

Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21100398**

ID профиля: **287382**

Вариант 18

Числовая.

№ 3.

$$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 5 \\ a^2 + b^2 \leq \min(4a-2b; 5) \end{cases}$$

Через точку X обозначим точку, "проектирующую" декартову плоскость, такую, что $X(a; b)$, то есть

a - координата по оси x

b - координата по оси y .

Но в то же время эта точка $X(a; b)$ является центром круга, образуемого первым неравенством

4 2-е ~~у~~ кер-во системы:

$$1^0 \quad 4a - 2b < 5 \Rightarrow 2b > 4a - 5 \Rightarrow b > 2a - \frac{5}{2}$$

Полуженное неравенство представляет собой множество точек, принадлежащих полуплоскости, задаваемой ~~у > 2x - 5/2~~ кер-вом

$$y > 2x - \frac{5}{2}$$

$$4a - 2b < 5 \Rightarrow \min(4a - 2b; 5) = 4a - 2b.$$

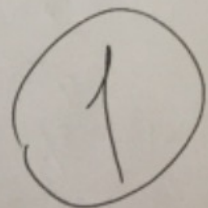
$$\Rightarrow a^2 + b^2 \leq 4a - 2b \Rightarrow a^2 - 4a + b^2 + 2b \leq 0$$

$$\Rightarrow (a-2)^2 + (b+1)^2 \leq 5.$$

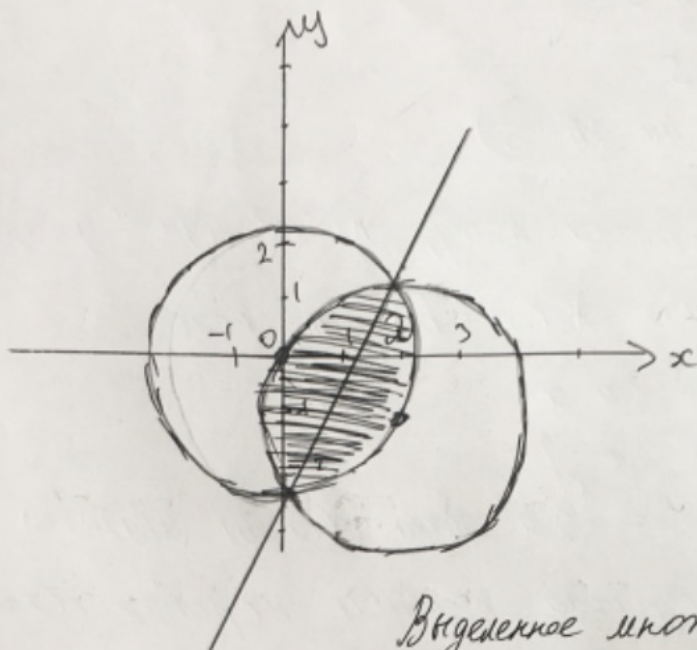
2⁰ $4a - 2b > 5 \Rightarrow b < 2a - \frac{5}{2} \Rightarrow$ кер-во представл. собой множество точек, принадл. полуплоски $y < 2x - \frac{5}{2}$.

$$\Rightarrow \min(4a - 2b; 5) = 5.$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 \leq 5.$$



Чистовик.



Выделенное множество точек $X(a; b)$ является решением второго неравенства.

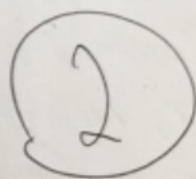
4 ~~указ~~ пересечение окружностей:

1) окр: $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 5$

2) окр: $x^2 + y^2 = 5$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + 4 + y^2 + 2y + 1 = x^2 + y^2$$

$$\Rightarrow -4x + 2y + 5 = 0$$



\Rightarrow Т. П. окружностей принадлежит прямой $-4x + 2y + 5 = 0$.

Заметим, что око совпадает с прямой — границей совокупности. Каждый коорд точек П.

$$-4x + 2y + 5 = 0 \quad y = 2x - 5/2$$

$$\Rightarrow x^2 + (2x - 5/2)^2 = 5$$

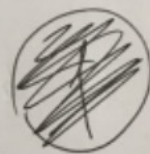
$$x^2 + 4x^2 - 10x + 25/4 - 5 = 0.$$

$$5x^2 - 10x + 5/4 = 0$$

$$x^2 - 2x + 1/4 = 0 \Rightarrow D/4 = 3/4 \Rightarrow x_{1,2} = 1 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x_1 = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow y_1 = 2 + \sqrt{3} - \frac{5}{2} = \sqrt{3} - \frac{1}{2}$$

$$x_2 = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow y_2 = 2 - \sqrt{3} - \frac{5}{2} = -\sqrt{3} - \frac{1}{2}$$



$$\Rightarrow A\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}; \sqrt{3} - \frac{1}{2}\right); B\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}; -\sqrt{3} - \frac{1}{2}\right) \quad | \text{Условие}$$

