Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21100190**

ID профиля: **803583**

Вариант 18

$\boxed{\text{Вар. 18}}$ $\boxed{\text{№1}}$ (ч.1) $\boxed{\text{Чистовик №1}}$

Пусть 1-ый член — a, разность — d. Тогда

$S = a + a + d + \ldots + a + 6d = 7a + 21d$. Тогда

условие перепишется как

$$\begin{cases} (a+6d)(a+11d) > 7a+21d+20 \quad | \cdot (-1) \\ (a+8d)(a+9d) < 7a+21d+44 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -(a^2+17ad+66d^2) < -7a-21d-20 \\ a^2+17ad+72d^2 < +7a+21d+44 \end{cases} +$$

$$6d^2 < 24$$

$$d^2 < 4.$$ Т.к. пр-я возр., то $d > 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow d < 2$. Но если ~~все~~ члены прогрессии целые, то d тоже целое. поэтому $\boxed{d=1}$

Запишем н-ва с таким d:

$$\begin{cases} a^2+17a+66 > 7a+41 \\ a^2+17a+72 < 7a+65 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2+10a+25 > 0 \\ a^2+10a+7 < 0 \end{cases}$$

21100190 (U803583 M1298715)

$\boxed{№2}$ (ч. 2) $\boxed{\text{Чистовик №2}}$

1-е н-во равносильно $(a+5)^2>0$, т.е. $\boxed{a\neq-5}$

У 2-го посчитаем дискриминант и корни:

$$\frac{D}{4}=25-7=18$$

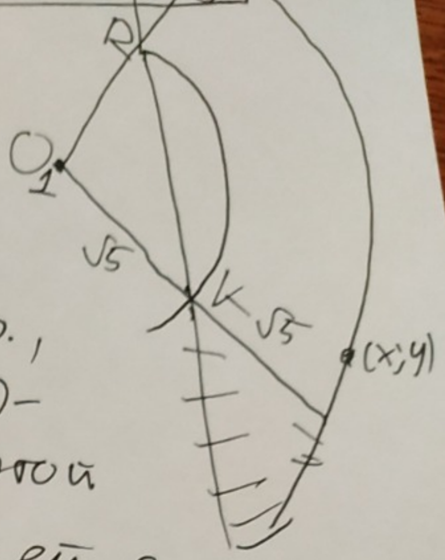
$$a=5\pm3\sqrt{2}.$$

Тогда все целые a из $(5-3\sqrt{2};5+3\sqrt{2})$ подх.

Теперь заметим, что $0<5-3\sqrt{2}\wedge 1>5-3\sqrt{2}$, а $10>5+3\sqrt{2}\wedge 9<5+3\sqrt{2}$ (элементарно проверяется). Тогда $a\in\{1;2;3;\dots;9\}$ подх.

$\boxed{\text{Отв.: } 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}$

$\boxed{№3}$ (ч.3) $\boxed{\text{Чистовик №9}}$



~~Ближайшая т. (x;y)~~

(**) Ближайшее расстояние от (x;y) до мн-ва окр. — расстояние от (x;y) до O_1 минус радиус окр., т.е. $\sqrt{5}$. Тогда ~~мн-во т.(x;y) – часть окружности Ω (для этой части), только концентричная ей с центром в O_1 с коэф. 2. Аналогично~~

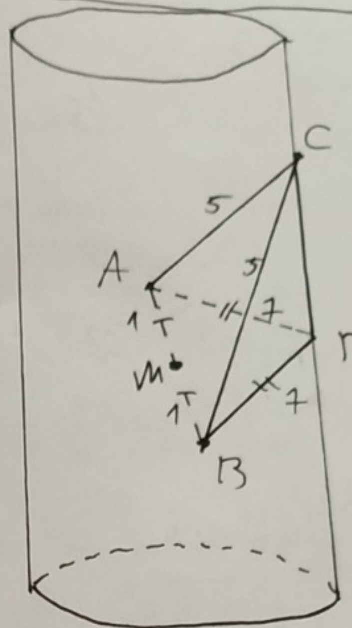
Тогда мн-во т.(x;y) — часть окр. с центром в O и радиусом $2\sqrt{5}$, огр. прямой l и прямыми, проход. через O_1 и R, O_1 и K (т. пересеч. Ω и l). Аналогично для 2-й окр. ω. Также в мн-во (x;y) входит круг с центром в R (и с центром в K) и радиусом $\sqrt{5}$, т.к. там происходит стык Ω и ω, где (**) — уже не проходит. Осталось лишь посчитать:

Чистовик №8 №3 (ч.2) ~~Черновик №8~~

Тогда окружности симм. отн. l (т.к. их радиусы равны) => фигура из 2-го мн-ва — 2 части окр. как на рисунке. Теперь р-м это же мн-во, "наложив" 2 системы координат yOx и bOa друг на друга. в yOx 1-е мн-во — круг с центром $(b;a)$ и радиусом $\sqrt{5}$. Тогда фигура из 2-го мн-ва задает мн-во точек в yOx, которые явл. центром круга из 1-го н-ва, т.е. 2-е мн-во $(a;b)$ на $(x;y)$ — мн-во центров ~~окр.~~ кругов из 1-го мн-ва. Тогда систем н-ва выполняется для $(x;y)$ при нек. $(a;b)$, если расстояние от $(x;y)$ до ближайшей т. мн-ва из 2-го н-ва $\leq \sqrt{5}$ (тогда $\exists$ $(a;b)$ из мн-ва 2-го н-ва, при этом 1-е выполнено из условия (*)). Зададим это мн-во: т.к. 2-е мн-во — пересечение 2-х окружностей, то р-м по отд. 1 часть 2-го, сост. часть окр., отсекаемую прямой l.

