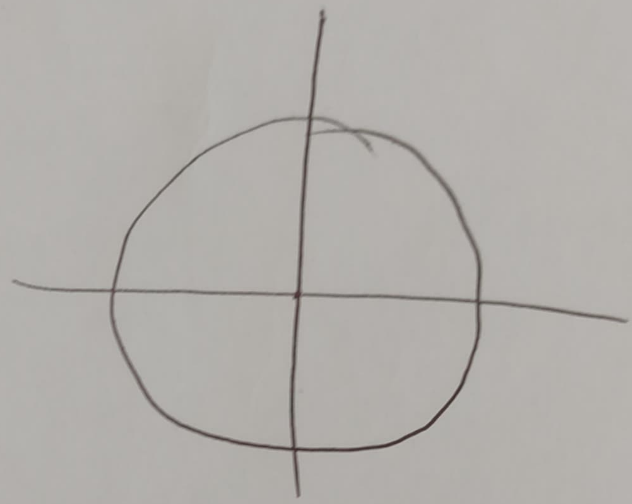
чистовик

$$S_м = \frac{2}{3}\pi \cdot 20 + \frac{2}{6}\pi \cdot 5 - \frac{5\sqrt{3}}{2} = \cancel{\frac{162}{6}\pi - \frac{5}{2}}.$$

$$= \frac{90}{6}\pi - \frac{5\sqrt{3}}{2} = 15\pi - \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

