

# Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21100282**

ID профиля: **862241**

Вариант 18

Задача 1, Вариант 18, Часть 1

Т.к. поперечность возрастания и с учетом равенств, то разность прогрессии  $d$  — натуральное число.

$$a_7 a_{12} > S + 20$$

$$(a_9 - 2d)(a_{10} + 2d) > S + 20$$

$$a_9 a_{10} + 2d(a_9 - a_{10}) - 4d^2 > S + 20$$

$$a_9 a_{10} - 6d^2 > S + 20, \text{ но есть тогда:}$$

$$S + 20 + 6d^2 < a_9 a_{10} < S + 44 \Rightarrow 6d^2 < 24 \Rightarrow d^2 < 4 \Rightarrow d = 1, \text{ т.к. } d \in \mathbb{N}.$$

Тогда легко вычисляется, что  $S = a_1 + (a_1 + 1) + \dots + (a_1 + 6) = 7a_1 + 21$

1)  $a_7 a_{12} > S + 20$

$$(a_1 + 6)(a_1 + 11) > 7a_1 + 41$$

$$a_1^2 + 17a_1 + 66 > 7a_1 + 41$$

$$a_1^2 + 10a_1 + 25 > 0$$

$(a_1 + 5)^2 > 0$ , т.е. это неравенство выполняется для всех  $a_1 \neq -5$ .

2)  $a_9 a_{10} < S + 44$

$$(a_1 + 8)(a_1 + 9) < 7a_1 + 65$$

$$a_1^2 + 17a_1 + 72 < 7a_1 + 65$$

$$a_1^2 + 10a_1 + 7 < 0$$

$$D = 100 - 7 \cdot 4 = (6\sqrt{2})^2 \Rightarrow \text{корни: } -5 \pm 3\sqrt{2}$$

$$(a_1 + 5 - 3\sqrt{2})(a_1 - 5 + 3\sqrt{2}) < 0$$

т.е. неравенство выполняется для всех целых  $a_1 \in (-5 - 3\sqrt{2}, -5 + 3\sqrt{2})$

ко:  $-10 < -5 - 3\sqrt{2} \Leftrightarrow 3\sqrt{2} < 5 \Leftrightarrow 18 < 25$

$-9 > -5 - 3\sqrt{2} \Leftrightarrow 3\sqrt{2} > 4 \Leftrightarrow 18 > 16$

$0 > -5 + 3\sqrt{2} \Leftrightarrow 5 > 3\sqrt{2} \Leftrightarrow 25 > 18$

$-1 < -5 + 3\sqrt{2} \Leftrightarrow 4 < 3\sqrt{2} \Leftrightarrow 16 < 18$

Т.е. найдем, что для этого случая подходят все  $a_1 = -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1$ .

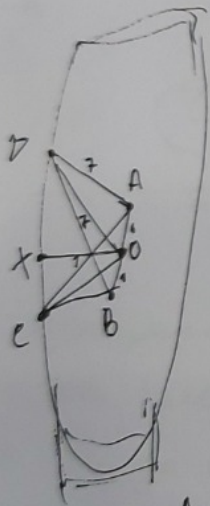
Но из (1)  $a_1 \neq -5$ . Т.к. были сделаны равносильные преобразования, то проверка не нужна.

Ответ:  $-9, -8, -7, -6, -4, -3, -2, -1$ .



Задача 2. Вариант 18. Часть 1

Рассмотрим внимательнее ребро  $AB$ . Для этого отрезка  $AB$  рассмотрим плоскость, проходящую через середину  $AB$  и перпендикулярную отрезку  $AB$ . Тогда, т.к.  $DA=DB, CA=CB$ , то  $C$  и  $D$  лежат на этой плоскости (назовём эту плоскость  $d$ ). Тогда получаем, что  $AD \perp CB \Rightarrow AB \perp CD$ . Т.е. мы можем рассмотреть плоскость  $B$ , содержащую  $AB$  и перпендикулярную  $CD$ , т.е. ось симметрии цилиндра. Тогда радиус цилиндра равно радиусу окружности, полученной в пересечении плоскости  $B$  и цилиндра ~~высота~~. И мы знаем, что точки  $A$  и  $B$  лежат на этой окружности  $\Rightarrow$  диаметр окружности ~~не больше~~ <sup>меньше</sup>  $AB \Rightarrow r \geq \frac{AB}{2} = 1$ , т.е. радиус цилиндра не меньше единицы. Тогда рассмотрим случай, когда  $r=1$ .



Тогда  $AB$  — диаметр той окружности, о которой мы говорили ранее. Тогда  $AB$  пересекается с осью симметрии цилиндра. Пусть  $O$  — их пересечение. Теперь отметим точку  $D$  так, чтобы  $AD=BD=7$ . Пусть  $X$  — такая точка, что  $XD \parallel$  оси симметрии, т.е.  $X$  лежит на цилиндре и  $X$  лежит в плоскости  $B$ , о которой говорили ранее.

Тогда  $KO = r = 1$  как радиус. Также, тогда  $OK \perp KO$ .