№2 (4.1) Чистовик №3

① Пусть M — середина AB. Тогда т.к. $\triangle ADB$ — р-б, то $DM \perp AB$. Т.к. весь тетраэдр симм. отн. пл-ти MCD ($AC=BC$; $AD=DB$) (C и D лежат на серперах к AB), ~~цилиндр~~ и цилиндр тоже симм. отн пл-ти, сод. ось цилиндра, дошнура. Пусть $\angle MDC = \alpha$. Р-м проекцию ~~ADB~~ тетраэдра на пл-ть основания цилиндра (рис.1) и на сечение цилиндра, проход. через MDC (рис.2). Т.к. теор. симм. отн. (MCD), то и цилиндр тоже (т.к. еще $CD \parallel$ оси цилиндра)



СВ=4, где $5\sqrt{2}$, на самом деле $4\sqrt{3}$, это опечатка

$MD = \sqrt{49 - 1} = 4\sqrt{3}$ ~~$5\sqrt{2}$~~ (из $\triangle MDB$),

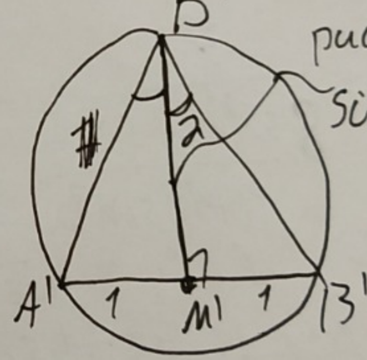


рис 1

$\sin\alpha \cdot 4\sqrt{3}$

Тогда из $\triangle MDM'$ $\angle MDM' = \pi/2 - \alpha \Rightarrow M'D = M'D' = \cos(\pi/2 - \alpha) \cdot 4\sqrt{3} = \boxed{\sin\alpha \cdot 4\sqrt{3}} = \sin\alpha \cdot 4\sqrt{3}$

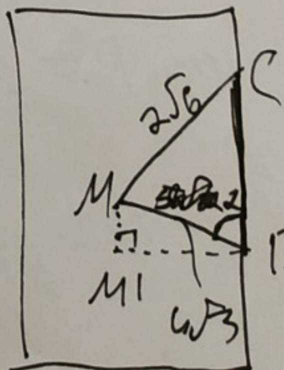


рис. 2

(для тупоугольного треугольника все аналогич

$\boxed{№2}$ (4.2) $\boxed{\text{Чистовик №4}}$

Из-за же симметрии $A'D' = D'B'$. Тогда

$D'B' = \sqrt{1+48\sin^2\alpha}$. Тогда $\sin \angle M'D'B' =$

$= M'D'A'$ (симм.) $= \gamma \Rightarrow \sin\gamma = \frac{1}{\sqrt{1+48\sin^2\alpha}}$;

$\cos\gamma = \frac{4\sqrt{3}\sin\alpha}{\sqrt{1+48\sin^2\alpha}}$.

Тогда $\sin \angle A'D'B' = \sin 2\gamma = 2\cdot\frac{4\sqrt{3}\sin\alpha}{1+48\sin^2\alpha} =$

$$\boxed{= \frac{8\sqrt{3}\sin\alpha}{1+48\sin^2\alpha}}$$

~~Тогда по т. синусов~~ $R = \frac{A'B'}{2\sin 2\gamma} =$

$= \frac{1}{\frac{8\sqrt{3}\sin\alpha}{1+48\sin^2\alpha}} = \frac{1}{4\sqrt{3}\sin\alpha} + 2\sqrt{3}\sin\alpha$. т.к. $\sin\alpha > 0$,

то $\frac{1}{4\sqrt{3}\sin\alpha} + 4\sqrt{3}\sin\alpha \geq 2\sqrt{4\sqrt{3}\sin\alpha\cdot\frac{1}{4\sqrt{3}\sin\alpha}} = \boxed{2}$.

