Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21100172**

ID профиля: **804210**

Вариант 18

(1) Чистовик. Математика 11 кл.

№1 Пусть d - разность этой прогрессии. Тогда перепишем данные из усл-я через a_1 и d.

1) Т.к. прогрессия целочисленная, то $a_1 \in \mathbb{Z}$, $d \in \mathbb{Z}$.
Прогрессия возрастающая $\Rightarrow d \geq 1$

2) $S = \frac{2a_1+6d}{2} \cdot 7 = 7a_1 + 21d$

$$\left.\begin{aligned} a_7 \cdot a_{12} &= (a_1+6d)(a_1+11d) \\ a_9 \cdot a_{10} &= (a_1+8d)(a_1+9d) \end{aligned}\right| \Rightarrow \begin{cases} (a_1+6d)(a_1+11d) > 7a_1+21d+20 \\ (a_1+8d)(a_1+9d) < 7a_1+21d+44 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2+17a_1d+66d^2 > 7a_1+21d+20 \\ a_1^2+17a_1d+72d^2 < 7a_1+21d+44 \quad (1) \end{cases}$$

$7a_1+21d+44 = 7a_1+21d+20+24 < a_1^2+17a_1d+66d^2+24$.

Подставим получ. нер-во в (1).

$a_1^2+17a_1d+72d^2 < a_1^2+17a_1d+66d^2+24$

$6d^2 < 24 \Rightarrow |d| < 2$. Из 1) следует, что $d=1$.

3) Подставим $d=1$ в исходные нер-ва.

(2) $a_1^2+17a_1+66 > 7a_1+21+20$

$a_1^2+10a_1+25>0$ $\quad (a_1+5)^2>0$ - ~~все~~ $\Rightarrow a_1 \in (-\infty; -5) \cup (-5; +\infty)$

$a_1^2+17a_1+72 < 7a_1+21+44$

$a_1^2+10a_1+7<0$

$(a_1-(-5-3\sqrt{2}))(a_1-(-5+3\sqrt{2}))<0$

$a_1 \in (-5-3\sqrt{2}; -5+3\sqrt{2})$

$$\left.\begin{aligned} -10 < -5-3\sqrt{2} < -9 \\ -1 < -5+3\sqrt{2} < 0 \end{aligned}\right| \Rightarrow a_1 \in [-9; -1], \ a \in \mathbb{Z}.$$

Но из решения (2) следует, что $a_1=-5$ - не подходит.

Ответ: $a_1 = -9; -8; -7; -6; -4; -3; -2; -1$

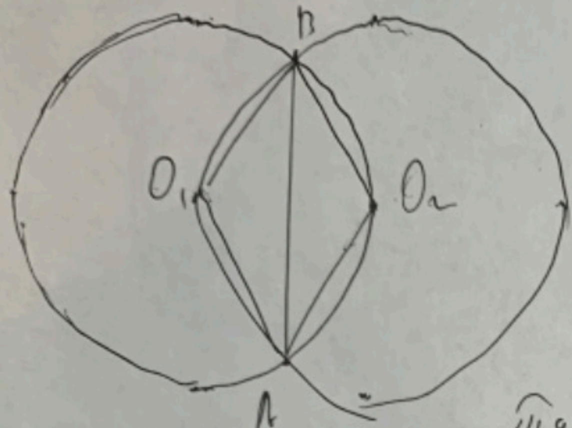
21100172 (U804210 M1299565)

Математика 11 кл.

Чистовик

$B\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}+\sqrt{3}\right)$. Тогда $AB=\sqrt{\left(+1-\frac{\sqrt{3}}{2}-1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(-\frac{1}{2}+\sqrt{3}+\frac{1}{2}+\sqrt{3}\right)^2}=$

$=\sqrt{3+12}=\sqrt{5}\cdot\sqrt{3}$



Пусть $O_1(0;0)$, $O_2(2;-1)$

$BO_2=O_2A=R=\sqrt{5}$

По т. косинусов в $\triangle ABO_2$

$\cos\angle BO_2A=\frac{5+5-15}{2\cdot5}=-\frac{1}{2}=>$

$=>\angle BO_2A=120°$ Т.к. окр-ти равны, то $\angle BO_1A=\angle BO_2A=120°$

Таким образом, ГМТ центров кругов из (1). Это объединение кругов $a^2+b^2\le5$

$(a-2)^2+(b+1)^2\le5$

Получается, фигура M - это ~~пара двух~~ объединение двух кругов с центрами O_1, O_2 и $R_1=R_2=2\sqrt{5}$

$S_m=S_1+S_2-S_п$, S_m - площадь фигуры M, S_1 и S_2 - площади кругов, $S_п$ - площадь пересечения.

$S_1=S_2=\pi R_1^2=\pi\cdot20$. ~~$S_1$ и S_2 - это~~ Т.к. круги фигуры M - это круги из ГМТ центров кругов из (1), но с радиусами в 2 раза больше, то площадь пер-я двух кругов отличается в 4 раза.