точки A и B окружностей

$$\begin{aligned} \Rightarrow AB^2 &= \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\sqrt{3} - \frac{1}{2} + \sqrt{3} + \frac{1}{2}\right)^2 = \\ &= (\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{3})^2 = 3 + 4 \cdot 3 = 5 \cdot 3 \\ \Rightarrow AB &= \sqrt{15} \end{aligned}$$

1-е уравнение системы представл. собой круг радиуса $\sqrt{5}$, центр которого — точка $X(0; b)$.

\Rightarrow центр \in множеству задаваемому вторым уравнением системы

Когда надо решить систему нужно во второе уравнение решить первое уравнение.

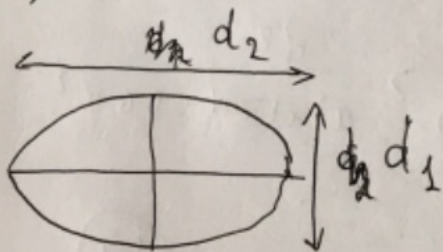
Заметим, что для решения достаточно рассмотреть крайние случаи, то есть когда центр круга — точки A и B .

Когда решение системы является эллипсом, y которого:

$$d_1 = AB - (AB - \sqrt{5}) \cdot 2 \Rightarrow 2\sqrt{5} - AB = 2\sqrt{5} - \sqrt{15}$$

d_2 — расст. м/у центрами ~~эллипсов~~ ~~эллипсов~~ второго уравнения.

Поскольку точки A и $B \in$ окружностей, то окружности радиуса $\sqrt{5}$, с центром в т. A и B проходят \forall центры эллипсов.



$$d_1 = \sqrt{5}(2 - \sqrt{3})$$

$$d_2 = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow S = \frac{\pi d_1 d_2}{4} = \frac{5\pi(2 - \sqrt{3})}{4}$$

3

Ответ: $\frac{5\pi(2 - \sqrt{3})}{4}$

N 1.

Условие

$$S = a_1 + a_2 + \dots + a_7 = \frac{a_1 + a_7}{2} \cdot 7 = \frac{a_1 + a_1 + 6d}{2} \cdot 7 = 7(a_1 + 3d).$$

арифм. прогр. возрастающ $\Rightarrow d > 0$ (разность а.п.)

$$\begin{cases} a_7 \cdot a_{12} > S + 20 & a_7 = a + 6d; \quad a_{12} = a + 11d \\ a_9 \cdot a_{10} < S + 44 & a_9 = a + 8d; \quad a_{10} = a + 9d. \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a + 6d)(a + 11d) > 7(a + 3d) + 20 \\ (a + 8d)(a + 9d) < 7(a + 3d) + 44 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 + 17ad + 66d^2 > 7(a + 3d) + 20 & \textcircled{1} \\ a^2 + 17ad + 72d^2 < 7(a + 3d) + 44 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 + 17ad + 66d^2 > 7(a + 3d) + 20 & \textcircled{1} \\ a^2 + 17ad + 72d^2 < 7(a + 3d) + 44 \end{cases}$$

$$-a^2 - 17ad - 72d^2 > -7(a + 3d) - 44 \quad \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2}; \quad -6d^2 > -24 \Rightarrow 6d^2 - 24 > 0 \Rightarrow 6d^2 > 24$$

$$\Rightarrow d^2 > 4 \Rightarrow \underline{d > 2} \quad (\text{некоторые а.п. - возрастающ а.п.})$$

