# Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21104667**

ID профиля: **383787**

Вариант 17

# Чистовик (1)

(1) $a_1$ - первый член арифметической прогрессии

$\exists b$ - разность арифм. прогрессии, т.е. $a_2=a_1+b$

$a_3=a_2+b=a_1+2b$

$a_4=a_3+b=a_1+3b$

$\vdots$

$a_{10}=a_1+9b$

Тогда сумма первых 10 членов представляется как:

$a_1+a_2+\ldots+a_{10}=a_1+a_1+b+a_1+2b+\ldots+a_1+9b \ominus$

$\ominus\ 10a_1+(b+2b+\ldots+9b)=10a_1+\frac{b+9b}{2}\cdot 9=10a_1+45b=S$

$a_6$ представимо в виде $a_1+5b$, $a_7=a_1+6b$, $a_{12}=a_1+11b$,
$a_{11}=a_1+10b$

Тогда запишем данные нам неравенства:

$\begin{cases} a_6a_{12}>S+1 \\ a_7a_{11}<S+17 \end{cases}$ $\quad (a_1+5b)(a_1+11b)>10a_1+45b+1$
$\quad (a_1+6b)(a_1+10b)<10a_1+45b+17$

$\begin{cases} a_1^2+16a_1b+55b^2>10a_1+45b+1 \\ a_1^2+16ba_1+60b^2<10a_1+45b+17 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} a_1^2+16a_1b-10a_1-45b>1-55b^2 \\ a_1^2+16a_1b-10a_1-45b<17-60b^2 \end{cases}$

$\Downarrow$

Из этого следует, что:
$\left(\begin{cases} x>y \\ x<t \end{cases} \Rightarrow y<t\right)$

$1-55b^2<17-60b^2$

$5b^2<16$

$b^2<\frac{16}{5}$

$b\in\left(-\frac{4}{\sqrt5};\frac{4}{\sqrt5}\right)$

$\frac{4}{\sqrt5}<2$
$2<\sqrt5$
$4<5$

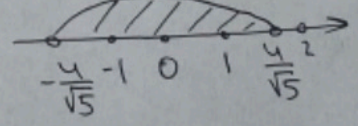
$\frac{4}{\sqrt5}>1$
$4>\sqrt5$
$16>5$

Мы знаем, что все числа прогрессии целые

$a_1\in\mathbb{Z}$

$\underset{\in\mathbb{Z}}{a_2}=\underset{\in\mathbb{Z}}{a_1}+b$ , значит $b\in\mathbb{Z}$

При этом прогрессия возрастающая, значит $b>0$




В интервале $\left(-\frac{4}{\sqrt5};\frac{4}{\sqrt5}\right)$ 3 целых числа:
$-1;0;1$, но только одно больше 0

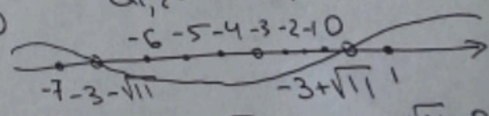
$\Downarrow$

$b=1$

Теперь найдём $a_1$: $\begin{cases} (a_1+5)(a_1+11)>10a_1+46 \\ (a_1+6)(a_1+10)<10a_1+62 \end{cases}$ $\begin{cases} a_1^2+6a_1+9>0 \\ a_1^2+6a_1-2<0 \end{cases}$

$a_{1,2}=-3\pm\sqrt{9+2}=-3\pm\sqrt{11}$

$\begin{cases} (a_1+3)^2>0 \Rightarrow a_1\neq-3 \\ \cancel{a_{1,2}}=a_1\in(-3-\sqrt{11};-3+\sqrt{11}) \end{cases}$ $\Rightarrow a_1=-6;-5;-4;-2;-1;0$




$-3-\sqrt{11}>-7$
$4>\sqrt{11}$
$16>11$

$-3-\sqrt{11}<-6$
$3<\sqrt{11}$
$9<11$

$-3+\sqrt{11}>0$
$\sqrt{11}>3$
$11>9$

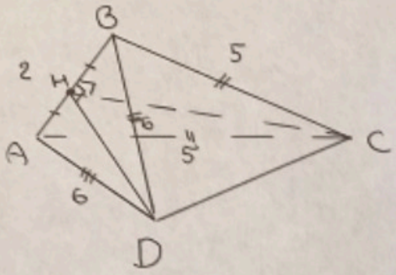
$-3+\sqrt{11}<1$
$\sqrt{11}<4$
$11<16$

**Ответ: $-6;-5;-4;-2;-1;0$**

21104667 (U383787 M1295561)

# Чистовик ②

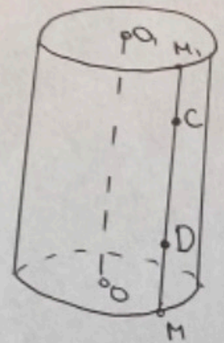
②




Заметим, что $\triangle ABC$ и $\triangle ABD$ - равнобедренные,
значит в $\triangle ABC$: CH - высота и медиана
в $\triangle ABD$: DH - высота и медиана

Но тогда $(CH)\perp(AB)$, $(DH)\perp(AB)$ $\Rightarrow (CHD)\perp AB$
(по признаку перпендик. прямой и плоскости)

Пусть тэтраэдр вписали в цилиндр:




Если $(CD)\parallel(OO_1)$ и C и D лежат на боковой пов-ти, то (CD) - это образующая цилиндра

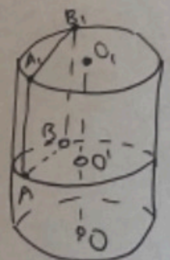
Проведём $\alpha$ через (CD). Точка H - середина AB - должна лежать в $\alpha$ (по построению)

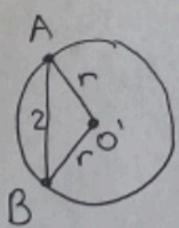
При этом $\alpha$ через (CD) может либо касаться цилиндра по прямой (CD), либо пересекать его по ещё одной образующей.

$\alpha$ пересекает цилиндр по ещё одной образующей $\Leftarrow$ Первый вариант не подходит (иначе H лежит вне цилиндра, а значит хотя бы одна из точек A, B тоже вне цилиндра?!)