$S_п=4\cdot2\left(\frac{120}{360}\pi\cdot R^2-S_{AO_2B}\right)=4\cdot2\left(\frac{R^2\pi}{3}-\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot5\right)=8\left(\frac{5\pi}{3}-\frac{5\sqrt{3}}{4}\right)=$

$=\frac{40\pi}{3}-10\sqrt{3}$

$S_m=40\pi-\frac{40\pi}{3}+10\sqrt{3}=\frac{80\pi}{3}+10\sqrt{3}$

Ответ: $S_m=\frac{80\pi}{3}+10\sqrt{3}$

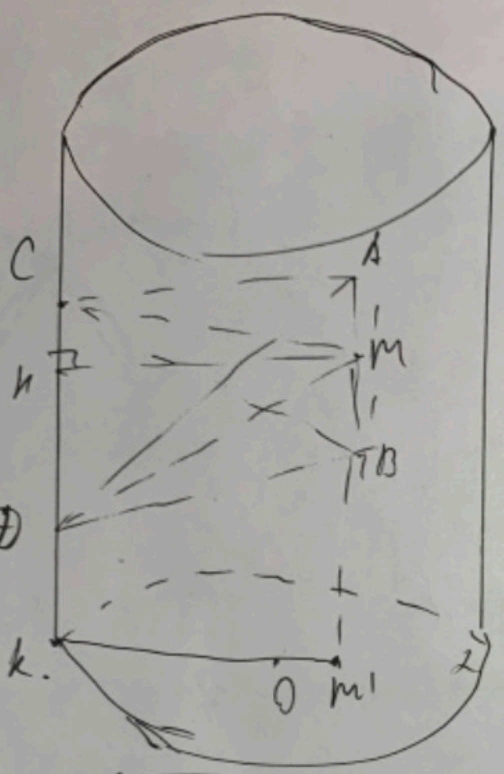
21100172 (U804210 M1299565)

(4)

Математика 11 кл.

Чистовик

№ 3



$AB=2$ Заметим, что радиус не меньше $\frac{AB}{2}$. Пусть M — сер. на AB. $\triangle ABC$ и $\triangle OAB$ - р/б $\Rightarrow$ $CM \perp AB$, $OM \perp AB \Rightarrow$ $\Rightarrow AB \perp (COM)$. Т.к. $CO \parallel l$, где l — обр цилиндра, то из того, что $CO \perp AB$, $AB \parallel \alpha$, где α — пл-ть осн-я цилиндра. Тогда $r \geq \frac{AB}{2} = 1$. Пусть K — пр-я C на пл-ть нижнего осн-я $\Rightarrow OK = 1$, $\Rightarrow$ $\Rightarrow MK = 1$, где $MK \perp CO$.

$CM = \sqrt{AC^2 - AM^2} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$, $OM = \sqrt{48} = 2\sqrt{12} = 4\sqrt{3}$

$CO = CK + KO$ или $CO = |CK - KO|$.

$CK = \sqrt{CM^2 - MK^2} = \sqrt{24-1} = \sqrt{23}$ $KO = \sqrt{48-1} = \sqrt{47}$

$CO = \sqrt{47} + \sqrt{23}$, $\sqrt{47} - \sqrt{23}$

Ответ: $CO = \sqrt{47} + \sqrt{23}$, $\sqrt{47} - \sqrt{23}$

Чистовик

Черновик

№3

$(x-a)^2+(y-b)^2 \le 5$ $\quad 4a-2b \ge 5 \quad a > \frac{b}{2}+\frac{5}{4}$

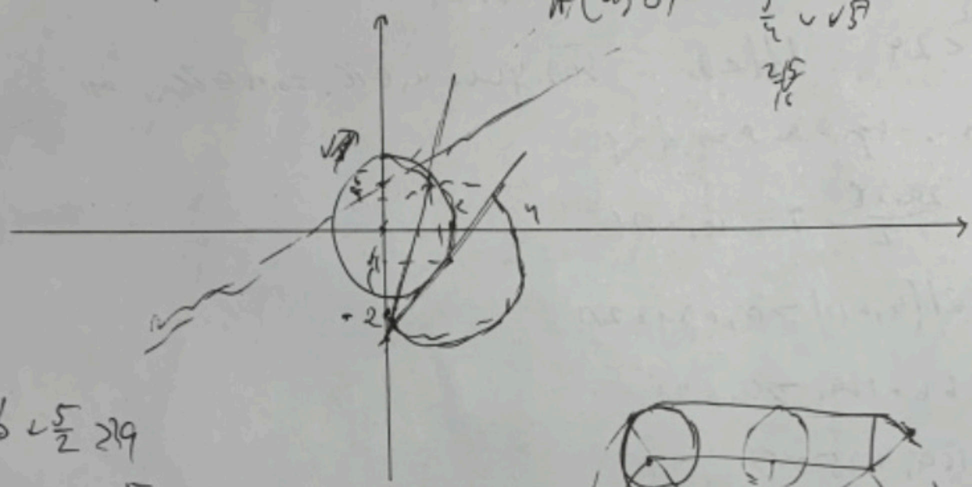
$a^2+b^2 \le 5$ при $a > \frac{b}{2}+\frac{5}{4}$ $\quad 4a-2b<5$

$a^2+b^2 \le 4a-2b$ при $a<\frac{b}{2}+\frac{5}{4}$ $\quad 4a-5<2b$

$b>2a-\frac{5}{2}$

$(a-2)^2+(b+1)^2\le 5$ a, b - центр окр-ти, а 2 ур-е отв. за полож-е центра.

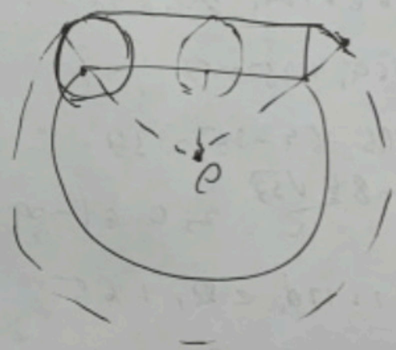
$A(a;b)$ $\quad \frac{5}{4} \vee \sqrt{3}$ $\quad \frac{25}{16}$



