Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21100978**

ID профиля: **134663**

Вариант 18

№ 1. Чистовик

1) $\exists$ a - первый член прогрессии

d - разность

Тогда сумма первых семи равна:

$$S = \frac{a+a+6d}{2}\cdot 7 = \frac{2a+6d}{2}\cdot 7 = 7a+21d;$$

2) Рассмотрим неравенства:

$$\begin{cases}(a+6d)(a+11d) > S+20\\(8d+a)(a+9d) < S+44\end{cases}\quad\begin{cases}a^2+17ad+66d^2 > S+20\\a^2+17ad+72d^2 < S+44\end{cases}$$

$$\begin{cases}S < a^2+17ad+66d^2-20\\S > a^2+17ad+72d^2-44\end{cases} \Rightarrow a^2+17ad+66d^2-20 > a^2+17ad+72d^2-44$$

$$24 > 6d^2$$

$$4 > d^2$$

$$-2 < d < 2$$

3) Поскольку это прогрессия, состоящая из целых чисел, то $d = \{-1, 0, 1\}$.

а) $d=-1$

$S = 7a-21$

$$\begin{cases}a^2-17a+66 > 7a-21+20\\a^2-17a+72 < 7a-21+44\end{cases}\quad\begin{cases}a^2-24a+67 > 0\\a^2-24a+49 < 0\end{cases}$$

$\frac{D}{4} = 144-67 = 77$ $\qquad$ $\frac{D}{4} = 144-49 = 95$

$$\begin{cases}\left[\begin{array}{l}a > 12+\sqrt{77}\\a < 12-\sqrt{77}\end{array}\right.\\12-\sqrt{95} < a < 12+\sqrt{95}\\a\in\mathbb{Z}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l}12-\sqrt{95} < a < 12-\sqrt{77}\\12+\sqrt{77} < a < 12+\sqrt{95}\end{array}\right.\\a\in\mathbb{Z}\end{cases}$$

$12-\sqrt{77} < 12-\sqrt{64} = 4$ $\qquad$ $12+\sqrt{77} < 12+\sqrt{81} = 21$

$12-\sqrt{77} > 12-\sqrt{81} = 3$ $\qquad$ $12+\sqrt{77} < 12+\sqrt{64} = 20$

$12-\sqrt{95} < 12-\sqrt{81} = 3$ $\qquad$ $12+\sqrt{95} < 12+\sqrt{100} = 22$

$12-\sqrt{95} > 12-\sqrt{100} = 2$ $\qquad$ $12+\sqrt{95} > 12+\sqrt{81} = 21$

$$\Rightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l}2 < a < 4\\20 < a < 22\end{array}\right.\\a\in\mathbb{Z}\end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l}a = 3\\a = 21.\end{array}$$

~~Ответ: 3, 21.~~

2) $d=0$ Чистовик Продолжение №1

$S=7a$

$$\begin{cases} a^2 > 7a+20 \\ a^2 < 7a+44 \end{cases} \quad \begin{cases} a^2 - 7a - 20 > 0 \\ a^2 - 7a - 44 < 0 \end{cases}$$

$a^2-7a-44=0$

$\left[\begin{array}{l} a=11 \\ a=-4 \end{array}\right. \Rightarrow a^2-7a-44<0$

$\begin{cases} -4<a<11 \\ a \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow a=\{-3; \cancel{-2}; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}.$

$9+21-20>0$
$4+14-20<0$
$1+7-20<0$
$-20<0$
$1-7-20<0$
$4-14-20<0$
$9-21-20<0$
$16-28-20<0$
$25-35-20<0$
$36-42-20<0$
$49-49-20<0$
$64-56-20<0$
$81-63-20<0$
$100-70-20>0$

Подставим в первое нер-во и проверим:
Только при $a=-3$, $a=10$ - ~~подходят~~ нер-во верно.

3) $d=1$

$S=7a+21$

$$\begin{cases} a^2+17a+66 > 7a+21+20 \\ a^2+17a+72 < 7a+21+44 \end{cases} \quad \begin{cases} a^2+10a+25>0 \\ a^2+10a+7<0 \end{cases} \quad \begin{cases} (a+5)^2>0 \\ a^2+10a+7<0 \end{cases} \quad \begin{cases} a \neq -5 \\ -5-3\sqrt{2}<a<-5+3\sqrt{2} \end{cases}$$

$a^2+10a+7=0$

$\frac{D}{4}=25-7=18=(3\sqrt{2})^2$

$\left[\begin{array}{l} a=-5+3\sqrt{2} \\ a=-5-3\sqrt{2} \end{array}\right.$

$-5+3\sqrt{2}<-5+\sqrt{25}=0$

$-5-\sqrt{18}>-5-\sqrt{25}=-10$

С учетом того, что $a \in \mathbb{Z}$ можно записать следующее

$\begin{cases} a \neq -5 \\ -10<a<0 \end{cases} \Rightarrow a=-9, -8, -7, -6, -4, -3, -2, -1, \cancel{0}.$

4) С учетом того, что прогрессия возрастающая, то остается случай при $d=1$, т.е. $a=\{-9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1\}$

Ответ: $-9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1$.

