Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21100973**

ID профиля: **383633**

Вариант 18

Чистовик

№1 $S_7 = \frac{(a_1+a_7)\cdot 7}{2} = \frac{2a_1+6d}{2}\cdot 7 = (a_1+3d)\cdot 7$

где d – разность арифметической прогрессии

При этом: $\begin{cases} a_7\cdot a_{12} - 20 > S & (1) \\ a_9\cdot a_{10} - 44 < S & (2) \end{cases}$ $d>0$, т.к. прогрессия возрастает.

Из (1) и (2): $a_7\cdot a_{12} - 20 > a_9\cdot a_{10} - 44$

$$(a_1+6d)\cdot(a_1+11d) - 20 > (a_1+8d)(a_1+9d) - 44$$

$$a_1^2 + 17d\cdot a_1 + 66d^2 + 24 > a_1^2 + 17d\cdot a_1 + 72d^2$$

$$24 > 6d^2$$

$d^2 < 4$ и т.к. прогрессия возрастает, то

$0 < d < 2$

Т.к. $-0 < d < 2$, то $7\cdot(a_1 + 3\cdot(0)) < (a_1+3d)\cdot 7 < (a_1+3\cdot 2)\cdot 7$

$$7(a_1+0) < S < 7(a_1+6)$$

$$a_1 + 0 < \frac{S}{7} < a_1+6,$$ откуда

следует: $a_1 < \frac{S}{7}$ и $a_1 > \frac{S}{7} - 6$, то есть

$$\frac{S}{7} < a_1 < \frac{S}{7} + 6$$

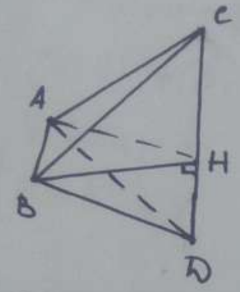
~~Ответ: $a_1 \in \left(\left(\frac{S-42}{7}\right), \left(\frac{S+42}{7}\right)\right)$~~

Ответ: $a \in \left(\frac{S}{7}; \left(\frac{S}{7}+6\right)\right)$.

Чистовик

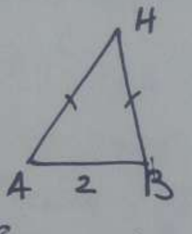
№2 Так как $AC = BC$, $AD = BD$ и CD - общая, то $\triangle ACD = \triangle BCD$

Из этого следует, что если мы опустим высоты из точек A и B на ребро CD, то они попадут в одну точку. Пусть это точка H. Тогда плоскость $(ABH) \perp CD$.



Но т.к. CD параллельно оси цилиндра, то CD перпендикулярно плоскости основания, откуда плоскость (ABH) параллельна плоскости основания цилиндра.

Это так же означает, что $\triangle ABH$ можно вписать в окружность с радиусом, равным радиусу основания цилиндра. Рассмотрим $\triangle ABH$



Т.к. любая хорда окружности $\leq$ диаметра, то диаметр окружности ABH, а следовательно и основания ≥ 2. Т.к. нам нужен наименьший радиус, то AB должно быть диаметром.

Если AB - диаметр, то $\angle AHB = 90°$, при этом $AH = HB$ — как высоты в равных треугольниках.

по т. Пифагора

$$AB^2 = 2 \cdot AH^2$$

$$AH = \sqrt{\frac{AB^2}{2}} = \sqrt{2}$$

Из $\triangle BCH$ $(\angle H = 90°)$ $CH = \sqrt{BC^2 - BH^2} = \sqrt{25 - 2} = \sqrt{23}$

Из $\triangle BHD$ $(\angle H = 90°)$ $HD = \sqrt{BD^2 - BH^2} = \sqrt{49 - 2} = \sqrt{47}$

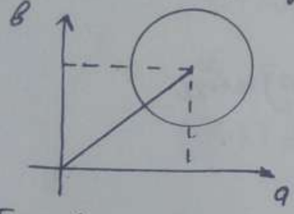
Тогда $CD = CH + HD = \sqrt{23} + \sqrt{47}$