$b<\frac{5}{2}\ge 2a$

$b>2a-\frac{5}{2}$ $\quad b=1 \quad a=2$

$1>4-\frac{5}{2}$



$(a-1)^2+(2a-\frac{3}{2})^2=5$

$a^2-2a+1+4a^2-6a+\frac{9}{4}=5$

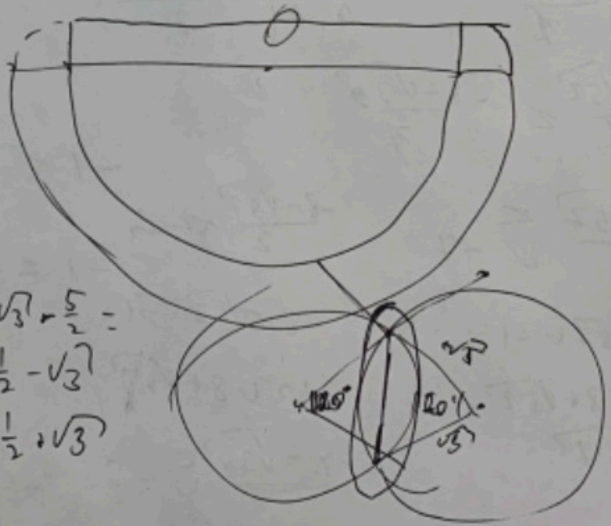
$5a^2-10a+\frac{5}{4}=0$

$20a^2-40a+5=0$

$4a^2-8a+1=0$

$D/4=16-4=12$

$3+12=15$



$a=\frac{4\pm 2\sqrt{3}}{4}=1\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

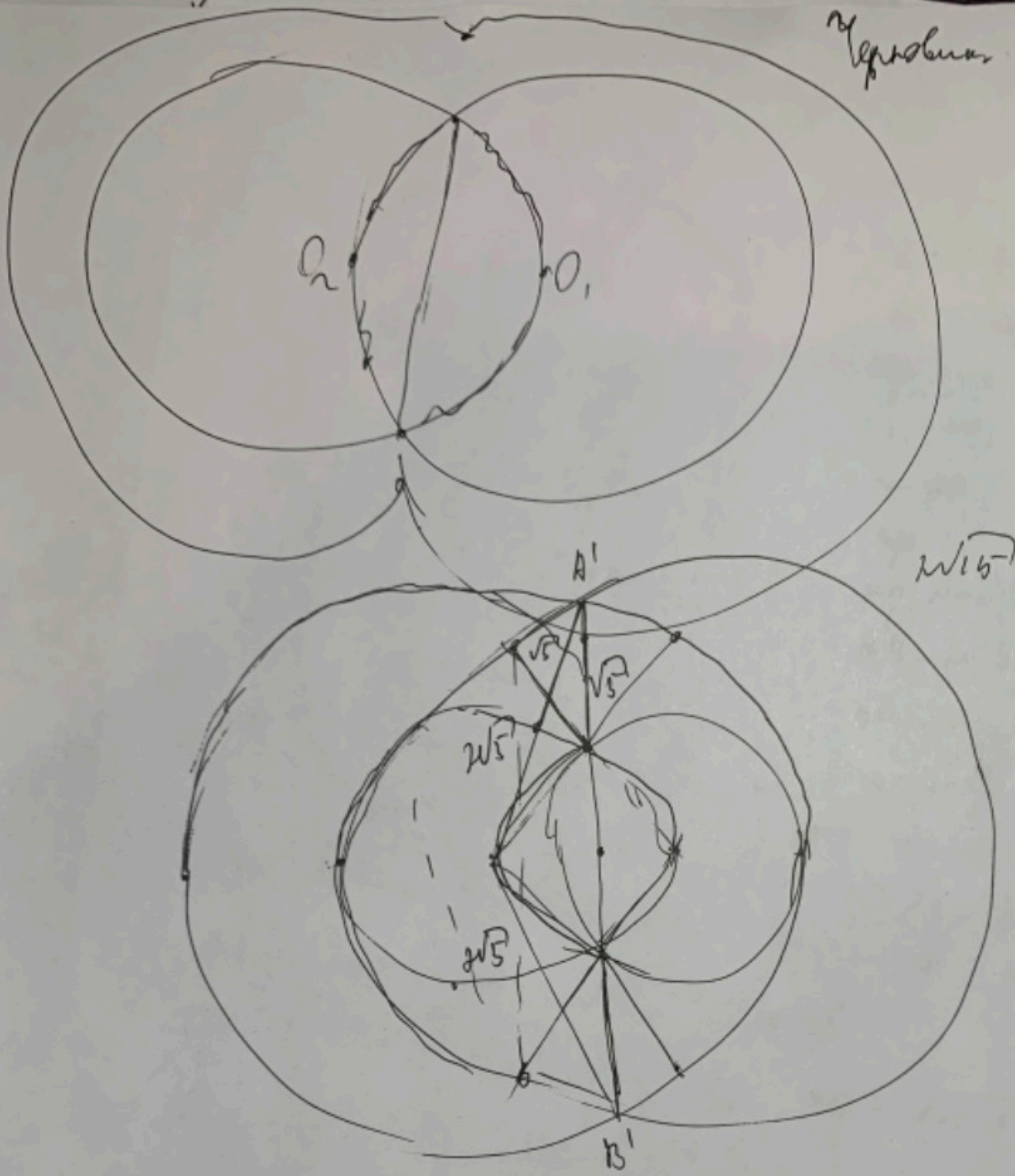
$a^2+(2a-\frac{5}{2})^2\le 5$ $\quad b=2-\sqrt{3}-\frac{5}{2}=$ $=-\frac{1}{2}-\sqrt{3}$

$a^2+4a^2-10a+\frac{25}{4}\le 5$ $\quad -\frac{1}{2}+\sqrt{3}$

$5a^2-10a+\frac{5}{4}\le 0$

$a^2-2a+\frac{1}{4}\le 0$ $\quad 4a^2-8a+1\le 0$

Черновик



$A'B' = \sqrt{15} + 2\sqrt{5}$

$\cos\alpha = \dfrac{-15+20+20\sqrt{3}-20+20}{2\cdot 20} = \dfrac{5-20\sqrt{3}}{40} = \dfrac{1-4\sqrt{3}}{8} =$