А также  $DO \perp AB$ , т.к.  $DO$  — медиана в равнобедренном треугольнике. По т. Пифагора:

$$DK^2 = DO^2 - OK^2 = (DA^2 - AO^2) - OK^2 = 7^2 - 1^2 - 1^2 = 47 \Rightarrow DK = \sqrt{47}$$

Теперь хотим посчитать  $CK$ . Тогда можно выделить два возможных значения  $CD$ :  $|DK - CK|$  и  $|DK + CK|$  в зависимости от того, на какой стороне окажутся точки  $C$  и  $D$  или нет. В  $X$  тоже будем считать с помощью т. Пифагора по аналогии с перелётом  $DK$ :

$$CK^2 = CO^2 - KO^2 = (CA^2 - AO^2) - KO^2 = 5^2 - 1^2 - 1^2 = 23 \Rightarrow CK = \sqrt{23}$$

$r=1$  может быть  $\sqrt{47} - \sqrt{23}$  либо  $\sqrt{47} + \sqrt{23}$ .

Ответ:  $\sqrt{47} - \sqrt{23}$   $\sqrt{47} + \sqrt{23}$ .



## Задача 3. Вариант 18. Часть 1

Условие:

Пусть  $M$  — фигура на декартовой плоскости, состоящая из всех точек  $(x, y)$  таких, что существует пара действительных чисел  $a, b$ , при которых выполняется система неравенств:

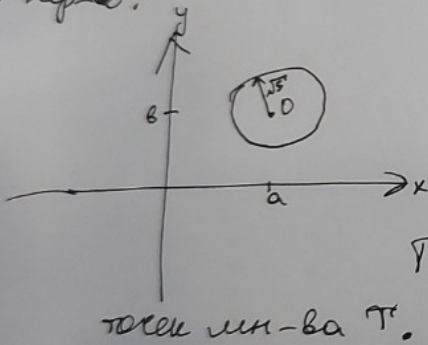
$$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 5 \\ a^2 + b^2 \leq \min(4a-2b, 5) \end{cases}$$

Найдите площадь фигуры  $M$ .

Предположим, что есть такая пара действительных чисел  $a, b$  для фигуры  $M$ . Тогда второе неравенство выполняется вообще при  $\forall x, y \in \mathbb{R}$ , т.е. оно не зависит от  $x, y$ . Там просто криво, зависящее от  $a$  и  $b$ .

Теперь рассмотрим первое неравенство.

Для начала рассмотрим вообще все  $x$  и  $y$ , для которых выполняется это криво.



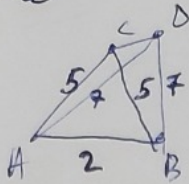
Все  $(x, y)$  — это точки, находящиеся в круге (или на его границе), центр которой имеет координаты  $(a, b)$ , а радиус  $r$  равен  $\sqrt{5}$ . Пусть  $T$  — мн-во всех этих точек.

Тогда мн-во точек фигуры  $M$  — это подмножество точек мн-ва  $T$ .

Но если площадь фигуры  $M$  — это любое действительное число от  $0$  до  $\pi \cdot \sqrt{5}^2 = 5\pi$  от нуля, т.е. площадь  $M \in [0, 5\pi]$ .

Ответ: площадь фигуры  $M$  от нуля до  $5\pi$  включительно или  $S \in [0, 5\pi]$ .

Черновики



$\omega = ?$

Г окружности — минимальный.

Черновики

Хитрость!

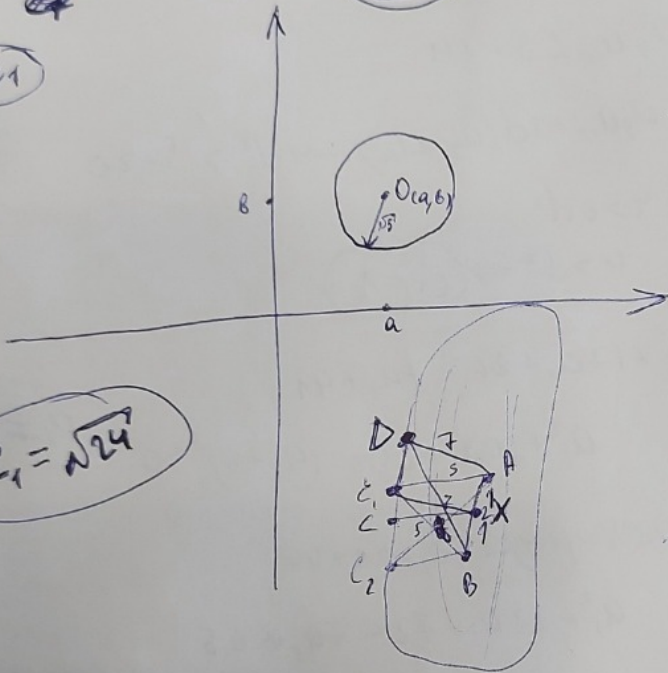
радиус  
окружности  
диаметр окружности  $\geq 2$

$$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 5 \\ a^2 + b^2 \leq \min((4a-2b), 5) \\ a^2 + b^2 \leq \min(4a-2b, 5) \end{cases}$$

Хитрость!

