Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

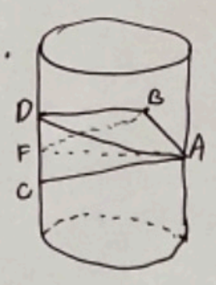
Шифр: **21104673**

ID профиля: **873834**

Вариант 17

Чистовик. Математика, 11 класс

2.



1) $AB = 2$, $AC = CB = 5$, $AD = DB = 6$

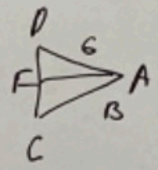
CD ॥ оси цилиндра, также B и A равноудалены от C и D, значит AB ॥ основанию цилиндра

2) очевидно (т.к. $\triangle DAC = \triangle DBC$), а AF, BF - высоты

3) ABF - сечение, параллельное основанию,

BA - хорда, длина которой не больше диаметра окружности, значит, радиус ≥ 1

4) рассмотрим $R = 1$, следовательно $BF = AF = \sqrt{2}$



$DF = \sqrt{36-2} = \sqrt{34}$

$FC = \sqrt{25-2} = \sqrt{23}$

5) аналогично, когда F - не на стороне DC

Ответ: $DC = \sqrt{34} \pm \sqrt{23}$

①

Черновик

Математика, 11 класс

1. S_{10} $a_6 a_{12} > S+1$, $a_7 a_{11} < S+17$ $a_1 - ?$ воз. ариф.
цел. числа.

$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_{10}$

$S_{10} \nearrow$

$a_6 \cdot a_{12} > a_1 + a_2 \ldots + a_{10} + 1$ $a_7 \cdot a_{11} < a_1 + a_2 + \ldots + a_{10} + 17$

$a_6 = a_1 + d \cdot 5$ $a_{12} = a_1 + d \cdot 11$ $a_7 = a_1 + d \cdot 6$ $a_{11} = a_1 + d \cdot 10$

$(a_1 + d5) \cdot (a_1 + 11d) > a_1 + \ldots + a_{10} + 1$

$(a_1 + 6d)(a_1 + 10d) < a_1 + \ldots + a_{10} + 17$

$a_1^2 + 11d \cdot a_1 + 5d \cdot a_1 + 55d^2 > a_1 + \ldots + a_{10} + 1$

$a_1^2 + 10da_1 + 6d \cdot a_1 + 60d^2 < a_1 + \ldots + a_{10} + 17$

$a_1^2 + 16d \cdot a_1 + 55d^2 > a_1 + \ldots + a_{10} + 1$

$a_1^2 + 16da_1 + 60d^2 < a_1 + \ldots + a_{10} + 17$

$a_1^2 - a_1^2$
$16da_1 - 16da_1$
$10a_1 - 10a_1$
$45d - 45d$

$16a_1d$ $55d^2 \neq 60d^2$ $1 \neq 17$

$a_1 + a_2 + a_3 + a_4$

$S_{10} = \frac{a + a_{10}}{2} \cdot 10 = 5(2a_1 + d \cdot 9) = 10a_1 + 45d$

$a_1^2 + 16da_1 + 60d^2 < 10a_1 + 45d + 17$

$a_1^2 + 16d \cdot a_1 + 55d^2 > 10a_1 + 45d + 1$

$a_1^2 + 16d \cdot a_1 + 60d^2 < 10a_1 + 45d + 17$

$16 \cdot 5 = 80$ $16 \cdot 3 = 48$ $16 \cdot 8 = 128$

~~$a_1^2 + 16da_1 - 10a_1 - 45$~~

$16da_1 - 45d + 55d^2 > 1 - a_1^2 + 10a_1$

$d(16a_1 - 45 + 55d) > -a_1^2 + 10a_1 + 1$

~~$16da_1 - 45d + 55d^2 > 1 - a_1^2 + 10a_1$~~

$a_1^2 + 16da_1 - 10a_1 - 45d > 1 - 55d^2$

$a_1^2 + 16da_1 - 10a_1 - 45d < 17 - 60d^2$

1

21104673 (U873834 M1301133)