Таким образом, разность а.п. должна быть

$$\textcircled{2} : \textcircled{1}; \quad - \frac{a^2 + 17ad + 72d^2}{a^2 + 17ad + 66d^2} > - \frac{7(a + 3d) + 44}{7(a + 3d) + 20}$$

$$\Rightarrow \frac{24}{7(a + 3d)} > \frac{6d^2}{a^2 + 17ad + 66d^2} \Rightarrow \frac{4}{7(a + 3d)} > \frac{d^2}{a^2 + 17ad + 66d^2}$$

$$\Rightarrow 4a^2 + 68ad + 264d^2 > 7ad^2 + 21d^3$$

$$4a^2 + 68ad - 7ad^2 + 264d^2 - 21d^3 > 0.$$

$$4a^2 + 68a \cdot 2 - 7a \cdot 4 + 264 \cdot 4 - 21 \cdot 8 > 0.$$

$$a^2 + 34a - 7a + 264 - 21 > 0.$$

$$a^2 + 27a + 222 > 0.$$

$$a^2 = 729 - 888 < 0. \Rightarrow \emptyset.$$

$$S = a_1 + a_2 + \dots + a_7 = \frac{a_1 + a_1 + 6d}{2} \cdot 7$$

N1

(Проверка)

$$a_1, d \in \mathbb{Z}, d > 0.$$

$$\Rightarrow S = (a_1 + 3d) \cdot 7$$

$$a_7 = a_1 + 6d; \quad a_{12} = a_1 + 11d.$$

$$a_7 \cdot a_{12} > S + 20.$$

$$a_9 = a_1 + 8d; \quad a_{10} = a_1 + 9d.$$

$$a_9 \cdot a_{10} < S + 44$$

$$\begin{cases} (a_1 + 6d)(a_1 + 11d) > (a_1 + 3d) \cdot 7 + 20 \\ (a_1 + 8d)(a_1 + 9d) < (a_1 + 3d) \cdot 7 + 44 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 17ad + 66d^2 > 7a_1 + 21d + 20 \\ a_1^2 + 17ad + 72d^2 < 7a_1 + 21d + 44 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 + 17ad - 7a_1 - 21d > 20 - 66d^2 \\ a^2 + 17ad - 7a_1 - 21d < 44 - 72d^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 + 17ad - 7a_1 - 21d > 20 - 66d^2 & \textcircled{1} \\ a^2 + 17ad - 7a_1 - 21d < 44 - 72d^2 & \textcircled{2} \end{cases}$$

$$a^2 + 17ad = a(a + 17d) = a_1 \cdot a_{18}$$

Проверка

$$-a^2 - 17ad + 7a_1 + 21d > 72d^2 - 44 \quad \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \text{ и } \textcircled{2}: \quad 6d^2 - 24 > 0 \Rightarrow 6d^2 > 24 \Rightarrow d^2 > 4$$

$$\Rightarrow \underline{d > 2} \quad (d > 0)$$

$$\begin{cases} a^2 + 17ad - 7a > -66d^2 + 21d + 20 \\ a^2 + 17ad - 7a < -72d^2 + 21d + 44 \end{cases}$$

$$a^2 + 27a > -66 \cdot 4 + 42 + 20$$

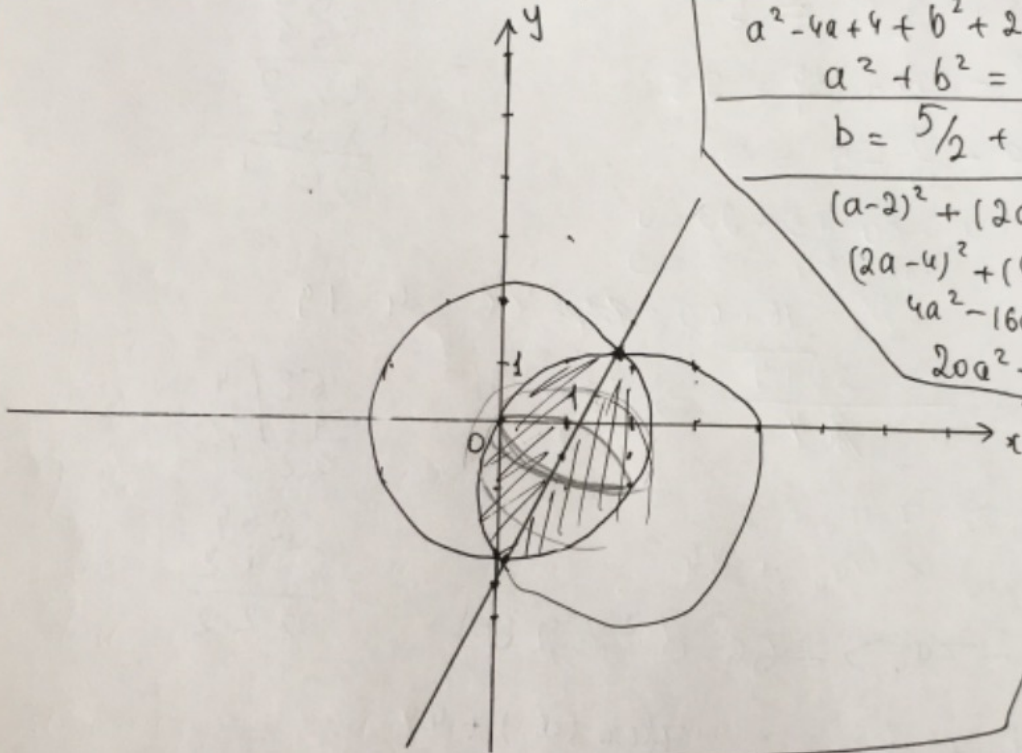
Поскольку d вернее < 2 ,
но как $d > 2$ оба неравенства
удовлетворяют
 \Rightarrow при $d = 2$ крайн.
знач.