$\alpha\parallel(OO_1)$ или $\alpha\supset(OO_1)$
(по признаку параллельности прямой и пл-ти: $\alpha\supset(CD)$, $(CD)\parallel(OO_1)$)

$AB\perp\alpha \Rightarrow AB\perp(CD) \Rightarrow AB\perp(OO_1)$, тогда AB лежит в поперечном сечении цилиндра, при этом A и B на бок. поверхности $\Rightarrow$ A и B на окружности, перпендикулярной $OO_1$

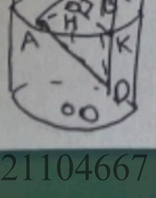



$(AA_1)\parallel(BB_1)$
$(A_1B_1O)\perp(OO_1)$ $\Rightarrow$ можно провести $\beta$ через (AB): $\beta\perp(OO_1)$
$\beta\parallel(A_1B_1O_1)$

Но тогда по нер-ву треугольника $AO'+O'B\geq AB$
$2r\geq 2$
$r_{min}=1 \Leftarrow r\geq 1$

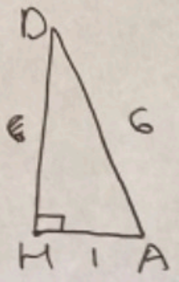
$r_{min}$ достигается, когда AB - диаметр поперечного сечения




Но тогда мы знаем CH и HD из прямоуг. $\triangle AHD$ и $\triangle BCH$
$HK\perp(CD)$, т.к. $HK\perp(OO_1)$

# Чистовик 3

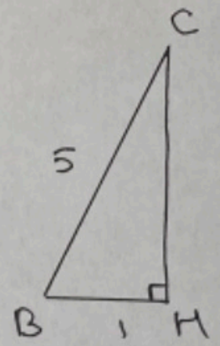
Продолжение №2



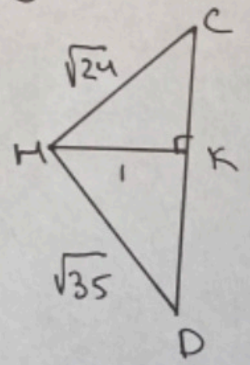

$DH = \sqrt{DA^2 - AH^2} = \sqrt{36-1} = \sqrt{35}$

$CH = \sqrt{CB^2 - BH^2} = \sqrt{25-1} = \sqrt{24}$

(т. Пифагора)




Тогда $\triangle CHD$ представляет из себя следующее:




$CK = \sqrt{CH^2 - HK^2} = \sqrt{24-1} = \sqrt{23}$

$KD = \sqrt{HD^2 - HK^2} = \sqrt{35-1} = \sqrt{34}$

$CD = CK + KD = \sqrt{23} + \sqrt{34}$

$HK = r = 1$

Ответ: $\sqrt{23} + \sqrt{34}$

# Чистовик ④

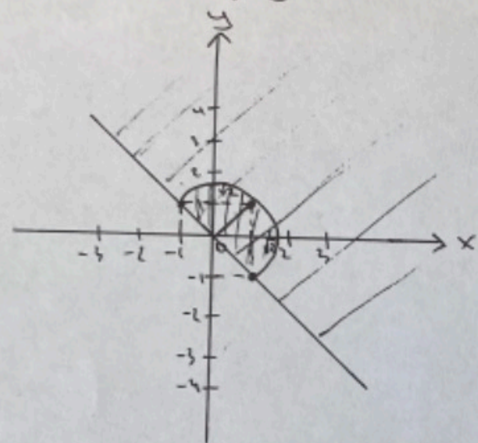
③ $\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 2 \\ a^2+b^2 \le \min(2a+2b, 2) \end{cases}$ – задаёт круг с центром в точке $(a;b)$ и радиусом $\sqrt{2}$

$1^\circ$ $2 \le 2a+2b$

$a+b \ge 1$

Заметим, что $2a+2b \ge 0$, иначе $\min(2a+2b;2)=2a+2b<0$
$a+b \ge 0$ $\qquad 2a+2b \ge a^2+b^2$
$b \ge -a$ $\qquad$ ?!

$a^2+b^2 = OA^2$, где O – начало координат, A – центр окр-ти (точка $(a;b)$)

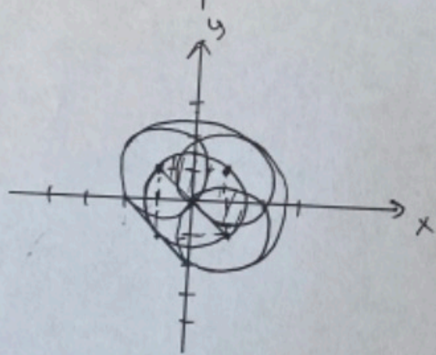


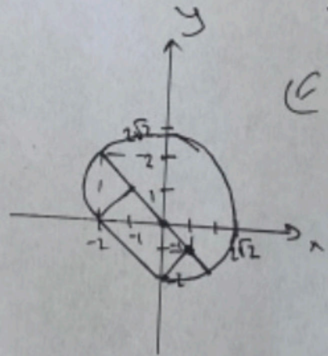
$a^2+b^2 \le 2$

$OA^2 \le 2$

$OA \le \sqrt{2}$ $\quad (OA>0)$

$A \in$ ~~полукругу~~ полукругу с центром в точке $(0;0)$ и радиусом $\sqrt{2}$





Тогда x и y принадлежат $\in$ нарисованной фигуре

$S = \frac{1}{2} S_{\text{окр-ти с центром } (0;0) \text{ и } r=2\sqrt{2}} + 2 \cdot \frac{1}{4} S_{\text{окр-ти с центром } (-1;1) \text{ и рад. } \sqrt{2}} + 2\sqrt{2}\cdot\sqrt{2} =$

$= \frac{1}{2}\cdot\pi\cdot(2\sqrt{2})^2 + \frac{1}{2}\cdot\pi\cdot(\sqrt{2})^2 + 4 =$

$= \frac{1}{\cancel{2}}\pi\cdot\cancel{8}^{4} + \frac{1}{\cancel{2}}\cdot\pi\cdot\cancel{2} + 4 = 5\pi + 4$

