Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21104341**

ID профиля: **381793**

Вариант 17

Чистовик

№1

$d>0$ $\{a_n\} \in \mathbb{Z}$
$d \in \mathbb{Z}$

$S = \frac{a_1 + a_{10}}{2} \cdot 10 = 5(a_1 + a_1 + 9d) = 5(2a_1 + 9d)$

$\begin{cases} a_6 \cdot a_{12} > S + 1 \\ a_7 \cdot a_{11} < S + 17 \end{cases}$ Найти все a_1

1) $a_6 \cdot a_{12} = (a_1 + 5d) \cdot (a_1 + 11d) = a_1^2 + 5da_1 + 11da_1 + 55d^2 =$
$= a_1^2 + 16d \cdot a_1 + 55d^2$

2) $a_7 \cdot a_{11} = (a_1 + 6d)(a_1 + 10d) = a_1^2 + 6da_1 + 10da_1 + 60d^2 =$
$= a_1^2 + 16da_1 + 60d^2$

3) $\begin{cases} a_1^2 + 16da_1 + 55d^2 > S_{+1} = 10a_1 + 45d + 1 \\ a_1^2 + 16da_1 + 60d^2 < S_{+17} = 10a_1 + 45d + 17 \end{cases}$

$a_1 = x$

- $x^2 + 16dx + 55d^2 > 10x + 45d + 1$

  $x^2 + (16d - 10)x + 55d^2 - 45d - 1 > 0$

- $x^2 + 16dx + 60d^2 < 10x + 45d + 17$

  $x^2 + (16d - 10)x + 60d^2 - 45d - 17 < 0$

Чистовик

№1

$$\begin{cases} x^2+(16d-10)x+55d^2-45d-1>0 & (1) \\ x^2+(16d-10)x+60d^2-45d-12<0 & (2) \end{cases}$$

$f(x)=x^2+(16d-10)x+55d^2-45d-1$

$g(x)=x^2+(16d-10)x+60d^2-45d-12$

(1): $\cancel{x^2+(16d-10)x+55d^2-45d-1=0}$.

$\cancel{D=\left(\frac{b}{2}\right)^2-ac=(8d-5)^2-55d^2+45d+1=64d^2-80d+25-55d^2+45d+1=}$

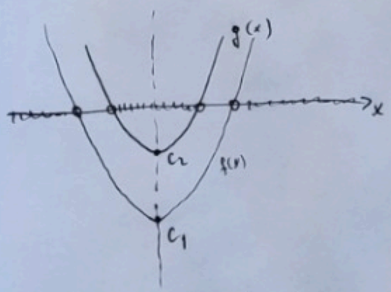
$\cancel{=9d^2-35d+26}$

Заметим, что $f(x)$ и $g(x)$ - ~~две~~ параболы с одной осью симметрии (т.е их $x_{вершины}$ совпадает), также коэф. при старшем члене равны.

$f(x)=\left(x^2+2(8d-5)x+(8d-5)^2\right)-9d^2+35d-26$: $c_1=-9d^2+35d-26$

$g(x)=\left(x^2+2(8d-5)x+(8d-5)^2\right)-4d^2+35d-42$ $c_2=-4d^2+35d-42$

1) Если корни есть и $c_2 \geq c_1$:



- нет общих точек, т.е не будет решения для x.

2) Тогда $c_1>c_2$:

$-9d^2+35d-26>-4d^2+35d-42$

$5d^2<16$

$d^2<\frac{16}{5}$

$-\frac{4}{\sqrt{5}}<d<\frac{4}{\sqrt{5}}$; Т.к $d \in \mathbb{Z}$, то

$d=-1;0;1$

$d=0$ - не подх, т.к $\{a_n\}$ - возрастающая арифм.-пр. ; $d=-1$ - не подх, т.к $\{a_n\}$ - возраст. арифм. пр.