Тогда $R = 1$ при $\frac{1}{4\sqrt{3}\sin\alpha} = 4\sqrt{3}\sin\alpha \Leftrightarrow \sin^2\alpha = \frac{1}{48} \Rightarrow$

$\Rightarrow \sin\alpha = \frac{1}{4\sqrt{3}}$ ($\sin\alpha \geq 0$). ~~Тогда $\cos\alpha = \frac{7}{5\sqrt{2}}$~~

$$\boxed{\sin\alpha = \frac{1}{4\sqrt{3}}}$$

$\boxed{№2}$ (4.4) $\boxed{\text{Чистовик № 6}}$

$x^2 - 2\sqrt{47} \cdot x + 24 = 0$

$D/4 = 47 - 24 = 23$

$x = \sqrt{47} \pm \sqrt{23}$

$\boxed{\text{Отв.: } \sqrt{47} \pm \sqrt{23}}$

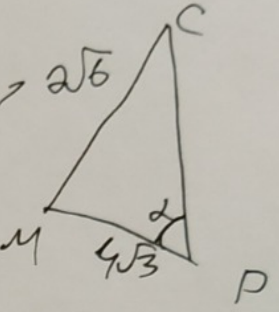
№2 (ч.3) Школьник №5

~~Тогда по т. косинусов из △MCD~~

~~Тогда по т. косинусов из △MCD (MC =~~
~~$= \sqrt{\quad}$~~

$MC = \sqrt{25-1} = 2\sqrt{6}$ (из △MCB).

Т.к. $MC < MD$, то $\angle MCD > \angle MDC = \alpha \Rightarrow \alpha$ – острый. ~~Тогда~~.



По т. синусов из △D'A'B'

$$R = \frac{A'B'}{2\sin 2\alpha} = \frac{\cancel{2}}{\cancel{2}\cdot\frac{8\sqrt{3}\cdot\sin\alpha}{1+48\sin^2\alpha}} = \frac{1}{8\sqrt{3}\sin\alpha} +$$

$+ 2\sqrt{3}\cdot\sin\alpha$. Т.к. $\sin\alpha > 0$, то

$$R = \frac{1}{\sin\alpha\cdot 8\sqrt{3}} + 2\sqrt{3}\sin\alpha \geq 2\sqrt{\frac{1}{4}} = \boxed{1}$$ при

$$\frac{1}{\sin\alpha\cdot 8\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}\sin\alpha \Leftrightarrow \sin^2\alpha = \frac{1}{48} \Leftrightarrow \boxed{\sin\alpha = \frac{1}{4\sqrt{3}}}.$$

Тогда $\cos\alpha = \frac{\sqrt{47}}{4\sqrt{3}}$

Если $CD = x$, то по т. косинусов

$$24 = 48 + x^2 - 2\cdot\cancel{4\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{47}}{\cancel{4\sqrt{3}}}\cdot x$$

$$x^2 + 24 - 2\sqrt{47}\cdot x = 0$$

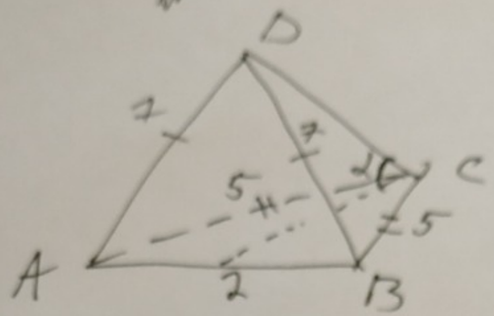
21100190 (U803583 M1298715)