$2^\circ$ $2a+2b<2$

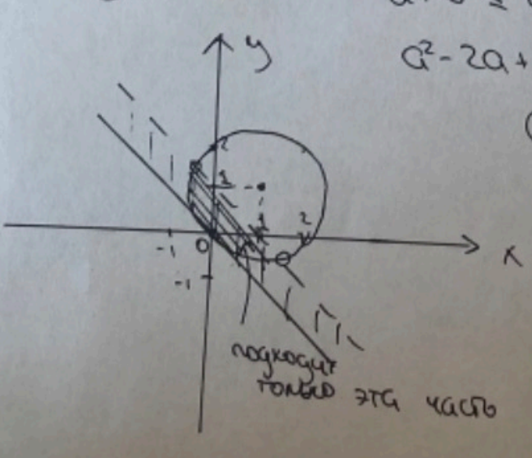
$a+b<1$

$b<1-a$

$a^2+b^2 \le 2a+2b$

$a^2-2a+1+b^2-2b+1 \le 2$

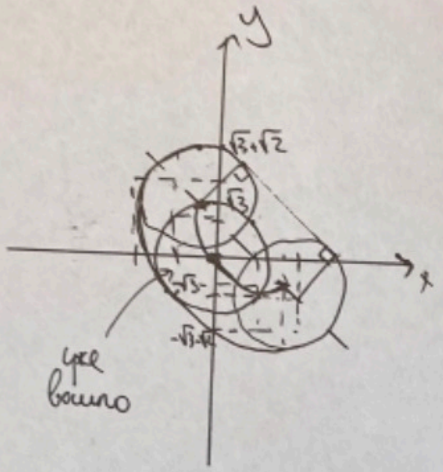
$(a-1)^2+(b-1)^2 \le 2$ – окр-ть с центром в точке $(1;1)$ и радиусом $\sqrt{2}$




21104667 (U383787 M1295561)

Чистовик (5)

Продолжение №3




$(a-1)^2+(b-1)^2=2$

$b=1-a$

$(a-1)^2+a^2=2$

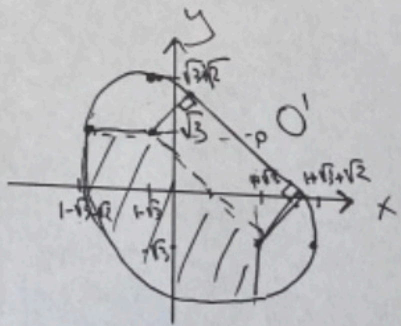
$2a^2-2a+1-2=0$

$2a^2-2a-1=0$

$a_{1,2}=1\pm\sqrt{1+2}=1\pm\sqrt{3}$

$b=-\sqrt{3};+\sqrt{3}$

$OA=\sqrt{1-2\sqrt{3}+3+3}=\sqrt{7-2\sqrt{3}}$



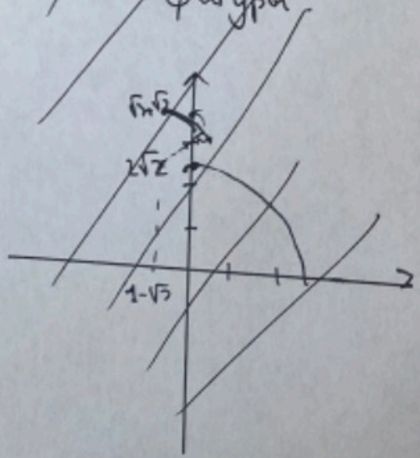

O': $x'-1+\sqrt{3}=y'-2\sqrt{3}$

$(x';y')=(1+\sqrt{3};2\sqrt{3})$

$S=\frac{1}{4}\cdot\pi\cdot(2\sqrt{3}+\sqrt{2})^2-\frac{(2\sqrt{3})^2}{2}=$

$=\frac{1}{4}\cdot\pi(12+2+4\sqrt{6})-2\cdot3=\frac{\pi}{4}(14+4\sqrt{6})-6$

Общая картина фигуры:



$\sqrt{3}+\sqrt{2}>2$

$3+2+2\sqrt{6}>4$

$2\sqrt{6}>-1$

$\sqrt{3}+\sqrt{2}>3$

$5+2\sqrt{6}>9$

$2\sqrt{6}>4$

$24>16$

$\sqrt{3}+\sqrt{2}<4$

$5+2\sqrt{6}<16$

$2\sqrt{6}<11$

# Черновик

① S-сумма первых 10 членов

$a_1, a_2, a_3, \dots$ $\quad 10a_1 + (b + 2b + 3b + \dots + 9b) = 10a_1 + \frac{10b}{2} \cdot 9 =$

$a_6 a_{12} > S + 1$ $\quad = 10a_1 + 45b$

$(a_1 + 5b)(a_1 + 11b) > 10a_1 + 45b + 1$

$(a_1 + 6b)(a_1 + 10b) < 10a_1 + 45b + 17$

$2^\circ\ b = 0$ – не возрас

$3^\circ\ b = -1$ – убывает

$a_1 - ?$

$16a_1b$

$a_1^2 + 5a_1b + 11a_1b + 55b^2 > 10a_1 + 45b + 1$

$a_1^2 + 6a_1b + 10a_1b + 60b^2 < 10a_1 + 45b + 17$

$16a_1b$

$x > 10a_1 + 45b + 1 - 55b^2$

$x < 10a_1 + 45b + 17 - 60b^2$

$x > 1 - 55b^2$

$x < 17 - 60b^2$

$17 - 60b^2 > 1 - 55b^2$

$5b^2 < 16$

$-\frac{4}{\sqrt5} < b < \frac{4}{\sqrt5}$ $\quad \frac{4}{\sqrt5} < 2$ $\quad \frac{4}{\sqrt5} > 1$

$2 < \sqrt5$ $\quad 4 > \sqrt5$

$4 < 5$ $\quad 16 > 5$

$1^\circ\ b = 1$

$1^\circ\ b = 1$

$2^\circ\ b = 0$:

$3^\circ\ b = -1$

$a_1^2 + 16a_1 + 55 > 10a_1 + 46$

$a_1^2 + 6a_1 + 9 > 0$

$(a_1 + 3)^2 > 0$

$a_1 \neq -3$

$-3 + \sqrt{11}$ $\quad$ 2

$-3 + \sqrt{11} < 1$ $\quad -3 + \sqrt{11} > 0$ $\quad \sqrt{11}$ $\quad$ 5

$\sqrt{11} < 4$ $\quad 11 > 9$ $\quad 11$ $\quad 25$

$11 < 16$

$\begin{array}{r} 45 \\ +17 \\ \hline 62 \end{array}$

62

$a_1^2 + 16a_1 + 60 < 10a_1 + 45 + 17$

$-7$

$-3 - \sqrt{11} > -7$ $\quad -3 - \sqrt{11} < -6$

$4 > \sqrt{11}$ $\quad 3 < \sqrt{11}$

$16 > 11$ $\quad 9 < 11$

$a_1^2 + 6a_1 - 2 < 0$

$-3 - \sqrt{11}$ $\quad -3 + \sqrt{11}$

$a_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 2}}{} = -3 \pm \sqrt{11}$