$1-4\sqrt{3} \vee 8$

$4\sqrt{3}-1 \vee 8$

$48 \vee 81$

21100172 (U804210 M1299565)

черновик

№1 $S=\frac{2a_1+6d}{2}\cdot 7$ $\begin{cases}(a_1+6d)(a_1+11d)>\frac{2a_1+6d}{2}\cdot 7\\(a_1+8d)(a_1+9d)<\frac{2a_1+6d}{2}\cdot 7\end{cases}$ $a_1-?$

$a_1^2+66d^2+17da>7a_1+21d+20$

$a_1^2+17da_1+72d^2<7a_1+21d+44$

$a_1^2+17ad+72d^2<a_1^2+66d^2+17ad+24$

$6d^2<24$ $|d|<2$ По усл. $a_1\in\mathbb{Z}$. $\Rightarrow d\in\mathbb{Z}$. $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ т.к. пр-я $\uparrow\Rightarrow d=1$

$S=\frac{2a_1+6}{2}\cdot 7=a_1+21$

$(a_1+6)(a_1+11)\geq a_1+21+20$

$a_1^2+66+17a_1\geq a_1+41$

$a_1^2+16a_1+25\geq 0$

$D/4=16-64-25=39$

$a_1=\frac{-8\pm\sqrt{39}}{2}\Rightarrow a_1\in\left(-\infty;\frac{-8-\sqrt{39}}{2}\right)\cup\left(\frac{-8+\sqrt{39}}{2};+\infty\right)$

$a_1^2+72+17a_1<a_1+65$

$a_1^2+16a_1+7<0$

$D/4=64-7=57$

$a_1=\frac{-8\pm\sqrt{57}}{2}$ $a_1\in\left(\frac{-8-\sqrt{57}}{2};\frac{-8+\sqrt{57}}{2}\right)$

$-16<-8-\sqrt{57}<-15$

$-15<-8-\sqrt{39}<-14\Rightarrow a=-15$

$-2<-8+\sqrt{39}<-1$

$-1<-8+\sqrt{57}<0$

$\Rightarrow a=-1$

$\frac{-8-\sqrt{57}}{2}<\frac{-8-\sqrt{39}}{2}$

$-1<\frac{-8+\sqrt{39}}{2}<0$

$\frac{+8+\sqrt{57}}{2}\lessgtr -7$ $\frac{-8-\sqrt{57}}{2}$ $\lessgtr$

$-1<\frac{-8+\sqrt{57}}{2}<0$

$-8-\sqrt{57}\lessgtr -14$ $\cancel{-8-\sqrt{57}}\lessgtr 12$

$14\lessgtr 8+\sqrt{57}$ $12\lessgtr 8+\sqrt{57}$

$6\lessgtr\sqrt{57}$

$D/4=25-7=18$

$\frac{-8-\sqrt{39}}{2}\lessgtr -7$ $a_1=-5\pm 3\sqrt{2}$

$\lessgtr -14+\sqrt{39}$

№2 $\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2\le 5 \ (1) \\ a^2+b^2\le \min(4a-2b;5) \ (2) \end{cases}$

(1) - круг, с радиусом $\sqrt{5}$ и центром в $O(a;b)$.

(2) - это нер-во задаёт ГМТ центров окр-тей из (1). Решим нер-во $4a-2b>5 \Rightarrow b<2a-\frac{5}{2}$.

На пл-ти $b<2a-\frac{5}{2}$ - полупл-ть, огр. прямой $b=2a-\frac{5}{2}$.

Т.е. если, если $b>2a-\frac{5}{2}$, то (2) преобретает вид $a^2+b^2\le 4a-2b \Rightarrow (a-2)^2+(b+1)^2\le 5$., а если $b<2a-\frac{5}{2}$, то $a^2+b^2\le 5$. ~~Найдём~~ Оба нер-ва задают круги с центрами $(2;-1)$ и $0;0$ соот-но. Найдём т. пер-я прямой $b=2a-\frac{5}{2}$ и окр-ти $(a-2)^2+(b+1)^2=5$

$*$ $(a-2)^2+\left(2a-\frac{3}{2}\right)^2=5$

$5a^2-10a+\frac{5}{4}=0$

$a^2-2a+\frac{1}{4}=0$

$4a^2-8a+1=0$

$D/4=16-4$

$a=\frac{4\pm 2\sqrt{3}}{4}=1\pm\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow b=-\frac{1}{2}\pm\sqrt{3}$

Теперь найдём т. пер-я $b=2a-\frac{5}{2}$ и окр-ти $a^2+b^2=5$

$a^2+\left(2a-\frac{5}{2}\right)^2=5$

$5a^2+10a+\frac{25}{4}=5$

$5a^2-10a+\frac{5}{4}=0$

$a^2-2a+\frac{1}{4}=0$

$4a^2-8a+1=0 \Rightarrow$ получили то же ур-е, что и при решении $*$. Таким образом, два круга $(a-2)^2+(b+1)^2\le 5$ и $a^2+b^2\le 5$ будут пер-ся по отр-ку, содержащемуся на прямой $b=2a-\frac{5}{2}$. Найдём длину это отр-ка.

Пусть A и B - его концы. Из $*$ пусть $A\left(1-\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{1}{2}-\sqrt{3}\right)$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21100172**

ID профиля: **804210**

Вариант 18

(1) Математика инж.

Чистовик

№4 $\begin{cases} НОД(a;b;c) = 15 \\ НОК(a;b;c) = 3^{15}\cdot 5^{18}. \end{cases}$ Пусть $a = 3^{a_1}\cdot 5^{a_2}$
$b = 3^{b_1}\cdot 5^{b_2}$
$c = 3^{c_1}\cdot 5^{c_2}$.

