Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21100846**

ID профиля: **276075**

Вариант 18

Часть 1 Вариант 18 №1

Чистовик

1. $S = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_7 = 7a_1 + \frac{6 \cdot 7}{2}k = 7a_1 + 21k$

$a_7 \cdot a_{12} > S + 20$

$a_9 \cdot a_{10} < S + 4\cancel{0}4$

$$\left.\begin{array}{l}(a_1 + 6k)(a_1 + 11k) > 7a_1 + 21k + 20 \\ (a_1 + 8k)(a_1 + 9k) < 7a_1 + 21k + 44\end{array}\right| \Rightarrow k = 1$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 6a_1 + 66 + 11a_1 > 7a_1 + 21 + 20 \\ a_1^2 + 8a_1 + 9a_1 + 72 < 7a_1 + 21 + 44 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 10a_1 + 25 > 0 \\ a_1^2 + 10a_1 + 7 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a_1 + 5)^2 > 0 \\ (a_1 + 5 - 3\sqrt{2})(a_1 + 5 + 3\sqrt{2}) < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 \in R \text{ кроме } -5 \\ a_1 \in (-5 - 3\sqrt{2}; -5 + 3\sqrt{2}) \end{cases}$$

$\cancel{a_1 \in (-5 - 3\sqrt{2}; -5) \cup (-5; -5 + 3\sqrt{2})}$

$a_1 \in (\underset{\text{примерно } -9,2}{-5 - 3\sqrt{2}}; \overset{4,2}{-5 + 3\sqrt{2}})$ кроме $\{5\}$

Ответ: $a_1 \in (\cancel{0,8}\ \cancel{1,8};\ 0,8)$ / кроме -5

$a_1 = \{-9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1; 0\}$

ЧИСТОВИК №3 Вар 18

в $\triangle BHA$: $HB = HA$, а $\angle BHA = 90^\circ$

$BA = 2$; $BH^2 + HA^2 = BA^2$

$$BH = \frac{BA}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

4) в $\triangle CDB$ $CH = CB^2 - BH^2 =$

$= \sqrt{25 - 2} = \sqrt{23}$

~~$CD = AH + HD =$~~

$Hb = DB^2 - BH^2 = \sqrt{49 - 2} = \sqrt{47}$

$CD = CH + HD = \sqrt{23} + \sqrt{47}$

5) Другого способа расположения не может быть, тк CD - фиксированная, а при изм. мест A и B между собой ничего не поменяется

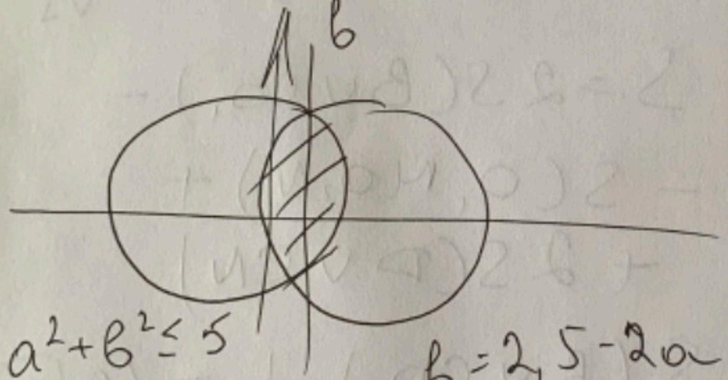
ЧИСТОВИК N 4 вар18

3. $\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 5 \\ a^2+b^2 \le \min(4a-2b, 5) \end{cases}$

1) $a^2+b^2 \le \min(4a+2b, 5)$

$\left[\begin{array}{l} a^2+b^2 \le 4a+2b, \quad 4a+2b \le 5 \\ a^2+b^2 \le 5, \quad 4a+2b \ge 5 \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} (a-2)^2+(b-1)^2 \le 5, \quad b < 2{,}5-2a \\ a^2+b^2 \le 5, \quad b \ge 2{,}5-2a \end{array}\right.$



Мы получили 2 одинак окр $r = \sqrt{5}$ причем расст. между ~~[illegible]~~ их центрами $\sqrt{2^2+1^2} = \sqrt{5}$ равно радиусу