$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 5 \\ a^2+b^2 \le \min(4a-2b, 5). \end{cases}$$

1) Заметим, что первое неравенство задаёт круг, с центром в т. (a, b) и $R=\sqrt{5}$;

2) Поработаем со вторым неравенством.

$$\left[\begin{array}{l} a^2+b^2 \le 5, \quad 4a-2b \ge 5 \quad (1) \\ a^2+b^2 \le 4a-2b, \quad 4a-2b \le 5 \quad (2) \end{array}\right.$$

(1) - ~~цент~~ круг с центром в т. $(0,0)$ и $r=\sqrt{5}$;

(2) = $a^2-4a+4+b^2+2b+1 \le 4+1$

$(a-2)^2+(b+1)^2 \le 5$ - круг с центром в т. $(+2; -1)$ и $r=\sqrt{5}$.

Найдем точки пересечения прямой $4a-2b=5$ с окр-ми ~~(1) и (2)~~

$a^2+b^2=5$ и $(a-2)^2+(b+1)^2=5$

$$\begin{cases} b=2a-2{,}5 \\ a^2+b^2=5 \\ (a-2)^2+(b+1)^2=5 \end{cases}$$

а) $(a-2)^2+(2a-2{,}5+1)^2=5$

$5a^2-10a+\frac{25}{4}=5$

$20a^2-40a+5=0$

$4a^2-8a+1=0$

$\frac{D}{4}=16-4=12=(2\sqrt{3})^2$

$$\left[\begin{array}{l} a=\frac{4+2\sqrt{3}}{4} \\ a=\frac{4-2\sqrt{3}}{4} \end{array}\right. \left[\begin{array}{l} a=\frac{2+\sqrt{3}}{2} \\ a=\frac{2-\sqrt{3}}{2} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} b=\frac{-\sqrt{3}-1}{2} \\ b=\frac{\sqrt{3}+1}{2} \end{array}\right.$$

б) $a^2+(2a-2{,}5)^2=5$

$5a^2-10a+\frac{25}{4}=5$

$20a^2-40a+5=0$

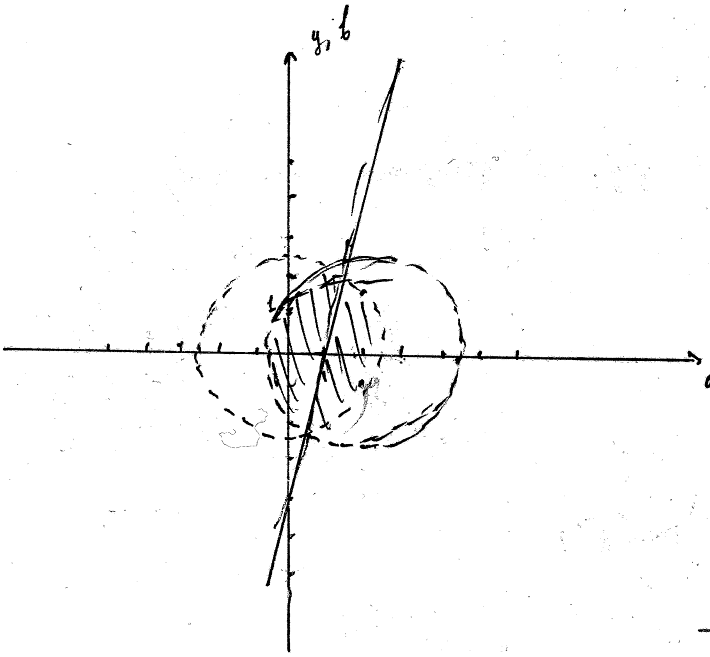
$4a^2-8a+1=0$

$$\left[\begin{array}{l} a=\frac{2+\sqrt{3}}{2} \\ a=\frac{2-\sqrt{3}}{2} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} b=\frac{-\sqrt{3}-1}{2} \\ b=\frac{\sqrt{3}-1}{2} \end{array}\right.$$

