Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21100222**

ID профиля: **213687**

Вариант 18

Чистовик   Математика, 11кл

1) $S = \frac{a_1+a_7}{2}\cdot 7$ $a_1, a_2 \ldots \in Z$ 1

$a_7 a_{12} > S+20$

$a_9 a_{10} < S+44$ $a_1 - ?$

Решение:

Пусть d - разность арифм. прогрессии

$$S = \frac{a_1+a_7}{2}\cdot 7 = \frac{a_1+a_1+6d}{2}\cdot 7 = (a_1+3d)\cdot 7 = 7a_1+21d$$

$$a_7\cdot a_{12} = (a_1+6d)(a_1+11d) = a_1^2+17a_1d+66d^2 > S+20$$

$$a_9 a_{10} = (a_1+8d)(a_1+9d) = a_1^2+17a_1d+72d^2 < S+44$$

Подставим S в оба нер-ва:

$$\begin{cases} a_1^2+17a_1d+66d^2 > 7a_1+21d+20 \\ a_1^2+17a_1d+72d^2 < 7a_1+21d+44 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2+(17d-7)a_1+66d^2-21d-20> \\ a_1^2+(17d-7)a_1+72d^2-21d-44< \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2+(17d-7)a_1+66d^2-21d-20>0 \quad (1) \\ -a_1^2-(17d-7)a_1-72d^2+21d+44>0 \quad (2) \end{cases}$$

Т.к. оба неравенства больше 0, то и их сумма будет больше 0. Сложу (1) и (2):

$$a_1^2-a_1^2+(17d-7)a_1-(17d-7)a_1+66d^2-72d^2-21d+21d-20+44>0$$

$$-6d^2+24>0$$

$$6d^2<24$$

$$d^2<4 \Rightarrow -2<d<2$$

Заметим, что по условию арифм. прогрессия - возрастающая, и все её члены - целые числа. Тогда d не может быть меньше или равно 0 и дробным числом $\Rightarrow$ d - целое и $d>0$.

Т.к. $d\in(-2;2)$, то $d=1$.

Вернёмся к системе и подставим в оба нер-ва $d=1$:

$$\begin{cases} a_1^2+(17-7)a_1+66-21-20>0 \\ a_1^2+(17-7)a_1+72-21-44<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2+10a_1+25>0 \\ a_1^2+10a_1+7<0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} (a_1+5)^2>0 \\ (a_1+5)^2<18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1\in R,\ a_1\neq -5 \\ -\sqrt{18}<a_1+5<\sqrt{18} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a_1\neq -5 \\ -5-\sqrt{18}<a_1<-5+\sqrt{18} \end{cases}$$

$4<\sqrt{18}<5$

Тогда $a_1\in(-9,\dots;-0,\dots)$.

Т.к. a_1 - целое, то $a_1\in[-9;-1]$, но $a_1\neq -5$.

Следов., $a_1\in\{-9;-8;-7;-6;-4;-3;-2;-1\}$.

Ответ: $-9;-8;-7;-6;-4;-3;-2;-1$.

2) Дано:

$ABCD$ - тетраэдр

$AB=2$

$AC=CB=5$

$AD=DB=7$

впис. в цилиндр

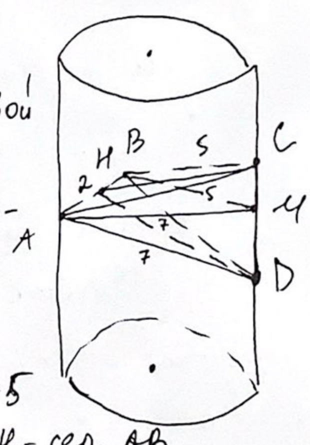
все верш. на бок. пов.

$R_ц$ - наим.

CD - ?

Решение:

$CD \parallel$ оси цилиндра, а т.к. C и D лежат на боковой пов-сти цилиндра, то CD лежит на образующей цилиндра.



Пусть CH - выс. $\triangle ABC$.

$\triangle ABC$ - р/б, т.к. $AC=BC=5$

Тогда CH - мед. и бис. $\Rightarrow$ H - сер. AB.

В $\triangle ADB$ - р/б ($AD=DB=7$) DH - мед. $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ DH - выс. и бис. Следов., $CH\perp AB$, $DH\perp BA$

Тогда $AB\perp(CHD)$

$$\left.\begin{array}{l} CD\parallel \text{оси} \\ CD\subset(CHD) \end{array}\right| \Rightarrow (CHD)\parallel \text{оси}$$

ось $\perp$ плоскости нижн. и верх. осн. цилиндра $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} (CHD)\perp \text{пл-ти нижн. и верх. осн.} \\ AB\perp(CHD) \end{array}\right| \Rightarrow AB\parallel \text{пл-ти нижн. и верх. осн.}$$

Чистовик

математика, 11 кл

3

Пусть $HM \perp CD,\ M \in CD$; $AB \perp CD$; $AB \cap HM = H$ $\Big|$ $\Rightarrow (AMB) \perp CD \Rightarrow$

$\Rightarrow AM \perp CD$ и $BM \perp CD$.