Тогда из сис-мы следует, что ~~a_1, a_2~~ $a_1 \geq 1$ $a_2 \geq 1$ $b_1 \geq 1$ $b_2 \geq 1$ $c_1 \geq 1$ $c_2 \geq 1$, $a_1 \leq 15$ $c_1 \leq 15$ $b_1 \leq 15$ $a_2 \leq 18$ $b_2 \leq 18$ $c_2 \leq 18$

Т.к. НОД - наибольший общий делитель, то хотя бы одно из a_1, b_1, c_1 равно 1 ~~и a_2, b_2, c_2~~ и хотя бы одно из b_2, a_2, c_2 равно одному.

Т.к. НОК - наименьшее общее кратное, то одно из чисел a_1, b_1, c_1 равно 15 и одно из a_2, b_2, c_2 равно 18.

То есть, найти кол-во ~~пар~~ (a, b, c) эквивалентно нахождению кол-ва пар троек $(a_1; b_1; c_1)$ и $(a_2; b_2; c_2)$.

Всего по 1 способу троек $(a_1; b_1; c_1)$ равно $1\cdot 1\cdot 15\cdot 6$, т.к есть всего по 1 способу поставить 1 и 15 и 15 способов выбрать ост. степень. Но мы дважды посчитали $(1;1;15)$ и его перестановки, $(15;15;1)$ и его перестановки. => будет $15\cdot 6 - 6\cdot 2 = 14\cdot 6$ способов.

Аналогично, троек $(a_2; b_2; c_2)$ будет $1\cdot 1\cdot 18\cdot 6 - 6 = 17\cdot 6$.

А чтобы найти кол-во пар, 2 получ. числа надо перемножить. $6\cdot 14\cdot 6\cdot 17 = 8568$

Ответ: 8568 троек.

21100172 (U804210 M1299566)

② Математика 11кл.

Чистовик.

№5

$\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)=2\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)$

$\log_{6x-14}(x-1)^2=2\log_{6x-14}x-1$

Запишем ОДЗ: $\begin{cases}\frac{x}{3}+3>0\\ x-1>0\\ 6x-14>0\\ \frac{x}{3}+3\neq 1\\ x-1\neq 1\\ 6x-14\neq 1\end{cases} \Rightarrow x>\frac{7}{3},\ x\neq\frac{15}{6}$

Перемножим все 3 логарифма из усл-я

$2\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)\cdot 2\log_{6x-14}(x-1)\log_{x-1}(\frac{x}{3}+3)=$

$=4\cdot\log_{\frac{x}{3}+3}(x-1)\cdot\log_{x-1}(\frac{x}{3}+3)=4.\ (1)$

Пусть $2\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)=a$, $2\log_{6x-14}(x-1)=b$, $\log_{x-1}(\frac{x}{3}+3)=c$. Тогда, чтобы усл-е выполнялось, ~~одно из a, b, c~~ два числа из a, b, c равны t, а другое $t-1$. Из (1) $abc=4 \Rightarrow t^2(t-1)=4$

$t^3-t^2-4=0$ Заметим, что $t=2$ - корень $\Rightarrow$

$\Rightarrow t^3-t^2-4=(t-2)(t^2+t+2)=0$ $t^2+t+2>0$, т.к. $D=1-8<0$, коэффициент при t^2 больше нуля.

Тогда единственным решением будет $t=2$.

1) Пусть $2\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)=2 \Rightarrow \log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)=1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{x}{3}+3=6x-14$

$x+9=18x-42$

$17x=49 \Rightarrow x=\cancel{\frac{17}{49}}$

~~Подставим в x в один из логарифмов.~~

~~$2\log_{6x-14}(x-1)=2\log$~~

~~$x=\frac{17}{49}$ в ОДЗ не подходит.~~

$x=\frac{51}{17}=3$ $x=3$ подходит в ОДЗ.

21100172 (U804210 M1299566)

③

Математика икл.

Чистовик.

Подставим $x=3$ в другие логарифмы.

$2\log_{6x-14}(x-1)=2\log_4 2=2\cdot\frac{1}{2}=1.$

$\log_{x-1}(\frac{x}{3}+3)=\log_2 4=2.\Rightarrow x=3$ подходит.

2) Пусть $2\log_{6x-14}(x-1)=2\Rightarrow\log_{6x-14}(x-1)=1$

$6x-14=x-1\Rightarrow 5x=13\Rightarrow x=\frac{13}{5}$ $\quad\frac{13}{5}>\frac{7}{3}\Rightarrow x=\frac{13}{5}$ подх.

в ОДЗ. Подставим $x=\frac{13}{5}$ в другие логарифмы.

$\log_{x-1}(\frac{x}{3}+3)=\log_{\frac{8}{5}}(\frac{13}{15}+\frac{45}{15})=\log_{\frac{8}{5}}(\frac{58}{15})$

Этот логарифм не равен ни 2, ни 1 $\Rightarrow x=\frac{13}{5}$ не подходит.

3) $\log_{x-1}(\frac{x}{3}+3)=2\Rightarrow(x-1)^2=\frac{x}{3}+3$

$x^2-2x+1-\frac{x}{3}-3=0$

$3x^2-6x+3-x-9=0$

$3x^2-7x-6=0$

$3(x-3)(x+\frac{2}{3})=0$ $\quad x=3$ уже проверен, $x=-\frac{2}{3}$ не подходит в ОДЗ. Больше случаев нет, т.к. хотя бы 1 из логарифмов равен 2, а такие ситуации уже проверены.