черновик

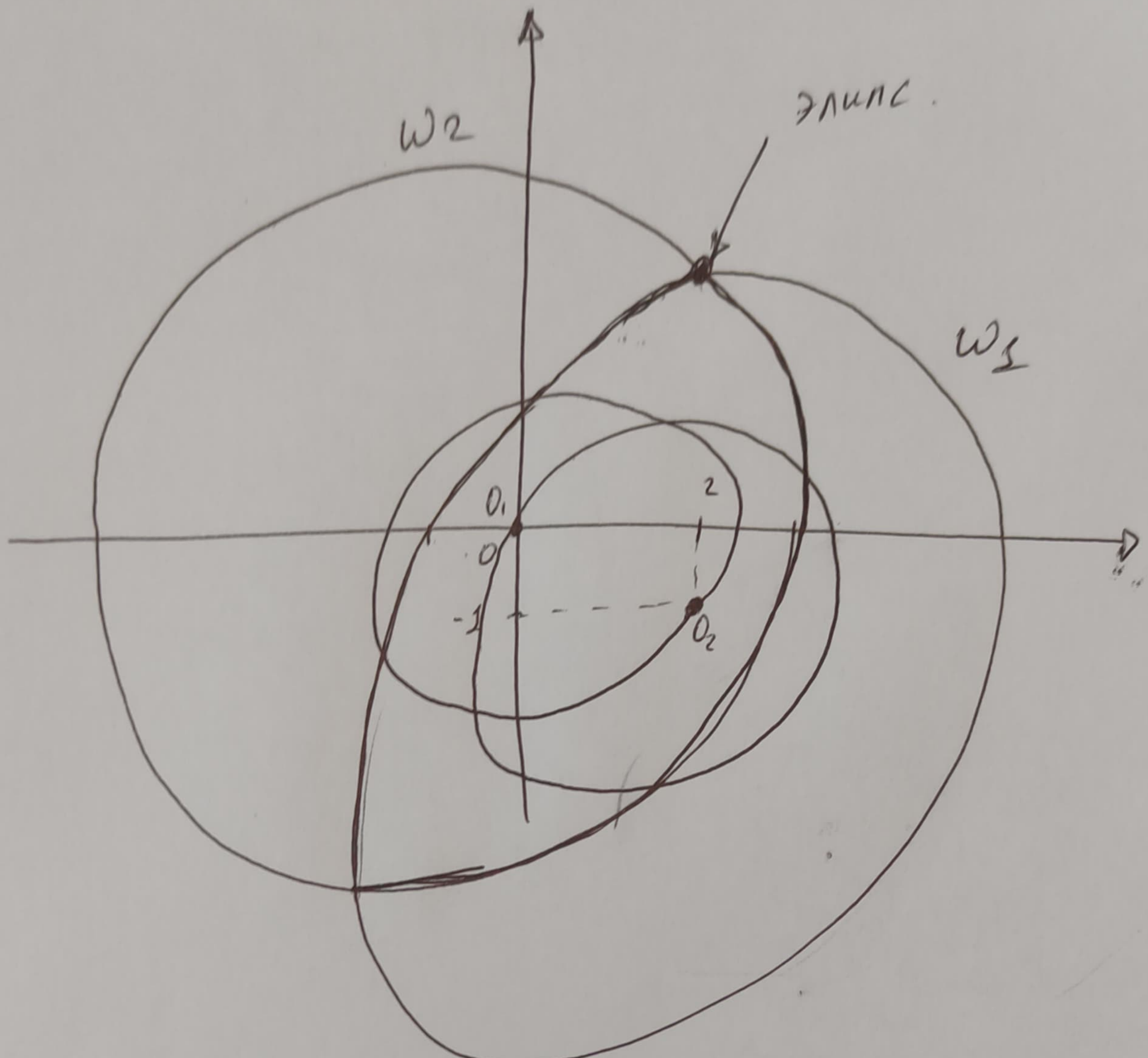




54-6 = 48

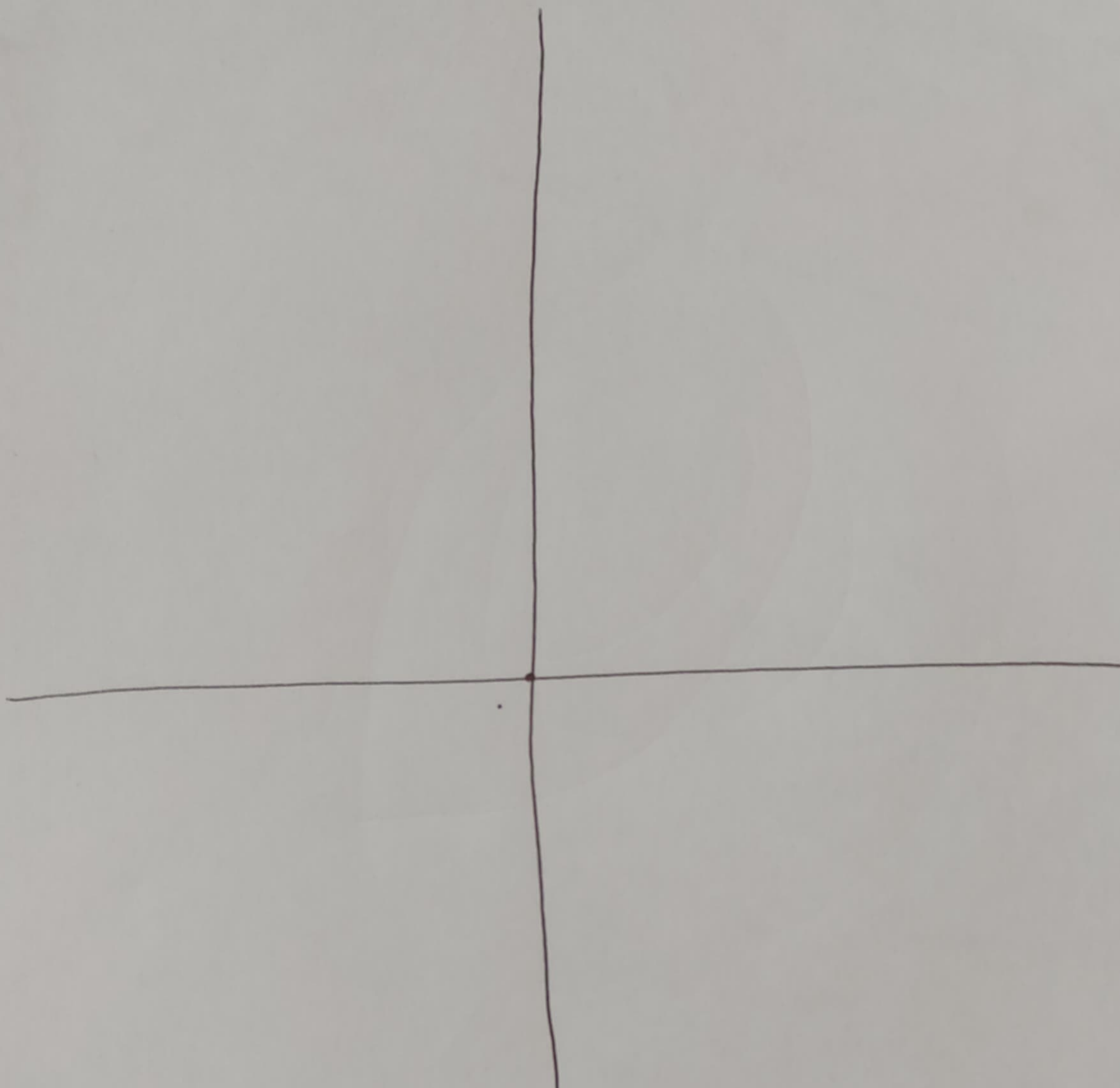
участки

черновик



Стр 2

черновик



~~Чистовик~~

черновик

Подставим b

$a^2+b^2=5$

$a^2+\left(\frac{4a-5}{2}\right)^2=5$

$a^2+\frac{16a^2-40a+25}{4}=5 \mid \cdot 4$

$20a^2-40a+25=20$

$20a^2-40a+5=0 \mid :5$

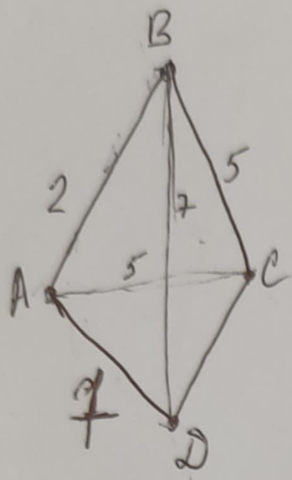
$4a^2-8a+1=0$

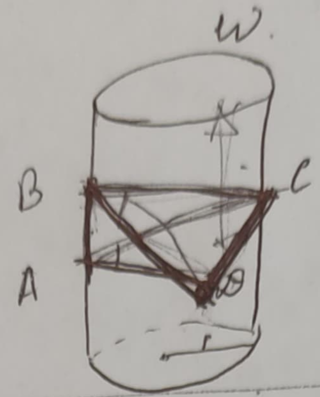
$a=\frac{-8\pm\sqrt{16-16}}{8}=\frac{1}{2} \Rightarrow b=\frac{4a-5}{2}=$