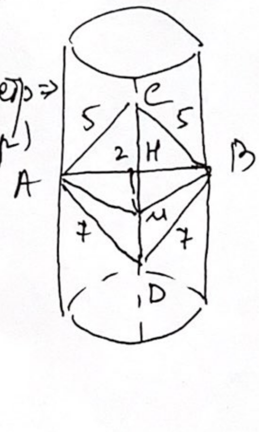
При уменьшении радиуса цилиндра AB будет приближаться к диаметру цилиндра, а CD будет увеличиваться, т.к. $AC = BC = 5$, а $AD = BD = 7$ — фиксированные длины этих отрезков. Если CD уменьшать, то диаметр, наоборот, будет увеличиваться и приближаться к значению CH. Уменьшение радиуса повлечёт за собой увеличение угла $\angle CHD$. Наименьший радиус будет тогда, когда диаметр будет равен AB, поскольку AB ∥ пл-ти нижн. и верх. осн. цилиндра. Если диаметр будет меньше AB, то A или B будут вне цилиндра — невозможно по условию.

$BM = AM$, т.к. $\triangle ACD = \triangle BCD$ по трём сторонам $\Rightarrow$

$\Rightarrow BM = AM = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ (т.к. AB - диаметр $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BMA$ опир. на диаметр $\Rightarrow$

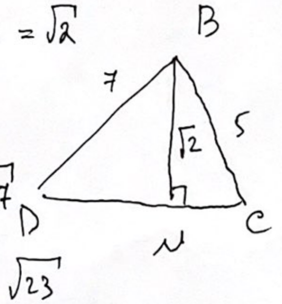
$\Rightarrow \angle BMA = 90^\circ \Rightarrow \triangle BMA$ - пр/уг)

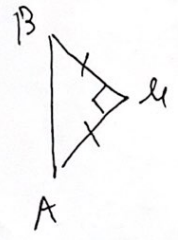


Р/м $\triangle BCD$:

$BC = 5 \quad BD = 7$

BM - высота $(BM \perp CD) = \sqrt{2}$





По т. Пифагора:

$DM = \sqrt{BD^2 - BM^2} = \sqrt{49 - 2} = \sqrt{47}$

$CM = \sqrt{CB^2 - BM^2} = \sqrt{25 - 2} = \sqrt{23}$

$CD = DM + MC = \sqrt{47} + \sqrt{23}$

Ответ: $\sqrt{47} + \sqrt{23}$

Черновик — Математика, 11 кл

1)

$S = \frac{a_1 + a_7}{2} \cdot 7$ $\qquad a_1, a_2 \ldots \in \mathbb{Z}$

1

$a_7 a_{12} > S + 20$

$a_1 - ?$

$a_9 a_{10} < S + 44$

Решение: пусть d — разность арифм. прогр-ии

$$S = \frac{a_1 + a_7}{2} \cdot 7 = \frac{a_1 + a_1 + 6d}{2} \cdot 7 = (a_1 + 3d) \cdot 7 =$$

$$= 7a_1 + 21d$$

$$a_7 \cdot a_{12} = (a_1 + 6d)(a_1 + 11d) = a_1^2 + 17a_1 d + 66d^2 > S + 20$$

$$a_9 a_{10} = (a_1 + 8d)(a_1 + 9d) = a_1^2 + 17a_1 d + 72d^2 < S + 44$$

$$\begin{cases} S = 7a_1 + 21d \\ a_1^2 + 17a_1 d + 66d^2 > S + 20 \\ a_1^2 + 17a_1 d + 72d^2 < S + 44 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S = 7a_1 + 21d \\ a_1^2 + 17a_1 d + 66d^2 > 7a_1 + 21d + 20 \\ a_1^2 + 17a_1 d + 72d^2 < 7a_1 + 21d + 44 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} S = 7a_1 + 21d \\ a_1^2 + (17d - 7)a_1 + 66d^2 - 21d - 20 > 0 \\ a_1^2 + (17d - 7)a_1 + 72d^2 - 21d - 44 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} S = 7a_1 + 21d \\ a_1^2 + (17d - 7)a_1 + 66d^2 - 21d - 20 > 0 \quad (1) \\ -a_1^2 - (17d - 7)a_1 - 72d^2 + 21d + 44 > 0 \quad (2) \end{cases}$$

Сложу (1) и (2). Т.к. оба неравенства больше 0, то и их сумма будет больше 0:

$$a_1^2 - a_1^2 + (17d - 7)a_1 - (17d - 7)a_1 + 66d^2 - 72d^2 - 21d + 21d - 20 + 44 > 0$$

$$-6d^2 + 24 > 0$$

$$6d^2 < 24$$

$$d^2 < 4 \Rightarrow -2 < d < 2$$

Черновик математика, 11кл

Заметим, что все члены арифметической прогрессии (по усл.) целые числа, следов. d не может быть дробным числом $\Rightarrow$ d – целое.

2

Т.к. $d \in (-2; 2)$, то $d \in \{-1; 1\}$.

d не может быть равно 0, т.к. по условию арифм. прогрессия – возрастающая.