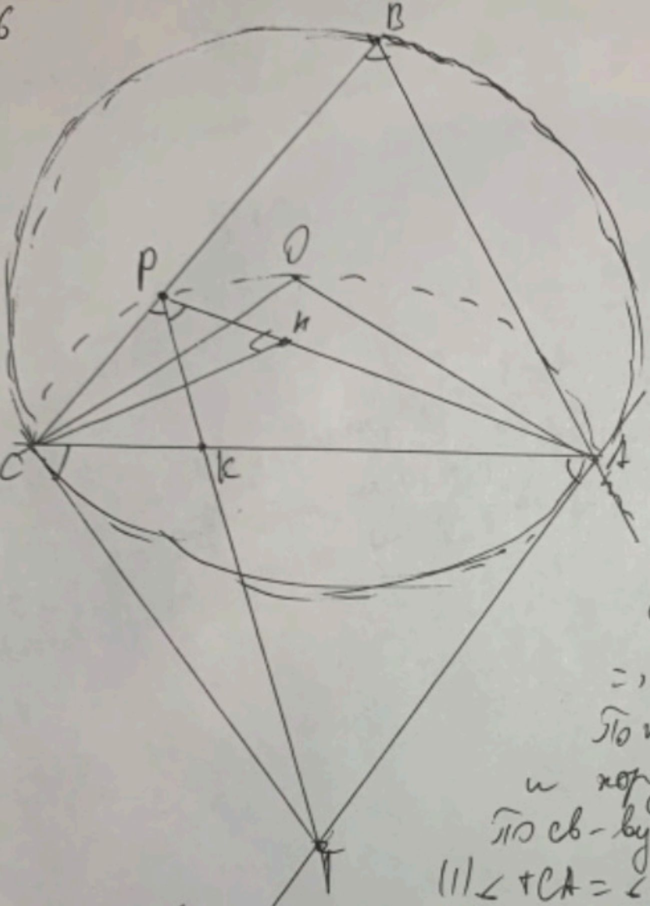
Ответ: $x=3$

21100172 (U804210 M1299566)

(4) Математика 11 кл.

Чистовик.

№6



Решение: а) У тр-ков $\triangle CPK$ и $\triangle AKP$ общ. высота $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{S_{CPK}}{S_{AKP}} = \frac{CK}{AK} = \frac{5}{6}$

Т.к. AT и CT – кас-ные, то по св-ву радиуса, пров. в т. кас-я $\angle OCT = \angle OAT = 90° \Rightarrow$

$\Rightarrow COAT$ – впис. по пр-ку.

Около $\triangle COA$ сущ-ет лишь одна окр-ть. окр-ть $\Rightarrow$

$\Rightarrow CPOAT$ - впис.

По т. об угле между кас-ной и хордой: $\angle CAT = \angle TCA = \angle CBA$.

По св-ву впис. четыр-ка для $CPAT$:

(1) $\angle TCA = \angle CPT = \angle TAC = \angle APT \Rightarrow$

$\Rightarrow$ ~~PK~~ $(\angle CPK = \angle CBA, \angle C$ – общ.$) \Rightarrow \triangle CPK \sim \triangle CBA$ по углам $\Rightarrow$

$\Rightarrow \left(\frac{CK}{CA}\right)^2 = \frac{S_{CPK}}{S_{ABC}} \Rightarrow S_{ABC} = S_{CPK} \cdot \left(\frac{11}{5}\right)^2 = \frac{121}{5}$

б) $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{1}{1-\frac{1}{4}} = \frac{4}{3}$. Пусть $CH \perp AP$., $CP = 5x$. $(\alpha = \angle CBA)$.

Из ~~а)~~(1) видно, что PK-бис-са $\angle CPA \Rightarrow \frac{CP}{PA} = \frac{CK}{AK} = \frac{5}{6}$

~~Пусть $CP = 5x \Rightarrow$~~ Тогда $CH = 4x$, $PH = 3x$.

Из по св-ву бис-сы $\frac{CP}{PA} = \frac{CK}{AK} = \frac{5}{6} \Rightarrow AP = 6x \Rightarrow AH = AP - CH =$

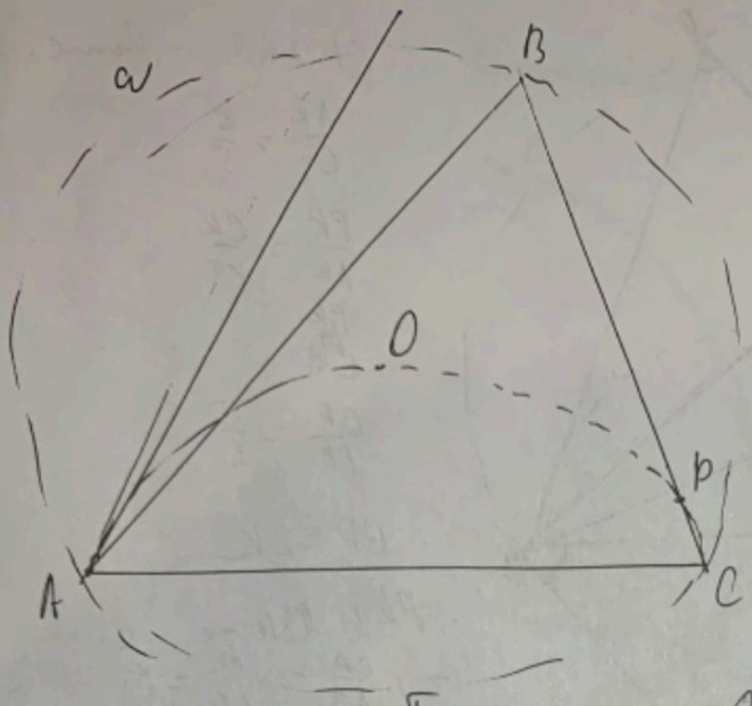
$= 3x = CH \Rightarrow CH$ – медиана $\Rightarrow CP = AC$.