в) из а и б следует, что точки пересечения прямой с окр-ми совпадают. ⇒

⇒ прямая проходит через т. пер. ок-тей

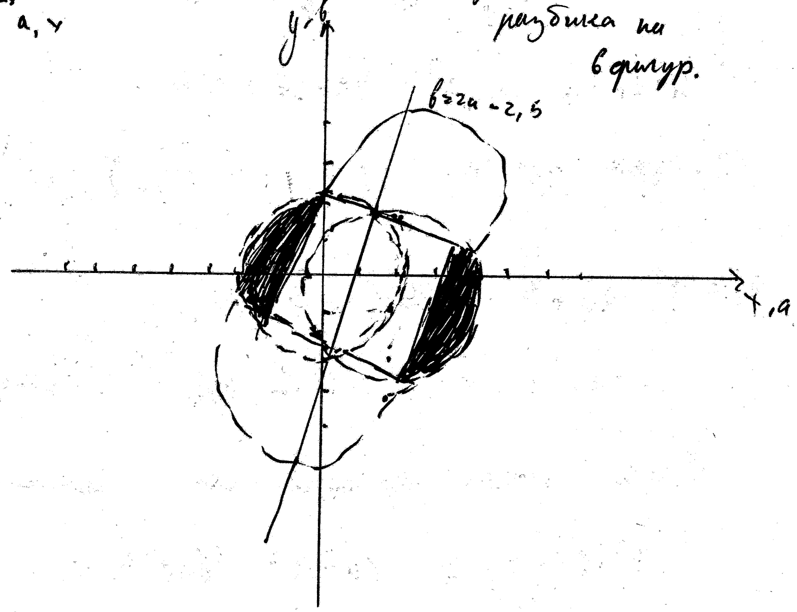
Продолжение №3 Чистовик



С учетом условий

$$\left[\begin{array}{l} 4a-2b>5 \Leftrightarrow b<2a-2,5 \\ 4a-2b\le 5 \Leftrightarrow b\ge 2a-2,5 \end{array}\right.$$

Получим рисунок 2., штриховка доп. части. разбивка на 6 фигур.



1) Заметим, что крайние точки задаются полуокружностями в т. пересеч. и дугами окр-тей, являющимися решениями перенесенными на ~~корень~~ $\sqrt5$ от них.

2) а) Найдем площадь, она равна сумме двух полукругов $r=\sqrt5$

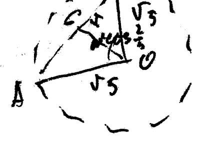
$2\pi(\sqrt5)^2=10\pi$;

б) Двух прямоугольников, одна из сторон которого радиус, а другая - расстояние между т. пересеч. окружностей

$$\rho\left(\left(\frac{2+\sqrt3}{2},\ \frac{-\sqrt3-1}{2}\right);\left(\frac{2-\sqrt3}{2},\ \frac{\sqrt3-1}{2}\right)\right)=\sqrt{\left(\frac{2+\sqrt3}{2}-\frac{2-\sqrt3}{2}\right)^2+\left(\frac{-\sqrt3-1}{2}-\frac{\sqrt3-1}{2}\right)^2}=$$

$$=\sqrt{3+3}=\sqrt6;\ \Rightarrow\ S=2\cdot\sqrt5\cdot\sqrt6=2\sqrt{30}$$

в) И кусочков круга, сумма площадей которых равны площади фигуры, которая огр-ся значениями a и b



S такой фигуры равна $S_{сек}-S_{тр\text{-}ка}$, как пок. на рисунке.

A и B - точки пересечения окр-тей

∃ O – центр такой окр-ти. тогда по Th косинусов. ∠AOB

$$6 = 5 + 5 - 2 \cdot (\sqrt{5})^2 \cdot \cos AOB$$

$$\cos AOB = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \Rightarrow AOB = \arccos\frac{2}{5}$$

$$S_{сект} = \frac{\pi \cdot (\sqrt{5})^2 \cdot \arccos\frac{2}{5}}{2\pi} = \frac{5}{2}\arccos\frac{2}{5}.$$

в тр-ке AOB опустим высоту OH и найдем её

по Th Пифагора $OH^2 + \left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^2 = \sqrt{5}^2$

$$OH^2 + \frac{6}{4} = 5$$

$$OH^2 = \frac{14}{4}$$

$$OH = \frac{\sqrt{14}}{2},$$

$$S_{AOB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{14}}{2} \cdot \sqrt{6} = \frac{\sqrt{21}}{2}$$

$$S_{сег} = 2\left(\frac{5}{2}\arccos\frac{2}{5} - \frac{\sqrt{21}}{2}\right) = 5\arccos\frac{2}{5} - \sqrt{21};$$

$$S_{общ} = 10\pi + 2\sqrt{30} + 5\arccos\frac{2}{5} - \sqrt{21}$$

Ответ: $10\pi + 2\sqrt{30} + 5\arccos\frac{2}{5} - \sqrt{21}$;

$2\cdot 77 = 7\cdot 11\cdot 2$

№1

Черновик.

$a_7\cdot a_{12} > S+20$

Кор.