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = (\sqrt{5})^2$$

$r \geq 1$



это расстояние

т.е. получаем, что  
наша окружность

и — это окружность.

$DE_1 = \sqrt{24}$

ABLCD

$$\begin{aligned} DE_1^2 &= \\ &= DX^2 - CE_1X^2 = \\ &= (7^2 - 1^2) - (5^2 - 1^2) = \end{aligned}$$

$$\frac{e_1D + e_2D}{2} = CD \cdot \text{Хитрость} = 2 \cdot 12 = 24$$

$$e_1D^2 = DX^2 - CE_1X^2 =$$

Круг!

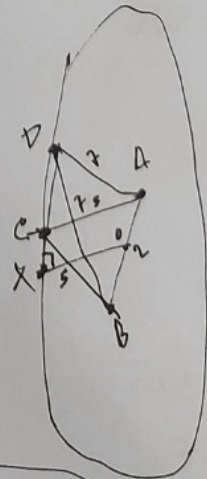
$\sqrt{24}$  и  $2\sqrt{47} - \sqrt{24}$

$$= (7^2 - 1^2) - 1^2 = 49 - 2 = 47$$

$$\begin{aligned} DX^2 &= DO^2 - XO^2 = \\ &= (7^2 - 1^2) - 1^2 = 47 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} CX^2 &= CO^2 - XO^2 = (5^2 - 1^2) - 1^2 = \\ &= 23 \end{aligned}$$

$$DX = \sqrt{47} \quad CX = \sqrt{23}$$



$\omega = ?$

$CD + XO$

Вот и все!

$\sqrt{47} - \sqrt{23}$        $\sqrt{47} + \sqrt{23}$



$$a_1, a_1+d, a_1+2d, a_1+3d$$

$$a_1 = ?$$

$$d \in \mathbb{N}$$

Упростим

$$S = 7a_1 + (d+2d+\dots+6d) = 7a_1 + 21d = 7(a_1 + 3d)$$

$$a_7 a_{12} > 7a_1 + 21d + 20$$

$$(a_1 + 6d)(a_1 + 11d) > 7a_1 + 21d + 20$$

$$(a_1 + 8d)(a_1 + 9d) < 7a_1 + 21d + 44$$

$$a_1^2 + 17a_1d + 66d^2 > 7a_1 + 21d + 20$$

$$(a_9 - 2d)(a_{10} + 2d) > S + 20$$

$$a_9 a_{10} < S + 44$$

$$S + 44 - 6d^2 > a_9 a_{10} + 2d(a_9 - a_{10}) - 4d^2 > S + 20$$

$$24 > 6d^2$$

$$4 > d^2 \Rightarrow d = 1$$

$$a_1^2 + 17a_1 + 66 > 7a_1 + 41$$

$$a_1^2 + 10a_1 + 25 > 0 \quad (a_1 + 5)^2 > 0$$

$$a_1 \neq -5$$

$$(a_1 + 8)(a_1 + 9) < 7a_1 + 21 + 44$$

$$a_1^2 + 17a_1 + 72 < 7a_1 + 65$$

$$a_1^2 + 10a_1 + 7 < 0$$

$$100 - 28 = 72$$

$$a_1^2 + 10a_1 + 9 < 2$$

$$(a_1 + 1)(a_1 + 9) < 2$$

$$a_1 = -1$$

$$a_1 = -2$$

$$a_1 = -3$$

и т.д.

$$-1 < -5 + 3\sqrt{2}$$

$$4 < 3\sqrt{2}$$

$$16 < 9 \cdot 2$$

$$10 < 5 + 3\sqrt{2}$$

$$0 > -5 + 3\sqrt{2}$$

$$a_1^2 + 10a_1 + 7 < 0$$

$$36 < 2$$

$$D = 100 - 4 \cdot 7 = 72 = (6\sqrt{2})^2$$

$$a_{1,2} = \frac{-10 \pm 6\sqrt{2}}{2} = -5 \pm 3\sqrt{2}$$

1,4

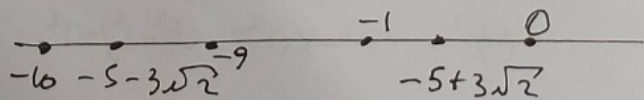
$$-10 < -5 - 3\sqrt{2}$$

$$3\sqrt{2} < 5$$

$$9 \cdot 2 < 25$$

$$-5 - 3\sqrt{2} > -9$$

$$4 > 3\sqrt{2} \quad 16$$



# Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21100282**

ID профиля: **862241**

Вариант 18

Задача 4

Из второго уравнения системы следует, что если какое-то из  $a, b, c$

делится на простое  $p$ , то это  $p$  равно 3 или 5.

Пусть тогда  $a = 3^{x_1} \cdot 5^{y_1}$ ,  $b = 3^{x_2} \cdot 5^{y_2}$ ,  $c = 3^{x_3} \cdot 5^{y_3}$ . Тогда по свойству наибольшего

и наименьшего получаем:

$$\min \{x_1, x_2, x_3\} = 1 \quad \max \{x_1, x_2, x_3\} = 15$$

примем все  $x_i$  и  $y_i$  целые.

$$\min \{y_1, y_2, y_3\} = 1 \quad \max \{y_1, y_2, y_3\} = 18$$

Пусть  $A$  — количество троек  $(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{Z}^3$  таких, что  $\min \{x_1, x_2, x_3\} = 1$ ,  $\max \{x_1, x_2, x_3\} = 15$ .