Ответ: $CD = \sqrt{23} + \sqrt{47}$

Чистовик

№3 $\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 5 & (1)\\ a^2+b^2\le \min(4a-2b,5) & (2)\end{cases}$

Первое ~~уравнение~~ неравенство задаёт на плоскости круг с радиусом равным 5 и центром в точке $(a;b)$



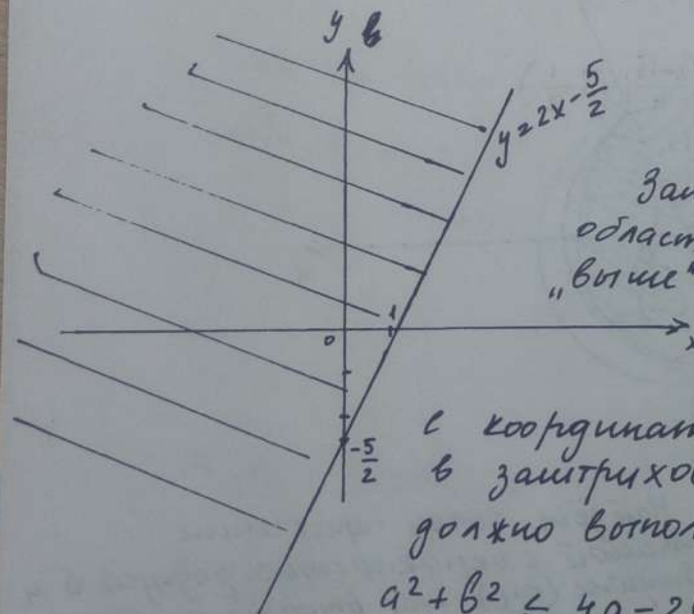
из (2) неравенства:
a^2+b^2 – это квадрат расстояния от центра круга с координатами $(a;b)$ до точки $(0;0)$.

Теперь посмотрим когда у нас $4a-2b\le 5$

$2b\ge 4a-5$

$b\ge 2a-\frac{5}{2}$

a	b
0	$-\frac{5}{2}$
1	$-\frac{1}{2}$



Заштрихованная область (всё что „выше" прямой $y=2x-\frac{5}{2}$) и есть решение неравенства $4a-2b\le 5$ (то есть все точки с координатами $(a;b)$ будут лежать в заштрихованной области) Но при этом должно выполняться неравенство:

$a^2+b^2\le 4a-2b$

$a^2-4a+b^2+2b\le 0$

$(a-2)^2+(b+1)^2\le 5$. Получили, что все такие точки a и b принадлежат кругу с центром $(2;-1)$ и радиусом 5, при этом они должны находиться в заштрихованной области. То есть должна выполняться система:

$$\begin{cases}b\ge 2a-\frac{5}{2}\\ (a-2)^2+(b+1)^2\le 5\end{cases}$$

Если же $5\le 4a-2b$, то точки $(a;b)$ лежат „ниже" прямой $y=2x-\frac{5}{2}$, и $a^2+b^2\le 5$, что означает, что точки $(a;b)$ принадлежат кругу с цетром $(0;0)$ и радиусом 5.

Чистовик

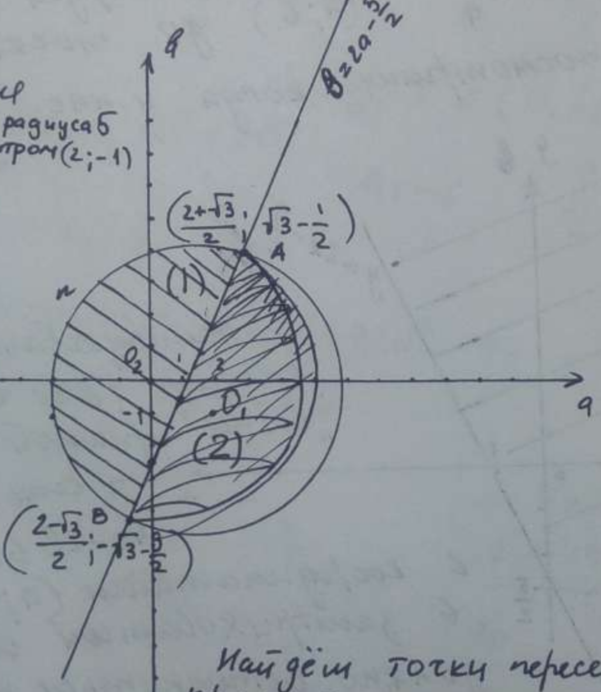
№3 лист 2.