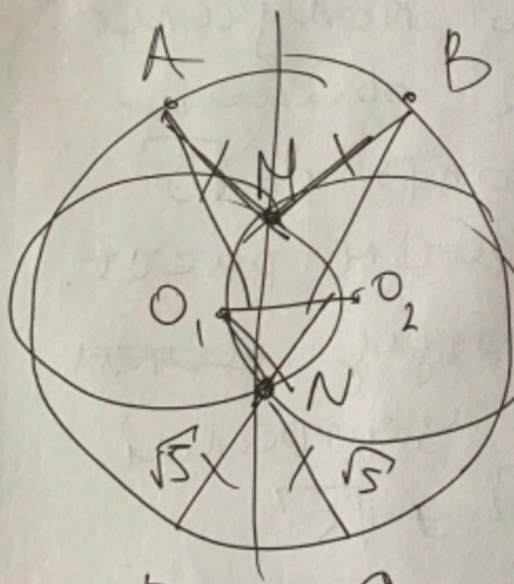
прямая $b = 2{,}5-2a$ – радикальная ось

тогда множ. точек $(a; b)$ удовл. усл. $a^2+b^2 \le \min(4a-2b, 5)$ указана графике

чистовик №5 вар 8

$(x-a)^2+(y-b)^2 \le 5$ область внутри окр. с центров в т$(a;b)$ $r=\sqrt{5}$

значит, нам нужны все точки из выдел. области и те, которые удалены от нее на более чем $\sqrt{5}$



$S = 2S(B \cup CO_1) - S(O_1MO_2N) + 2S(D \cup CN)$

$S(B \cup CO_1) = \frac{1}{3}\pi(2\sqrt{5})^2 = \frac{20}{3}\pi$

$S(O_1MO_2N) = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}(\sqrt{5})^2 = \frac{10\sqrt{3}}{4} = 2,5\sqrt{3}$

$S(D \cup CN) = \frac{1}{6}\pi(\sqrt{5})^2 = \cancel{2,5\sqrt{3}} = \frac{5\pi}{6}$

$S(D \cup CN) = \bot$

чистовик N 6 вар 18

$$S = \frac{2 \cdot 20\pi}{3} - 2{,}5\sqrt{3} + \frac{5\pi}{3} =$$

$$= \frac{45\pi}{3} - 2{,}5\sqrt{3} = 15\pi - 2{,}5\sqrt{3}$$

ЧЕРНОВИК $12-6=5=7$ $\cancel{6}+11-7=10$

~~1234567~~ $66-41=25$

1. $S=a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6+a_7$

$a_7\cdot a_{12}>S+20$ $a_9\cdot a_{10}<S+44$

$a_1-?$

$a_n=\frac{a_{n-1}+a_{n+1}}{2}$ $a_n=a_1+(n-1)d$

$\frac{a_8+a_{10}}{\cancel{2}}\cdot a_{10}<\frac{a_1+a_7}{\cancel{2}}\cdot 7+44$

$S_n=\frac{a_1+a_n}{2}\cdot n$

$(a_8+a_{10})\cdot a_{10}<(a_1+a_7)7$

$S_7=\frac{a_1+a_7}{2}\cdot 7=(a_1+a_7)\cdot 3{,}5$

$\frac{a_{11}+a_{13}}{2}\cdot a_7>\frac{a_1+a_7}{2}\cdot 7+40$

$a_7\cdot a_{12}>(a_1+a_7)\cdot 3{,}5$

$a_{12}=\frac{a_{11}+a_{13}}{2}$ $a_9=\frac{a_8+a_{10}}{2}$

$a_7=\frac{a_6+a_8}{2}$ $a_{12}=\frac{a_{11}+a_{13}}{2}$

$a_{11}=\frac{a_{12}+a_9}{2}$

21100846 (U276075 M1296481)

3. $\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 5 \\ a^2+b^2 \le \min(4a-2b, 5) \end{cases}$

Ре

$(x-a)^2+(y-b)^2 \le 5$ окружн.