$\sin 2\alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow S_{CPA} = S_{CAK} + S_{KPA} = 11 = \frac{1}{2} \cdot \sin \angle CPA \cdot 5x \cdot 6x \Rightarrow$

$\Rightarrow 22 = \frac{4}{5} \cdot 30x^2 \Rightarrow 22 = 24x^2 \Rightarrow x = \sqrt{\frac{11}{12}}$

$CP = AC = 5x = 5\sqrt{\frac{11}{12}} = \frac{5\sqrt{11}}{2\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{33}}{6}$

Ответ: $S_{ABC} = \frac{121}{5}$, $AC = \frac{5\sqrt{33}}{6}$

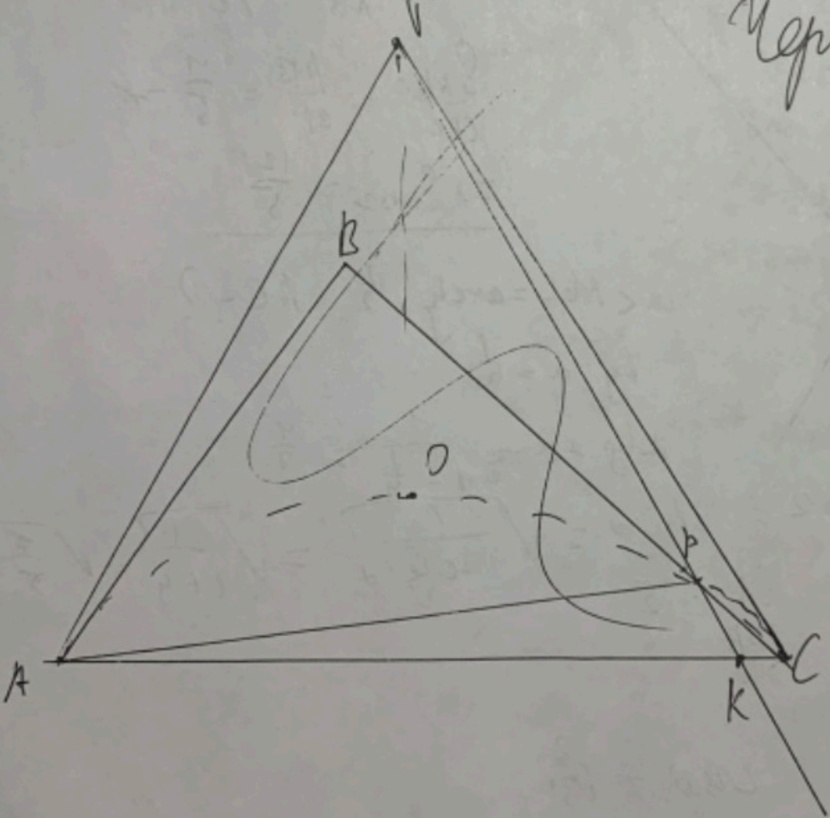


$S_{APK} = 6 \quad S_{CPK} = 5$

$S_{ABC} - ?$

$\frac{AK}{KC} = \frac{6}{5}$

Черновик

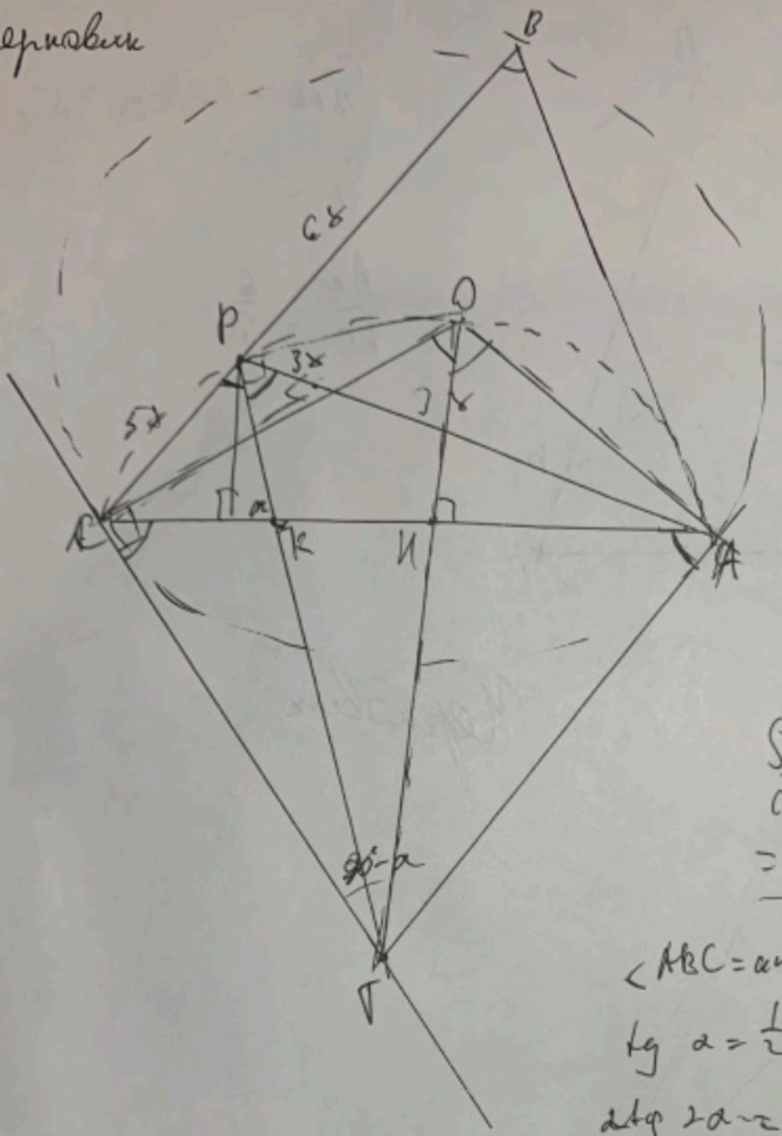


21100172 (U804210 M1299566)

$2\log_{6x-19}(x-1) = 2\log_4 2 = 2\cdot\frac{1}{2} = 1.$

$\Rightarrow$ подходит.