Пусть $d = -1$: Вернёмся к системе:

$$\begin{cases} a_1^2 + (-17-7)a_1 + 66 + 21 - 20 > 0 \\ a_1^2 + (-17-7)a_1 + 72 + 21 - 44 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2 - 24a_1 + 67 > 0 \\ a_1^2 - 24a_1 + 49 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

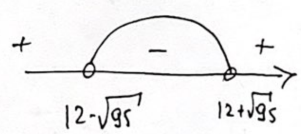
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 12-\sqrt{95} < a_1 < 12-\sqrt{77} \\ 12+\sqrt{77} < a_1 < 12+\sqrt{95} \end{array} \right.$$

$\frac{D}{4} = 144 - 67 = 77$

$a_1 = 12 \pm \sqrt{77}$

$9 < \sqrt{95} < 10$

$8 < \sqrt{77} < 9$

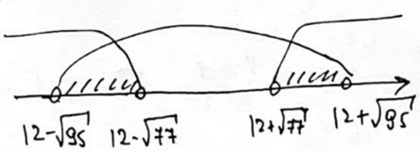


$\frac{D}{4} = 144 - 49 = 95$

$a_1 = 12 \pm \sqrt{95}$

~~Т.к.~~

a_1 примерно принадлежит двум интервалам $(2,\dots; 3,\dots)$ и $(20,\dots; 21,\dots)$.



Следовательно, a_1 может быть равно только двум числам из этих интервалов (т.к. a_1 – целое):

$$\left[\begin{array}{l} a_1 = 3 \\ a_1 = 21 \end{array} \right.$$

Ответ:

Черновик

Математика, 11 кл

1) $\frac{a_1+a_1+6d}{2}\cdot 7 = 7(a_1+3d) = 7a_1+21d = S$ (3)

$a_7 a_{12} = (a_1+6d)(a_1+11d) = a_1^2+17a_1d+66d^2 > S+20$

$a_9 a_{10} = (a_1+8d)(a_1+9d) = a_1^2+17a_1d+72d^2 < S+44$

Пусть $a_1 = a$

$$\begin{cases} S = 7a+21d \\ a^2+17ad+66d^2 > S+20 \\ a^2+17ad+72d^2 < S+44 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S = 7a+21d \\ a^2+17ad+66d^2 > 7a+21d+20 \\ a^2+17ad+72d^2 < 7a+21d+44 \end{cases}$$

$$\begin{cases} S = 7a+21d \\ a^2+(17d-7)a+66d^2-21d-20 > 0 \\ a^2+(17d-7)a+72d^2-21d-44 < 0 \end{cases}$$

$0 < X < 6d^2+24$

$0 < x < 30+$

$\cancel{66d^2-21d-20>0}$ $d=1$:

$\cancel{D=21^2+4\cdot 66\cdot 20=}$

$\cancel{=441+5280=5721}$

$y = 66d^2-21d-20$

$y' = 132d-21$

$\frac{21}{132}$

$d_{min}=1$

$y\left(\frac{21}{132}\right) = 66\cdot\frac{21^2}{132^2}-\frac{21}{132}-20 =$

$= \frac{66\cdot 21^2-132\cdot 21-20\cdot 132^2}{132^2} < 0$

$y(1) > 0$

$a^2+10a+25>0$

$a^2+10a+7<0$

$(a+5)^2>0 \quad a \in R$

$(a+5)^2 < 18$

$-\sqrt{18} < a+5 < \sqrt{18}$

$66\cdot 4-84-20=$

$=160$

$d=2$:

$a^2+27a+160>0$

$D = (17d-7)^2 - 4(66d^2-21d-20) =$

$= 289d^2 - 7\cdot 17\cdot 2d + 49 -$

$- 264d^2 + 84d + 80 =$

$= 25d^2 - 154d + 129$

$D = 77^2 - 4\cdot 25\cdot 129$

$5929 - 12900 < 0$

77×77: 539, 539, 5929

71×71: 71, 497, 5041

$D = 289d^2 - 238d + 49 -$

$- 4\cdot 72d^2 + 84d + 176 =$

$= d^2 - 154d + 225$

$d^2 - 154d + 5929 - \ldots$

$$\begin{cases} a^2+(17d-7)a+66d^2-21d-20 > 0 \\ + \\ -a^2-(17d-7)a-72d^2+21d+44 > 0 \end{cases}$$

$-6d^2+24>0 \qquad 6d^2<24 \qquad d^2<4 \quad -2<d<2$

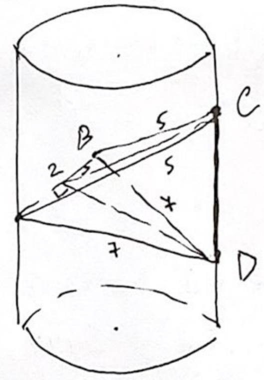
т.к. $\in \mathbb{Z}$, то $d \in \{-1; 1\}$.