$\boxed{-6\ -5\ -4\ \ -2\ -1\ 0}$ 1 2 3 4 5 6

$\frac{9+1}{2} \cdot 9 = 45$ $\quad 5 \cdot 11 > 45 + 1$ $\quad 50 + 45 = 95$

$6 \cdot 10 < 62$

$-1 \cdot 5 > -60 + 46$ $\quad 10 \cdot 16 > 95 + 1$

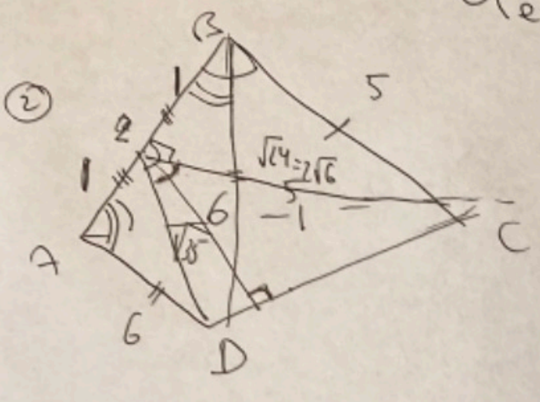
$\begin{array}{r} 95 \\ +17 \\ \hline 112 \end{array}$

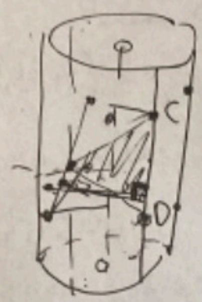
$0 < -60 + 62$ $\quad 6 \cdot 12 >$ $\quad 11 \cdot 11 < 95 + 17$

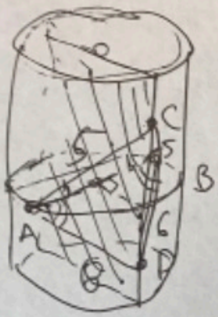
$7 \cdot 11 < 72$ $\quad 7$

21104667 (U383787 M1295561)

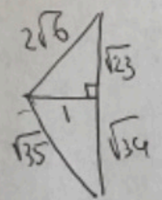
# Черновик



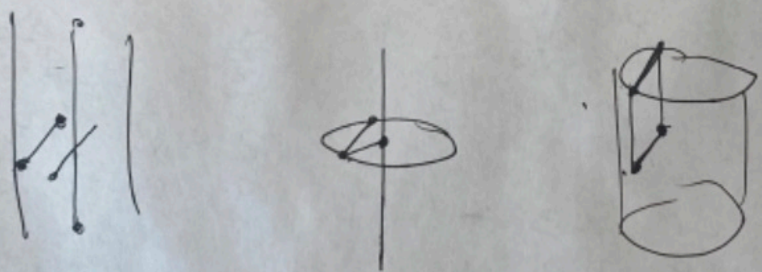



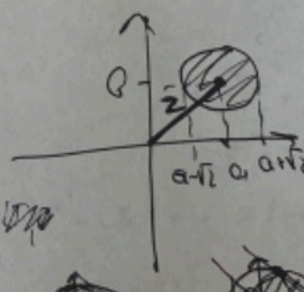




$r \geq 1$




$\sqrt{23}+\sqrt{34}$






$(x;y)$ :

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\leq 2\\ a^2+b^2\leq \min(2a+2b;2)\end{cases}$$

$1^\circ$ $2(a+b)\geq 2$

$a+b\geq 1$

$2a+2b\geq 0$

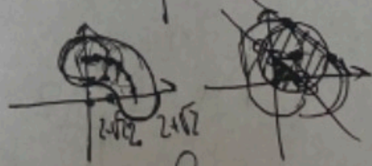
$a+b\geq 0$

$a^2+b^2\leq 2(a+b)$

$a^2-2a+1+b^2-2b+1\leq 2$

$(a-1)^2+(b-1)^2\leq 2$

$a+b\leq 1$

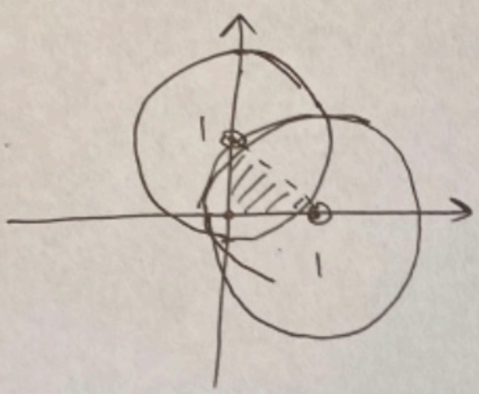


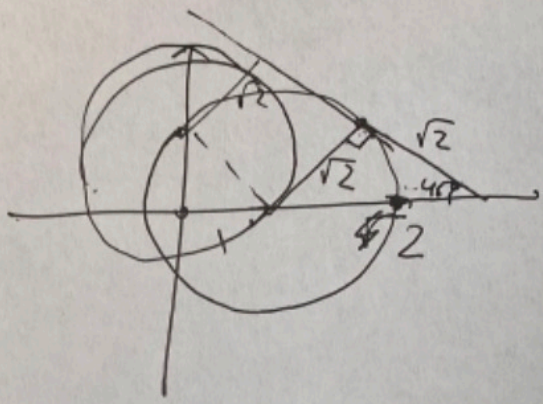
~~$b\geq 1-a$~~

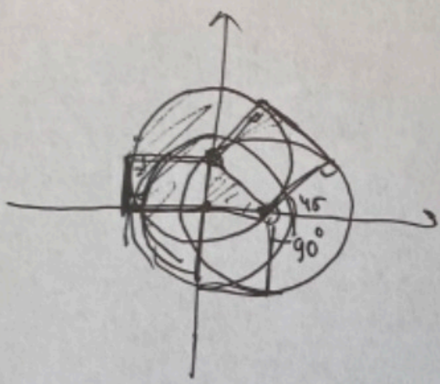
$a+b<1$

$b<1-a$

Черновик




$\sqrt{2} < 3$

$8 < 9$

# Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21104667**

ID профиля: **383787**

Вариант 17

Чистовик ①

④ $\begin{cases} \text{НОД}(a;b;c)=6 \\ \text{НОК}(a;b;c)=2^{15}\cdot 3^{16} \end{cases}$