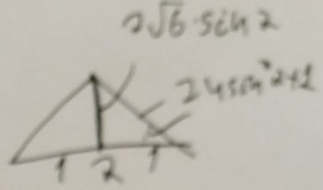
Черновик a^2+b^2

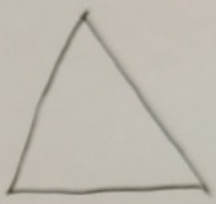
$4a-2b \geq 5$

$24\sin^2\alpha+1$

$\cos \frac{2\sqrt{6}\cdot\sin\alpha}{\dots}$

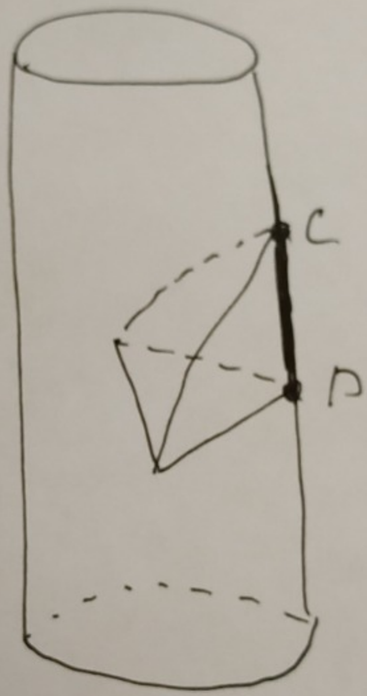






$24\sin\alpha$

$\frac{2\sqrt{6}\sin\alpha}{24\sin^2\alpha+1}=\sin 2\gamma$



$2\sqrt{6}\cdot\sin\alpha$

$\sin 2\alpha \quad \frac{1}{\sqrt{24\sin^2\alpha+1}}$

$\sin\gamma=$

α

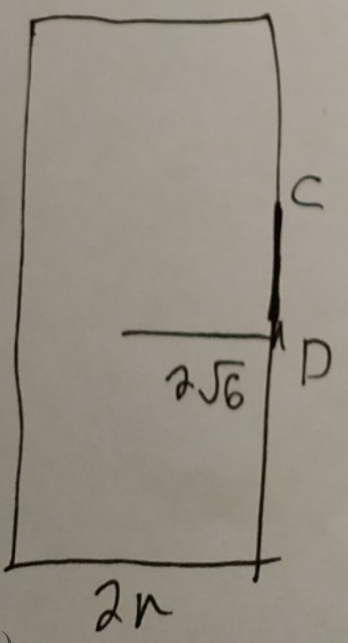
$\sin\alpha$

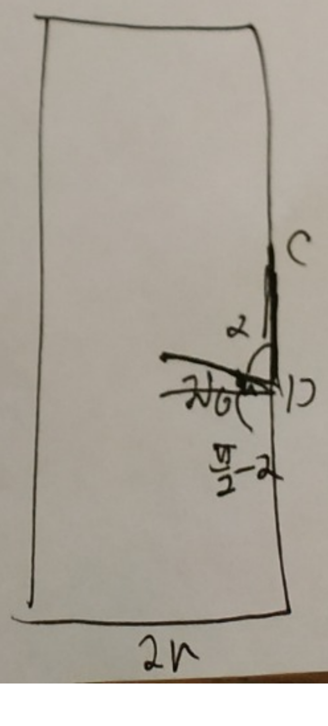
$\underline{a}$

$\min\left(\frac{24\sin^2\alpha+1}{4\sqrt{6}\sin\alpha}\right)$

$\sqrt{6}\cdot\sin\alpha+\frac{1}{4\sqrt{6}\sin\alpha} \geq$

≥ 2





$a_1 \quad a_1+d, \dots, a+6d \quad S=7a+21d$ Мерпилеит

$7a+$

$6+5+4+3+2+1$
21

$\frac{48}{4\sqrt{3}} = \frac{\frac{12}{\sqrt{3}}}{4\sqrt{3}}$

$(a+6d)(a+11d) > 7a+21d+20$

$(a+8d)(a+9d) < 7a+21d+44$

$a^2+17ad+66d^2 > \dots +20$
$a^2+17ad+72d^2 < \dots +44$

$\cancel{a^2-6d^2}$

$d=1$

$6d^2 < 24$

$d<2$

$7>$
$\cancel{8}$ $9>$
$10>$

$(a+6)(a+11) > 7a+$

$2 \quad 3\sqrt{2} < 4$

$a^2+10a+7<0$

$1 < 5-3\sqrt{2}$
<4

2

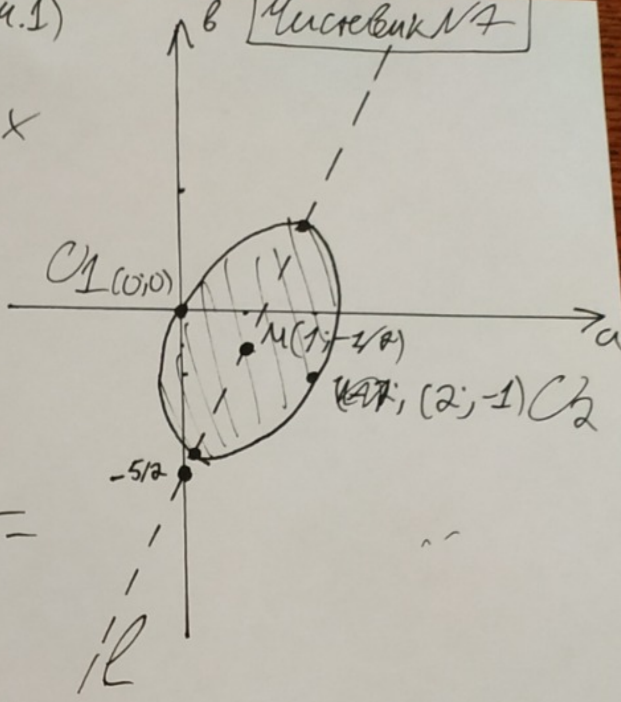
$a^2+17a+72 < 7a+65$

$a^2+17a+66 > 7a+41$

$a^2+10a+25>0$

Нарисуем 2-е мн-во в осях вОа (см. рис.). Нарисуем прямую $4a-2b=5$ (по 2-м точкам $(a;b)=(0;-5/2)$ и $(1;-1/2)$). Теперь если $4a-2b\geq 5$ (под прямой), то $a^2+b^2\leq 5$ — часть (с учетом прямой) ~~окр.~~ кр. с центром $(0;0)$ и радиусом $\sqrt{5}$. Если же $4a-2b<5$ (над прямой), то мн-во 2-го н-ва $\Leftrightarrow a^2+b^2\leq 4a-2b$ $\Leftrightarrow$ $(a+2)^2+(b+1)^2\leq 5$ — часть (с учетом прямой) ~~окр.~~ кр. с центром в $(2;-1)$ и радиусом $\sqrt{5}$. 