$=\frac{2-5}{2}=-1,5 \Rightarrow$

$(a;b)=\left(\frac{1}{2};-1,5\right)$

черновик





r - min

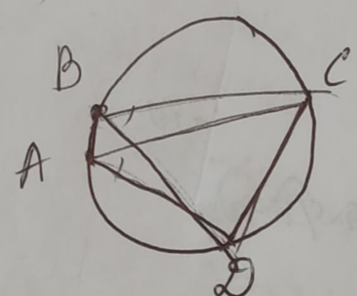
CD = ?

$D = 10^2 - 4 \cdot 9 = 64.$

$a_1 = \frac{-10 \pm 8}{2} = -9; -1.$

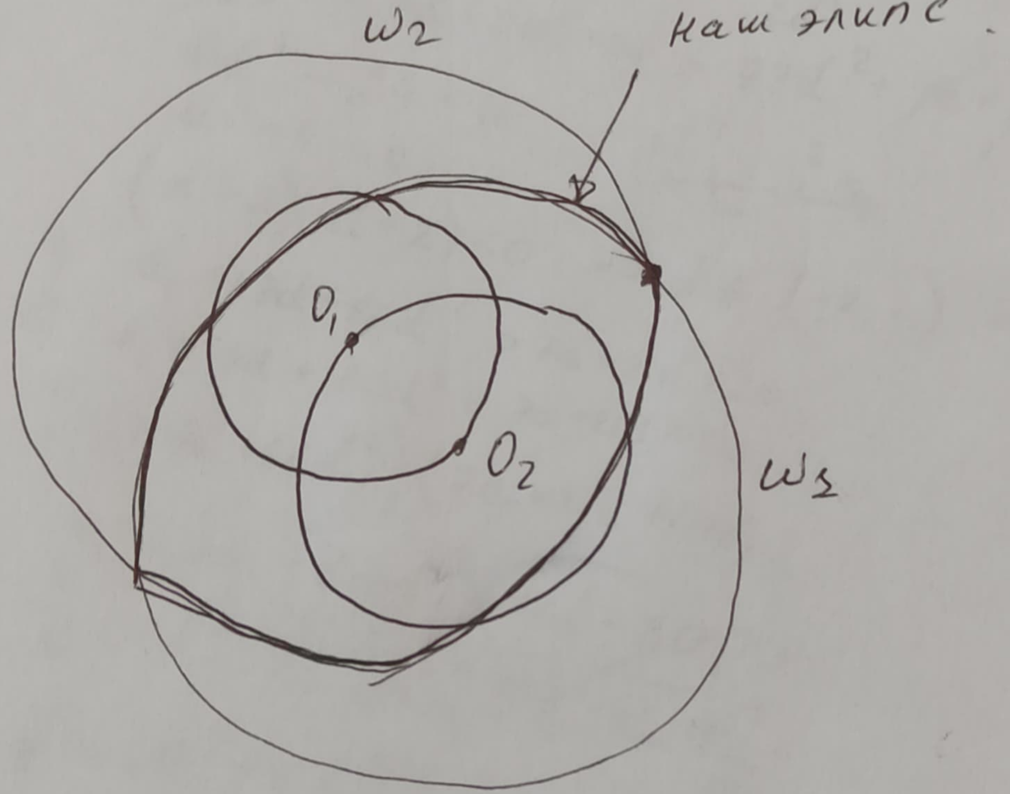
$a_1 \in (-9; -1)$

CD ∥ осн. ω



πr^2

черновик



$S = \overset{1}{a_1}\ \overset{2}{a_2}\ \overset{3}{a_3}\ \overset{4}{a_4}\ \overset{5}{a_5}\ \overset{6}{a_6}\ a_7$ $\uparrow$ ap.