с центром $(a;b)$ $R \le \sqrt{5}$

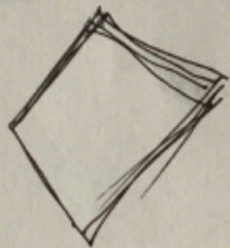
черновик

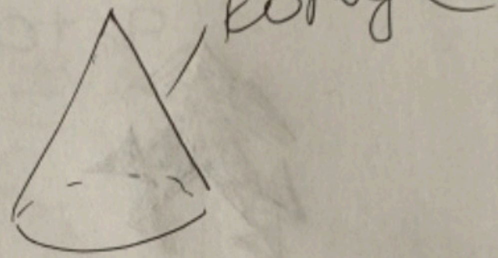
черновик

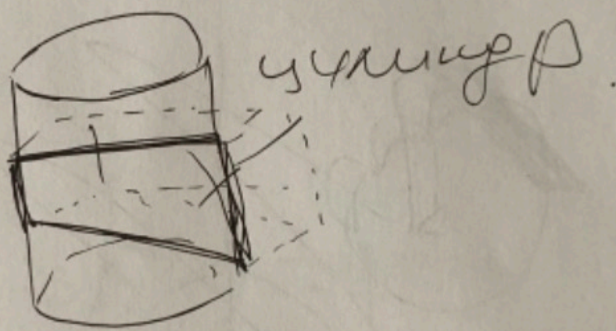
2. тетраэдр ABCD

$AB = 2 \quad AC = CB = 5$

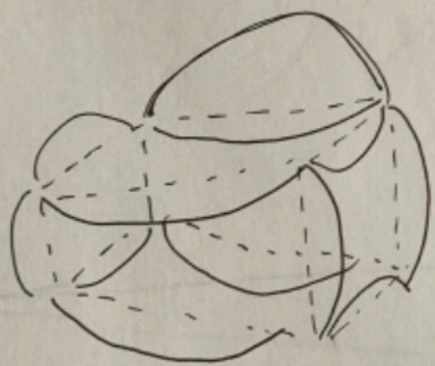
$AD = DB = 4$

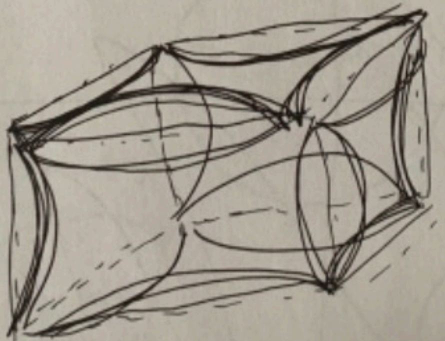




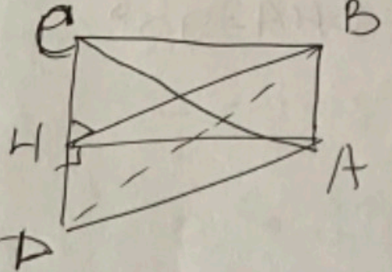


a





Чистовик №2 Вар 18



1) проведем высоты AH_1 и BH_1

Докажем, что H_1 и H_2 одна точка

$\triangle CBD = \triangle CAD$ тк $CB = AC$ $AD = DB$ CD - общ

тогда $\frac{CH_1}{H_1D} = \frac{CH_2}{H_2D} \Rightarrow H_1 = H_2 = H$

2) тк $BH \perp$ оси $AH \perp$ оси $\Rightarrow$ $(BHA) \perp$ оси, тогда они описаные около $\triangle ABH$ равна радиусу основ. цилиндра

3) по теореме синусов д $\triangle ABH$:

$\frac{AB}{\sin\angle AHB} = 2R$ AB - фиксированная, а $\sin\angle AHB \in (0;1]$

$\Rightarrow 2R$ будет наим при $\sin\angle AHB$ будет наиб.