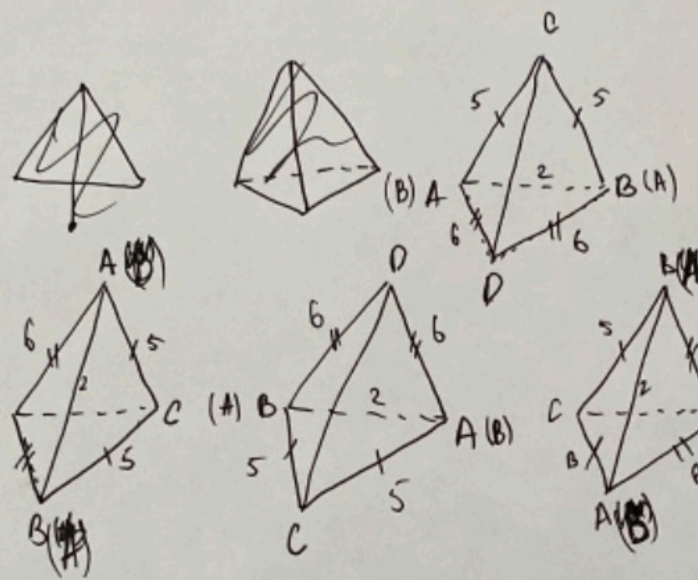
Математика, 11 класс

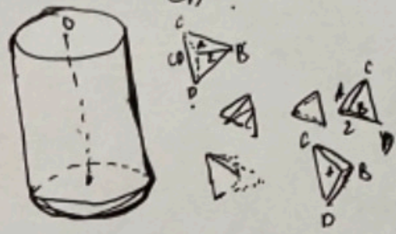
Черновик.

2. ABCD - тетраэдр $AB = 2$ $AC = CB = 5$ $AD = DB = 6$ CD - ?
всевозможные

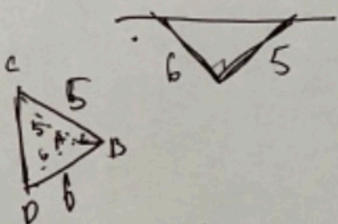
Впишем в цилиндр. A, B, C, D ∈ бок. пов. CD ∥ оси ц. Г наим.

CD - ?

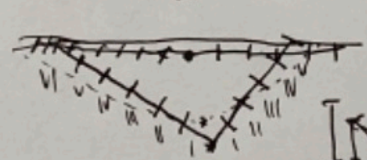


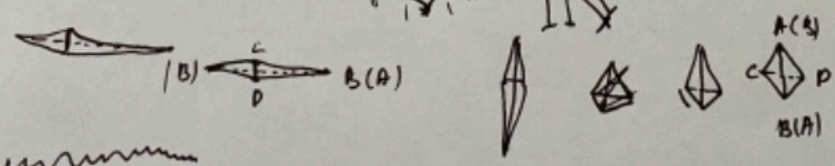


$\Gamma_{наим} = 1$



$\sqrt{36+25} = \sqrt{61}$





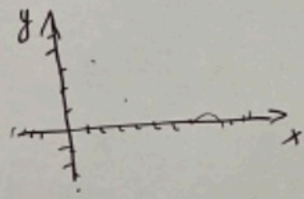
②

Черновик.

3. М – фигура на декартовой плоскости $(x;y)$ a, b – числа

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 2\\ a^2+b^2\le \min(2a+2b,\ 2).\end{cases}$$

S_M – ?



$x^2-2xa+a^2+y^2-2yb+b^2\le 2$

$a\cdot a+b\cdot b\le \min(a+2b,2)$

[redacted] \ \

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21104673**

ID профиля: **873834**

Вариант 17

Математика, 11 класс

Черновик.

№4. a, b, c

НОД – наиб. общ. делитель
НОК – наим. общ. кратное

$$\begin{cases} НОД(a;b;c)=6 \\ НОК(a;b;c)=2^{15}\cdot3^{16} \end{cases}$$

6

2 → 3 → сумма : 3

24680

$\frac{a}{6}, \frac{b}{6}, \frac{c}{6} \in Z$

$a \cdot 2^{15}\cdot3^{16}, b\cdot2^{15}\cdot3^{16}, c\cdot2^{15}\cdot3^{16} \in Z$

$a=2^{a_a}\cdot3^{s_a}$
$b=2^{a_b}\cdot3^{s_b}$
$c=2^{a_c}\cdot3^{s_c}$

$НОК(a;b;c)=2^{\max(a_a, a_b, a_c)}\cdot3^{\max(s_a, s_b, s_c)}$

2 3

степень 1

2 :

макс. – 3 в.
1 – 2 в.
ост. – 2-14

$> 6\cdot13$

$15 \times 6 = 90$

$14 \times 6 = 84$

$84 \times 90 = 7560$

3

Макс. – 3 в.
мин – 3 в.

$> 6\cdot14$

Математика, 11 класс

Черновик

5. $\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)$.