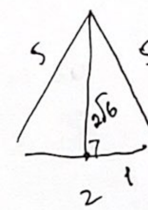
~~$d = -1$:~~

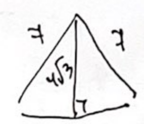
2) $CD \parallel$ оси $\Rightarrow$ CD леж на обр (т.к. C и $D \in$ бок)

$CH \perp AB$ $\quad DH \perp AB$

$AB \perp (CHD)$



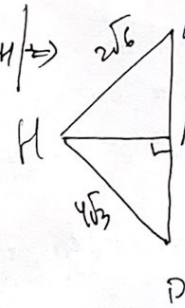


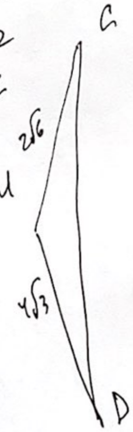


$CH \perp$ оси
$CH \subset (CHD)$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow (CHD) \parallel$ оси

ось $\perp$ плоск-ти нижн и верх осн $\Rightarrow$





$\Rightarrow (CHD) \perp \alpha_н$ и $\alpha_в$
$AB \perp (CHD)$ $\Rightarrow$

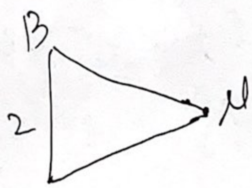
$\Rightarrow AB \parallel \alpha_н$ и $\alpha_в$

$AB \perp CD$

пусть $HM \perp CD$
$AB \perp CD$
$HM \cap AB = M$ $\Rightarrow (AMB) \perp CD \Rightarrow$

$\Rightarrow BM$ и $AM \perp CD$

При уменьш радиуса цилиндра AB ~~бе~~ будет приближаться к D цилиндра. Наим. радиус будет тогда, когда $D = AB$. Если $D < AB$, то A и B будут вне цилиндра – невозм. по усл.



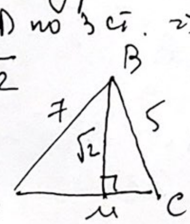
$BM = AM$, т.к. $\triangle ACD = \triangle BCD$ по 3 ст. $\Rightarrow$

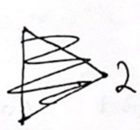
$\Rightarrow BM = AM = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

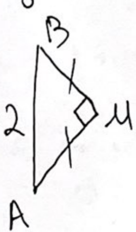
$DM = \sqrt{49-2} = \sqrt{47}$

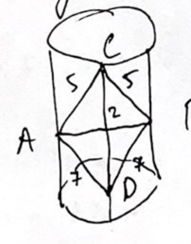
$CM = \sqrt{25-2} = \sqrt{23}$

$CD = \sqrt{47} + \sqrt{23}$









Черновик

Математика, 11кл

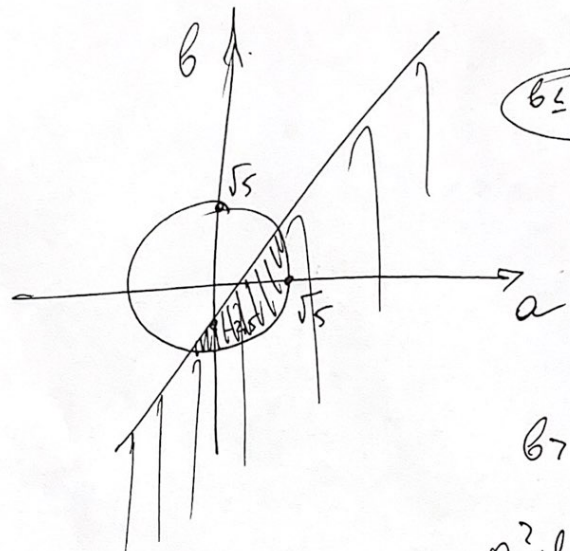
3) $\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 5 \\ a^2+b^2 \le \min(4a-2b,\ 5) \end{cases}$

$a - x$ $\quad$ 5

$b - y$

~~$4a-2b \ge 5 \quad a \ge \frac{5+2b}{4} = \frac{1}{2}b + \frac{5}{4}$~~

$4a-2b \ge 5 \qquad 2b \le 4a-5 \qquad b \le 2a-2,5$



$b \le 2a-2,5$

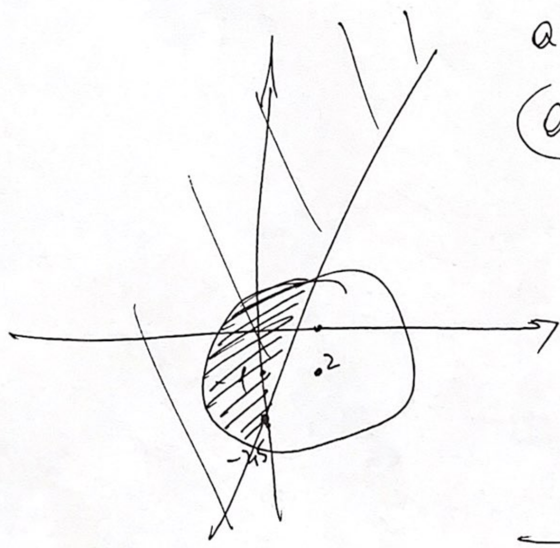
$a^2+b^2 \le 5$

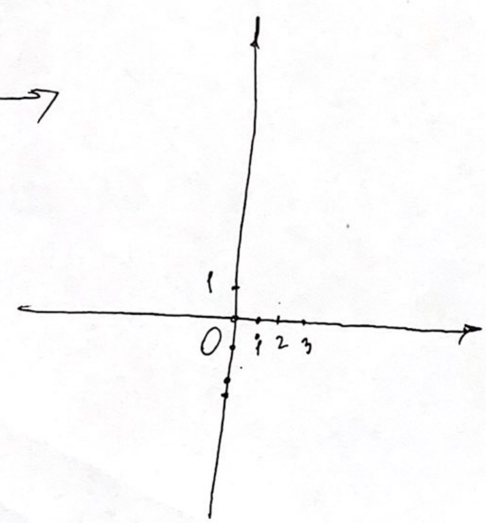
$b > 2a-2,5$

$a^2+b^2 \le 4a-2b$

$a^2-4a+4+b^2+2b+1 \le 5$

$(a-2)^2+(b+1)^2 \le 5$





Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21100222**

ID профиля: **213687**

Вариант 18

Чистовик Вариант 18 Математика, 11кл

5) $\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)$

$\log_{6x-14}(x-1)^2$

$\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)$

1

Решение:

Ограничения: $\begin{cases} \frac{x}{3}+3>0 \\ \frac{x}{3}+3\neq 1 \\ 6x-14>0 \\ 6x-14\neq 1 \\ x-1>0 \\ x-1\neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-9 \\ x\neq -6 \\ x>\frac{7}{3} \\ x\neq 2,5 \\ x>1 \\ x\neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>\frac{7}{3} \\ x\neq 2,5 \end{cases}$

$\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14) = \frac{1}{\frac{1}{2}}\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14) = 2\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)$

$\log_{6x-14}(x-1)^2 = 2\log_{6x-14}(x-1)$

$\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)$

Пусть $\frac{x}{3}+3=a$, $6x-14=b$, $x-1=c$

$2\log_a b\cdot 2\log_b c\cdot\log_c a = 4\cancel{\log_a b}\cdot\frac{\cancel{\log_a c}}{\cancel{\log_a b}}\cdot\frac{1}{\cancel{\log_a c}} =$

$=4$ Пусть $2\log_a b = m$, $2\log_b c = n$, $\log_c a = k$

$m\cdot n\cdot k = 4$

По условию 2 числа равны друг другу, а другое меньше их на 1. Без ограничения общности, пусть $m=n$, тогда $k=m-1$

$m\cdot m\cdot(m-1)=4$

$m^3-m^2-4=0$

$m^3-2m^2+m^2-4=0$

$m^2(m-2)+(m-2)(m+2)=0$

(2)

$(m^2+m+2)(m-2)=0$

$\left[\begin{array}{l} m=2 \\ m^2+m+2=0 \quad \varnothing \text{ (т.к. } D=1-4\cdot 2=-7<0) \end{array}\right. \Leftrightarrow m=2.$

Тогда, чтобы выполнилось условие задачи, нужно, чтобы одно из чисел было равно 2.

1) $2\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)=2$

$\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)=1$

$6x-14=\frac{x}{3}+3$

$18x-42=x+9$

$17x=51$

$x=3$

При $x=3$: $2\log_{6x-14}(x-1)=2\cdot\log_{18-14}(3-1)=2\cdot\log_4 2=1$

$\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)=\log_{3-1}\left(\frac{3}{3}+3\right)=\log_2 4=2$

Условие выполнилось $\Rightarrow x=3$ – подходит

2) $2\log_{6x-14}(x-1)=2$

$\log_{6x-14}(x-1)=1$

$6x-14=x-1$

$5x=13$

$x=\frac{13}{5}$

При $x=\frac{13}{5}$:

$2\log_{\frac{13}{15}+3}\left(\frac{6\cdot 13}{5}-14\right)=2\cdot\log_{\frac{58}{15}}\frac{8}{5}\neq 2$

$\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)=\log_{\frac{13}{5}-1}\left(\frac{13}{15}+3\right)=\log_{\frac{8}{5}}\frac{58}{15}\neq 2$

Чистовик Вариант 18 Математика, 11кл

Условие не выполнилось => $x = \frac{13}{5}$ - не подходит (3)

3) $\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right) = 2$

$\frac{x}{3}+3 = (x-1)^2$

$x^2-2x+1-\frac{x}{3}-3=0$

$3x^2-6x+3-x-9=0$

$3x^2-7x-6=0$

$3x^2-9x+2x-6=0$

$3x(x-3)+2(x-3)=0$

$(3x+2)(x-3)=0$

$\left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=-\frac{2}{3} \end{array}\right.$ С учётом ограничений $x=-\frac{2}{3}$ не подходит, т.к. $x > \frac{7}{3}$.

С учётом ограничений получаем, что $x=3$ - единств. решение.

Ответ: $x=3$

6) Дано:

$\triangle ABC$ - впис. в $\omega(O;R)$

$u(O_1;R_1) \cap A, O, C$

$u \cap BC = P$

кас. в A и C $\cap$ = T

$TP \cap AC = K$

$S_{APK} = 6$

$S_{CPK} = 5$

а) S_{ABC} - ?

б) $\angle ABC = \operatorname{arctg}\frac{1}{2}$ AC - ?