$a_7 + a_6 + \ldots + a_1 = S$

$a_8\cdot a_{10} < S+44, \quad a_1 - ?$

$154 : 2 = 77$

$x^2-24x+67=0$

$\frac{D}{4} = 144-67=77$

$\left[\begin{array}{l} x = 12-\sqrt{77} \\ x = 12+\sqrt{77} \end{array}\right.$

$\frac{a_7+a_1}{2d}\cdot 7 + 20 < a_7\cdot a_{12}$

$66\cdot 4 = 264$

$\frac{a_7+a_1}{2d} + 44 > a_8\cdot a_{10}$

$x^2-24x+49=0$

$\frac{a_1+a_1+6d}{2d}\cdot 7+20 < (a_1+6d)(a_1+11d)$

$17\cdot 17 = 289$

$119\cdot 2 = 238$

$\frac{2a_1+6d}{2d}\cdot 7+44 > (a_1+8d)(a_1+9d)$

$17\cdot 7$

$\frac{a_1+3d}{d}\cdot 7+20 < a_1^2+11a_1d+6da_1+66d^2$

$238-84=154$

$\frac{a_1+3d}{d}\cdot 7+44 > a_1^2+9a_1d+8da_1+72d^2$

$a_1^2d+17a_1d^2+66d^3 > 7a_1+21d$

$\frac{a_1+3d}{d}\cdot 7+20 < a_1^2+17a_1d+66d^2$

$a_1^2d+(17d^2-7)a_1+66d^3-21d>0$

$\frac{a_1+3d}{d}\cdot 7+44 > a_1^2+17a_1d+72d^2$

$D = (17d^2-7)^2-4\cdot d\cdot(66d^3-21d) =$

$= 289d^4-238d^2+49-264d^4+84d^2 =$

$\cancel{a_1^2}+\cancel{17a_1d}+66d^2-20 > \cancel{a_1^2}+\cancel{17a_1d}+72d^2-44$

$= 25d^4-154d^2+49=0$

$24 > 6d^2$

$\frac{D}{4} =$

$d^2 < 4$

-2

$7a+21d+20 < a_1^2+11a_1d+66d^2 \quad -2<d<2$

$a_1^2+a_1(17d-7)+66d^2-21d$

Черновик.