Т.к. $2^{15}\cdot 3^{16} \vdots a$, $\vdots b$, $\vdots c$, то в разложении $a$, $b$ и $c$ на простые множители нет простых чисел, кроме 2 и 3

Представим числа в виде разложения на простые множители:

$a = 2^{\alpha_1}\cdot 3^{\beta_1}$

$b = 2^{\alpha_2}\cdot 3^{\beta_2}$

$c = 2^{\alpha_3}\cdot 3^{\beta_3}$

Т.к. $\text{НОК}(a;b;c)=2^{15}\cdot 3^{16}$, $\max(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)=15$, $\max(\beta_1;\beta_2;\beta_3)=16$

Т.к. $\text{НОД}(a;b;c)=2\cdot 3$, $\min(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)=1$, $\min(\beta_1,\beta_2,\beta_3)=1$

(иначе $\text{НОД}(a;b;c)=\min(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)\cdot\min(\beta_1;\beta_2;\beta_3)$
$\text{НОК}(a;b;c)=\max(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)\cdot\max(\beta_1;\beta_2;\beta_3)$)

То есть одно из чисел $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ точно равно 15, а одно – 1
$\beta_1,\beta_2,\beta_3$ точно равно 16, а одно – 1

Количество троек – это кол-во способов расставить степени 2 и 3 в числах $a$, $b$ и $c$

| | a | b | c |
|---|---|---|---|
| 2 | $\alpha_1$ | $\alpha_2$ | $\alpha_3$ |
| 3 | $\beta_1$ | $\beta_2$ | $\beta_3$ |

Способов расположить $15^\circ$ среди $\alpha$: 3
1 среди оставшихся $\alpha$: 2

Рассмотрим отдельно случаи, когда степени повторяются и не повторяются:

Способов расположить степени 2:

$1^\circ$ $3\cdot 2\cdot 13$
между 1 и $15^\circ$ любое число

$2^\circ$ $2\cdot 3$ – способов её расположить $\left(C_3^2=\frac{3!}{2!\cdot 1!}=3\right)$
выбрать, какая степень встречается 2 раза – 1 или 15

Способов расположить степени 3:

$1^\circ$ $3\cdot 2\cdot 14$
выбрать место 16 | выбрать место 1 среди оставшихся | между 1 и 16 – любое число

$2^\circ$ $2\cdot 3$ (Аналогично двойке)

Выбор степеней 2 и 3 независимы, т.е. всего способов: $(6\cdot 13+6)(6\cdot 14+6)=$
$=36\cdot 14\cdot 15=7560$
столько и троек

Ответ: 7560

21104667 (U383787 M1295562)

# Чистовик ③

Продолжение №5

$\cancel{\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1) - 2\log_{5x-1}(4x+1) = \sqrt[3]{4}}$

$\cancel{(5x-1)^{\frac{1}{\sqrt[3]{2}}} = 4x+1}$

1° $\frac{a^3-a^2-1}{a-1}=0$

$\begin{cases} a-1\neq 0 \\ a^2(a-1)=1 \end{cases}$

$a^2 > 0 \Rightarrow a-1>0 \Leftarrow 1>0$

$a>1$

$a^2(a-1)\uparrow$ при $a>1$

$\exists\, a=\frac{m}{n}$, где $(m,n)=1$ (НОД)

$\frac{m}{n}>1 \Rightarrow m>n$

$a^2(a-1)=\frac{m^2}{n^2}\left(\frac{m-n}{n}\right)=1$

$\frac{m^2(m-n)}{n^3}=1$

$m^2(m-n)=n^3$

У $m$ и $n$ нет общих делителей

$\Downarrow$

$m^2 g\neq n^3$

нет решений, если $\begin{cases} m\neq 1 \\ n\neq 1 \end{cases}$

$m\neq 1$, т.к. $\frac{m}{n}>1$

$n\neq 1$, т.к. в целых числах нет решений

$2^2\cdot 1=4>1$

2° $a^2=\frac{4}{a-1}$

$\frac{a^3-a^2-4}{a-1}=0$

$\begin{cases} a-1\neq 0 \\ a^2(a-1)=4 \end{cases}$

$a>1$

$a^2(a-1)\uparrow$ при $a>1$

$\Downarrow$

решение одно

$a=2$ - подходит

$2\log_{5x-1}(4x+1)=2$

$\log_{5x-1}(4x+1)=1$

$5x-1=4x+1$

$x=2$

3° $\frac{a^3-a^2-1}{a-1}=0$

Аналогично 1°

$a^2(a-1)=1$

$\Downarrow$

нет решений

Проверка:

$\log_{\frac{2}{2}+2}(5\cdot 2-1)=2$

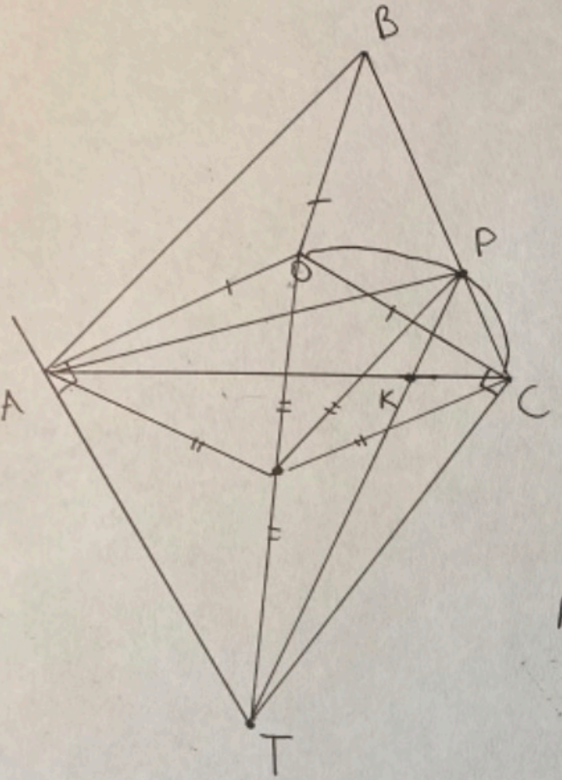
$2\log_{8+1}\left(\frac{2}{2}+2\right)+1=2$ (+)