запишем и это в систему: $\begin{cases} b \le 2a - \frac{5}{2} \\ a^2+b^2 \le 5. \end{cases}$

Итого нам нужно найти площадь фигуры, задаваемой объединением этих двух систем:

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} b \ge 2a - \frac{5}{2} \\ (a-2)^2+(b+1)^2 \le 5 \end{cases} \quad (1) \\ \begin{cases} b \le 2a - \frac{5}{2} \\ a^2+b^2 \le 5 \end{cases} \quad (2) \end{array}\right.$$

Попробуем это изобразить.



Найдём точки пересечения прямой с окружностью радиуса 5 и центром $(2;-1)$ для первой системы:

$(a-2)^2+\left(2a-\frac{3}{2}\right)^2=5$

$a^2-4a+4+4a^2-6a+\frac{9}{4}=5$

$5a^2-10a+\frac{25}{4}-5=0$

$5a^2-10a+\frac{5}{4}=0$

$a^2-2a+\frac{1}{4}=0$

$D=4-4\cdot\frac{1}{4}=3$

$a_{1,2}=\dfrac{2\pm\sqrt{3}}{2}$

$\begin{cases} a=\frac{2+\sqrt{3}}{2} \\ b=\sqrt{3}-\frac{1}{2} \end{cases}$ и $\begin{cases} a=\frac{2-\sqrt{3}}{2} \\ b=-\sqrt{3}-\frac{9}{2} \end{cases}$

Найдём точки пересечения прямой с окружностью радиуса 5 и центром $(0;0)$ для второй системы:

$a^2+\left(2a-\frac{5}{2}\right)^2=5$

$a^2+4a^2-10a+\frac{25}{4}=5$

$5a^2-10a+\frac{5}{4}=0$

$\begin{cases} a=\frac{2+\sqrt{3}}{2} \\ b=\sqrt{3}-\frac{1}{2} \end{cases}$ и $\begin{cases} a=\frac{2-\sqrt{3}}{2} \\ b=-\sqrt{3}-\frac{9}{2} \end{cases}$

Точки совпали, т.к. центры окружностей симметричны относительно данной прямой

То есть получили два равных сегмента. Найдём площадь первого, удвоим, и получим ~~реш~~ ответ задачи.

Пусть точки пересечения окружностей с прямой это A и B.

Тогда $AB=\sqrt{\left(\frac{2+\sqrt{3}}{2}-\frac{2-\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\sqrt{3}-\frac{1}{2}+\sqrt{3}+\frac{9}{2}\right)^2}=\sqrt{3+(4+\sqrt{3})^2}=\sqrt{22+8\sqrt{3}}$

$S_{AnB\ \text{сектора}}=S_{AO_1Bn}-S_{AO_1B}$.

По т. косинусов находим $\cos\angle AO_1B$, затем $\angle AO_1B$ и таким способом вычисляем $S_{\text{сектора}\ AnB}$.

Черновик

$S = a_1 + a_2 + \ldots + a_7$

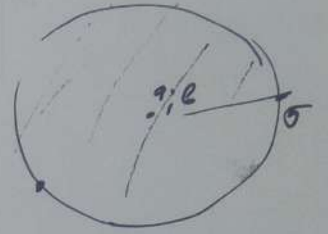
$$S = \frac{(a_7 + a_1)\cdot 7}{2} = \frac{(2a_1 + 6d)\cdot 7}{2} = (a_1 + 3d)\cdot 7$$