Пусть  $B$  — количество троек  $(y_1, y_2, y_3) \in \mathbb{Z}^3$  таких, что  $\min \{y_1, y_2, y_3\} = 1$ ,  $\max \{y_1, y_2, y_3\} = 18$ .

А наш ответ тогда, очевидно, будет равен  $A \cdot B$ .

Считаем  $A$ :

1) Все числа различные. Тогда для среднего ~~числа~~ числа, которое меньше максимального и больше минимального, всего есть  $15 - 2 = 13$  случаев.

И т.д. можно всего считать  $3! = 6$  различных перестановки, то всего ~~троек~~ троек в этом случае будет  $6 \cdot 13 = 78$ .

2) Не все числа различные:  $\langle 1, 15, 15 \rangle, \langle 15, 1, 15 \rangle, \langle 15, 15, 1 \rangle, \langle 15, 1, 1 \rangle, \langle 1, 15, 1 \rangle, \langle 1, 1, 15 \rangle$ . Всего 6 перестановки. Это число считается, т.к. каждое число — это 1 или 15, и хотя бы одно из этих чисел есть.

$$\text{Тогда } A = 78 + 6 = 84$$

Считаем  $B$ :

1) Все числа различные. Аналогично с подсчётом  $A$  получаем, что в этом случае  $6 \cdot 16 = 96$  троек

2) Не все числа различные. Аналогично с подсчётом  $A$  получаем, что в этом случае 6 троек.

$$\text{Тогда } B = 96 + 6 = 102$$

$$\text{Тогда количество троек натуральных чисел } (a, b, c) \text{ равно } A \cdot B = 84 \cdot 102 = (100 - 16) \cdot 102 = 10000 - 1600 - 8 = 9792$$

Ответ: 9792 троек.



Заметим, что по ОДЗ:

$$6x-14 > 0, \quad (x-1)^2 > 0, \quad \frac{x}{3}+3 > 0$$

$$\sqrt{\frac{x}{3}+3} > 0, \neq 1, \quad 6x-14 > 0, \neq 1, \quad x-1 > 0, \neq 1.$$

попытаем, что:  
 $x \in \left(\frac{7}{3}; \frac{5}{2}\right) \cup \left(\frac{5}{2}; \infty\right)$

Далее:

$$\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14) = 2 \log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)$$

$$\log_{6x-14}(x-1)^2 = 2 \log_{6x-14}(x-1)$$

Т.е. мы имеем дело с тождествами  $2 \log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)$ ,  $2 \log_{6x-14}(x-1)$ ,  $\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)$ .

Теперь, пусть  $\frac{x}{3}+3 = a$ ,  $6x-14 = b$ ,  $x-1 = c$ . Тогда наши тождества:

$2 \log_a b$ ,  $2 \log_b c$ ,  $\log_c a$ . Обратимости,  $a, b, c > 0, \neq 1$ . Тогда пусть:

$$\log_a b = y \neq 0, \quad \log_a c = z \neq 0.$$

Тогда:  $2 \log_a b = 2y$ ,  $2 \log_b c = 2 \frac{\log_a c}{\log_a b} = 2 \frac{z}{y}$ ,  $\log_c a = \frac{1}{z}$ . И.е. мы имеем

дело с тождествами  $2y, 2 \frac{z}{y}, \frac{1}{z}$ . Рассмотрим три случая:

1)  $2y = \frac{2z}{y} = \frac{1}{z} + 1$ . Из  $2y = \frac{2z}{y}$  следует, что  $z = y^2$ . Тогда из  $2y = \frac{1}{z} + 1$  и  $z = y^2$  следует, что  $2y = \frac{1}{y^2} + 1 \Rightarrow 2y^3 = 1 + y^2 \Rightarrow 2y^3 - y^2 - 1 = 0 \Rightarrow (y-1)(2y^2 + y + 1) = 0$   
Дискриминант  $2y^2 + y + 1$  меньше нуля, значит только  $y = 1$ . Тогда  $z = 1$ .

Тогда из  $\log_a b = 1$  и  $\log_a c = 1$  и ОДЗ сразу не следует, что

$a = b = c$ . При  $a = c$   $\frac{x}{3}+3 = x-1 \Rightarrow x = 6$ , но, с другой стороны,  $b = c$  или  $6x-14 = x-1$ , т.е.  $x \neq 6$  - противоречие.

2)  $2y = \frac{2z}{y} + 1 = \frac{1}{z}$ . Попробуем, что  $z = \frac{1}{2y}$  и из  $2y = \frac{2z}{y} + 1$  следует, что  $2y = \frac{1}{y^2} + 1$  или  $2y^3 = y^2 + 1 \Rightarrow (y-1)(2y^2 + y + 1) = 0$ . Тогда  $y = 1 \Rightarrow z = \frac{1}{2}$ .