Ответ: $x=2$

21104667 (U383787 M1295562)

# Чистовик (4)

(6)




Заметим, что $\angle OCT = \angle OAT = 90^\circ$

($CT$ и $AT$ – касат. к. $\omega$ с центром $O$)

но $O, A, C \in \omega_1$

$\exists\, (CT) \cap \omega_1 = N$

Тогда $\angle OCN = 90^\circ \Rightarrow \angle OCN$ опирается на диаметр

$\exists\, (AT) \cap \omega_1 = M$: $\angle OAM = 90^\circ \Rightarrow \angle OAM$ опир. на диаметр

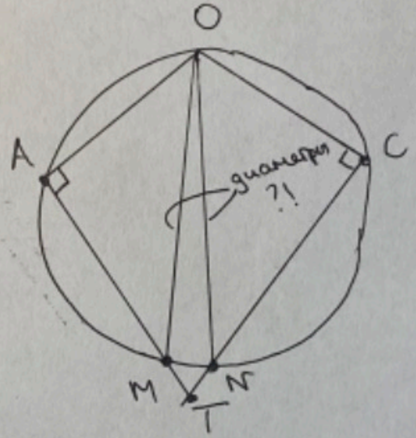
$\Downarrow$

$OM$ и $ON$ – диаметры

?! через одну точку окр-ти можно провести лишь один диаметр

$\Downarrow$

$M$ совпадает с $N$ и совпадает с $T$




Если $\frac{S_{APK}}{S_{PKC}} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$, то

$\frac{AK}{KC} = \frac{3}{2}$ (т.к. высота у $\triangle APK$ и $\triangle KPC$ общая)

Значит, необходимо найти $\frac{BC}{PC}$, т.к. $\frac{BC}{PC} = \frac{S_{ABC}}{S_{APC}} = \frac{S_{ABC}}{6+4} = \frac{S_{ABC}}{10}$

(высота у $\triangle ABC$ и $\triangle APC$ общая)

$OK \cdot KA = PK \cdot KT = 2x \cdot 3x = 6x^2$

Черновик

$\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1) = 2\log_{(5x-1)}(4x+1)$ $\quad x > \frac{1}{5}$

$\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2 = 2\log_{(4x+1)}\left(\frac{x}{2}+2\right)$

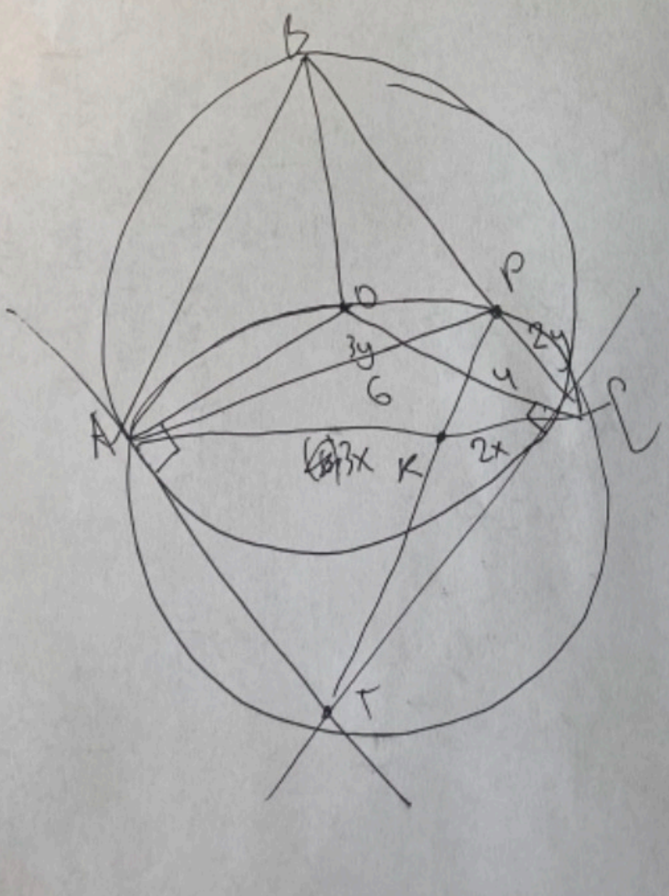
$\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1) = \log_{\left(\frac{x}{2}+2\right)}(5x-1)$

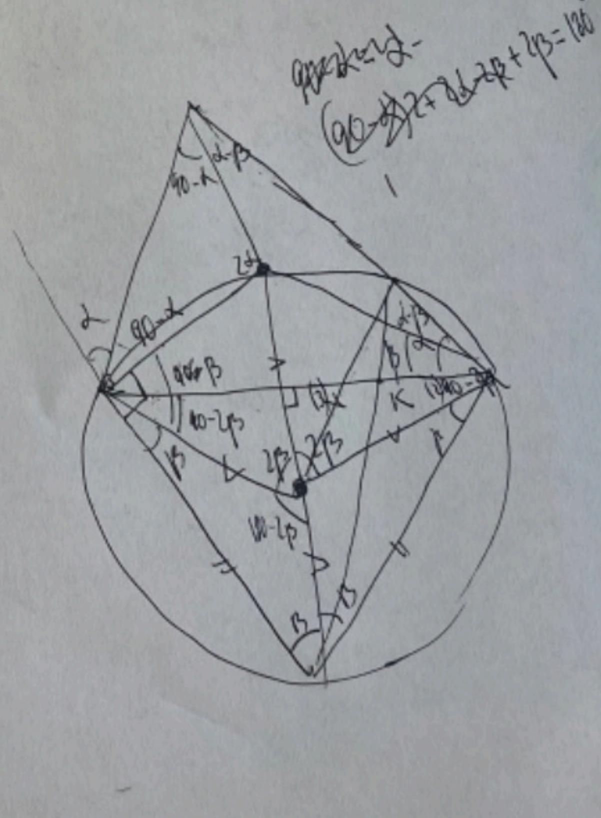
$\log_{\left(\frac{x}{2}+2\right)}(5x-1) = \frac{1}{\log_{(5x-1)}\left(\frac{x}{2}+2\right)}$