$a_7 a_{12} > S + 20$ $a_1 = ?$

$a_9 a_{10} < S + 44$

$S = 7a_1 + 21d.$

$(a_1 + 6d)(a_1 + 11d) = a_1^2 + 17d + 66d^2 > 7a + 21d + 20$

$(a_1 + 8d)(a_1 + 9d) = a_1^2 + 17d + 72d^2 < 7a + 21d + 44.$

$6d^2$

$66d^2 + \cancel{7a} + \cancel{21d} + 44 > 72d^2 + \cancel{7a} + \cancel{21d} + 20.$

$6d^2 - 24 < 0$

$d^2 - 4 < 0.$

$+ \quad -2 \quad - \quad 2 \quad +$

$(d-2)(d+2) < 0 \Rightarrow d \in (-2; 2) \Leftrightarrow d \in (0; 2)$

1) $a_1 + 17d + 66d^2 > 7a + 21d + 20$

2) $a_1 + 17d + 72d^2 < 7a + 21d + 44.$

$(a_1 + 17d + 66d^2)(7a + 21d + 44)$

$\cancel{a_1^2 - 7a + 66d^2 - 4d - 20 > 0.}$

$\cancel{a = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 4(66d^2 - 4d - 20)}}{}}$

$D = 10^2 - 4 \cdot 23 = 8.$ $D =$

$a_1 =$ $(x - a)^2.$

$72 - 65 = 7$

$72 - 21 =$

$72 = 8 \cdot 9.$ $= 51 - 44$

$7.$

$a_1 = \frac{-10 \pm 2\sqrt{2}}{2} =$

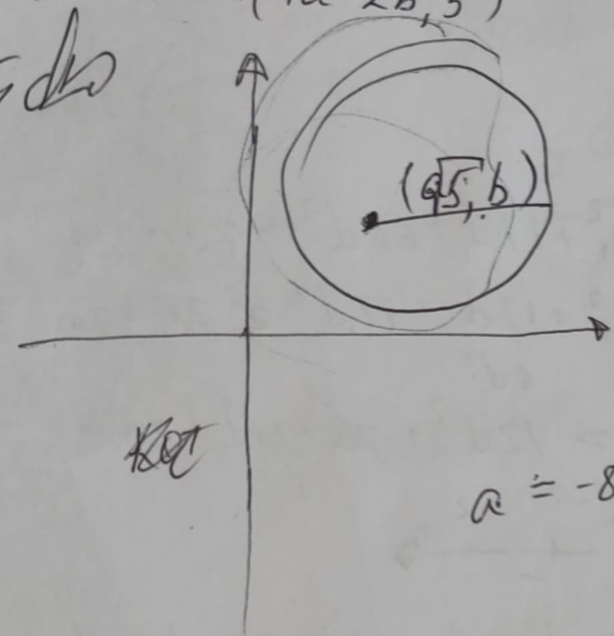
$= -5 \pm \sqrt{2}$

$(x-a)^2+(y-b)^2 \le 5$

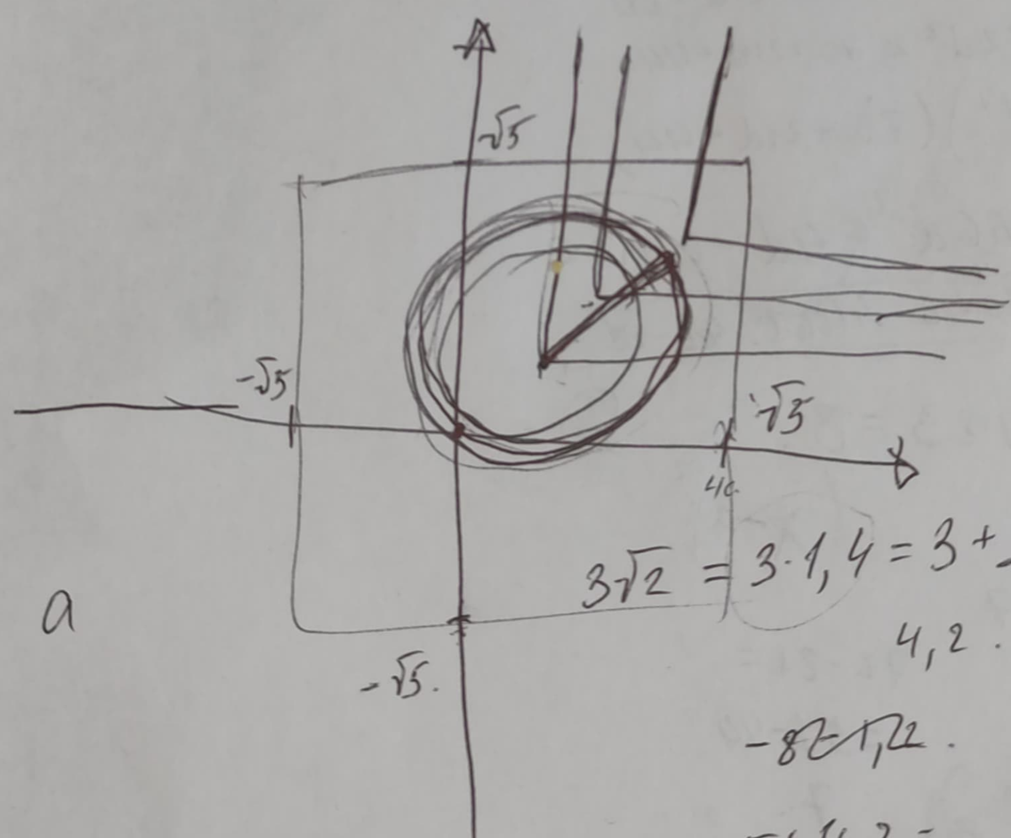
$SM = ?$

$a^2+b^2 \le \min(4a-2b, 5)$

$4a-2b.$



$a = -8 \quad -7; \; -3 \; ; -2$



a

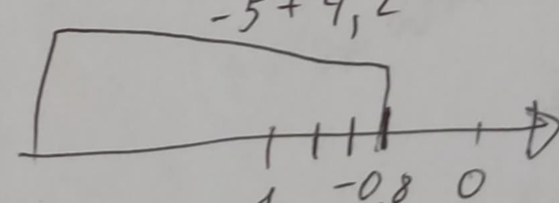
$3\sqrt{2} = 3 \cdot 1,4 = 3 + 1,2 =$

$4,2.$

$4,2.$

$-8 \ge 1,22.$

$-5 + 4,2 -$



черновик

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21100996**

ID профиля: **850845**

Вариант 18

Вариант 18 | Чистовик

Задача 4.

НОД$(a, b, c) = 15$ Значит каждое из чисел $\vdots 15$ и проведем замену $d = \frac{a}{15}$, $e = \frac{b}{15}$, $f = \frac{c}{15}$

НОД $(a, b, c) =$ НОД $(15d, 15e, 15f) = 15$ НОД$(d, e, f) = 15$ (по усл)

Значит НОД$(d, e, f) = 1$

Аналогично НОК$(d, e, f) = \frac{\text{НОК}(a, b, c)}{15} = 3^{14} \cdot 5^{17}$

Поскольку d, e, f взаимнопросты, то среди них существует как минимум одно число, которое не делится на 3 (если все числа $\vdots 3$, то НОД > 1) и как минимум одно число, которое не делится на 5 (если все числа $\vdots 5$, то НОД > 1)

Рассмотрим варианты.

I) одно число $\not\vdots\, 3$ и одно число $\not\vdots\, 5$

II) 2 числа $\not\vdots\, 3$ и ровно 1 число $\not\vdots\, 5$

III) ровно одно число $\not\vdots\, 3$ и 2 числа $\not\vdots\, 5$