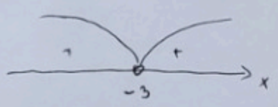
Чистовик

№1

3) Пусть $d = 1$:

$$\begin{cases} x^2 + (16\cdot 1 - 10)\,x + 55 - 45 - 1 > 0 \\ x^2 + (11 - 10)\,x + 60 - 45 - 17 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 6x + 9 > 0 \\ x^2 + 6x - 2 < 0 \end{cases}$$



$x \in \mathbb{Z}$, тогда $x = -6; -5; -4; -3; -2; -1; 0$

$\overset{\shortparallel}{a_1}$

не подх.

$\underbrace{-3-\sqrt{11}}_{>-4} > -7$

$\underbrace{-3+\sqrt{11}}_{<1} < 1$

$$\boxed{\text{Ответ: } a_1 = \{-6; -5; -4; -2; -1; 0\} \quad d = 1}$$

③

Чистовик

№ 3

$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 2 \quad (1.0) \\ a^2+b^2 \le \min(2a+2b,\ 2) \quad (2) \end{cases}$$

Система задает фигуру M. Какова площадь M - ?

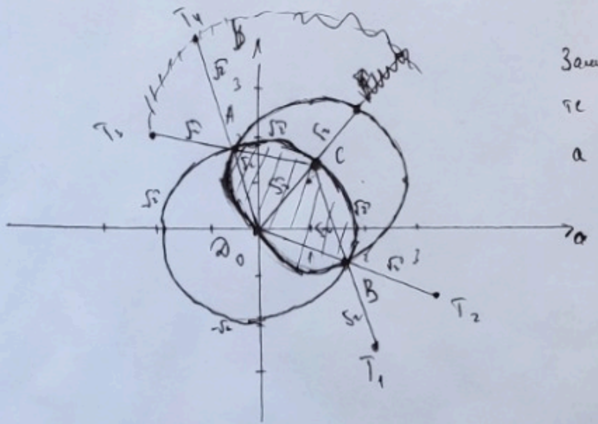
(1): $(x-a)^2+(y-b)^2=2$

(2): равносильно:

$$\begin{cases} a^2+b^2 \le 2 \\ a^2+b^2 \le 2a+2b \end{cases} \qquad \begin{cases} a^2+b^2 \le 2 \\ (a-1)^2+(b-1)^2 \le 2 \end{cases}$$

(2.1): $a^2+b^2=2$

(2.2): $(a-1)^2+(b-1)^2=2$



Заштрихованная область — это все те значения, которые могут принимать a и b.

(1.0): Задает внутреннюю часть круга радиуса $\sqrt{2}$ с центром $(a;b)$

1) Заметим, что центр окружности (2.1) принадлежит окружности (2.2) и наоборот.

(2.1): $(0;0)$: $(0-1)^2+(0-1)^2=2$ – верно

(2.2): $(1;1)$: $1^2+1^2=2$ – верно

2) (1): $R=\sqrt{2}$

Пусть точки пересечения (2.1) и (2.2) – это A и B (их две, очевидно)

Пусть центры (2.2) и (2.1) – это C и D, соответственно

Тогда, когда центр окружности (1) перемещается по дуге $\breve{ACB}$, то точка D всегда принадлежит окружности (1) (т.к. она на расстоянии $\sqrt{2}$ от дуги $\breve{ACB}$)

Когда центр (1) совпадет с точкой B, то точки T_1 и T_2 принадлежат этой окружности, в силу того, что $DB=BT_2=\sqrt{2}$ и $CB=BT_1=\sqrt{2}$, при этом $R=\sqrt{2}$, где T_1 и T_2 – точки, симметричные C и D относительно B, соответственно

(4)

Чистовик

13.

Когда центр окр (1) перемещается по дуге $B\breve{D}A$, то точка C всегда принадлежит окружности (1). (Т.к. она на расстоянии $\sqrt{2}$ от дуги $B\breve{D}A$).

Когда центр окр (1) совпадает с точкой A, то точки T_3 и T_4 принадлежат этой окружности, в силу того что $DA = AT_4 = \sqrt{2}$ и $CA = AT_3 = \sqrt{2}$, при этом $R = \sqrt{2}$, где T_3 и T_4 – точки симметричные C и D относительно A, соответственно.