$\Rightarrow \angle AHB = 90^\circ \Rightarrow R = \frac{AB}{2} = \frac{2}{2} = 1$

$)^2-$

$(4$

$a_1^2+10a_1+7$

$100-28=$
$=72$

$\cancel{\#}$ б $x_{1;2}=\frac{-10\pm\sqrt{100-4\cdot7}}{2}=$

$6\cdot6$
36

$=-10\pm\sqrt{}$

$7\cdot7$

пока нч

$9\cdot9=81$

$\cancel{8\cdot8}$ $9\cdot8$

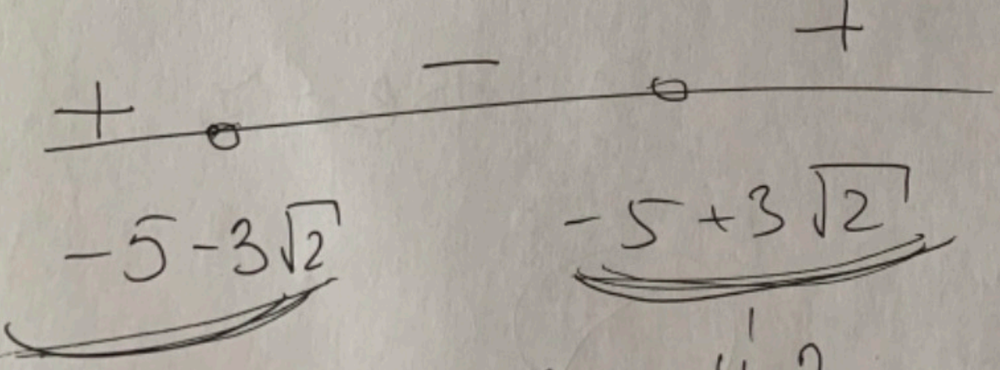
$x_{1;2}=\frac{-10\pm6\sqrt{2}}{2}=$

сколько будтет примерно

$=x_{1;2}=-5\pm3\sqrt{2}$

$(x-(-5+3\sqrt{2}))(x-(-5-3\sqrt{2}))$

$-5+5$



да

$1,4\cdot3=4,2$

$-5-4,2=-0,8$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21100846**

ID профиля: **276075**

Вариант 18

ЧИСТОВИК №1

Вариант 18 часть 2

4. $\begin{cases} \text{НОД}(a;b;c) = 3\cdot 5 \\ \text{НОК}(a;b;c) = 3^{15}\cdot 5^{18} \end{cases}$

$a = 3^{x}\cdot 5^{y}$ $b = 3^{x_2}\cdot 5^{y_2}$ $c = 3^{x_3}\cdot 5^{y_3}$

$15 \geq x \geq 1$ $18 \geq y \geq 1$

хотя бы одно $x_i = 1$ и ~~x_i~~ $x_2 = 15$

хотя бы одно $y_i = 1$ $y_2 = 18$

а) расчитаем для степеней 3

(1) выберем $x_i = 15$

(2) выберем $x_j = 1$

(3) выберем знач. $2 \leq x_k = 14$

$3\cdot 2\cdot 13 + 3 + 3$

Выберем $x_i = 15$
остал $x_2 = x_k = 1$

Выберем $x_i = 1$
$x_2 = x_k = 16$

(1) (2) (3)
$3\cdot 2\cdot 1$
6

б) аналогично для 5

$3\cdot 2\cdot 16 + 3 + 3 = 6\cdot 17$

Ответ: $6^2\cdot 14\cdot 17$

21100846 (U276075 M1296482)

ЧИСТОВИК N2

Вариант 18

N5 $\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14) = 2\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14) = a$

$\log_{6x-14}(x-1)^2 = 2\log_{6x-14}(x-1) = b$

$\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right) = \cancel{\neq} c$

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{x}{3}+3} > 0 \\ 6x-14>0 \\ x-1>0 \\ 6x-14 \neq 1 \\ (x-1)^2 > 0 \\ x-1 \neq 1 \\ \frac{x}{3}+3>0 \\ \frac{x}{3}+3 \neq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x>-9 \\ x>\frac{7}{3} \\ x>1 \\ x \neq 2{,}5 \\ x \in R \\ x \neq 2 \\ x \geqslant -9 \\ x \neq 6 \end{cases}$$