IV) 2 числа $\not\vdots\, 3$ и 2 числа $\not\vdots\, 5$.

Рассмотрим I. тремя способами можно выбрать 1 число из d, e, f, которое $\not\vdots\, 3$. ~~Двумя способами можно выбрать из оставшихся чисел число, которое $\not\vdots\, 5$. На этом шаге мы не можем выбрать то же число, которое $\vdots 3$, т.к. тогда каждое из оставшихся двух по условию варианта~~

и одним из трех способов число $\not\vdots\, 5$. Среди

~~Оставшихся. Одно из чи~~ | Чистовик |

Двумя способами можно выбрать число, которое $\vdots 3^{14}$, а степень послед числа любая от 1 до 14. Убирая двойной счет варианта 3^{14} и 3^{14}. Всего 27 способов расположить степени тройки $(2\cdot14-1)$.

Аналогично 33 способа расположить степени пятерки $(2\cdot17-1)$

Итого вариантов // $3(2\cdot14-1)3(2\cdot17-1)$ ~~$= 27\cdot33\cdot 89\cdot 1$~~

II) Тремя способами можно выбрать единственное число $\vdots 3$. и степень должна быть 3^{14}. Тремя способами выбираем число $\vdots 5$ и 33 способа расположить степень пятерки. Итого: $3\cdot3\cdot33 = 27\cdot11$

III) Аналогично II число способов $= 3\cdot3\cdot27$

IV) Тремя способами выбираем 3^{14} и 3 способами выбираем куда поставить 5^{17}. Итого: $3\cdot3 = 9$ способов.

Варианты I-IV не пересекающиеся и исчерпывающие. Поэтому кол-во способов надо просто сложить.

$3\cdot27\cdot3\cdot33 + 3\cdot3\cdot33 + 3\cdot3\cdot27 + 9 =$

$= 9(27\cdot33 + 33 + 27 + 1) = 9(28\cdot33 + 28) =$

$= 9(28\cdot34) = 9\cdot952 = \boxed{8568}$

Ответ: 8568

чистовик

Задача 5

Пусть
$$\begin{cases} \frac{x}{3}+3=a \\ 6x-14=b \\ x-1=c \end{cases}$$

Тогда
$$\begin{cases} \log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)=\frac{1}{2}\log_a b \\ \log_{6x-14}(x-1)^2=2\log_b c \\ \log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)=\log_c a \end{cases}$$

Перемножим все логорифмы друг на друга

$$\frac{1}{2}\log_a b\cdot 2\log_b c\cdot\log_c a=\log_a(b)\cdot\frac{1}{\log_c b}\cdot\log_c a=$$

$$=\log_a(b)\cdot\log_b(a)=1 \quad (\text{т.к } \frac{1}{\log_a b}=\log_b a)$$

=> т.к мы знаем, что 2 из выражений равны друг другу, а другое на 1 меньше, то получаем что 2 выражения равны 2, а третей равно 1.