3) Тогда мы получили, что нер-во $(x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 2$ задает множество точек внутри и на границе окружности с диаметром $3\sqrt{2}$.

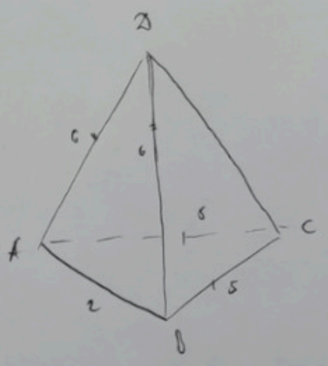
Тогда площадь множества M равна $S_M = \pi R_M^2 = \pi \cdot \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2 =$

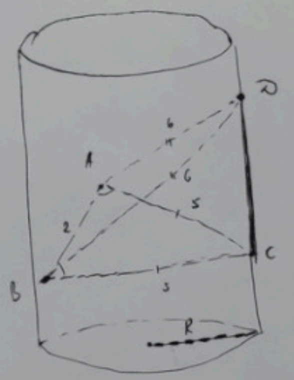
$$= \pi \cdot \frac{9 \cdot 2}{4} = \pi \cdot \frac{9}{2} = \frac{9\pi}{2}.$$

Ответ: $S_M = \frac{9\pi}{2}$

Чистовик

№2.





$R \to \min$

$CD = ?$

Черновик

№1.

$a_7 = x$ $\qquad S = (a_1 + a_{10}) \cdot 5 = (x-6d + x+3d)\,5 = 5(2x-3d) =$

$a_6 = x-d$

$a_{11} = x+4d$ $\qquad a_1 = x-6d \qquad = 10x-15d$

$a_{12} = x+5d$ $\qquad a_{10} = x+3d$

Найти все $x-6d$

$$\begin{cases} (x-d)(x+5d) > 10x-15d+1 \\ x(x+4d) > 10x-15d+12 \end{cases}$$

1) $x^2 - dx + 5dx - 5d^2 > 10x - 15d + 1$

$x^2 + 4dx - 10x - 5d^2 + 15d - 1 > 0$

$x^2 + (4d-10)x - 5d^2 + 15d - 1 > 0$

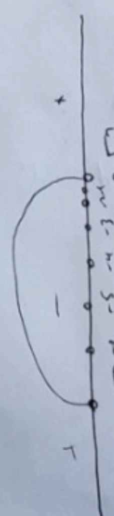
$D = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac = (2d-5)^2 + 5d^2 - 15d + 1 = 4d^2 - 10d + 25 + 5d^2 - 15d + 1 =$

$= 9d^2 - 25d + 26$

$x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2$

$x^2 + 6x - 2 < 0$

$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9+2}}{1} = -3 \pm \sqrt{11}$