Черновик



CPOAT – впис.

$\frac{AK}{CK} = \frac{6}{5}$

$\frac{PK}{AK} = \frac{CK}{KT}$

$\frac{PK}{CA}$

$\frac{CP}{PA} = \frac{5}{6}$

~~CP = CK~~

$PK \parallel BA \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{CP}{AB} = \frac{CK}{AC} = \frac{5}{11}$

$\frac{S_{ABC}}{S_{CPA}} = \frac{AB}{CP} = \frac{11}{5} \Rightarrow$

$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{121}{5}$

$\angle ABC = \operatorname{arctg}\frac{1}{2}$ AC – ?

$tg\,\alpha = \frac{1}{2}$

$ctg\,2\alpha = \frac{1}{1-\frac{1}{4}} = \frac{4}{3}$

$tg\,\alpha = \frac{1}{2}$ $ctg\,\alpha = 2$ $\sin\alpha = \sqrt{\frac{1}{1+ctg^2\alpha}} = \sqrt{\frac{1}{1+4}} = \sqrt{\frac{1}{5}}$

$\frac{1}{\sin^2\alpha} = 1 + ctg^2\alpha$ $\frac{CP}{PA} = \frac{5}{6}$

$\frac{AC\sqrt{5}}{2} = R$

$\frac{R}{2\cos\alpha} = \frac{AC}{\sin 2\alpha}$ $\cos\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$

$\frac{R\sqrt{5}}{4} = \frac{5}{8}AC = \frac{1}{2}OT$

$\frac{1}{2}AC = R\cdot\cos\sin\alpha = HT\,ctg$

$CP - AC$

(4)

№ 4

$$\begin{cases} \text{НОД}(a;b;c)=15 \\ \text{НОК}(a;b;c)=3^{15}\cdot 5^{18} \end{cases}$$

$a=3^{\alpha_1}\cdot 5^{\alpha_2}$ $b=3^{\beta_1}\cdot 5^{\beta_2}$

$c=3^{\gamma_1}\cdot 5^{\gamma_2}$. НОД $(a;b;c)=15 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ в одном из чисел степень $3<1$,

1) ~~в одном числе~~ одно из чисел равно 15

Пусть это число $C \Rightarrow \max(\alpha_1;\beta_1)=15$ $\max(\alpha_2;\beta_2)=18$

а) $\alpha_1=15 \Rightarrow \beta_1\in[1;15]$ $4\cdot(\cancel{1\cdot 15\cdot 18+15\cdot 18+}$

~~б)~~ а.1) $\alpha_2=18 \Rightarrow \beta_2\in[1;18]$ $\boxed{6\cdot 4\cdot 15\cdot 18}$

а.2) $\beta_2=18 \Rightarrow \alpha_1\in[1;18]$

2) Пусть в $\alpha_1=1$ $\beta_2=1$

Кол-во перестановок

$3\cdot 3 \Rightarrow$ кол-во выборов 15.

~~Одна~~ 2 из степеней равны 1, 1 степень равна 15, другая 18, затем 2 от 1 до 18 и от 1 до 15.

$15\cdot 18\cdot$

$\gamma_1=1$ — $\beta_1=15 \Rightarrow \gamma_1=1 \dots 15$

$\gamma_1=15 \Rightarrow \beta_1=1 \dots 15$

$\alpha_2=15$ $\cdot 2$

$\gamma_3=1\dots 15$ $\cdot 2$

$\alpha_2=1$ — $\beta_1=18$

6 случаев

$=\boxed{6\cdot 15\cdot 18}$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times\ 14 \\ \hline 144 \\ +\ 36 \\ \hline 504 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 504 \\ \times\ 11 \\ \hline 5528 \\ +\ 304 \\ \hline 8568 \end{array}$$

Черновик.

21100172 (U804210 M1299566)

№5

$\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)$, $\log_{6x-14}(x-1)^2$ $\log_{x-1}(\frac{x}{3}+3)$ ОДЗ: $\frac{x}{3}+3>0$

$6x-14>0$

$x+1>0$

$x>-9$

$\boxed{x>\frac{7}{3}}$

$x\neq 0, -6,$

$\boxed{x\neq\frac{15}{6}}$

$2\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)$, $2\log_{6x-14}(x-1)$ $\log_{x-1}(\frac{x}{3}+3)$

$abc=4.$

$\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}$ $\log_a b\cdot\log_c a=\log_c b$

$4\log_{\frac{x}{3}+3}x-1.$

$a^2(a-1)=4$ $a^3-a^2-4=0$ $(a-2)(a^2+a+2)=0$

	1	-1	0	-4
2	1	1	2	0

$a^2+a+2=0$

$D=1-4$

$\Downarrow$

$a=2$

1) $\cancel{\log_{\sqrt{\frac{x}{3}+3}}(6x-14)}$ $2\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)=2$

$\log_{\frac{x}{3}+3}(6x-14)-1=0$

$\cancel{(\frac{x}{3}+3>1)}$ $6x-14=\frac{x}{3}+3$

$18x-\cancel{42}=x+9$

$18x-42=x+9$

$17x=51$

$x=51$

$\frac{6\cdot 17}{49}-14$

$D=49+18\cdot 4=72+49=$

$=121$

$18\cdot 4=72$

$x=\frac{7\pm 11}{6}=3; -\frac{2}{3}$

Черновик

21100172 (U804210 M1299566)