$f\cdot f(f-1)=4 \Rightarrow$

$f^2(f-1)-4=(f-2)(f^2+f+2)=0$

$\Rightarrow f=2$ - единств. реш, т.к f^2+f+2 не имеет реш.

I) Пусть $\log_{6x-14}(x-1)^2=1$, а остальные два логарифма равны 2.

$\Rightarrow 6x-14=(x-1)^2$

$x^2-2x+1+14-6x=0$

$x^2-8x+15=0$

$(x-3)(x-5)=0 \Rightarrow x=3$ или $x=5$.

Подставим в 2 других логорифма x_1 и x_2

$\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14) = \log_{\sqrt{\frac{5}{3}+3}}(16) = \frac{1}{2}\log_{\frac{14}{3}} 16 = 2$

$\boxed{\text{Чистовик}}$

$\log_{\frac{14}{3}} 16 = 4$

$\left(\frac{14}{3}\right)^4 \neq 16 \Rightarrow x=5$ не подходит.

$\underline{x=3}$

$\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14) = \log_2(4) = 2 \rightarrow$ верно

$\log_{(x-1)}\left(\frac{x}{3}+3\right) = \log_2(4) = 2 \rightarrow$ верно

$\Rightarrow x=3$ - решение.

II) Пусть $\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14) = 1$. Тогда $\log_{6x-14}(x-1)^2 = 2$

$\cancel{\sqrt{\frac{x}{3}+3} = (6x-14)}$

$\cancel{\frac{x+9}{3} = 36x^2 - 168x + 196 \neq 0}$

$:5$

$\cancel{108x^2 \ldots}$ [illegible]

$(6x-14)^2 = (x-1)^2$

$\begin{cases} 6x-14 = x-1 \\ 6x-14 = 1-x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x = 13 \\ 7x = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{13}{5} \\ x = \frac{15}{7} \end{cases}$

$\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right) = \log_{\frac{8}{5}}\left(\frac{13}{15}+3\right) \neq 2$

$\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right) = \log_{\frac{8}{7}}\left(\frac{8}{21}+3\right) \neq 2$

$\Rightarrow$ не подходит.

III) Пусть $\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)=1$ — Чистовик

$$x-1=\frac{x}{3}+3=\frac{x+9}{3}$$

$$3x-3=x+9$$

$$2x=12$$

$$x=6.$$

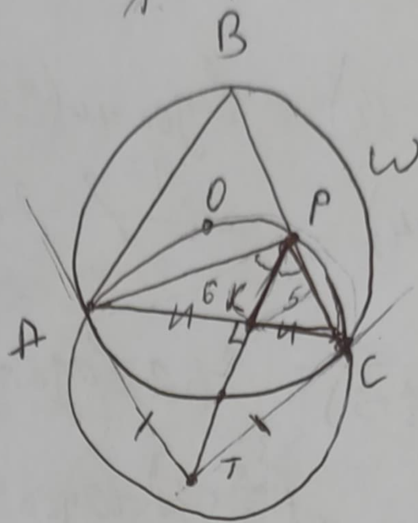
$$\log_{6x-14}(x-1)^2=2$$

$\log_{22}(25)\neq 2$ => не подходит

=> Существует единственное решение при $x=3$.

Ответ: $\boxed{x=3}$

черновик



$S_{APK} = 6$

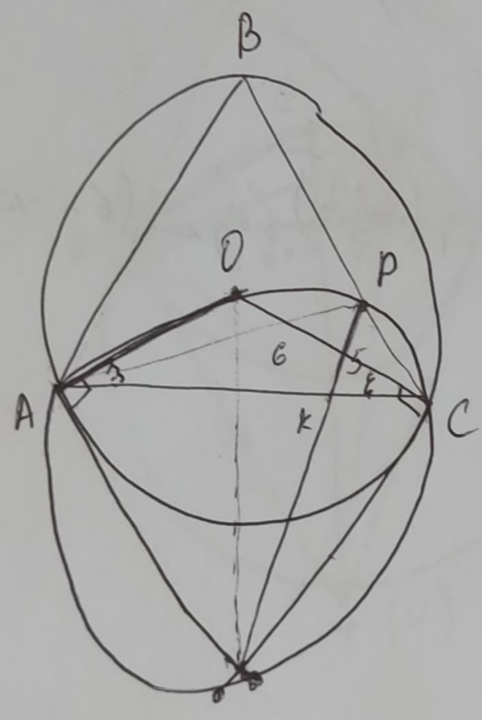
$S_{CPK} = 5$

$S_{ABC} = ?$

$AC = ?$ $\angle ABC = \alpha$

$AB = BP \cdot PC$

$\underline{KC} = AK$



$\underline{BP \cdot PC = AB^2}$

$S = \cancel{\frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin\alpha} =$

$= \frac{1}{2} BC \cdot AC \cdot \sin\alpha$

$\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)$ $\log_{6x-14}(x-1)^2$ $\log_{x-1}(\frac{x}{3}+3)$