$a_7 \cdot a_{12} > (a_1 + 3d)\cdot 7 + 20$

$(a_1 + 6d)(a_1 + 11d) > (a_1 + 3d)\cdot 7 + 20$

$a_9 \cdot a_{10} < S + 44$

$(a_1 + 8d)(a_1 + 9d) < (a_1 + 3d)\cdot 7 + 44$



$a_1^2 + 17a_1 d + 66d^2 > 7a_1 + 21d + 20$

$(a_1 - 6)\cdot 7 < (a_1 + 3d)\cdot 7 < (a_1 + 6)\cdot 7$

$a_1 - 6 < \frac{S}{7} < a_1 + 6$

$a_7 \cdot a_{12} - 20 > S > a_9 \cdot a_{10} - 44$

$a_1 > \frac{S}{7} - 6$

$a_1^2 + 17a_1 d + 66d^2 - 20 > a_1^2 + 17a_1 d + 72d^2 - 44$

$a_1 < \frac{S}{7} + 6$

$66d^2 - 20 > 72d^2 - 44$

$24 > 6d^2$

$d^2 < 4$

$\boxed{-2 < d < 2}$

$$+\begin{array}{l} a_7 a_{12} > S + 20 \\ S + 44 > a_9 a_{10} \\ \hline a_7 \end{array}$$

$$\cancel{a_7 \cdot a_{12} > \frac{(a_7 + a_1)\cdot 7}{2}}$$

$$\cancel{2 \cdot a_7 \cdot a_{12} > 7a_7 + 7a_1}$$

$$\cancel{a_7 (2a_{12} - 7) > 7a_1}$$

$$\cancel{\frac{a_7 (2a_{12} - 7)}{7} > a_1}$$

$$a_7 \cdot a_{12} > \frac{(a_7 + a_1)\cdot 7}{2} + 20$$

$\frac{S}{7} - 6 < a_1 <$

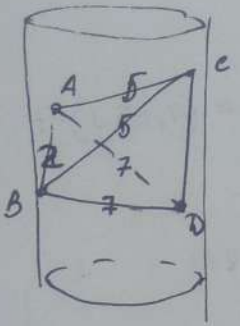
$2a_7 \cdot a_{12} > 7(a_7 + a_1) + 40$

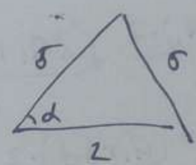
$$\frac{2a_7 \cdot a_{12} - 40 - 7a_7}{7} > a_1$$

Черновик

$2-\frac{5}{2}$

$-2-\frac{5}{2}\ -\frac{9}{2}$





$R=\frac{abc}{4S}$

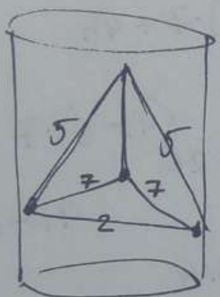
$S=\sqrt{(6-2)\cdot(6-5)\cdot(6-5)}=2$

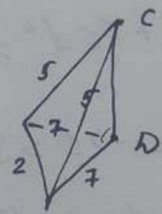
$2=\frac{1}{2}\cdot 5\cdot 2\cdot \sin\alpha$