1-я окр. Ω, 2-я — ω. Их радиусы равны, при этом $O_1O_2\perp l$ (угол наклона l равен 2, а O_1O_2 равен $-1/2$, при этом т. O_1, O_2 и $M(1;-1/2)$ лежат на O_1O_2 (зададим прямую O_1O_2 ~~$b=-\frac{1}{2}b$~~ $b=-\frac{1}{2}a$ и проверим, что M на ней лежит), но $M\in l$. При этом $O_1M=MO_2$ ($O_1M=\sqrt{1+\frac{1}{4}}=MO_2$) ~~Тогда~~ ~~$l$ — рад. ось Ω и ω~~ Тогда $O_1M=O_2M\wedge O_1M\perp l\wedge O_2M\perp l \Rightarrow$ $\boxed{O_1 \text{ — симм. } O_2 \text{ отн. } M}$, ~~тогда~~

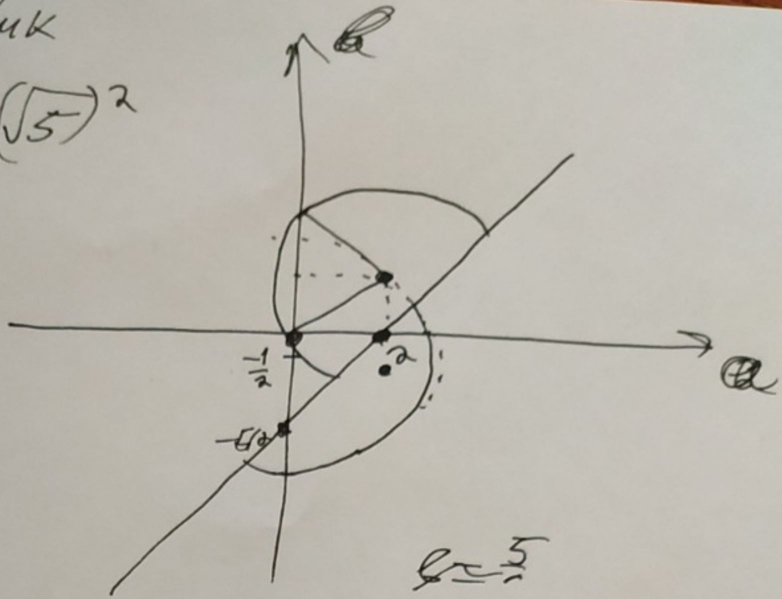
~~сокр.си~~



21100190 (U803583 M1298715)

Черновик

$(a-2)^2+(b-\cancel{2})^2 \le (\sqrt{5})^2$



$4a-2b \geq 5$

$b \le$

$\cancel{b=\frac{5}{2}}$

$b=2a-\frac{5}{2}$

$\cancel{4a-2b=5}$

$a=\frac{5+2b}{4}$

$24=48+CD^2-2\cdot 4\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{47}}{4\sqrt{3}}\cdot x$

$(a-2)^2+(b+1)^2 \le \sqrt{5}^2$

$4a-2b=5$

$b=2a-\frac{5}{2}$

21100190 (U803583 M1298715)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21100190**

ID профиля: **803583**

Вариант 18

$\boxed{№4}$ (ч.1) $\boxed{\text{Чистовик №1}}$

① Заметим, что т.к. НОД(a;b;c)·НОК(a;b;c)=abc, то $\boxed{abc = 3^{16} \cdot 5^{19}}$ Тогда каждое число представимо в виде $3^{\alpha} \cdot 5^{\beta}$.

② Теперь заметим, что если (a,b,c)=3·5, то во все эти числа как множитель входят и 3, и 5, причём в нек. число входит лишь 3, но не 9, а также для нек. входит 5, но не 25 (т.е. ст. вх. 3 в нек число равно 1, аналогично для 5). Р-м 2 сл.: т.е. $v_3(a)=v_3(a)=1$

а) a=15 (без огр. общ., случаи b=15 и c=15 аналогичны). Тогда ~~$\alpha \geq 1 \wedge \beta \geq 1$. Тогда $bc = 3^{15} \cdot 5^{18}$. Пусть $b = 3^{\alpha} \cdot 5^{\beta}$, $\alpha \leq 14 \wedge \beta \leq 17$ т.к. $c = 3^{15-\alpha} \cdot 5^{18-\beta}$, но (т.к. $\alpha \neq 0 \wedge \beta \neq 0$, как и $15-\alpha \wedge 18-\beta$) Тогда кол-во вар, когд~~

Тогда $bc = 3^{15} \cdot 5^{18}$. Из условия на НОК, ст. вх. 3 в 1 из этих чисел – 15, а ст. вх. 5 в 1 из этих чисел – 18. ~~Р-м виде случаи: (2) $b = 3^{15} \cdot 5^{t}$, $c = 5^{18} \cdot 3^{15-t}$~~