$x \in \left(\frac{7}{3}; 2{,}5\right) \cup$
$\cup (2{,}5; 6) \cup (6; +\infty)$

1 сл: $a=b$, $c=a-1$
2 сл: $a=c$, $b=a-1$
3 сл: $b=c$; $a=b-1$

$x=3$: $\log_{\sqrt{4}}(18-14) = \log_2(4)$ (1)

$\log_{18-14}(3-1)^2 = \log_4(2)^2$ (3)

$\log_{3-1}\left(\frac{3}{3}+3\right) = \log_2 4$ (2)

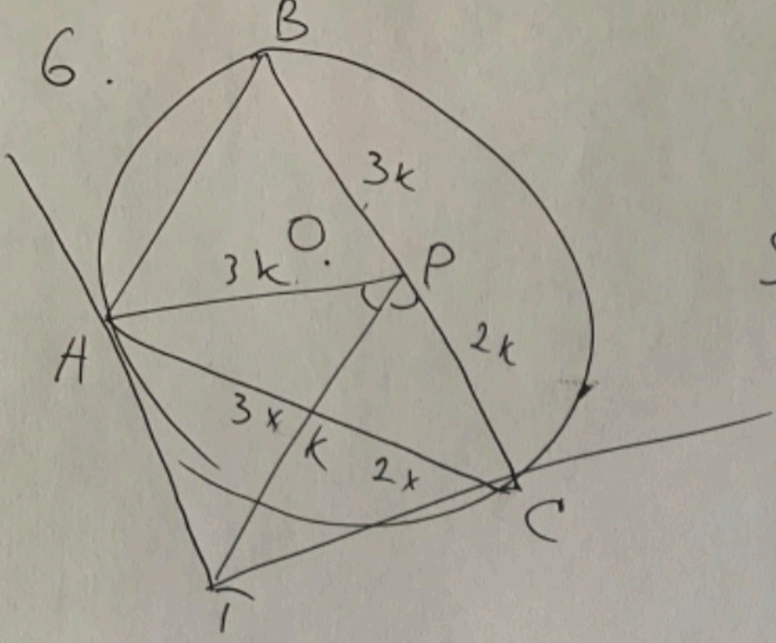
(1) = (2), а (3) на 1 меньше

Ответ: 3

21100846 (U276075 M1296482)

чистовик №3 вариант 18

6.



$S_{APK} = 6$

$S_{CPK} = 5$

$S_{\triangle APC} = 11$

~~S_{ABC}~~ $S_{APB} = \frac{3k}{2k} \cdot 11 = \frac{33}{2} = 16,5$

$S_{ABC} = 27,5$

$\angle APC = \angle ABC = 2\angle ABC$ впис

$\angle CAT = \angle ACT = \angle ABC$ касат.

$\angle ATC + \angle ABC = 180 \Rightarrow T \in$ окр

PT – бис из впис $APCT$

$$\frac{AP}{PC} = \frac{S_{APK}}{S_{CPK}} = \frac{6}{5}$$

$BP = AB = 3k$

$PC = 2x$

$B = \operatorname{arctg}\frac{1}{2}$

$\beta = \arcsin$

$$S_{ABP} = 11 = \frac{3k \cdot 3k \cdot \sin(180 - 2\beta)}{2} = \frac{9k^2}{2}.$$

21100846 (U276075 M1296482)

Черновик

наиб об. дел

4. $\begin{cases} НОД(a;b;c)=15 \\ НОК(a;b;c)=3^{15}\cdot 5^{18} \end{cases}$ наим об кр.

$a=15 \quad b=30 \quad c=60$

$3^{15}\cdot 5^{18}$

$3\cdot 5$

$\log_a b = \cancel{c}$ $\quad a^c=b$

a^x

3

$\log_2(4)=2$

$\log_4 (\cancel{x-1}) 2^2 = 1$

~~$\log_2 4 = 0{,}5$~~

$\log_2 4 = 1$

$\log_4 4 = 1 \quad 4^1 = 4$

21100846 (U276075 M1296482)