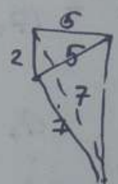
$\sin\alpha=\frac{2}{5}$

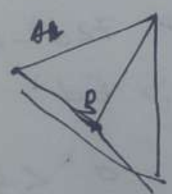
$\frac{5}{\sin\alpha}=2R$

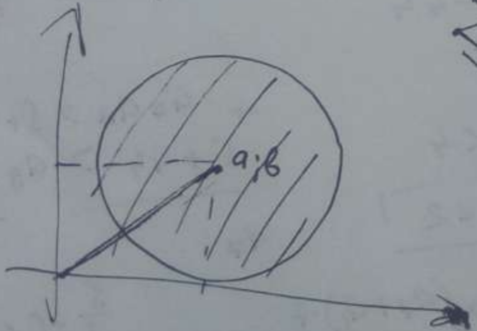
$R=\frac{25}{4}$

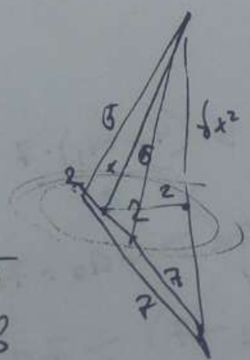












$4a-2b<5$

$2a<\frac{5}{2}+b$

$(a^2-2)^2-4+(b+1)^2-1\le 0$ $\quad a<\frac{b}{2}+\frac{5}{4}$ $\quad 2b>4a-5$

$(a-2)^2+(b+1)^2\le 5$

$3+16+3$

$b>2a-5$

a	b
0	-5
1	-3

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21100973**

ID профиля: **383633**

Вариант 18

Чистовик

№4. Т.к. НОД$(a;b;c)=3\cdot5$, НОК$(a;b;c)=3^{15}\cdot5^{18}$, то каждое из чисел a, b и c имеет вид $3^{\alpha}\cdot5^{\beta}$, где $1\le\alpha\le15$, $1\le\beta\le18$. Пусть $a=3^{x_a}\cdot5^{y_a}$
$\alpha,\beta\in\mathbb{Z}$

$b=3^{x_b}\cdot5^{y_b}$

$c=3^{x_c}\cdot5^{y_c}$

Тогда одно из чисел x_a, x_b, x_c равно 1 и одно из чисел y_a, y_b, y_c равно 1. Так же одно из чисел x_a, x_b, x_c равно 15 и одно из чисел y_a, y_b, y_c равно 18

Тогда, т.к. x и y не зависят друг от друга, то получим следующие группы вариантов:

1) $(x_a;x_b;x_c)=(1;x_b;15)\to x_b\in\{1;2;3;\dots;15\}$ - итого 15 вариантов

2) $(x_a;x_b;x_c)=(1;15;x_c)\to x_c\in\{1;2;3;\dots;14\}$ - (т.к $(1;15;15)$ уже было) итого 14 вариантов

3) $(x_a;x_b;x_c)=(15;1;x_c)\to x_c\in\{1;2;3;\dots;15\}$ - итого 15 вариантов

4) $(x_a;x_b;x_c)=(15;x_b;1)\to x_b\in\{2;3;\dots;15\}$ - (т.к. $(15;1;1)$ уже посчитано) итого 14 вариантов

5) $(x_a;x_b;x_c)=(x_a;1;15)\to x_a\in\{2;3;\dots;14\}$ - 13 вариантов

(6) $(x_a;x_b;x_c)=(x_a;15;1)\to x_a\in\{2;3;\dots14\}$ - 13 вариантов, т.к. $(15;15;1)$ и $(1;15;1)$ $(15;1;15)$ $(1;1;15)$ - уже было

Всего вариантов для $(x_a;x_b;x_c)$:

$15+14+15+14+13+13=\cancel{86}\ 84$

Аналогично посчитаем и для $(y_a;y_b;y_c)$:

1) $(1;y_b;18)\to y_b\in\{1;2;\dots;18\}$ – 18 вариантов

2) $(1;18;y_c)\to y_c\in\{1;2;\dots;17\}$ – 17 вариантов

3) $(18;1;y_c)\to y_c\in\{1;2;\dots;18\}$ – 18 вар.

4) $(18;y_b;1)\to y_b\in\{2;3;\dots;18\}$ – 17 вар

5) $(y_a;1;18)\to y_a\in\{2;\dots;17\}$ – 16 вар

6) $(y_a;18;1)\to y_a\in\{2;\dots;17\}$ – 16 вар

Всего вариантов для $(y_a;y_b;y_c)$: $18+17+18+17+16+16=102$

Т.к. $(x_a;x_b;x_c)$ и $(y_a;y_b;y_c)$ не зависят друг от друга, то количество троек $(a;b;c)$ равно $102\cdot84=8568$ Ответ: 8568

Чистовик

№5. Заметим, что

$\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)\cdot\log_{6x-14}(x-1)^2\cdot\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)=$

$=2\cdot\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)\cdot 2\log_{6x-14}(x-1)\cdot\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)=$

$=4\cdot\log_{\frac{x}{3}+3}\left(\frac{x}{3}+3\right)\cdot\log_{6x-14}(6x-14)\cdot\log_{x-1}(x-1)=4$

При ОДЗ: $\begin{cases}\frac{x}{3}+3>0\\ \frac{x}{3}+3\neq 1\\ 6x-14>0\\ 6x-14\neq 1\\ x-1>0\\ x-1\neq 1\end{cases};\quad \begin{cases}x>-9\\ x\neq -6\\ x>\frac{7}{3}\\ x\neq\frac{5}{2}\\ x>1\\ x\neq 2\end{cases};\quad \left[\begin{array}{l}\frac{7}{3}<x<\frac{5}{2}\\ x>\frac{5}{2}\end{array}\right.$