Во все попробуем, что  $\log_a b = 1$ ,  $\log_a c = \frac{1}{2} \Rightarrow a = b, \sqrt{a} = c$ . Или попу-

таем, что из  $a = b$ :  $\frac{x}{3}+3 = 6x-14 \Rightarrow x = 3$ . Но в  $\sqrt{a} = c$  или  ~~$\sqrt{\frac{x}{3}+3} = x-1$~~

~~$\sqrt{\frac{x}{3}+3} = x-1$~~   $\sqrt{\frac{x}{3}+3} = x-1$   $x=3$  не подходит. И по ОДЗ он тоже не подходит!

3)  $2y + 1 = \frac{2z}{y} = \frac{1}{z}$ . Тогда  $y = 2z^2$  или  $4z^2 + 1 = \frac{1}{z} \Rightarrow 4z^3 + z = 1$  или  $(2z-1)(2z^2 + z + 1) = 0$  Дискриминант  $(2z^2 + z + 1)$  отрицателен  $\Rightarrow$

$z = \text{только } \frac{1}{2}$ . Тогда  $y = \frac{1}{2}$ . Но если  $\log_a b = \frac{1}{2}$ ,  $\log_a c = \frac{1}{2}$  или же:

Задача 5

Но єсть  $\log_a b = \frac{1}{2}$ ,  $\log_a c = \frac{1}{2}$  или не:

$b = \sqrt{a}$ ,  $c = \sqrt{a}$ . Из  $b = c$  следует, что  $6x - 14 = x - 1 \Rightarrow x = \frac{13}{5}$ .

$c = \sqrt{a}$  даёт  $x - 1 = \sqrt{\frac{x}{3} + 3} \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = \frac{x}{3} + 3$ , но ~~эта~~ в подобии

можно видеть ранее по равенству  $x - 1 = \sqrt{\frac{x}{3} + 3}$ , что  $x = \frac{13}{5}$  не подходит.

~~2) Из  $\frac{2x}{y} + 1 = \frac{1}{2}$~~  Но если подставить только  $x = 3$  и можно видеть, что он удовлетворяет ОДЗ и все условия

Ответ:  $x = 3$ .

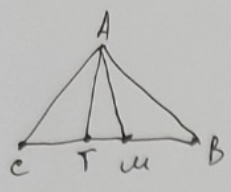


Задача 6

Лемма 1. В треугольнике ABC проведена медиана AT. Тогда

выполняется равенство:  $\frac{BT}{CT} = \left(\frac{AB}{AC}\right)^2$ .

Доказательство:



Действительно, ~~и т.д.~~

$$\frac{BT}{CT} = \frac{S_{ABT}}{S_{ACT}} = \frac{\frac{1}{2} AT \cdot AB \cdot \sin \angle TAB}{\frac{1}{2} AT \cdot AC \cdot \sin \angle TAC} = \frac{AB}{AC} \cdot \frac{\sin \angle TAB}{\sin \angle TAC}$$

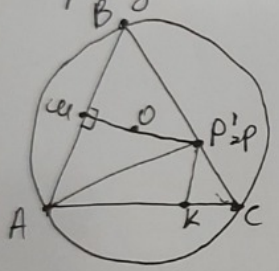
Пусть M — середина BC. Тогда:

$$1 = \frac{BM}{CM} = \frac{S_{ABM}}{S_{ACM}} = \frac{\frac{1}{2} AM \cdot AB \cdot \sin \angle MAB}{\frac{1}{2} AM \cdot AC \cdot \sin \angle MAC} = \frac{AB}{AC} \cdot \frac{\sin \angle MAB}{\sin \angle MAC}$$

т.к. AT — медиана (т.е. AT и AM — угловые), то  $\frac{\sin \angle TAB}{\sin \angle TAC} = \frac{\sin \angle MAB}{\sin \angle MAC}$ . Тогда

перемножив первое и второе равенство:  $\frac{BT}{CT} = \left(\frac{AB}{AC}\right)^2$ , з.т.р.

Теперь перейдем к самой задаче.



Пусть M — середина AB. и пусть  $MO \perp BC = P'$ . Хотим доказать, что  $P' = P$ . Для этого докажем, что A, O, P' лежат на одной окружности. Пусть  $\angle A = \alpha$ ,  $\angle B = \beta$ ,  $\angle C = \gamma$ . Тогда  $\angle OCA = 90 - \beta$ . (т.к. OM — пер. к AB)

С другой стороны,  $\angle OP'A = \angle MP'A = \frac{1}{2} \angle BP'A = \angle BP'M = 90 - \beta$ . То есть получаем, что  $\angle OP'A = \angle OCA = 90 - \beta \Rightarrow O, P', A, C$  лежат на одной окружности  $\Rightarrow P' = P$ .