$\boxed{\text{черновик}}$

$\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14) = \log_{6x-14}(x-1)^2$

$\frac{1}{2}\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14) = 2\log_{6x-14}(x-1)$

$\frac{1}{2}\frac{1}{\log_{6x-14}(\frac{x}{3}+3)} = 2\log_{6x-14}(x-1)$

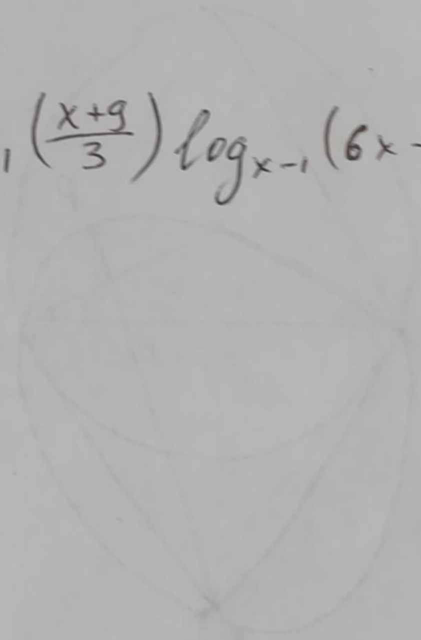
$\frac{1}{4} = \log_{6x-14}(\frac{x}{3}+3)\log_{6x-14}(x-1)$

$2\log_{6x-14}(x-1) = \log_{x-1}(\frac{x+9}{3})$

$2\frac{1}{\log_{x-1}(6x-14)} = \log_{x-1}(\frac{x+9}{3})$

$\cancel{2\log_{x-1}(\frac{x+9}{3}) = 1}$

$\cancel{2 = \log}$ $2 = \log_{x-1}(\frac{x+9}{3})\log_{x-1}(6x-14)$



$\log_2 x = 3 \quad x = 2^3 = 2^6.$

черновик

$\log_2 x^2 = b \quad x^2 = 2^b. \quad b = 6.$

$\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14) = \log_{6x-14}(x-1)^2 = \log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)+1.$

$\frac{1}{2}\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14) = 2\log_{6x-14}(x-1)$

$\frac{1}{\log_{6x-14}\left(\frac{x}{3}+3\right)} = \log_{6x-14}(x-1)^4.$

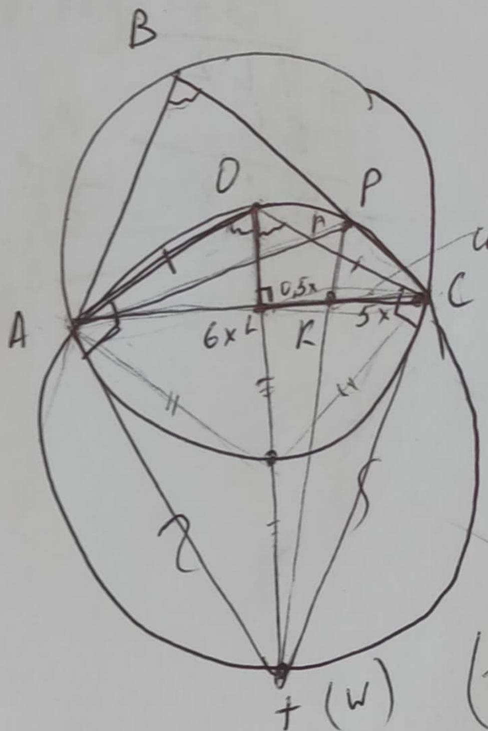
$1 = \log_{6x-14}\left(\frac{x}{3}+3\right)\log_{6x-14}(x-1)^4 \Rightarrow$

$x=3$

$\log$

$\log_2(4) \quad \log_2(4)$

$\log_2(1)$



$11x = 5{,}5$

$\angle ABC = \operatorname{arctg}\frac{1}{2}$

$AC = ?$

$\frac{AC}{\sin(\operatorname{arctg}\frac{1}{2})} = 2r.$

$\left(\frac{AC}{2}\right)^2 + OL^2 = r^2$

$\cos(\operatorname{arctg}\frac{1}{2}) = \frac{AC}{2r}$

$\sin(\operatorname{arctg}\frac{1}{2}) = \frac{AC}{2r}$

$\cancel{\cos(\operatorname{arctg}\frac{1}{2}) = \frac{\sin(\operatorname{arctg}(\frac{1}{2}))}{2r}}$

$\operatorname{tg}(\operatorname{arctg}\frac{1}{2}) = 2. \Rightarrow \varnothing$