Пусть равные логарифмы равны t, а меньший соответственно $t-1$. Тогда $t\cdot t\cdot(t-1)=4$

$t^3-t^2-4=0$ Заметим, что $t=2$ является корнем данного уравнения, т.к. $8-4-4=0$.

$$\begin{array}{l|l} t^3-t^2+0\cdot t-4 & t-2 \\ \underline{t^3-2t^2} & t^2+t+2 \\ \quad t^2+0\cdot t & \\ \quad \underline{t^2-2t} & \\ \qquad 2t-4 & \\ \qquad \underline{2t-4} & \\ \qquad\quad 0 & \end{array}$$

$t^2+t+2=0$

$D=1-4\cdot 2<0$, то есть $t^2+t+2>0$

$(t-2)\cdot(t^2+t+2)=0$

Т.к. $t^2+t+2>0$ при $\forall t$, то $t=2$ – единственный корень.

1) $\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)=2$

$\frac{x}{3}+3=(x-1)^2$

$\frac{x}{3}+3=x^2-2x+1$

$3x^2-6x+3-x-9=0$

$3x^2-7x-6=0$

$D=49+4\cdot 18=121,\ \sqrt{D}=11$

$\begin{cases}x_{1,2}=\frac{7\pm 11}{6}\\ \left[\begin{array}{l}\frac{7}{3}<x<\frac{5}{2}\\ x>\frac{5}{2}\end{array}\right.\end{cases};\ x=3$

При $x=3$: $\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)=2$

$\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)=\log_2 4=2$

$\log_{6x-14}(x-1)^2=\log_4 4=1$, то есть

$x=3$ удовлетворяет условию

Чистовик

№5
лист 2

2) $\log_{6x-14}(x-1)^2=2$

$\log_{6x-14}(x-1)=1$

$6x-14=x-1$

$5x=15$

$x=3$ При $x=3$ все условия выполняются, проверка уже сделана

3). $\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)=2$

$\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)=1$

$\frac{x}{3}+3=6x-14$

$x+9=18x-42$

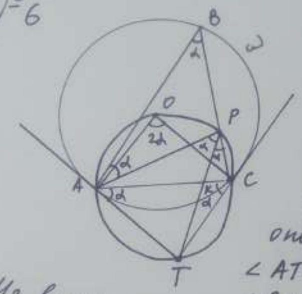
$51=17x$

$x=3$. Снова получим $x=3$.

Ответ: $x=3$.

Чистовик

№6



Пусть $\angle ABC = \alpha$, тогда $\angle ADC = 2\alpha$ (центральный угол)

Т.к. AT и TC – касательные к ω, то $\angle OAT = \angle OCT = 90°$, откуда следует, что точки A, O, C и T лежат на одной окружности. И т.к. 3 точки, не лежащие на одной прямой задают окружность, то T принадлежит окружности, описанной около $\triangle AOC$.

$\angle ATC = 180° - 2\alpha$ и $AT = TC$, поэтому $\angle CAT = \angle ACT = \alpha$.

Из вписанности так же следует, что $\angle APT = \angle ACT = \alpha$, $\angle TPC = \angle CAT = \alpha$

Т.к. $\angle APK = \angle KPC$, то PK – биссектриса $\angle APC$.

$\frac{AP}{PC} = \frac{AK}{KC}$. При этом $\frac{AK}{KC} = \sqrt{\frac{S_{\triangle APK}}{S_{\triangle KPC}}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}$

То есть $\frac{AP}{PC} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}$

Т.к. $\angle CPT = \angle CBA$, то $AB \parallel PT$ и следовательно $\angle APK = \angle PAB = \alpha$

Т.к. $\angle PBA = \angle PAB = \alpha$, то $BP = AP$.