Также по условию получаем, что PK — это высота медианы в  $\triangle APC$ . Также,  $\frac{AK}{KC} = \frac{S_{APK}}{S_{PKC}} = \frac{6}{5}$ . По нашей лемме 1 получим:

$$\frac{6}{5} = \frac{AK}{KC} = \frac{PA^2}{PC^2} \cdot \frac{BP=PA}{BP=PA} \cdot \frac{BP^2}{PC^2}, \text{ т.е. } \frac{BP}{PC} = \sqrt{\frac{6}{5}}.$$

То есть:  $\sqrt{\frac{6}{5}} = \frac{BP}{PC} = \frac{S_{ABP}}{S_{ACP}} = \frac{S_{ABP}}{S_{APK} + S_{CPK}} = \frac{S_{ABP}}{11} \Rightarrow S_{ABP} = 11 \cdot \sqrt{\frac{6}{5}}$

Тогда получаем, что  $S_{ABC} = S_{ABP} + S_{APC} = 11 \cdot \sqrt{\frac{6}{5}} + 11 = 11 \left( \sqrt{\frac{6}{5}} + 1 \right) = 11 \left( \frac{\sqrt{30}}{5} + 1 \right)$

а) Ответ: площадь треугольника ABC равна  $11 \left( \frac{\sqrt{30}}{5} + 1 \right)$



Упростите

$$(a, b, c) \in \mathbb{N}_0^3$$

$$\sqrt{\frac{x}{3}+3} > 0$$

$$\begin{cases} \text{НОД}(a, b, c) = 15 \\ \text{НОК}(a, b, c) = 3^{15} \cdot 5^{18} \end{cases}$$

$$(x-1) > 0$$

$$x > 1$$

$$6x - 14 > 0$$

$$x > \frac{14}{6}$$

$$x \neq \frac{5}{2}$$

$$\sqrt{\frac{x}{3}+3} \neq 1$$

Все  $a, b, c$

$$\begin{aligned} a &= 3^{x_1} \cdot 5^{y_1} \\ b &= 3^{x_2} \cdot 5^{y_2} \\ c &= 3^{x_3} \cdot 5^{y_3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 &= \min\{x_1, x_2, x_3\} \\ 1 &= \min\{y_1, y_2, y_3\} \end{aligned}$$

$$15 = \max\{x_1, x_2, x_3\}$$

$$18 = \max\{y_1, y_2, y_3\}$$

~~x = 1~~

$$x \neq 2$$

$$\frac{x}{3} + 3 \neq 1$$

$$\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)$$

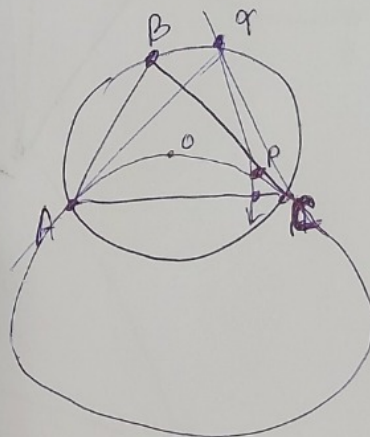
$$\log_{6x-14}(x-1)^2$$

$$\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)$$

$$6x - 14 \neq 1$$

$$6x \neq 15$$

$$x \neq \frac{15}{6} = \frac{5}{2}$$



$$\begin{aligned} a, b &> 0 \\ a &\neq 1 \end{aligned}$$

$$\log_a b$$

$$(100-4)(100+4) =$$

$$= 10000 - 200 - 8 =$$

no D(3):

$$x \in \left(\frac{14}{6}, \frac{5}{2}\right) \cup \left(\frac{5}{2}, \infty\right)$$