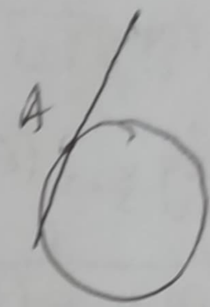
1

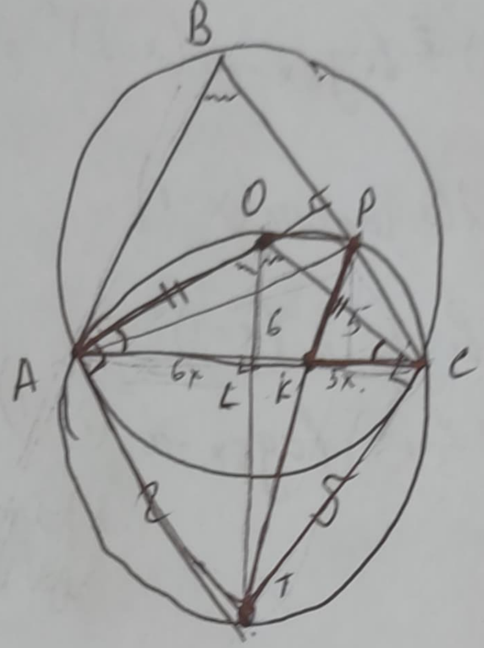
(Черновик)

$$\begin{array}{r} 27 \\ \times\ 33 \\ \hline 81 \\ +\ 81 \\ \hline 891 \end{array}$$

~~$AB^2 = BP \cdot BC$~~

A





$KC^2 = OL \cdot LT$

$\Rightarrow \dfrac{AK}{KC} = \dfrac{6}{5}.$

$$\begin{array}{r} 28 \\ \times\ 34 \\ \hline 112 \\ +\ 84 \\ \hline 952. \end{array}$$

$\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)$

$\log_c a + 1 = 2\log_b c$

$\log_c a + \log_c c = 2\frac{1}{\log_c b}$

$\log_c(ac) = 2\frac{1}{\log_b c}$

~~$\frac{1}{2}\log$~~ $\frac{1}{2}\log_c(ac) = \frac{1}{\log_c b}$

$\frac{1}{2}\log_c(ac)\cdot\log_c b = 1$

$\log_c(ac)\log_c b = 2$

черновик

$\log_c a + 1 = \frac{1}{2}\log_a b$

$\log_c(ac) = \frac{1}{2}\log_a b$

$\log_c^2(ac)\cdot\log_c b = \log_a b$

$\log_c^2(ac) = \frac{\log_a b}{\log_c b} = \log_a c$

$\log_c a + 1 = 2\log_b c$

$\log_a b\cdot\log_b c\cdot\log_c a =$

$\log_c b\cdot\log_b c = 1.$

$(\log_c a + 1)^2 = \log_a c$

$\log_c^2 a + 2\log_c a + 1 = \log_a c.$

2.

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 12 \\ \hline 28 \\ +14 \\ \hline 168 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 14 \\ \times 14 \\ \hline 56 \\ +14 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 3 \\ \hline 108 \end{array}$$

ср 5

$\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)=\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)$ Черновик

$\cancel{\frac{1}{2}\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)}=\frac{1}{\log_{\frac{x}{3}+3}(x-1)}$ $x-1\neq 0$

$x\neq 1.$

$\cancel{\frac{1}{2}\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)}\log_{\frac{x}{3}+}$

$\sqrt{\frac{x}{3}+3}>0 \quad \neq 1 \quad \cancel{\frac{(x+9)^2}{9}} \quad \frac{x+9}{3}\neq 1$

$\boxed{x\neq -6}$

$\frac{x}{3}+3>0$ $x\neq -6;\ x>-9.,\ x\neq\frac{5}{3},\ x>\frac{7}{3}$

$x+9>0$

$\boxed{x>-9}$ $x\neq 1$ $x>1.$

$6x-14>0 \quad 6x-14\neq 1 \quad x-1>0.$ $-6 \quad \frac{5}{3} \quad \frac{7}{3}$

$6x>14 \quad 6x\neq 15 \quad x>1$

$x>\frac{7}{3} \quad x\neq\frac{5}{3}$

$\frac{1}{2}\log_a b;\ 2\log_b c;\ \log_c a$

$\frac{1}{2}\log_a b = 2\frac{1}{\log_c b}$ $\frac{1}{2}\log_a b=2\log_b c$

$\frac{1}{4}\log_a b=$ $\frac{1}{2\log_b a}=2\log_b c.$

$1=4\log_b c\cdot\log_b a.$

$\log_c a$

стр 6

$\left(\frac{AC}{2}\right) + x^2 = r^2$

$4r^2 \sin^2(\alpha) + r^2 = x^2$

$x^2 = r^2(4\sin^2 - 1)$

$\sin\left(\sin\left(\frac{1}{2}\right)\right)$ $\boxed{\text{черновик}}$

$2r = \frac{AC}{\sin\alpha}$

$2R = \frac{AC}{\sin 2\alpha} = \frac{AC}{2\sin\alpha \cdot \cos\alpha}$

$\frac{R}{r} = \frac{\cancel{AC}}{2\cancel{\sin}\cdot\cos} \cdot \frac{\sin}{\cancel{AC}} = \frac{1}{2\cos\alpha}$

$R = \frac{r}{2\cos\alpha}$