$\log_{5x-1}(4x+1) = \log$

$\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1) = \frac{\log_{4x+1}(5x-1)}{\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)}$ $\quad \frac{x+4}{2}$

$1^\circ \; \log_{5x-1}(4x+1) = \log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)$




21104667 (U383787 M1295562)

Черновик

$\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)$

$\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2$

$\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)$

$2\log$

$2\log_{5x-1}(4x+1)=2\log_{(4x+1)}\left(\frac{x}{2}+2\right)$

$\cancel{\log(5x-1)(4x+1)}$

$\log_{(4x+1)}\left(\frac{x}{2}+2\right)=\frac{\log_{5x-1}\left(\frac{x}{2}+2\right)}{\log_{(5x-1)}(4x+1)}$

$\left(\log_{5x-1}(4x+1)\right)^2=\log_{5x-1}\left(\frac{x}{2}+2\right)$

$a$

$\cancel{(\log_a b)^2=}$

$a^2-a=0$

$a(a-1)$

$\log_a^2 b=x$ $\quad$ $\cancel{a^{x^2}=b=(a^x)\cdot a}$

$\log_a C=x$ $\quad$ $a^x=C$

$\frac{x}{2}+2<4x+1$

$x+4<8x+2$

$2<7x$

$x>\frac{2}{7}$

$2\frac{\log_{\frac{x}{2}+2}4x+1}{\log_{\frac{x}{2}+2}5x-1}$

$\log^2_{\frac{x}{2}+2}5x-1)=2$

$a^3-a^2-1$

$(m+1)(m^2+m)$

$m^3+m-1=0$

$f(a)=a^2(a-1)$

$a=\frac{3}{2}$

$(a^3-1)-a^2$

$a^2(a-1)=1$

$a-1>0$

$a>1$

$\frac{m-n}{n}$

$m^2=n$

$n^2=m-n$

$m^4=m-m^2$

$m^4+m^2-m=0$

$m(m^3+m-1)=0$

$m^3+m-1=0$

21104667 (U383787 M1295562)

Черновик

⑤ $\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)$ (1)

$\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2$ (2)

$\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)$ (3)

ОДЗ: $\begin{cases} 5x-1>0 \\ 5x-1\neq 1 \\ 4x+1>0 \\ 4x+1\neq 1 \\ \frac{x}{2}+2>0 \\ \frac{x}{2}+2\neq 1 \end{cases}$ $\begin{cases} x>\frac{1}{5} \\ x\neq \frac{2}{5} \end{cases}$

$(1)=2\log_{5x-1}(4x+1)$

$(2)=2\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)$

1° $(1)=(2)$ : $2\log_{5x-1}(4x+1)=2\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)$

$\log_{5x-1}(4x+1)=\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)$

$\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)=\frac{\log_{5x-1}\left(\frac{x}{2}+2\right)}{\log_{5x-1}(4x+1)}$

$\log^2_{5x-1}(4x+1)=\log_{5x-1}\left(\frac{x}{2}+2\right)$

$\frac{1}{\log_{5x-1}\left(\frac{x}{2}+2\right)}=\log_{5x-1}(4x+1)-1$

$\exists a=\log_{5x-1}(4x+1)$

$a^2=\frac{1}{a-1}$ $\qquad \frac{a^3-1}{a-1}=0$ $\qquad \begin{cases} a\neq 1 \\ a^2+a+1=0 \end{cases}$ – нет решений

$\cancel{a^2-a+1=0}$

$\cancel{D=\sqrt{1-4}}$ ?! ~~нет реш~~ / ~~этот~~ ~~случай~~ ~~не~~ ~~подходит~~.

$a^2-\frac{1}{a-1}=0$

$a$

$a^3-a^2-1 \,|\, a-1$

$a^3-a^2 \quad | \; a^2$

$-1$

$a^3-a^2-1=$

2° $(1)=(3)$

$2\log_{5x-1}(4x+1)=\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)$

$\shortparallel$

$2\frac{\log_{\frac{x}{2}+2}(4x+1)}{\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)}$

$\log^2_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)=2\log_{\frac{x}{2}+2}(4x+1)$

$a^2=\frac{4}{a-1}$

$a\neq 1$

$(a=\sqrt[3]{2})$

$2\log_{5x-1}(4x+1)=\sqrt[3]{\frac{4}{8}}=\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$

$\exists a=\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)=\frac{2}{\log_{\frac{x}{2}+2}(4x+1)}+1=$

$=2\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2+1$

$(5x-1)^{\frac{1}{\sqrt[3]{2}}}=4x+1$

$(4x+1)^{\sqrt[3]{2}}=5x-1$

$\sqrt[\sqrt[3]{2}]{5x-1}=4x+1$

21104667 (U383787 M1295562)

Черновик

(4) $\begin{cases} \text{нод}(a; b; c) = 6 \\ \text{нок}(a; b; c) = 2^{15} \cdot 3^{16} \end{cases}$

$a = 2^{\alpha_1} \cdot 3^{\beta_1}$

$b = 2^{\alpha_2} \cdot 3^{\beta_2}$

$c = 2^{\alpha_3} \cdot 3^{\beta_3}$

$\max(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = 15$

$\max(\beta_1, \beta_2, \beta_3) = 16$

$\min(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = 1$

$\max(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = 1$

| | a | b | c | |
|---|---|---|---|---|
| $\alpha$ | • | • | • | $3 \cdot 2 \cdot 15$ |
| $\beta$ | • | • | • | $3 \cdot 2 \cdot 16$ |

$2 \cdot 3^k$

$2^n \cdot 3$

$2^m \cdot 3^l$

1) $(3 \cdot 2 \cdot 13) \cdot (3 \cdot 2 \cdot 14)$

2) $C_3^2 \cdot 2$

$(3 \cdot 2 \cdot 13 + 3 \cdot 2) \cdot (3 \cdot 2 \cdot 14 + 2 \cdot 3) =$

$= 6 \cdot 14 \cdot 6 \cdot 15 = 36 \cdot 14 \cdot 15 =$

Ответ: 7560

$\times \frac{15}{14}$, 60, 15, 210

$\times \frac{36}{210}$, 36, 72, 7560

(5) $\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)$

$\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2$

$\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)$

$2\log_{5x-1}(4x+1) = 2\log_{\frac{x}{2}+2}$

$\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)$

$\begin{cases} 5x-1 \neq 1 \\ 5x-1 > 0 \\ 4x+1 > 0 \\ \frac{x}{2}+2 \neq 0 \\ 4x+1 \neq 0 \\ \frac{x}{2}+2 \neq 1 \quad \frac{x}{2}+2 > 0 \\ 5x-1 > 0 \end{cases}$