Т.к. $PK \parallel AB$, то $\cancel{\frac{S_{ABC}}{S}}$ $\triangle ABC \sim \triangle KPC$ и коэффициент k равен:

$k = \frac{BC}{PC} = \frac{BP + PC}{PC} = \frac{AP}{PC} + 1 = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{5}}{\sqrt{5}}$

Тогда $\frac{S_{ABC}}{S_{KPC}} = k^2$, $S_{ABC} = k^2 \cdot S_{KPC}$

$S_{ABC} = \frac{(\sqrt{6}+\sqrt{5})^2}{5} \cdot 5 = (\sqrt{6}+\sqrt{5})^2 = 11 + 2\sqrt{30}$

а) Ответ: $S_{ABC} = 11 + 2\sqrt{30}$

б) ~~Из △ BPA по теоремам~~:

Пусть $BP = x$, тогда $PC = \frac{\sqrt{5}x}{\sqrt{6}}$, $BC = \frac{(\sqrt{5}+\sqrt{6}) \cdot x}{\sqrt{6}}$

$AB^2 = BP^2 + AP^2 - 2AP \cdot BP \cdot \cos(180° - 2\alpha)$

$AB^2 = 2x^2(1 + \cos 2\alpha)$, $AB = \sqrt{2 \cdot x^2 \cdot \frac{1+\cos 2\alpha}{2} \cdot 2} = 2x \cdot \cos\alpha$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin\alpha = \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot \cos\alpha \cdot \frac{(\sqrt{5}+\sqrt{6}) \cdot x}{\sqrt{6}} \cdot \sin\alpha = \frac{\sin 2\alpha \cdot x^2 \cdot (\sqrt{5}+\sqrt{6})}{2\sqrt{6}}$

Откуда $x^2 = \frac{S_{ABC} \cdot 2\sqrt{6}}{\sin 2\alpha \cdot (\sqrt{5}+\sqrt{6})}$

$AC^2 = AP^2 + PC^2 - 2AP \cdot PC \cdot \cos 2\alpha$

$AC^2 = \frac{S_{ABC} \cdot 2\sqrt{6}}{\sin 2\alpha \cdot (\sqrt{5}+\sqrt{6})} + \frac{5 \cdot S_{ABC} \cdot 2\sqrt{6}}{6 \cdot \sin 2\alpha (\sqrt{5}+\sqrt{6})} - 2 \cdot \cos 2\alpha \cdot \frac{\sqrt{5} \cdot S_{ABC} \cdot 2\sqrt{6}}{\sqrt{6} \cdot \sin 2\alpha (\sqrt{5}+\sqrt{6})} =$

№ 6 Чистовик

лист 2

$$= \frac{S_{ABC}\cdot 2\sqrt{6}}{\sin 2\alpha\,(\sqrt{5}+\sqrt{6})}\left(1+\frac{5}{6}-2\cdot\cos 2\alpha\cdot\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}\right) =$$

$$= \frac{(\sqrt{6}+\sqrt{5})\cdot 2\sqrt{6}}{\sin 2\alpha}\left(\cancel{\frac{11}{6}}\cancel{\,1+\sqrt{5}}\ \frac{11}{6}-2\cos 2\alpha\cdot\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}\right) =$$

$$= \frac{(12+2\sqrt{30})}{\sin 2\alpha}\left(\frac{11}{6}-2\left(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha\right)\cdot\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}\right) =$$

$$= \frac{12+2\sqrt{30}}{2\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha}\cdot\left(\frac{11}{6}-2\left(1-2\sin^2\alpha\right)\cdot\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}\right) =$$

$$= \frac{6+\sqrt{30}}{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}\cdot\left(-\frac{1}{6}+4\sin^2\alpha\cdot\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}\right) =$$

$$= \frac{(24+4\sqrt{30})\cdot\sqrt{5}\cdot\operatorname{tg}\alpha}{\sqrt{6}} - \frac{1\cdot(6+\sqrt{30})}{6\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha} =$$

$$= \frac{(24+4\sqrt{30})\cdot\sqrt{5}\cdot}{2\cdot\sqrt{6}} - \frac{6+\sqrt{30}}{3\cdot\sin\left(2\cdot\operatorname{arctg}\frac{1}{2}\right)} =$$