Тогда если $bc = 3^{15} \cdot 5^{18}$, то ~~не~~ $c \neq 1 \wedge b \neq 1$, то р-й у такого случая нет (т.к. $bc > 3^{15} \cdot 5^{18}$, если $b \vdots 15 \wedge c \vdots 15$)

Черновик

№4 (ч.2) ~~Чистовик №2~~

б) ст. вх. 3 в a равно 1, ст. вх. 5 в b = 1 ($\nu_3(a)=1$; $\nu_5(b)=1$ (без огр. общности, см. далее))

Тогда в b или в c входит 3^{15} (из усл. НОК) ~~так~~ и в a или в c входит 5^{18} (усл. НОК), т.е. $abc \geq 3^{16} \cdot 5^{19}$ (т.к. $a=3k$, $b=5k$, $a \vdots 5^{18} \vee c \vdots 5^{18}$; $b \vdots 3^{15} \vee c \vdots 3^{15}$). Но из усл. на НОД ~~$\nu_3(a)$~~ 3 и 5 входят в каждое из чисел a, b, c. Тогда $abc \geq 3^{17} \cdot 5^{19}$, но $abc = (a,b,c) \cdot [a,b,c] = 3^{16} \cdot 5^{19}$. Значит, таких троек нет.

Аналогично рассматриваются случаи с другими переменными.

$\boxed{\text{Отв.: } 0}$

Черновик

21100190 (U803583 M1298716)

Чистовик №1

№4

Заметим, что $(a;b;c)\cdot[a;b;c]=abc=3^{16}\cdot5^{19}$.

По условию НОД'а в каждое число, в и с входит в разложение $3\cdot5$.

По условию НОКа т.к. из $abc=3^{16}\cdot5^{19}$ $\alpha_i=1$ каждое число $-3^{\alpha_i}\cdot5^{\beta_i}$; то в 1 из чисел входит 3^{15} и в 1 из чисел 5^{18} (возможно, они совпадают). Тогда $abc\geq3^{15}\cdot5^{18}\cdot3\cdot5\cdot3\cdot5=$
$=3^{17}\cdot5^{20}>3^{16}\cdot5^{19}$. Значит, таких троек нет.

(ст. вх. 3 в $abc\geq3\cdot3\cdot3^{15}$;
ст. вх. 5 в $abc\geq5\cdot5\cdot5^{18}$)

$\boxed{\text{Отв.: } 0}$

$\boxed{№6}$ (4.3) $\boxed{\text{Чистовик №6}}$

Тогда $ab = \frac{5b}{4} \cdot b = 30x^2$

$$b^2 = 24x^2$$

$$\boxed{\begin{aligned} b &= 2\sqrt{6}x \\ a &= \frac{5\sqrt{6}}{2}x \end{aligned}}$$

~~Тогда из $\Delta AKPK$.~~

Тогда $AB = \frac{11}{5} \cdot KP = \frac{11}{5} \cdot 2\sqrt{6}x = \boxed{\frac{22\sqrt{6}}{5}x}$

Тогда $AB \cdot BC = \frac{\cancel{22}\sqrt{6}}{5}x \cdot BC = \frac{\cancel{242}}{\sqrt{5}}$

$$\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}} \cdot BC = 11 \quad BC = \frac{55}{\sqrt{30}} \cdot \frac{1}{x}$$

Тогда по т. косинусов

$$\cancel{121x^2 = \left(\frac{22\sqrt{6}}{5}\right)^2 x^2 + \left(\frac{55}{\sqrt{30}}\right)^2 \cdot \frac{1}{x^2} -}$$

Тогда $S = ~~a~~$.

~~высота ΔABC~~

~~$BH = \frac{2S}{AC} = \frac{242}{55x} = \frac{22}{5x}$~~

~~Тогда PN~~

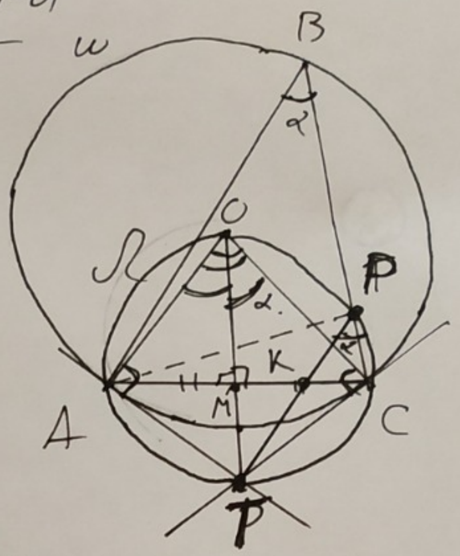
~~высота ΔPKC $= \frac{5}{11} \cdot \frac{242}{55x} \cdot \frac{22}{5x} = \frac{2}{x}$.~~

21100190 (U803583 M1298716)

Чистовик № 4

№6 (ч.1)