$a^2 > 7a + 20$

$a^2 < 7a + 44$

$a^2 + b^2 \le 5$

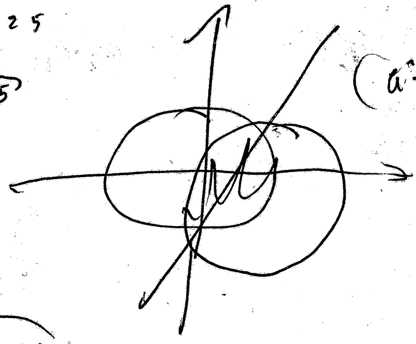
$a^2 + b^2 \le 4a - 2b$

$-5-\sqrt{18} < a < -5+\sqrt{18}$

$-5-\sqrt{18} > -5-\sqrt{25}$ $\qquad -5+\sqrt{25}$

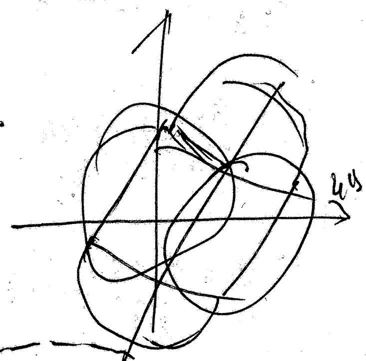
$-10 < a < 0$

$(a-2)^2+(b+1)^2 \le 5$



$2+\sqrt{3}+2,5$

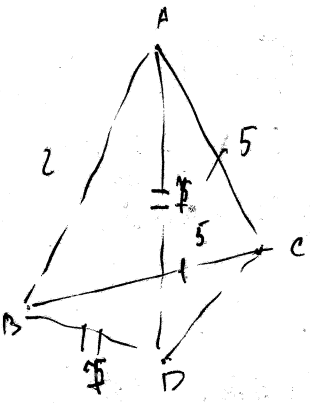
№ 2

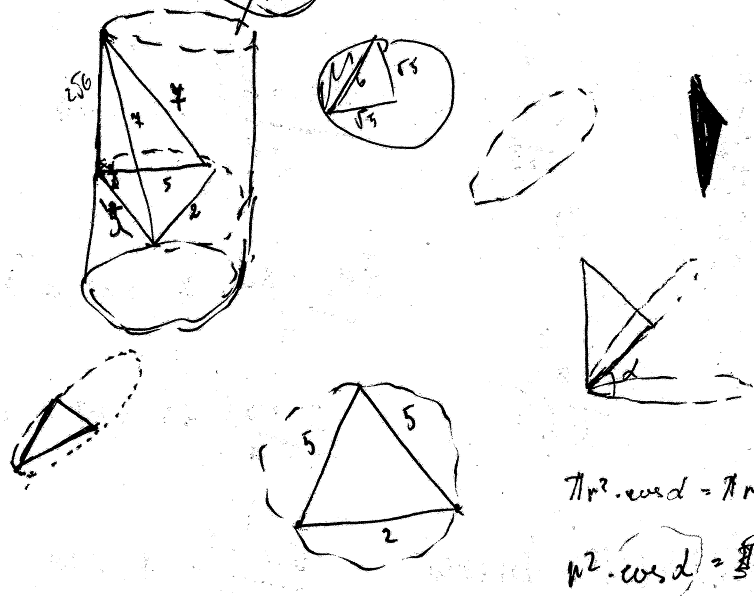


$49-25 = 24 = 2\sqrt{6}$

$\alpha \to 90°$

$b = 2+\sqrt{3}-2,5$





$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2 \le 5 \\ a^2+b^2 \le \min(4a-2b, 5)\end{cases}$

$\pi r^2 \cdot \cos\alpha = \pi r_1^2$

$r^2 \cdot \cos\alpha = r_1^2$

Чтобы радиус был наим. Нужно чтобы $\cos\alpha$ был наим.

$\frac{P}{2} \cdot r = S$

$10+2=12$

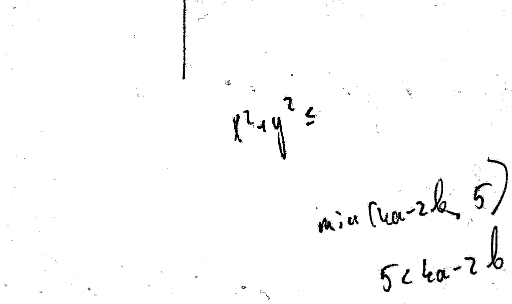
$\frac{P}{2} = 6$

$6 \cdot r = \sqrt{6(6-5)(6-5)(6-2)}$

$6 \cdot r = \sqrt{6 \cdot 4}$

$\sqrt{6} r = 2$

$r = \frac{2\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{3}$



$x^2+y^2 \le$

$\min(4a-2b, 5)$

$5 < 4a-2b$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21100978**

ID профиля: **134663**

Вариант 18

$\exists$ $a = a_1 \cdot НОД(a, b, c)$
$b = b_1 \cdot НОД(a, b, c)$
$c = c_1 \cdot НОД(a, b, c)$

$НОД(a_1, b_1, c_1) = 1$, иначе $НОД(a, b, c) \neq 15$

Причем, т.к. $НОД(a, b, c) = 3 \cdot 5$, $НОК(a, b, c) = 3^{15} \cdot 5^{18}$, то все числа a, b, c имеют вид $3^k \cdot 5^t$, а значит и числа a_1, b_1, c_1 имеют такой же вид.

Т.к. 3 и 5 взаимнопростые числа, то можно рассматривать дел. a_1, b_1, c_1 на них отдельно.

Заметим, что $3^{14} \cdot 5^{17}$ делится на все три числа a_1, b_1, c_1, $\Rightarrow$ хотя бы одно из них делится ровна на 3^{14}, и хотя бы одно из чисел делится на 5^{17}.

Заметим, что все три числа одновременно не могут делится на три, т.к. $НОД(a_1, b_1, c_1) = 1$.

Аналогично, все они не могут делится на 5.

Тогда на 3 делится либо 1, либо 2 числа.

и на 5 аналогично.

1) Делимость на 5:

а) Если делится одно число, то оно делится на 5^{17}. Такое число можно выбрать 3 способами.

б) Если таких чисел два, то два случая

Если они оба делятся на 5^{17}, то вариантов ~~таких~~ выбрать таких – 3 (надо выбрать одно, которое не делится).

Если одно делится на 5^{17}, а другое на меньшую степень ≥ 1, то таких вариантов: 16. (Кол-во вариантов степеней < 17, но > 0) $\cdot$ 3 (выбрать не дел. из тройки) $\cdot$ 2 (выбрать дел. на 5^{17} из двойки)

Итого: $16 \cdot 3 \cdot 2 = 96$

2) Делимость на 3

а) Если делится одно число, то оно делится на 3^{14}.
Такое можно выбрать 3 способами.