$$= \frac{\sqrt{5}\,(12+2\sqrt{30})}{\sqrt{6}} - \frac{6+\sqrt{30}}{3\cdot\sin\left(2\cdot\operatorname{arctg}\frac{1}{2}\right)} =$$

$$= \frac{6+\sqrt{30}}{1}\cdot\left(\frac{\sqrt{5}\cdot 2}{\sqrt{6}} - \frac{1}{3\cdot\sin\left(2\cdot\operatorname{arctg}\frac{1}{2}\right)}\right) =$$

$$= \frac{6\sqrt{5}\cdot\sin\left(2\cdot\operatorname{arctg}\frac{1}{2}\right)-\sqrt{6}}{3\cdot\sqrt{6}\cdot\sin\left(2\operatorname{arctg}\frac{1}{2}\right)}\cdot(6+\sqrt{30}) =$$

$$= \frac{6\sqrt{5}\cdot\sin\left(2\operatorname{arctg}\frac{1}{2}\right)-\sqrt{6}}{3\cdot\sin\left(2\operatorname{arctg}\frac{1}{2}\right)}\cdot(\sqrt{6}+\sqrt{5})$$

Черновик

$НОД(a;b;c)=15$

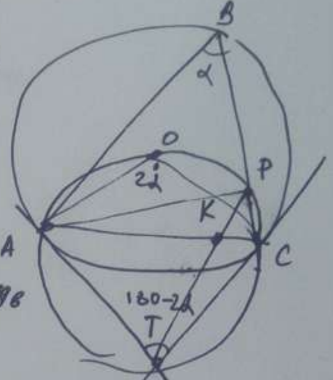
$НОК(a;b;c)=3^{15}\cdot5^{18}$

$1\cdot3^{15}\cdot5^{18}$

$15\cdot3^{\alpha}\cdot5^{\beta}$

14.

$15\cdot3^{x}\cdot5^{y}$



$3^1\cdot5^1$ $\quad 3^1\cdot5^1$ $\quad 3^1\cdot5^1$

$3^{x_a+1}\cdot5^{y_a+1}$ $\quad 3^{x_b+1}\cdot5^{y_b+1}$ $\quad 3^{x_c+1}\cdot5^{y_c+1}$

$x_a+x_b+x_c=14$

$y_a+y_b+y_c=17$

$3^{15}\cdot5^{1+x_a}$ $\quad 5^{18}\cdot3^{y_b}$

$\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)\cdot\log_{6x-14}(x-1)^2\cdot\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)=$

$\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)^2=\log_{6x-14}(x-1)^2$ $\quad =\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}\left(\frac{x}{3}+3\right)\cdot\log_{(6x-14)}(6x-14)\cdot$

$\frac{1}{\log_{6x-14}\left(\sqrt{\frac{x}{3}+3}\right)}=\log_{6x-14}(x-1)^2$ $\quad \cdot\log_{(x-1)}(x-1)^2=$

$=4$

$\cancel{(6x-14)^{\sqrt{\frac{x}{3}+}}}$

$\cancel{\log_{6x-14}(6x-14)^{\sqrt{}}}$

$t\cdot t\cdot(t-1)=4$

$t^3-t^2-4=0$

$t=2$ - подходит

$\cancel{8-4-4}$

$D=1-4.$

$$\begin{array}{r|l} t^3-t^2-4 & t-2 \\ \hline t^3-2t^2 & t^2+t+2 \\ \hline t^2+0t & \\ t^2-2t & \\ \hline 2t-4 & \end{array}$$

$(t-2)(t^2+t+2)=0$

$D<0$

$t=2$

1) $\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)=2$

2. $\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)=2$

$\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)=1$

$\frac{x}{3}+3=6x-14$

$x+9=18x-42$

$51=17x$

$x=3$

$\log_{18-14}4=1$

$\log_2 4=2$

$$\begin{array}{r} 102 \\ \times\ 84 \\ \hline 408 \\ +\ 816 \\ \hline 8568 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times\ 4 \\ \hline 56 \\ +\ 30 \end{array}$$

36

34

32

70

80+12

$8400 + 168$

$26+28+30$

$40+32=72$

$49 + 72 = 121$

$54 + 30$