Решение:

4

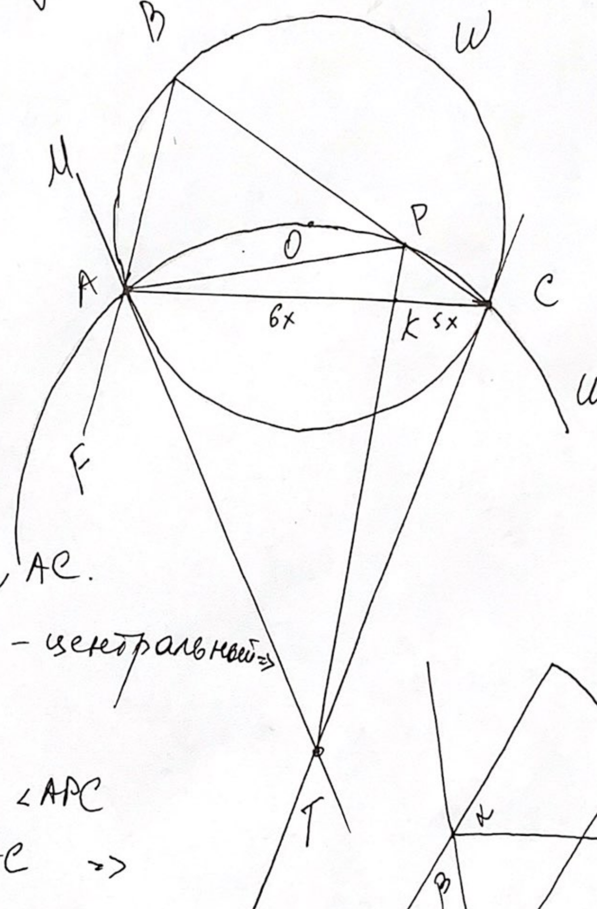
Р/м $\triangle APK$ и $\triangle CPK$

У них общ. высота, исход. из точки P.

Тогда $S_{APK} = \frac{1}{2}h \cdot AK$

$S_{PCK} = \frac{1}{2}h \cdot CK$

$\frac{S_{APK}}{S_{PCK}} = \frac{AK}{CK} = \frac{6}{5}$



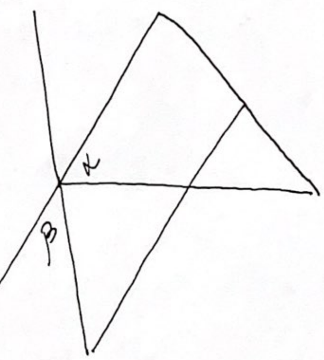
Пусть $\angle ABC = \alpha$,

$\angle ACB = \beta$.

$\angle ABC$ - впис., опир на $\smile AC$.

$\angle AOC$ опир. на $\smile AC$ - центральный =>

=> $\angle AOC = 2\alpha$.



В окр-ти ω_1 $\angle AOC$ и $\angle APC$

опир. на дугу $\smile AC$ =>

=> $\angle APC = 2\alpha$.

Т.к. CT-касат. => $\angle ACT = \frac{1}{2}\smile AC = \alpha$

AT-касат. => $\angle TAC = \frac{1}{2}\smile AC = \alpha$.

$\angle MAB = \frac{1}{2}\smile AB = \angle ACB = \beta$ => $\angle TAF = \angle MAB = \beta$ как. вертик.

Черновик Вариант 18 Математика, 11кл

5) $\frac{1}{2}\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)+2\log_{6x-14}(x-1)+$ (1)

$+\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)$

$\frac{x}{3}+3=a$

$6x-14=b$

$x-1=c$

$\frac{1}{2}\log_a b+2\log_b c+\log_c a=$

$=\frac{1}{2}\cancel{\frac{\log_c b}{\log_c a}+\frac{2}{\log_c b}+\log_c a}=\cancel{\frac{\log_c^2 b+4\log_c a+2\log_c^2 a\log_c b}{2\log_c a\log_c b}}$

Огр. $\begin{cases}\frac{x}{3}+3>0\\ \frac{x}{3}+3\neq 1\\ 6x-14>0\\ 6x-14\neq 1\\ x-1>0\\ x-1\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-9\\ x\neq -6\\ x>\frac{7}{3}\\ x\neq\frac{5}{2}\\ x>1\\ x\neq 2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>\frac{7}{3}\\ x\neq 2{,}5\end{cases}$

$\cancel{\frac{1}{2}\log_a b+2\cdot\frac{\log_a c}{\log_a b}+\frac{1}{\log_a c}=\frac{\log_a^2 b\log_a c+4\log_a b\log_a c+2\log_a b}{2\log_a b\log_a c}}=$

$=\cancel{\frac{1}{2}\log_a b=2\log_b c}$

$\cancel{\frac{1}{2}\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)=2\log_{6x-14}(x-1)}$

$\frac{x^2y+4xy+2x}{2xy}=$

$=$

$\frac{1}{2}\log_a b\cdot 2\log_b c\cdot\log_c a=4\log_a b\cdot\frac{\log_a c}{\log_a b}\cdot\log_c a=$