①

№ 3.

$$1^{\circ} \quad 4a - 2b < 5 \\ \Rightarrow 2b > 4a - 5 \\ b > 2a - \frac{5}{2}$$

$$a^2 + b^2 \leq 4a - 2b \\ a^2 - 4a + b^2 + 2b \leq 0 \\ a^2 - 4a + 4 + b^2 + 2b + 1 \leq 5 \\ (a-2)^2 + (b+1)^2 \leq 5$$



Черновая

$$2^{\circ} \quad 4a - 2b > 5 \\ \Rightarrow 2b < 4a - 5 \\ b < 2a - \frac{5}{2}$$

$$a^2 + b^2 \leq 5$$

$$a^2 - 4a + 4 + b^2 + 2b + 1 = a^2 + b^2 \\ 2b - 4a + 5 = 0$$

$$a^2 - 4a + 4 + b^2 + 2b + 1 = 5 \\ a^2 + b^2 = 5$$

$$b = \frac{5}{2} + 2a$$

$$(a-2)^2 + (2a + \frac{7}{2})^2 = 5$$

$$(2a-4)^2 + (4a+7)^2 = 20$$

$$4a^2 - 16a + 16 + 16a^2 + 56a + 49 = 20$$

$$20a^2 - 40a + 45 = 0$$

$$4a^2 - 8a + 9 = 0 \\ D/4 = 16 - 36$$

Найдем Т. П. окружности.

$$a^2 + (2a + \frac{5}{2})^2 = 5$$

$$a^2 + 4a^2 + 10a + \frac{25}{4} = 25$$

$$5a^2 + 10a - \frac{75}{4} = 0$$

$$a^2 + 2a - \frac{15}{4} = 0$$

$$\Rightarrow 4a^2 + 8a - 15 = 0 \quad D/4 = 16 + 60 = 76 = 4(4+15) = 4 \cdot 19$$

$$\Rightarrow a_{1,2} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{19}}{4} = \frac{-2 \pm \sqrt{19}}{2}$$

(2)

Черновая

$$\begin{cases} (a-2)^2 + (b+1)^2 \leq 5 \\ a^2 + b^2 \leq 5 \end{cases} \quad \text{Черновик}$$

≠ пересечение окружностей.

$$\Rightarrow a^2 - 4a + 4 + b^2 + 2b + 1 = a^2 + b^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -4a + 2b + 5 = 0 \\ 4a - 2b - 5 = 0 \end{cases}$$

$$2b = 4a - 5; \quad b = 2a - \frac{5}{2}$$

$$a^2 + (2a - \frac{5}{2})^2 = 5$$

$$a^2 + 4a^2 - 10a + \frac{25}{4} = 25$$

$$a^2 - 2a + \frac{5}{4} - 5 = 0$$

~~$$4a^2 - 8a + 5 - 20 = 0$$~~

~~$$4a^2 - 8a - 15 = 0$$~~

~~$$D_4 = 16 + 60 = 76 = 4 \cdot 19$$~~

$$\Rightarrow a_{1,2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{19}}{4} \Rightarrow \frac{2 \pm \sqrt{19}}{2}$$

$$\begin{array}{r} +66 \\ \hline 132 \\ +132 \\ \hline 264 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 68 \overline{) 4} \\ \underline{4} \\ 22 \\ \underline{22} \\ 0 \end{array}$$

$$3^0 \quad a_7 a_{12} > 7a_4 + 20$$

$$a_9 \cdot a_{10} < 7a_4 + 44$$

$$a(a+17d) - 7a_4 > -66d^2 + 20$$

$$- \frac{a^2 + 17ad + 72d^2}{a^2 + 17ad + 66d^2} > - \frac{7(a+3d) + 44}{7(a+3d) + 20}$$

$$\Rightarrow \frac{24}{7(a+3d) + 20} > \frac{6d^2}{a^2 + 17ad + 66d^2}$$

$$\begin{array}{r} 222 \overline{) 6} \\ \underline{18} \\ 42 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 27 \\ \hline 189 \\ + 54 \\ \hline 729 \end{array}$$