$2\log_{5x-1}(4x+1) = \frac{2}{\log_{4x+1}(5x-1)}$

$x \neq 0$

$x > \frac{1}{5}$

$x > \frac{1}{5}$

$\times \frac{504}{15}$, 2520, 504, 7560

$\times \frac{36}{14}$, 144, 36, 504

21104667 (U383787 M1295562)

Чистовик ②

⑤ $\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)$ (1)

$\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2$ (2)

$\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)$ (3)

ОДЗ: $\begin{cases} 5x-1>0 \\ 5x-1\neq 1 \\ 4x+1>0 \\ 4x+1\neq 1 \\ \frac{x}{2}+2>0 \\ \frac{x}{2}+2\neq 1 \end{cases}$ $\begin{cases} x>\frac{1}{5} \\ x\neq\frac{2}{5} \end{cases}$

$(1)=2\log_{5x-1}(4x+1)$

$(2)=2\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)$

1° $(1)=(2)$: $2\log_{5x-1}(4x+1)=2\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)$

$$\log_{5x-1}(4x+1)=\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)=a=\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)+1$$

$$\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)=\frac{\log_{5x-1}\left(\frac{x}{2}+2\right)}{\log_{5x-1}(4x+1)}$$

$$\log^2_{5x-1}(4x+1)=\frac{1}{\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)}$$

$$a^2=\frac{1}{a-1}$$

$$\frac{a^3-a^2-1}{a-1}=0 \qquad \cancel{\begin{cases} a\neq 1 \\ (a-1)(a^2+a+1)=0 \end{cases}} \quad \cancel{\Rightarrow \text{нет решений}}$$

2° $(1)=(3)$: $2\log_{5x-1}(4x+1)=\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)=a=2\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)+1$

$$2\,\frac{\log_{\frac{x}{2}+2}(4x+1)}{\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)}=\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)$$

$$a^2=\frac{2}{\frac{a-1}{2}}=\frac{4}{a-1} \qquad \cancel{\frac{a^3-4}{a-1}=0} \quad \cancel{\frac{(a-\sqrt[3]{4})(a^2+\sqrt[3]{4}a+(\sqrt[3]{4})^2)}{a-1}}=0$$

$$\begin{cases} a=\sqrt[3]{4} \\ a\neq 1 \end{cases}$$

$\cancel{\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)=\sqrt[3]{4}}$ ~~подходит только такой случай~~

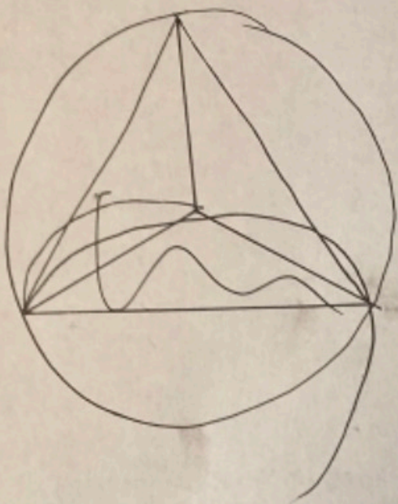
3° $(2)=(3)$: $2\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)=\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)=a=2\log_{5x-1}(4x+1)+1$

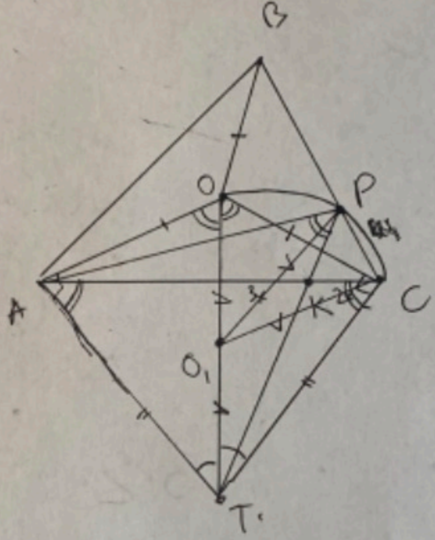
$$\frac{\log_{4x+1}(5x-1)}{\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)}$$

$$2a^2=\frac{1}{\frac{a-1}{2}}$$

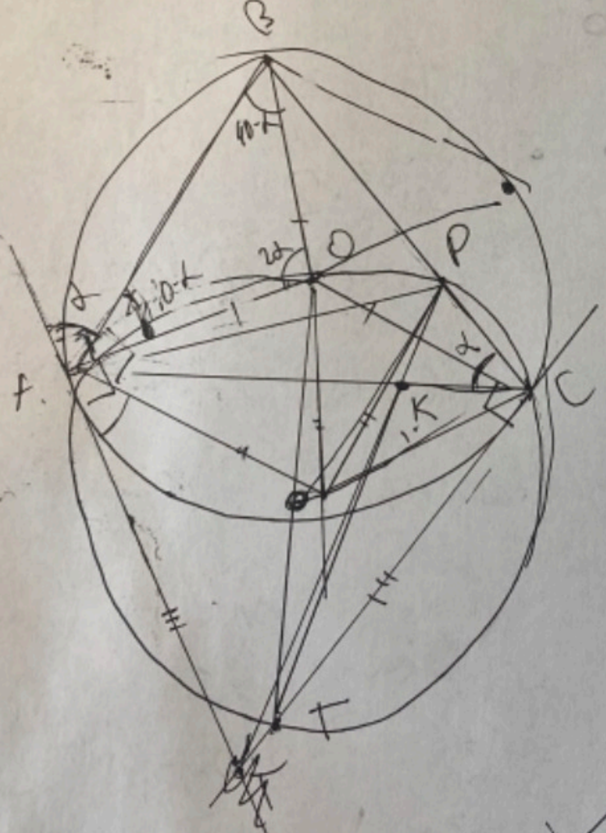
$a^2=\frac{1}{a-1}$ $\quad \frac{a^3-a^2-1}{a-1}=0 \quad \cancel{\frac{(a-1)(a^2+a+1)}{(a-1)}=0 \Rightarrow \text{нет решений}}$

Чернови






$\frac{PC}{BC}$




~~KC/AK = PK/KT~~

2x · 3x = PK