$=4$

$x\cdot y\cdot 2=4$

$x=y$

$2=x-1$

$x\cdot x\cdot(x-1)=4$

$x^3-x^2-4=0$

Черновик Вариант 18 математика, 11кл

2

$\cancel{x^3 - x^2 - 1 = 0}$

$\cancel{x^3 - 1 - x^2 + 2x - 1 - 2x + 1 = 0}$

$(x-1)(x^2+x+1) - (x-1)^2 - (2x-1) = 0$

$(x-1)(\cancel{x^2 + x + 1 - x + 1}) - (2x-1) = 0$

$(x-1)(x^2+2) - (2x-1) = 0$

$\cancel{x^3 - x^2 + 1}$

	1	-1	0	-1

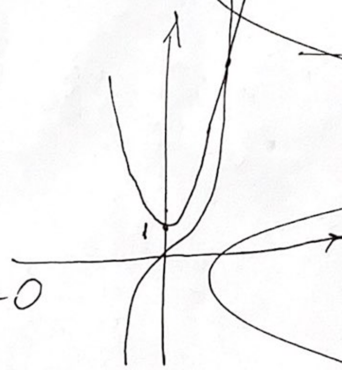
$x^3 - x^2 - 4 = 0$

$x^3 - 2x^2 + x^2 - 4 = 0$

$x^2(x-2) + (x-2)(x+2) = 0$

$(x^2 + x + 2)(x-2) = 0$

$x = 2$



$1{,}5 \cdot 2{,}25 =$

$= 3{,}375$

3,25

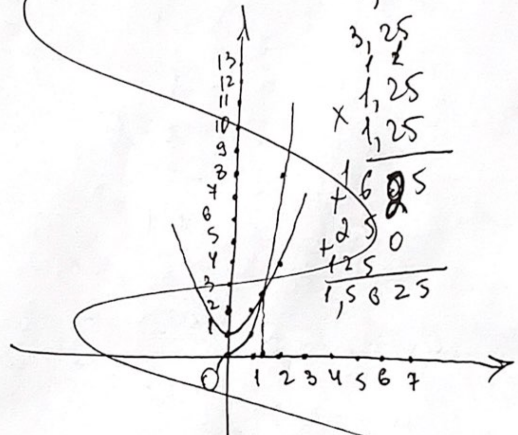
$1{,}25 \times 1{,}25$

625

250

125

1,5625



$2\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14) = 2$

$6x - 14 = \frac{x}{3} + 3$

$18x - 42 = x + 9$

$17x = 51$

$x = 3$

$2\log_4 2 = 1 \qquad \log_2 4 = 2$

$2\log_{6x-14}(x-1) = 2$

$x - 1 = 6x - 14$

$5x = 13 \qquad x = \frac{13}{5}$

$\cancel{2\log_{\frac{13}{15}+3}\left(6\cdot\frac{13}{5} - 14\right) = 2\log_{\frac{58}{15}}\left(\frac{8}{5}\right)}$ ≠2

$\cancel{\log_{\frac{13}{3}-1}\left(\frac{13}{15}+3\right) = \log_{\frac{8}{5}}\left(\frac{58}{15}\right)}$ ≠2

$\frac{7}{3} < \frac{13}{5} \qquad 35 < 39$

Черновик Вариант 18 Математика, 11кл

3

$$\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right)=2$$

$$\frac{x}{3}+3=(x-1)^2$$

$$x^2-2x+1-\frac{x}{3}-3=0$$

$$3x^2-6x+3-x-9=0$$

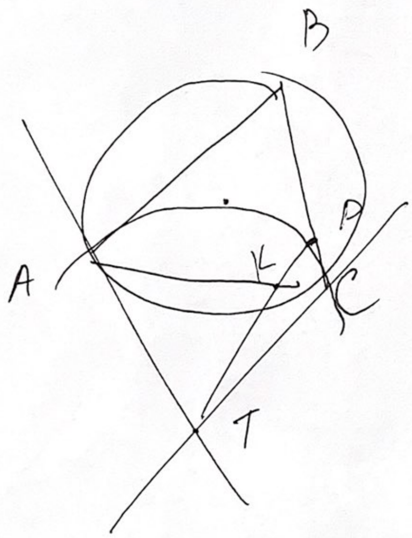
$$3x^2-7x-6=0$$

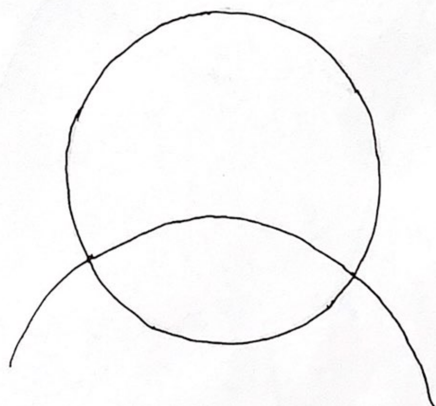
$$3x^2-9x+2x-6=0$$

$$3x(x-3)+2(x-3)=0$$

$$\left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=-\frac{2}{3} \end{array}\right. \qquad x>\frac{7}{3} \Rightarrow x=3$$

6)