ЧЕРНОВИК

$\log_a b =$

№5 $\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14) = a$

$2\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14) = a$

$\log_{6x-14}(x-1)^2 = b$

$2\log_{6x-14}(x-1) = b$

$\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right) = c$

1 сл. $a = b$ $c = a-1$

2 сл $a = c$ $b = a-1$

3 сл : $b = c$ $a = b-1$

$6x \neq 15$

$x \neq \frac{15}{6} = \frac{5}{2} = 2{,}5$

1 $\sqrt{\frac{x}{3}+3} > 0$

2 $6x-14 > 0$

3 $x-1 > 0$

$\frac{x}{3}+3 > 0$

$\frac{x}{3} > -3$

$x > -9$

1

$6x > 14$

2 $x > \frac{14}{6} = \frac{7}{3}$

3 $x > 1$

$6x-14 > 0$ $x > \frac{7}{3}$

$6x-14 \neq 1$ $x \neq 2{,}5$

$(x-1)^2 > 0$ $x \in R$

$x-1 \neq 1$ $x \neq 2$

$\frac{x}{3}+3 > 0$ $x > -9$

$\frac{x}{3}+3 \neq 1$ $x \neq 6$

$\frac{x}{3} \neq -2$ $x \neq -6$

$2\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)=a$

$2\log_{6x-14}(x-1)=b$

$\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)=c$

$$\begin{cases} x>-9 \\ x>\frac{7}{3} \\ x>1 \\ \hline x\neq 2,5 \\ x\neq 2 \\ x\neq 6 \end{cases}$$

$6x-14=3$

$6x=17$

$x=\frac{17}{6}$

$a=c$

$\sqrt{\frac{x}{3}+3}$

4 9

0 0 2cл

$\cancel{6}\ \cancel{9}\ \cancel{+2}$

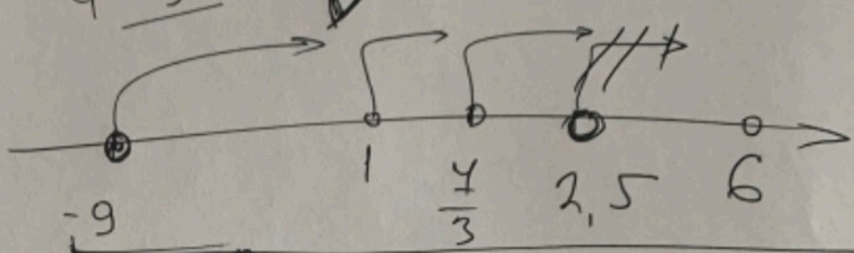
18·6

18

$\frac{1}{\log_4 3}$

$\log_3$

$\log_3 4=1$



ОДЗ:

$x\in\left(\frac{7}{3};2,5\right)\cup$

$\cup(2,5;6)\cup(6;+\infty)$

$\emptyset$

$\neq$cл

$a=b$

$\cancel{2}\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)=\cancel{2}\log_{6x-14}(x-1)$

$\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)=\log_{6x-14}(x-1)$

$x=$

$\frac{1}{\log_{6x-14}\left(\frac{x}{3}+3\right)}=\log_{6x-14}(x-1)$

$\cancel{9x}-42=x^2+\cancel{9x}-x-9$

$x^2-x+33=0$

$6x-14=\frac{x^2}{3}+3x-\frac{x}{3}-3$

$\log_{6x-14}(x-1)\cdot\log_{6x-14}\left(\frac{x}{3}+3\right)=1$

$-\frac{42}{9}$

33

$\log_{6x-14}(x-1)\left(\frac{x}{3}+3\right)=1$

$6x-14=(x-1)\left(\frac{x}{3}+3\right)$

$\log_a b = 1$

$(6x-14-1)(x-1)\left(\frac{x}{3}+3\right) = 0$

$(6x-15)(x-1)\left(\frac{x}{3}+3\right) = 0$

$\cancel{x=1}$

2 ca. $a = c$

$2\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14) = \cancel{\neq} \log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)$

$2\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14) = \frac{1}{\log_{\frac{x}{3}+3}(x-1)}$

$2\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14) \cdot \log_{\frac{x}{3}+3}(x-1) = \cancel{\neq} 1$

$\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)^2(x-1) = \cancel{\neq} 1$

$(6x-14)^2(x-1-1)\left(\frac{x}{3}+3-1\right) = 0$