9792

$$\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}$$

$$2 \log_a b$$

$$2 \log_b c$$

$$\log_c a$$

$$2 \log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)$$

$$2 \log_{6x-14}(x-1)$$

$$\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)$$

$$\frac{x}{3} + 3 = a$$

$$6x - 14 = b$$

$$x - 1 = c$$

$$\log_a b = \log_b c$$

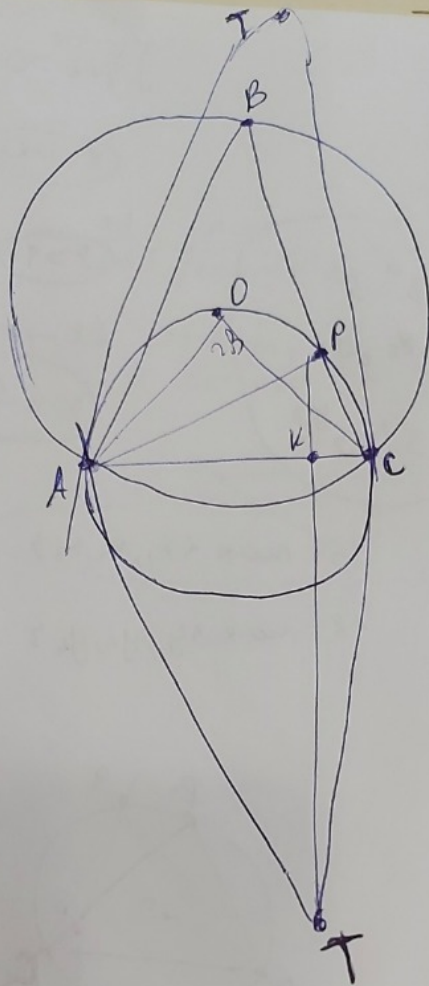
$$1 = \log_b a \cdot \log_b c$$

$$b = a^{\log_b a \cdot \log_b c}$$

$$b = a^{\log_b c}$$



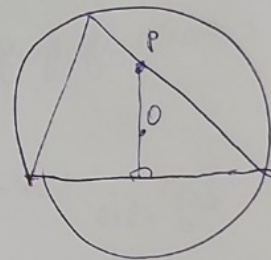
Упробене



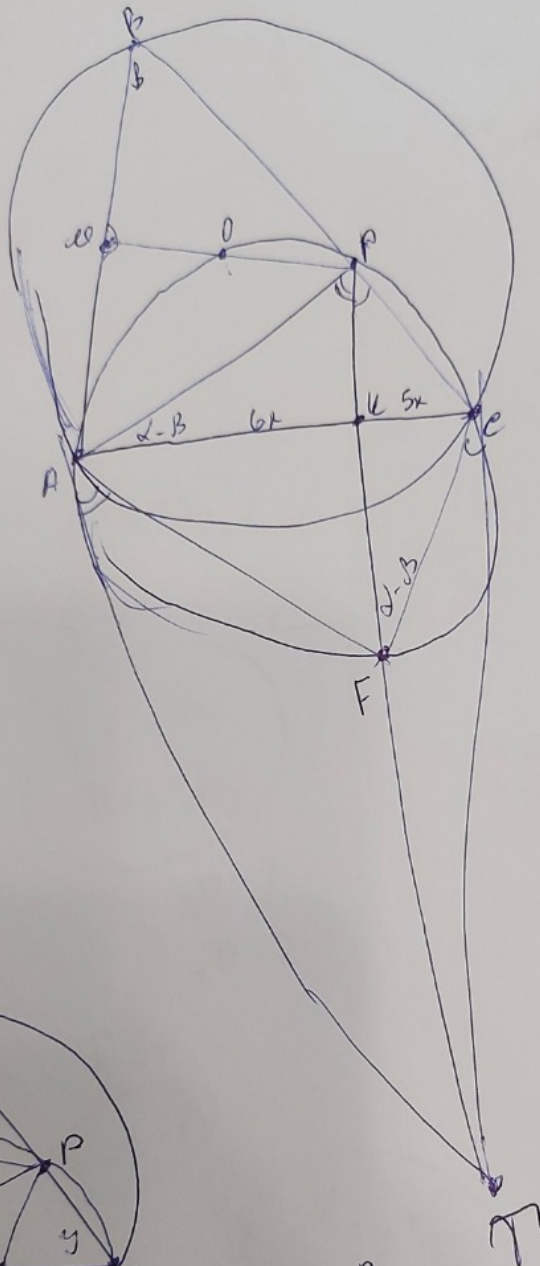
$$S_{ABC} = ?$$

$$S_{APK} = 6$$

$$S_{ACK} = 5$$



Упробем

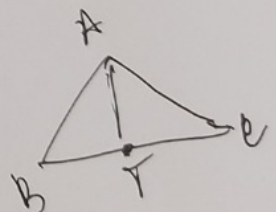
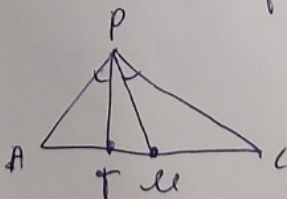
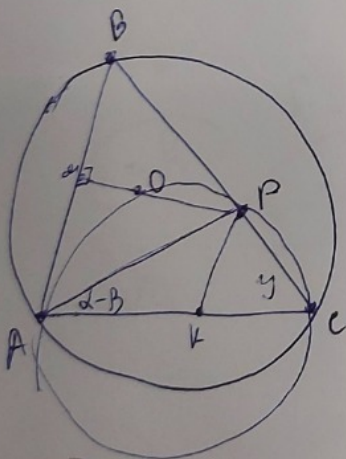


$$\begin{aligned} S_{APL} &= 6 \\ S_{EPL} &= 5 \end{aligned}$$

$$\frac{AK}{KC} = \frac{6}{5}$$

Проблем симетрично  
в  $\triangle APC$ .

$$\begin{aligned} S_{APC} &= 11 \\ \frac{AK}{KC} &= \frac{6}{5} \end{aligned}$$



$$\frac{6}{5} = \frac{AK}{KC} = \frac{AP^2}{PC^2} = \frac{BP^2}{PC^2}$$

$$\frac{AT}{TC} = \frac{\sin \alpha \cdot AP}{\sin(\alpha + \gamma) \cdot PC}$$

$$\frac{AT}{TC} = \frac{AP^2}{PC^2}$$

$$5AP^2 = 6PC^2$$

$$\frac{AK}{KC} = \frac{\sin(\alpha + \gamma) \cdot AP}{\sin \alpha} \cdot \frac{AP}{PC}$$

$$\frac{BP}{PC} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{S_{BPA}}{S_{APC}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}$$

упроб!