Черновик   Вариант 18   Математика, 11 кл

4

б) S

$S_{APK} = 6$

S_{ABC} ? $S_{CPK} = 5$

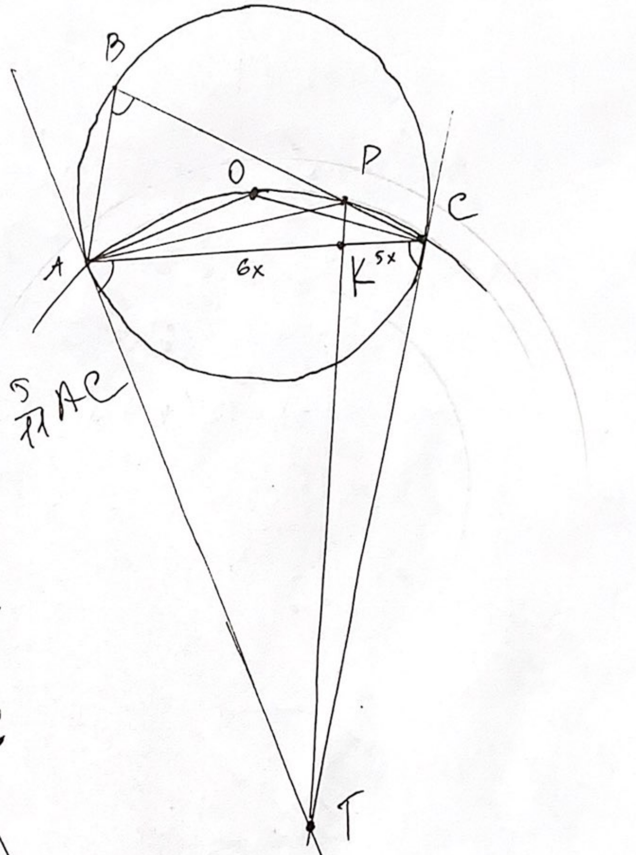
$S_{APK} = \frac{1}{2} h \cdot AK$

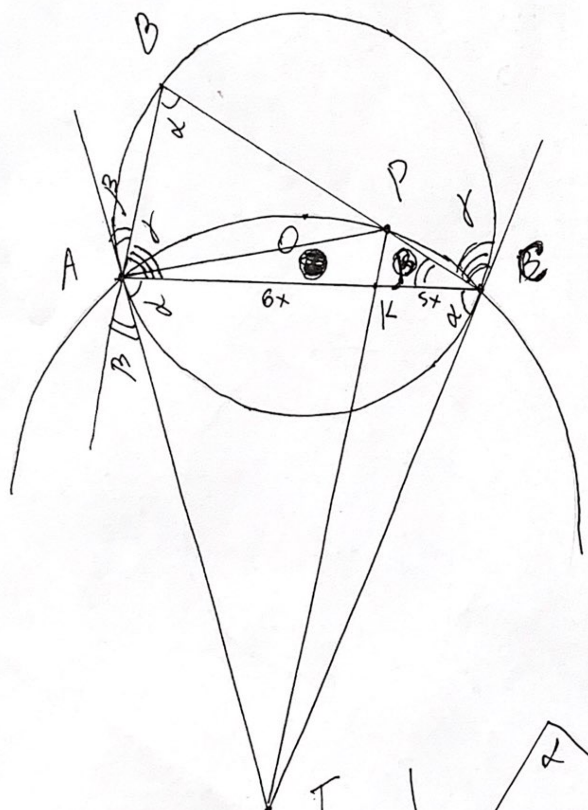
$S_{CPK} = \frac{1}{2} h \cdot CK$

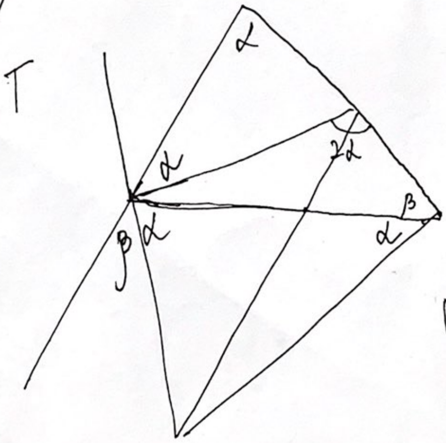
$\frac{AK}{CK} = \frac{6}{5}$

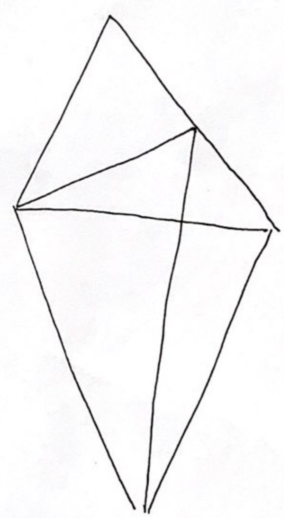
$AK = \frac{6}{11} AC$

$CK = \frac{5}{11} AC$









$180 - \alpha - \beta$

$180 - 2\alpha - \beta$

Черновик Вариант 18 Математика, 11кл

4) $a = 3^n \cdot 5^m$

$b = 3^x \cdot 5^y$

$c = 3^p \cdot 5^k$ $\quad n, m, x, y, p, k \geq 1$

$3^{15} \cdot 5^{18} = 15 \cdot 15 \cdot 15 \cdot 3^{12} \cdot 5^{15}$

$a \cdot b \cdot c = 15 \cdot 3^{15} \cdot 5^{18} = 3^{16} \cdot 5^{19}$

$3^{n+x+p} \cdot 5^{m+y+k} = 3^{16} \cdot 5^{19}$

$n+x+p = 16$

$m+y+k = 19$

НОД $= 15 \Rightarrow$ 1 число $= 3 \cdot 5^x$ или $3^x \cdot 5$

$a = 3 \cdot 5^x$ $\quad a = 3^x \cdot 5$

$b = 3^n \cdot 5^m$ $\quad b = ..$

$c = 3^p \cdot 5^k$ $\quad c = ...$ $\quad abc = 3^{16} \cdot 5^{19}$

$\cancel{3 \cdot 5^x}$

$a: 3 \cdot 5^x \quad x \in [1; 17]$