Черновик

(3)

$$M(0;0); N(2;-1) \quad (\text{Черновик})$$

$$\Rightarrow y = -\frac{x}{2} \quad \begin{matrix} 2y = -x \\ 2b = -a \end{matrix}$$

$$\Rightarrow 5a = 5 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow (1; -\frac{1}{2}) - \text{т.п.}$$

$$2y = 4x - 5; \quad x^2 + y^2 = 5$$

$$y = 2x - \frac{5}{2} \Rightarrow x^2 + 4x^2 - \frac{5}{2} \cdot 2 \cdot 2x + \frac{25}{4} = 5$$

$$5x^2 - 10x + \frac{25}{4} - 5 = 0$$

$$x^2 - 2x + \frac{5}{4} - 1 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + \frac{1}{4} = 0$$

$$\frac{D}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow x_{1,2} = 1 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

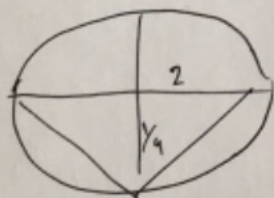
$$\Rightarrow x_1 = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow y_1 = 2 + \sqrt{3} - \frac{5}{2} = \sqrt{3} - \frac{1}{2}$$

$$y_1 = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow y_2 = 2 - \sqrt{3} - \frac{5}{2} = -\sqrt{3} - \frac{1}{2}$$

$$A(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}; \sqrt{3} - \frac{1}{2}) \quad B(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}; -\sqrt{3} - \frac{1}{2})$$

$$AB^2 = \sqrt{3} \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\sqrt{3} - \frac{1}{2} + \sqrt{3} + \frac{1}{2}\right)^2 =$$

$$= \sqrt{3} \cdot 3 + 4 \cdot 3 = 3 \cdot 5 \quad \text{Задание}$$



$$S = \frac{1}{4} \Rightarrow S = \frac{3}{4}$$

$$\frac{5\pi(2-\sqrt{3})}{4} \vee \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{5\pi(2-\sqrt{3}) \vee 3}{5(2-\sqrt{3}) \vee 1}$$

Черновик

(9)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21100398**

ID профиля: **287382**

Вариант 18

N 4

Условие.

$$\begin{cases} \text{НОД}(a; b; c) = 15 \\ \text{НОК}(a; b; c) = 3^{15} \cdot 5^{18} \end{cases}$$

~~$$a > b, a > c.$$~~

~~$$\begin{aligned} 1^\circ a &= 3^{15} \cdot 5^{18} \\ \Rightarrow b &= 3^k \cdot 5^n, \quad k \leq 15, n \leq 18 \\ c &= 3^l \cdot 5^m, \quad 1 \leq k, l \leq 15 \\ &\quad 18 \leq m, n \leq 18. \\ &\Rightarrow 15^2 \cdot 18^2. \end{aligned}$$~~

~~$$1^\circ a = 5^{18}$$~~

Если 2 числа не делят на 3 или 5.

НОД - наиб. общ. делит.
НОК - наим. общ. кратн.

\Rightarrow каждое число представляет собой число вида $3^i \cdot 5^k$ причем хотя бы у одного числа степень тройки или пятёрки равна единице.

$$1^\circ a = 3 \cdot 5^k.$$

~~$$1.1^\circ k=18 \Rightarrow 2 \cdot 15 \cdot 18^2$$~~

~~$$1.2^\circ k \neq 18 \Rightarrow 2 \cdot 18 \cdot 15 \cdot 18$$~~

$$2^\circ a = 3^n \cdot 5$$

~~$$2.1^\circ n=18 \Rightarrow 2 \cdot 15^2 \cdot 18$$~~

~~$$2.2^\circ n \neq 15 \Rightarrow 2 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 18$$~~

$$\Rightarrow 6(2 \cdot 15 \cdot 18(17+18+14+15)) = 12 \cdot 15 \cdot 18 \cdot 32.$$

Усробоан

$$12 \cdot 15 \cdot 18 \cdot 32 = 81 \cdot 5 \cdot 256 = 256 \cdot 405 = \\ = 103680$$

Омбем: 103680.