б) Если два числа, то тоже 2 случая:
Если оба дел. на 3^{14}, то вариантов — 3.
Если одно на 3^{14}, а другое на мен. степень ≥ 1, то таких вариантов: $13 \cdot 3 \cdot 2 = 78$
(по аналогии с дел на 5)

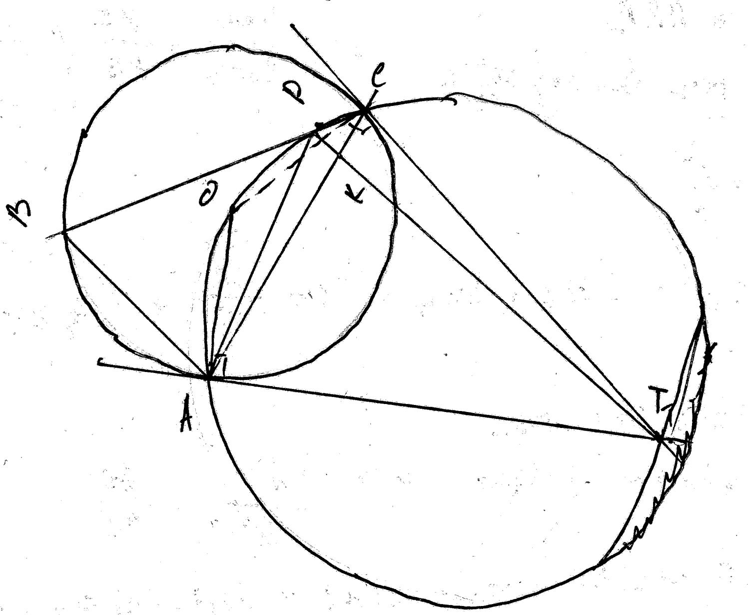
Т.к. 3 и 5 взаимно простые, варианты разделения степеней 3 и 5 друг от друга не зависят, а значит всего вариан
~~$(3+96)\cdot(78+3) = 7458.$~~

$$(96+3+3)\cdot(78+3+3) = 8568.$$

Ответ: 8568

№ 6 Чистовик

Дано:
$\triangle ABC$
вписан в $\omega(O, r)$
$\triangle OAC$ вписан в $\omega_1(O_1; r_1)$
TA - кас к ω
TC - кас к ω
$TA \cap TC = T$
$\omega \cap BC = P$, ω~~$\cap BA$~~$=K$
$S_{APK} = 5$
$S_{CPK} = 5$
$\angle ABC = arctg\frac{1}{2}$ $TP \cap AC = K$
Найти S_{ABC}, AC



Решение.

1) $\angle TCA = \angle TAC = \frac{1}{2} \cup AC$ (без B) $= \angle ABC$. - как угол между кас. и хордой.

2) в ACT:
сумма углов $180°$ $\Rightarrow$ $\angle ATC = 180 - \angle TAC - \angle TCA = 180 - 2\angle ABC$

3) $ATCO$
$\angle TAO = \angle TCO = 90°$, т.к. O-центр ω, TC и TA - кас-ые. $\Rightarrow$ $ATCO$ - вписанный $\Rightarrow$ T-лежит на ω_1.

4) $APCT$ - вписанный $\Rightarrow$ $\angle APC + \angle ATC = 180°$ $\Rightarrow$ $\angle APC = 2\cancel{\angle ABC}\angle B = \angle ABC$
$\angle APT = \angle ACT$ (т.к опир. на одну дугу) $\Rightarrow$ $\angle APT = \angle ACT = \angle TAC = \angle TPC = \angle B = \beta$

5) $\angle APT = \angle TPC$ $\Rightarrow$ PK - бис-са по св-ву $\Rightarrow$ $\frac{AK}{KC} = \frac{AP}{PC}$ - по св-ву бис-сы

6) $\frac{S_{APK}}{S_{PKC}} = \frac{6}{5}$ $\Rightarrow$ $\frac{S_{APK}}{S_{PKC}} = \frac{AK}{KC} = \frac{6}{5}$
общая высота из P

7) Из 5 и 6 получаем $\frac{AP}{PC} = \frac{6}{5}$;

7) $\angle APC$ и $\angle APB$ - смежные $\Rightarrow$ $\angle APC + \angle APB = 180°$ $\Rightarrow$ $\angle APB = 180 - 2\beta$

8) $\triangle APB$:
сумма углов $180°$ $\Rightarrow$ $\angle APB = 180° - 2\beta$ $\Rightarrow$ $\angle BAP = \angle ABC$ $\Rightarrow$ $\triangle APB$ - равнобед $\Rightarrow$ $AP = PB$;

9) $\left.\begin{array}{l} AP = PB \\ \frac{AP}{PC} = \frac{6}{5} \end{array}\right\}$ $\Rightarrow$ $\frac{PB}{BC} = \frac{6}{5}$

10) $S_{APC} = S_{APK} + S_{PKC} = 11$;

№6 Чистовик.