(1) $\angle OAT = \angle OCT = \pi/2$ (радиусы к т. кас.) $\Rightarrow$ 4-хуг. $OATC$ — вписанный. Но окр. Ω, опис. около ΔOAC, уже есть (точнее окр. задается 3-мя точками, причем вокруг $OATC$ можно описать окр. Тогда Ω — опис. окр. 4-хуг. $OATC$)



(2) Пусть $\angle ABC = \alpha$. Тогда $\angle AOC = 2\alpha$ (центр. угол) т.к. $OA = OC$ (радиусы), $AT = TC$ (кас.) $\angle OAT = \angle OCT = \pi/2$ (кас.), (т.е. $AOCT$ — дельтоид) то $\angle AOT = \angle TOC = \alpha$ (р-во треугольников OAT и OTC). Тогда $\angle TPC = \angle TOC = \alpha$ (опир. на сек. TC). Тогда $\boxed{AB \parallel TP}$, т.к. $\angle TPC = \angle ABC = \alpha$

(3) у ΔAKP и ΔKPC одн. высота $\Rightarrow \frac{AK}{KC} = \frac{S_{\Delta AKP}}{S_{\Delta KPC}} = \frac{6}{5}$. Но из параллельности AB и TP по т. о пропорц. отрезках $\frac{PC}{BC} = \frac{KC}{CA} = \frac{5}{11}$. Тогда $\Delta KPC \sim \Delta ABC$ по 2-м ст. и углу $\Rightarrow \frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta KPC}} = \left(\frac{11}{5}\right)^2$

$S_{\Delta ABC} = \frac{121}{25} \cdot 5 = \boxed{\frac{121}{5}}$

$\boxed{№5}$ (4.1) $\boxed{\text{Чистовик №2}}$

Пусть логарифмы равны a, b и c в произвольном порядке. Тогда

без модуля, т.к. $x-1>0$

$$abc = 4\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)\cdot\log_{6x-4}\cancel{|}x-1\cdot\log_{x-1}\left(\frac{x}{3}+3\right) =$$

$=4.$

Теперь пусть $a=b=c+1$. Тогда $a^2(a-1)=4$

$a^3-a^2-4=0$

$a^3-a^2-8+4=0$

$(a-2)(a^2+2a+4)-(a-2)(a+2)=0$

$(a-2)(\underbrace{a^2+a+2}_{})=0.$

$D<0 \Rightarrow$ р-й нет.

Тогда $\boxed{a=2}$.

Т.е. условие равносильно тому, что 1 из логарифмов равен 2, а ост. существуют.

а) $\frac{x}{3}+3=6x-14$

$x+9=18x-42$

$\boxed{x=3}$.

б) $(6x-14)^2=(x-1)^2$. Из $\exists$ логарифмов $x-1>0 \wedge$

$\wedge\ 6x-14>0$. Тогда

$\boxed{№5}$ (ч.2) $\boxed{\text{Чистовик №3}}$

$6x-14=x-1$

$5x=13$

$\boxed{x=13/5}$

в) $\frac{x}{3}+3=(x-1)^2 \ |\cdot 3$

$x+9=3x^2-6x+3$

$3x^2-7x-6=0$

$D=49+12\cdot 6=121$

$x=\frac{7\pm 11}{6} \to \boxed{3}$

$\to \boxed{-\frac{2}{3}}$

Теперь займемся существованием логарифмов:

$$\begin{cases} x-1>0 \\ 6x-14>0 \\ \frac{x}{3}+3>0 \\ x-1\neq 1 \\ \frac{x}{3}+3\neq 1 \\ 6x-14\neq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x>1 \\ x>7/3 \\ x>-9 \\ x\neq 2 \\ x\neq -8 \\ x\neq 5/2 \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{matrix} x>7/3 \\ x\neq 5/2 \end{matrix}}$$