(2)

Заметим, что произведение корней равно:

$$2 \log_{\frac{x}{3}+3} (6x-14) \cdot 2 \log_{6x-14} (x-1) \cdot \log_{x-1} (\frac{x}{3}+3) =$$

$$= 4 \cdot \log_{\frac{x}{3}+3} (6x-14) \cdot \frac{\log_{6x-14} (\frac{x}{3}+3)}{\log_{6x-14} (x-1)} \cdot \log_{6x-14} (x-1) =$$

$$= 4.$$

Тогда мы имеем: $\alpha, \alpha, \alpha - 1$

$$\Rightarrow \alpha^2 (\alpha - 1) = 4.$$

$$\alpha^3 - \alpha^2 - 4 = 0.$$

$$\alpha^3 - 2\alpha^2 + \alpha^2 - 2\alpha + 2\alpha - 4 = 0$$

$$\alpha^2 (\alpha - 2) + \alpha(\alpha - 2) + 2(\alpha - 2) = 0$$

$$(\alpha - 2) (\alpha^2 + \alpha + 2) = 0$$

$$\Rightarrow \alpha = 2 \quad \text{D} < 0$$

3

$$1^{\circ} \log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}} (6x-14) = 2 \Rightarrow 6x-14 = \frac{x}{3} + 3$$

$$18x - 42 = x + 9 \Rightarrow 17x = 51 \Rightarrow x = \underline{3}$$

$$2^{\circ} \log_{6x-14} (x-1)^2 = 2 \Rightarrow 6x-14 = x-1$$

$$\Rightarrow 5x = 15 \Rightarrow x = 3.$$

$$3^{\circ} \log_{x-1} (\frac{x}{3} + 3) = 2 \Rightarrow \frac{x+9}{3} = x^2 - 2x + 1$$

$$x+9 = 3x^2 - 6x + 3 \Rightarrow 3x^2 - 7x - 6 = 0.$$

$$D = 49 + 72 = 121$$

$$x_{1,2} = \frac{7 \pm 11}{6} = 3, -\frac{2}{3} \quad \text{— не } \log x \text{ no ODI}$$

$$\Rightarrow x = 3$$

Установи

Проверка: $x = 3$

$$\Rightarrow \log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14) = \log_{\sqrt{4}}(4) = \log_2 4 = 2$$

$$\log_{6x-14}(x-1)^2 = \log_4 4 = 1$$

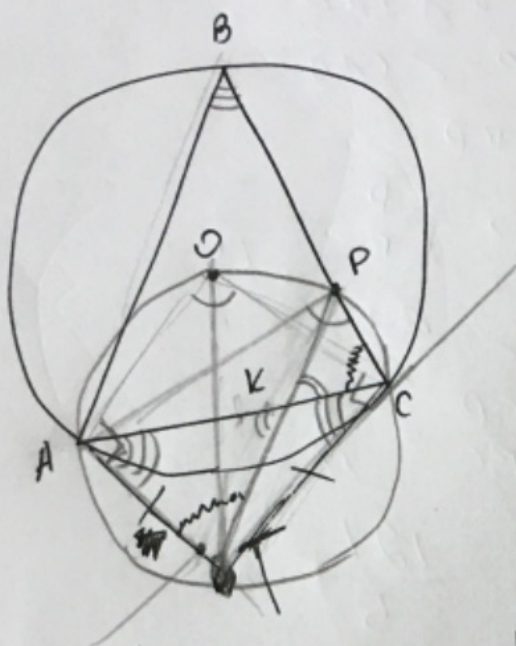
$$\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right) = \log_2 4 = 2$$

\Rightarrow Верно.

Ответ: $x = 3$ (4)

№6

Устойчив



$$a) \quad S_{APK} = \frac{1}{2} h \cdot AK$$

$$S_{CPK} = \frac{1}{2} h \cdot CK$$

$$S_{APK} = 6; \quad S_{CPK} = 5$$

$$\Rightarrow \frac{CK}{AK} = \frac{5}{6}$$

$$S_{APC} = 11$$

$$\frac{CP}{CB} = ?$$

$$AT = CT$$

$$KT \cdot PT = CT^2$$

$$\frac{KT}{CT} = \frac{CT}{PT}$$

(5)

$$\angle ACT = \angle ABC$$

$$\angle TAO = \angle OCT = 90^\circ \Rightarrow A, O, C, T \in \text{одн. окруж.}$$

$\Rightarrow T, T' \in \text{внутр. окруж.}$, OT - диаметр

$$\Rightarrow \angle COT = \angle CPT$$

$$\angle ATP = \angle ACP$$

$$AT - \text{касательная} \Rightarrow \angle CAT = \frac{\angle AC}{2}$$

$$\angle ABC - \text{вписан} \Rightarrow \angle ABC = \frac{\angle AC}{2} \Rightarrow \angle CAT = \angle ABC$$