11) $\triangle APC$ и APB имеют общ высоту из A $\Rightarrow \frac{S_{APC}}{S_{APB}} = \frac{PC}{PB}$

$\frac{PC}{PB} = \frac{5}{6}$

$\Rightarrow \frac{S_{APC}}{S_{APB}} = \frac{5}{6} \Rightarrow S_{APB} = \frac{66}{5}$

12) $S_{ABC} = S_{APC} + S_{APB} = 11 + \frac{66}{5} = 24,2.$

13) ~~$\triangle APB \sim \triangle ATC$, т.к. $\angle PBA = \angle PAB = \angle CAT = \angle TCA \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AP}{PC}$~~

14) ~~$\triangle AKP \sim \triangle TKC$, т.к. $\angle TKC = \angle AKP$; $\angle CTP = \angle CAP$~~

13) Построим $\perp PH$, тогда из $\triangle HBP \Rightarrow \frac{AB}{2BP} = \cos(\operatorname{arctg} 2) \Rightarrow AB = 2 \cdot BP \cdot \cos(\operatorname{arctg} 2)$

Тогда из $\triangle ABP$ по Th косинусов можем найти AB и BP

$\frac{PB}{PC} = \frac{6}{5} \Rightarrow PB = \frac{6}{11} BC$

Значит, если мы найдем BP, то найдем и BC

Тогда по Th косинусов из $\triangle ABC$ найдем AC.

Мы знаем, что $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin(\operatorname{arctg} \frac{1}{2})$

$AB = 2BP \cdot \cos(\operatorname{arctg} \frac{1}{2})$

$PB = \frac{6}{11} BC$

Из этого найдем AB и BC;

ОДЗ:

$$\begin{cases} \frac{x}{3}+3>0 \\ \frac{x}{3}+3\neq 1 \\ 6x-14>0 \\ 6x-14\neq 1 \\ x-1>0 \\ x-1\neq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x>-9 \\ x\neq -6 \\ x>\frac{7}{3} \\ x\neq\frac{13}{6} \\ x\neq 2 \\ x>1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>\frac{7}{3} \\ x\neq\frac{13}{6}. \end{cases}$$

1) $$\begin{cases} \log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14) = \log_{6x-14}(x-1)^2 \\ \log_{x-1}(\frac{x}{3}+3)+1 = \log_{6x-14}(x-1)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14) = 2\log_{6x-14}(x-1) \\ \frac{\log_{6x-14}\frac{x}{3}+3}{\log_{6x-14}x-1}+1 = 2\log_{6x-14}(x-1) \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{\log_{6x-14}(\frac{x}{3}+3)} = -\log_{6x-14}(x-1) \\ -\frac{1}{\log^2_{6x-14}(x-1)}+1 = 2\log_{6x-14}(x-1) \end{cases}$$

$\exists\, t = \log_{6x-14}(x-1)$

$$-\frac{1}{t^2}+1 = 2t$$

$$2t^3-t^2+1=0$$

~~$\frac{PB}{PC} = \frac{6}{5} \Rightarrow PB = \frac{6}{11}BC,$~~

~~Значит, если мы найдём BP, то найдём и BC.~~

~~Тогда по Th косинусов из $\triangle ABC$ мы найдём AC, т.к. известны AB, BC и угол между ними.~~

$5+5=10$ $\frac{10}{17}$

$10+7=17$

Черновик

$5+5=10$

$5+6=11$

21

$\frac{1}{6}$

$\text{НОД}(a,b,c)=15$

$\text{НОК}(a;b;c)=3^{15}\cdot 5^{18}$

$3^{15}\cdot 5^{18};$

$\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)$ $\log_{6x-14}(x-1)^2$ $\log_{x-1}(\frac{x}{3}+3)$ $=$ $n<1$

$\frac{24}{34}=\frac{12}{17}$

$-2\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)$

70%

61%

ОДЗ: $\begin{cases}\frac{x}{3}+3>0\\ \frac{x}{3}+3\neq 1\\ 6x-14>0\\ 6x-14\neq 1\\ x-1>0\\ x-1\neq 1\end{cases}$ $\begin{cases}x>-9\\ x\neq -6\\ x>\frac{7}{3}\\ x\neq\frac{13}{6}\\ x\neq 2\\ x>1\end{cases}$ $\Rightarrow$ $\begin{cases}x>\frac{7}{3}\\ x\neq\frac{13}{6}\end{cases}$

$\log_b a=\frac{\log_c a}{\log_c b}$

$-2\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)=\log_{6x-14}(x-1)^2$

$\log_{x-1}(\frac{x}{3}+3)+1=\log_{6x-14}(x-1)^2$

$-\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)=\log_{6x-14}x-1$

$\frac{\log_{6x-14}(\frac{x}{3}+3)}{\log_{6x-14}(x-1)}+1=\log_{6x-14}(x-1)^2$ $-\frac{1}{\log_{6x-14}\frac{x}{3}+3}=\log_{6x-14}x-1$