$\log_{4x+1}(\frac{x}{2}+2)^2$

$\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)$

$a^2(a-1)=4$

$a^2-a^2-4=0$

$(a-2)(a^2+a+2)=0$

$a=2$

$\Rightarrow 2\log_{5x-1}(4x+1)=\left[\begin{array}{l}2\\1\end{array}\right.$

1) $x=\frac{4}{9}$

2) $x=\left[\begin{array}{l}2\\10\end{array}\right.$

1) .

Математика, 11 класс

Чистовик.

4. Заметим, что т.к. НОК – произведение 2 и 3, то каждое из чисел можно представить в следующем виде:

$a = 2^{a_a} \cdot 3^{s_a}$

$b = 2^{a_b} \cdot 3^{s_b}$

$c = 2^{a_c} \cdot 3^{s_c}$

И т.к. их НОД равен 6, то каждая из степеней не меньше 1, теперь выразив НОК через новую запись

$НОК(a, b, c) = 2^{\max(a_a, a_b, a_c)} \cdot 3^{\max(s_a, s_b, s_c)}$

Теперь посчитаем количество вариантов так сделать, так как их НОД равен 6, то хотя бы в одном числе двойка только одна и хотя бы в одном числе тройка тоже одна. Получается, что в каждой тройке a, b, c в разложении одного из чисел обязательно есть степень просто множителя равная степени числа из НОК и обязательно есть хотя бы одно число, в которой степень простого множителя равна 1.

Выберем число, у которого будет максимальная степень 2, можем сделать это 3-мя вариантами, затем два варианта на число, у которого степень 2-ки равна 1, и оставшееся число может иметь степень 2-ки от 2 до 14 (случай с равными рассмотрим отдельно), всего вариантов выбрать степени для 2-ки – 6 · 13; теперь пусть два совпадают, то у нас 3 варианта, чтобы выбрать два максимальных 1 из 3(трёх) варианта, чтобы выбрать 2 минимальных, т.е. всего вариантов выбрать степень двойки равно 6 · 14.

Аналогично вариантов для 3 – 6 · 15.

Ответ: 6 · 15 · 6 · 14 = 7560

Математика, 11 класс

Чистовик.

5. $\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)$, $\log_{4x+1}(\frac{x}{2}+2)^2$, $\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)$

$4x-1>0 \Rightarrow x>\frac{1}{4}$

$\frac{x}{2}+2>0 \Rightarrow x>-4 \quad \Rightarrow x>\frac{1}{4}$

$5x-1>0 \Rightarrow x>\frac{1}{5}$

Преобразуем исходные выражение:

$\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1) = 2\log_{5x-1}(4x+1)$

$\log_{4x+1}(\frac{x}{2}+2)^2 = 2\log_{4x+1}(\frac{x}{2}+2)$

Перемножим все логарифмы:

$2\log_{5x-1}(4x+1)\cdot 2\log_{4x+1}(\frac{x}{2}+2)\cdot\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1) = A$

Заметим, что основание одного логарифма является аргументом другого => при условии что $5x-1\neq 1$, $4x+1\neq 1$, $\frac{x}{2}+2\neq 1$, что верно из условия : $A=4$

(приводим все к одному логарифму и все сократится)

Тогда если два логарифма равны, что пусть они равны:

$a^2(a-1)=4$

$a^2-a^2-4=0$

$(a-2)(a^2+a+2)=0$

$D=1-4<0$

$\Rightarrow a=2$

Тогда $2\log_{5x-1}(4x+1) = \left[\begin{array}{l}2\\1\end{array}\right.$

1) $\log_{\frac{x}{2}+1}(5x-1)=1$

$x+2=10x-2$

$9x=4$, $x=\frac{4}{9}$

2) $\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)=2$

$4(5x-1)=(x+2)^2$

$20x-4=x^2+8x+16$

$x^2-12x+20=0$

$(x-10)(x-2)=0$

$x=\left[\begin{array}{l}2\\10\end{array}\right.$

Теперь подставим в остальные:

1) $2\log_{5x-1}(4x+1)=2\log_{\frac{4}{9}}\frac{25}{5}$

$\Rightarrow x=\frac{4}{9}$ $-\varnothing$

2) $2\log_{5x-1}(4x+1)=2\log_{\frac{41}{19}}=\cdot 9$

$\Rightarrow x=10$ $-\varnothing$

3) $2\log_{5x-1}(4x+1)=2\log_9 9=2$

$2\log_{4x+1}(\frac{x}{2}+2)=2\log_9(3)=1$

Ответ: $x=2$.