Тогда в $\triangle ATK$ и $\triangle ABC$: $\angle PAT = \angle ACP$

$$\angle KAT = \angle BAC \Rightarrow \angle BAC = \angle AKT$$

$$\text{и } \angle AKT = \angle CKP \text{ (верт)}$$

$$\Rightarrow \angle CKP = \angle CUP = \angle BAC$$

Частован

⇒ докажано, што $\angle CKP = \angle CAB$

⇒ $\triangle ABC$ и $\triangle CKP$:

$\angle ACB$ - оден; $\angle CKP = \angle CAB$

⇒ $\triangle ABC \sim \triangle CKP$

$$\Rightarrow \frac{CP}{CB} = \frac{CK}{AC} = \frac{5}{11} \Rightarrow \frac{CP}{CB} = \frac{5}{11}$$

Посколку $\angle ACP$ - оден, то

$$\frac{S_{ACP}}{S_{ABC}} = \frac{AC \cdot CP}{AC \cdot BC} = \frac{CP}{BC} = \frac{5}{11}$$

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{11}{5} \cdot S_{ACP} = \underline{\underline{\frac{121}{5}}}$$

б) $\angle ABC = \arctg \frac{1}{2} \Rightarrow \angle CAT = \angle ACT$

$$\sin ABC = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow \cos ABC = \frac{2}{\sqrt{5}}; \angle ABC = \alpha$$

$$\Rightarrow \angle ATC = 180^\circ - 2\alpha \Rightarrow \cos ATC = \cos(180^\circ - 2\alpha) =$$

$$= -\cos 2\alpha = 1 - 2\cos^2 \alpha = 1 - \frac{2 \cdot 4}{5} = 1 - \frac{8}{5} = -\frac{3}{5}$$

$$\frac{AC}{\sin \alpha} = 2R \mid \angle AOC = 2\alpha \Rightarrow \cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = \frac{2 \cdot 4}{5} - 1 = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \cos AOC = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow AC^2 = R^2 + R^2 - 2R^2 \cdot \frac{3}{5} = 2R^2 \cdot \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow AC^2 = \frac{AC}{\sin \alpha} \cdot R \cdot \frac{2}{5}$$

⑥

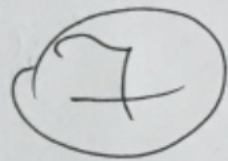
$$S = \frac{abc}{4R} ; S = \frac{ac}{2} \cdot \sin \alpha \quad \text{Черобна k}$$

$$ac = \frac{4RS}{b} \Rightarrow S = \frac{4RS}{2b} \cdot \sin \alpha$$

$$b = 2R \cdot \sin \alpha = 2 \cdot R \cdot \frac{1}{\sqrt{5}}$$

Ответ: а) $\frac{121}{5}$

б) $2R \cdot \sin \alpha$



~~Умножан~~ Умножан

N5.

$$10 \left\{ \begin{aligned} \log_{\frac{x}{3}+3} (6x-14) &= \log_{6x-14} (x-1)^2 \\ \log_{\frac{x}{3}+3} (6x-14) &= \log_{x-1} \left(\frac{x}{3}+3\right) + 1 \end{aligned} \right.$$

$$1) \log_{\frac{x}{3}+3} (6x-14) = \log_{6x-14} (x-1) \Rightarrow \log_{\frac{x}{3}+3} (6x-14) \cdot \log_{x-1} (6x-14) = 1$$

$$\Rightarrow \log_{\frac{x}{3}+3} (6x-14) \cdot \log_{x-1} (6x-14) = 1$$

$$2) 2 \log_{\frac{x}{3}+3} (6x-14) = \log_{x-1} \left(\frac{x}{3}+3\right) + 1.$$

$$\Rightarrow 2 = \log_{x-1} \left(\frac{x}{3}+3\right)$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 256 \\ \hline 405 \\ + 1280 \\ \hline 1024 \\ + 1024 \\ \hline 103680 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 168 \\ \hline 504 \\ \times 1961 \\ \hline 588. \end{array}$$

$$\log_{x-1} (6x-14) = \frac{2}{\log_{x-1} (6x-14)}$$

$$2 \log_{6x-14} (x-1)^2 - 1 = 0$$

$$\log_{6x-14} (x-1) = \log_{x-1} \left(\frac{x}{3}+3\right) + 1.$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 12 \\ \hline 28 \\ 14 \\ \hline 168 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 7 \\ \hline 168 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 12 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 141 \\ + 28 \\ \hline 168 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 168 \\ \hline 504 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2196 \\ \times 3 \\ \hline 588 \end{array}$$