$\log_{6x-14}(\frac{x}{3}+3)+\log_{6x-14}(x-1)=2\log^2_{6x-14}(x-1)^2$ / $1=\log_{6x-14}x-1\cdot\log_{6x-14}\frac{x}{3}+3$

$-\frac{1}{\log_{6x-14}(x-1)}+\log_{6x-14}(x-1)=2\log^2_{6x-14}(x-1)^2$

$-1+t^2=2t^3$

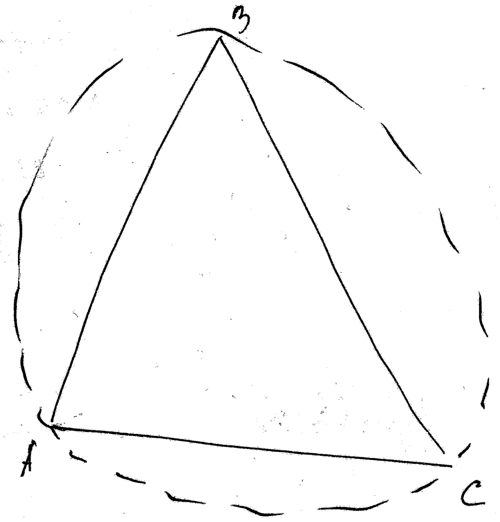
$2t^3-t^2+1=0$

$-2\quad -1\quad +1$

$\begin{array}{r|l}2t^3-t^2+1 & t+1\\ 2t^3+2t^2 & 2t^2-3\\ \hline -3t^2+1 & \end{array}$

$\begin{array}{c|cccc} & 2 & -1 & 0 & 1\\ \hline -1 & 2 & & & \end{array}$

$2 - 1 + 1 = 0$



10

11

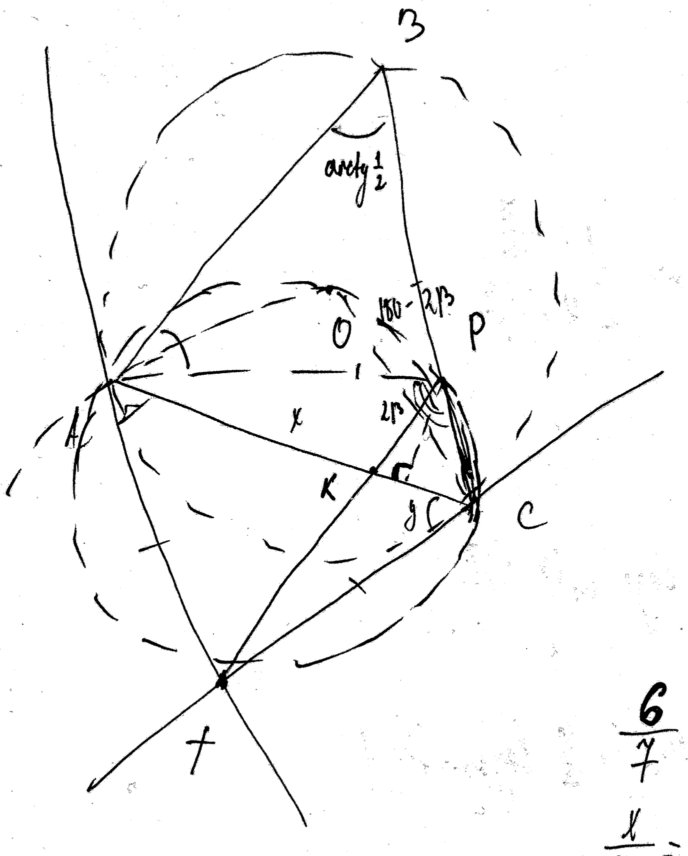
21

20

$\boxed{\frac{21}{34}}$

17

$11 + 5 = 16$



$APK = 6$ | $\frac{AC}{\sin\beta} = 2R$

$CPK = 5$ | $AC^2 = R^2 + R^2 + 2\cos\beta\, R^2$

S_{ABC} $AC^2 = 2R^2(1 - \cos 2\beta)$

$\sin 2\beta \cdot AP \cdot PC$ $AC^2 = 2R^2 \sin 2\beta$

$\frac{6}{7} =$

$AC^2 = AP^2 + PC^2 - 2\cos 2\beta\, AP \cdot PC$

$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2\cos\beta\, AB \cdot BC.$

$\frac{x}{y} = \frac{6}{5}$

$AC^2 = 4R^2 \sin^2\beta$

$x + y = AC$

$4\cancel{R^2} = \sin^2\beta = 2\cancel{R}\sin\beta$

$6y = 5x$

$AC = \frac{11}{6}x$

$y = \frac{5}{6}x$

$R = \frac{AC}{2\sin\beta}$