Нам подх. только $\boxed{\begin{matrix} x=13/5 \\ x=3 \end{matrix}}$

$\boxed{\text{Отв: } \{13/5;\ 3\}}$

Черновик $(a;b;c)=3\cdot5$ внек. вх. 3^1

$(a;b;c)=3^{15}\cdot5^{18}$ в нек. вх. 5^1

$\cancel{a=3\cdot5}$ a $ab=30x^2$

$KC=5x$ $\Sigma\ 11x$ $\frac{5}{11}$ a^3-a-4 $B>5$

$AK=6x$ $3\ 5$

$abc=1$ $PC=5y$ abc $8-$

$BC=11y$ $a^2(a-1)=4$ $\cancel{AB\cdot BC}$

$a^2(a-1)=4$ $a^3-a^2-4=0$ $\frac{6}{5}a-6$

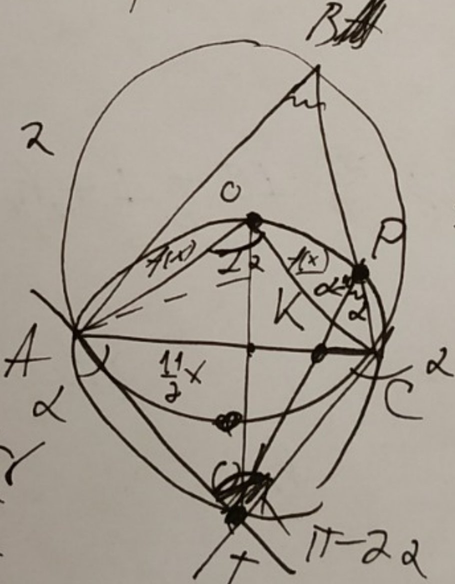
$\cancel{a^3-a-1=0}$

$(a-2)(a^2+2a+4)-(a-2)(a+2)$

$a^2+3a+6)$

$\log_2 4\cdot\log_4 9$

2



$AB=\frac{11}{5}a$

$\frac{11}{5}a-a-6$

$AB\cdot BC\cdot\sin2=2S$

2

$\cancel{22x}$

$\frac{11x}{2\sin\alpha}$

$\frac{CP}{PB}=\frac{5}{6}$

$\operatorname{tg}\alpha=\frac{OM}{Ok}$

$\frac{AK}{\sin\gamma}=\frac{KC}{\sin(\alpha-\gamma)}$

$\frac{11\sqrt5 r}{2}$

$OK=\frac{OM}{\operatorname{tg}\alpha}$

$\frac{11x}{2}+\frac{x}{2}+$

$OA=\frac{11x}{2}\cdot\sin\alpha$ $AK\cdot KP=30x^2$

$BP=$ $AC=11x$

$\frac{AK}{\sin\gamma}=2R$ $OA=\frac{\sin\alpha}{22x}$

$\sin\alpha=\frac{1}{\sqrt5}$

$49+42$ $OA=$

21100190 (U803583 M1298716)

$\boxed{№6}$ (ч. 2) $\boxed{\text{Чистовик №5}}$

(5) Пусть $AK=6x$. Тогда из отн. площадей $KC=5x \Rightarrow$
$\Rightarrow AC=11x$. $AP \perp AC = M$. Из того, что AOC — р/б
(равнобедренный), $AM=MC=\frac{11x}{2}$. $\angle OMA=\pi/2$ Тогда ~~AO~~ OT=
$AO=$ ~~sок~~ $\frac{AM}{\sin\alpha}=\frac{11x}{2}\cdot\frac{\sqrt{5}}{\cancel{1}}=\cancel{\frac{11x}{2\sqrt5}}\ \boxed{\frac{11\sqrt5}{2}x}$

Тогда $OT=\frac{OA}{\cos\alpha}=\frac{11x}{\cancel{2\sqrt5}}\cdot\sqrt5\cdot$ $\frac{11\sqrt5}{2}x\cdot\frac{\sqrt5}{2}=\frac{55}{4}x$.

т.к. OT — диаметр, то $\boxed{R_{\pi}=\frac{55}{8}x}$

Тогда т.к. $KC=5x$, то $MK=\frac{x}{2}$ ~~[illegible]~~

~~Тогда по т. синусов из~~

Из $\triangle AOM$ $OK=\frac{AM}{\operatorname{tg}\alpha}=\frac{11x\cdot 2}{2\cdot 4}=\boxed{\frac{11x}{4}}$. Тогда

$MT=\frac{55}{4}x-\frac{11}{4}x=11x=\boxed{\frac{11x}{4}}$

~~Пусть $AK=a$, $KC=b$.~~

~~Пусть $KT=a$, $KP=b$.~~ $\boxed{\begin{matrix}KT=a\\KP=b\end{matrix}}$

~~Тогда~~

$S_{\triangle ABC}=\frac{121}{5}=\frac{AB\cdot BC\cdot\sin\alpha}{2}\Rightarrow AB\cdot BC=\boxed{\frac{242}{\sqrt5}}$

По т. о 2-х пересек. хордах $\boxed{\text{Отв.: а) } 121/5}$

$\overset{a}{TK}\cdot \overset{b}{KP}=30x^2 \Leftarrow\Rightarrow$

т.к. $\angle OPT=\pi/2$, то $\triangle MTK \sim \triangle TPO \Rightarrow \frac{KT}{OT}=\frac{TD}{MT}$

$\Rightarrow \frac{a}{\frac{55}{4}x}=\frac{a+b}{\frac{11}{4}x}\Leftarrow\Rightarrow a=5a+5b$ $\boxed{4a=5b}$. $\boxed{a=\frac{5b}{4}}$

$\frac{13}{15} \cdot 13$

$\frac{65}{5} - 14$

sin

$\frac{11y}{\sin\alpha} = 11\sqrt{5}x$

$AB \cdot BC = \dots$

Черновик

$11x$ α

1

$\sin\alpha = \frac{y}{\sqrt{5}}$

$11y$

$\frac{TK}{OP} =$

$11x$ 2

$121x^2 = 121y^2 + T^2 - 2T \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot 11y$

78

$\frac{8}{5}$

$\frac{13}{5}$

$НОК(b,c) = 3^{15} \cdot 5^{18}$

15

$3^{15} \cdot 5$

21100190 (U803583 M1298716)