Упробем

$$\log_{x-1} \left(\frac{x}{3} + 3 \right) = 2 \log_{6x-14}^{(x-1)+1}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 2 \log_{\frac{x}{3}+3}^{(6x-14)} &= 2 \log_{6x-14}^{(x-1)+1} \\ &= \log_{6x-14} \frac{(x-1)^2 \cdot (6x-14)}{6x-14} \end{aligned}$$

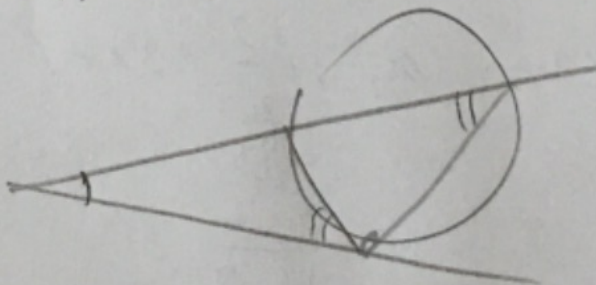
$$\Rightarrow \log_{\frac{x}{3}+3} \left((x-1)^2 (6x-14) \right) = 2$$

~~2 log~~

$$\begin{aligned} &2 \log_{\frac{x}{3}+3}^{(6x-14)} \cdot 2 \log_{6x-14}^{(x-1)} \cdot \log_{x-1}^{\left(\frac{x}{3}+3\right)} = \\ &= 4 \cdot \log_{\frac{x}{3}+3}^{(6x-14)} \cdot \frac{\log_{6x-14}^{\frac{x}{3}+3}}{\log_{x-1}^{(x-1)}} \cdot \log_{x-1} = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 3 \\ \hline 42 \\ \times 24 \\ \hline 72 \\ + 49 \\ \hline 121 \end{array}$$

$$\frac{5}{11} = \frac{11}{5} \Rightarrow S = \frac{121}{5}$$



N5 Уровни

$$\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14) ; \log_{6x-14}(x-1)^2, \log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)$$

~~2 log~~

$$2 \log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14) ; 2 \log_{6x-14}(x-1), \log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)$$

$$1) 2 \log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14) = 2 \log_{6x-14}(x-1)$$

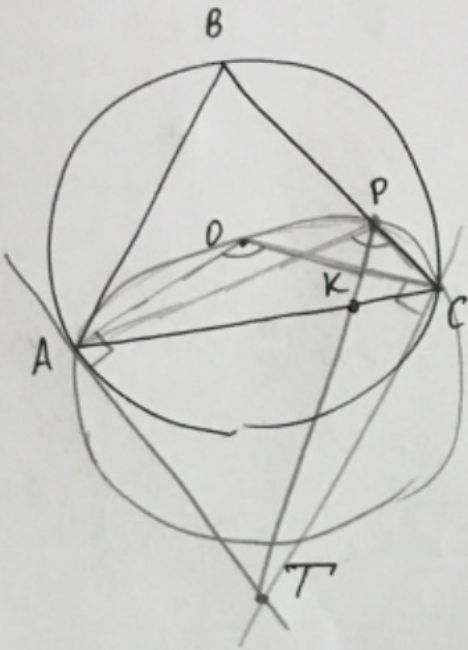
$$\Rightarrow \log_{6x-14}(x-1) = \frac{1}{\log_{6x-14}\left(\frac{x}{3}+3\right)} = 0.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \log_{6x-14}(x-1) \cdot \log_{6x-14}\left(\frac{x}{3}+3\right) = 1. \\ 2 \log_{6x-14}(x-1) = \log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right) + 1. \end{array} \right.$$

$$\frac{1}{2} = \frac{\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)}{\log_{6x-14}\frac{x}{3}+3} = \frac{\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)}{\log_{\frac{x}{3}+3}\left(\frac{x}{3}+3\right)(x-1)} =$$

$$= \log_{x-1}(6x-14)$$

$$\Rightarrow \log_{x-1}(6x-14) = \frac{1}{2} \Rightarrow 6x-14 = \sqrt{x-1} \cdot 36x^2 -$$



Упрощен

$$S_{APK} = 6$$

$$S_{CPK} = 5$$

$$\Rightarrow \frac{CK}{AK} = \frac{5}{6}$$