Упростите

$$2 \log_{\frac{x}{3}+3} (6x-14)$$

$$2 \log_{6x-14} (x-1)$$

$$\log_{x-1} \left(\frac{x}{3}+3\right)$$

$$2 \log_a b$$

$$2 \log_b c$$

$$\log_c a$$

Упросто!

$$2y$$

$$2 \frac{z}{y}$$

$$\frac{1}{z}$$

$$2y = 2 \frac{z}{y} = \frac{1}{z} + 1$$

$$2 \log_a a^y = 2y$$

$$c = a^z$$

$$b = a^y$$

$$2 \log_{a^y} a^z$$

$$\log_a c = z$$

$$\log_a b = y$$

$$zy^2z = z^2z = yz^2 + y$$

$$zy^4 = y^3 + y$$

$$zy^3 = y^2 + 1$$

$$y = z - 1$$

и т.д.

$$y^2 = z$$

$$c = a^z$$

$$b = a^y$$

$$\frac{zy^3 - y^2 - 1}{zy^3 - y^2} \Big| \frac{y-1}{zy^2 + y + 1}$$

$$y^2 - 1$$

$$-y^2 - y$$

$$y - 1$$

$$x = \frac{13}{5}$$

$$\log_a b = y$$

$$\log_a c = z$$

$$4z^3 + 2 - 1 \Big| 2z - 1$$

$$-4z^3 - 2z^2 \Big| 2z^2 + z + 1$$

$$\frac{2z^2 + 2 - 1}{2z^2 - 2}$$

$$\frac{2z - 1}{2z - 1}$$

4, 5, 13

$$\frac{13}{15}$$

$$\frac{13}{5} = \sqrt{\quad}$$

$$a = 1$$

$$b^a$$

$$b = 1$$

$$\log_c 1 = 0$$

$$a \log_a b = b$$

$$a = 1$$

$$\log_a b = 1$$

$$4z^3 + z = 1$$

$$z = \frac{1}{2}$$

$$(2z - 1)$$

$$a \log_a c = c$$

$$\sqrt{a} = c$$

$$z = 2z + 1 = \frac{1}{2}$$

$$y = 1$$

$$a \log_a c = 1$$

$$c^{\frac{1}{2}} = a$$

или

$$c = a = b$$

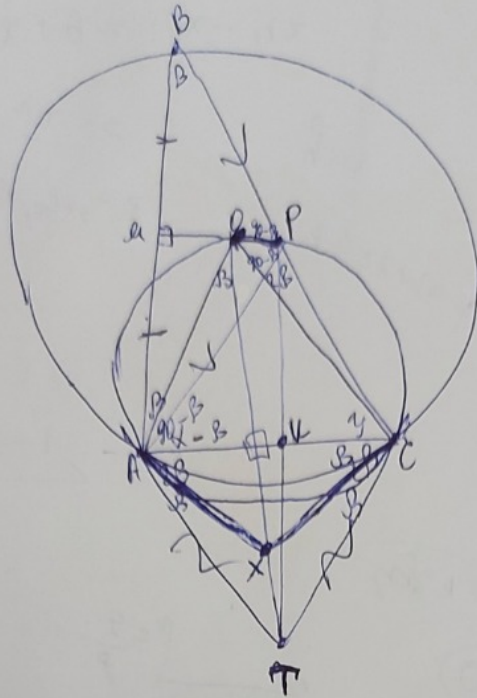
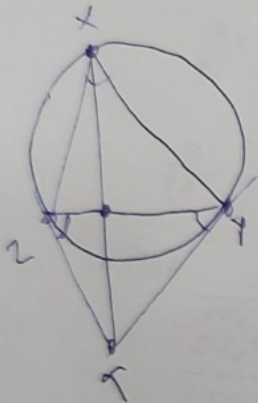
$$x + 9 = 18x - 42$$

$$x + 9 = 3x - 3$$

$$21100282 (U862241 M1300248) = 42 + 9 = 51$$

$$2x = 12 \Rightarrow x = 6$$

Черновик



$\angle C = ?$

$\angle A - \beta = 180 - 2\beta$

$$\frac{AC}{\sin \beta} = 2R \cos \beta$$

$$\frac{1}{2} AP \cdot AC \cdot \sin(\alpha - \beta) = \frac{1}{2} PC \cdot AC \cdot \sin \gamma$$

$$R \cos \beta = \frac{R}{2 \cos \beta}$$

$R \sin \beta$

$$\angle A = 2R \cos \beta \cdot \sin 2\beta =$$

$$R \sin \beta \cos \beta = R \cos \beta \sin 2\beta$$

$$R = 2R \cos \beta$$

$$\frac{AP}{\sin \gamma} = 2R \cos \beta$$

$$AP = 2R \cos \beta \cdot \sin \gamma = \frac{R}{\cos \beta} \sin \gamma$$

$$\frac{R \cos \beta}{\cos \beta} = \frac{AP}{\sin \gamma}$$

$$\frac{AP}{\sin \gamma}$$

$$\frac{R \sin \gamma}{\cos \beta} = AP$$

$$\frac{AC}{\sin \gamma} = 2R$$

$$\frac{AC}{2 \cos \beta} = AP$$

$$\frac{AP}{\cos \beta}$$

н.с.!

$$x - 1 = \sqrt{\frac{x}{x+3}}$$

$$c = \sqrt{a}$$

неверно