$-6; -5; -4; -3; -2;$

$-1; 0;$

$-3+\sqrt{11} < 1$

1

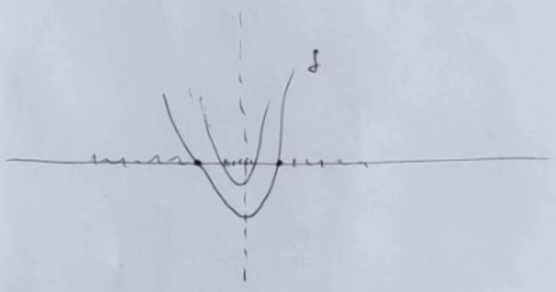
черновик

$f(x) = x^2 + 2(8d-5)x + (8d-5)^2 - 9d^2 + 35d - 26$

$64d^2 - 80d + 25$

$-(9d^2 - 35d - 26)$

$55d^2 - 45d - 1$



$f(x) = x^2 + 2(8d-5)x + 64d^2 - 80d + 25 - 9d^2 + 35d - 26 =$

$= x^2 + (16d-10)x + 55d^2 - 45d - 1$

$g(x) = x^2 + 2(8d-5)x + (8d-5)^2 - 4d^2 + 35d - 42 =$

$= x^2 + (16d-10)x + 64d^2 - 80d + 25 - 4d^2 + 35d - 42 =$

$= x^2 + (16d-10)x + 60d^2 - 45d - 17$

$g(x)\ x^2 + 2(8d-5)x + (8d-5)^2 - 4d^2 + 35d - 42$

$64d^2 - 80d + 25$

$64d^2 - 80d + 25 - 4d^2 + 35d - 42$

$60d^2 - 45d - 17$

f: g:

$-9d^2 + 35d - 26 \geq -4d^2 + 35d - 42.$

$42 - 26 \geq 9d^2 - 4d^2$

$16 \geq 5d^2$

$\frac{16}{5} \geq d^2$

$-\frac{4}{\sqrt{5}} < d < \frac{4}{\sqrt{5}}$, $d = -1, 0, 1$

$f \leq g$

нет реш.

$60 - 45 = 15$

$15 - 17 = -2$

$42 - 26 = 16$

Горизонт.

$a^2+b^2 \le \min(2a+2b; 2)$

$x \le \min(5; 10)$

$$\left[\begin{array}{l} a^2+b^2 \le 2a+2b \\ a^2+b^2 \le 2 \end{array}\right.$$

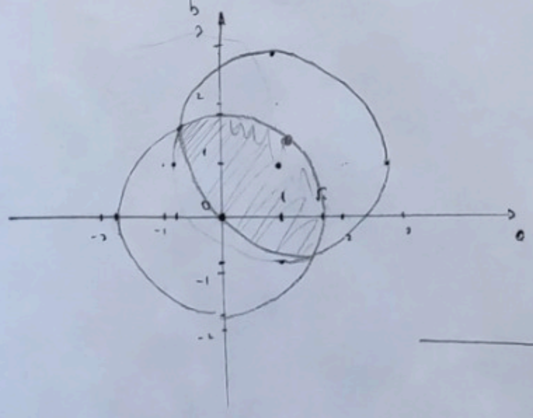
$$\begin{cases} x \le 5 \\ x \le 10 \end{cases}$$

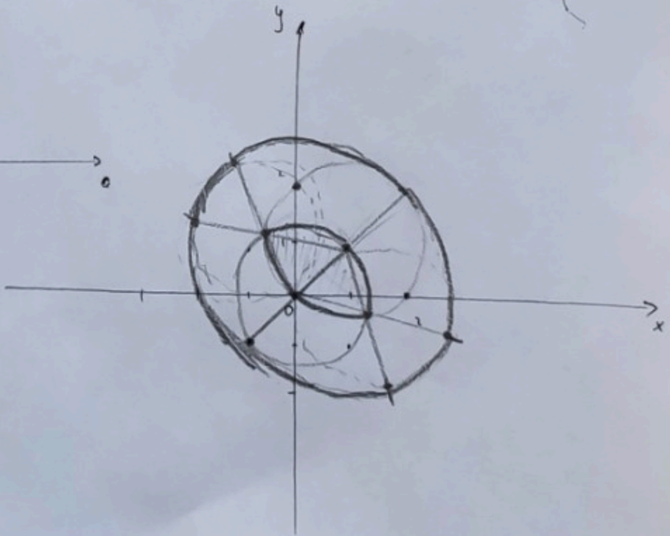
$(a^2-2a+1)-1 \quad +(b^2-2b+1)-1 \le 0$

$(a-1)^2+(b-1)^2 \le 2.$

$$\begin{cases} a^2+b^2 \le 2 \\ (a-1)^2+(b-1)^2 \le 2 \end{cases}$$

$$\left\{\begin{array}{l} \begin{cases} |a| \le \sqrt{2} \\ |b| \le \sqrt{2} \end{cases} \\ \\ \begin{cases} |a-1| \le \sqrt{2} \\ |b-1| \le \sqrt{2} \end{cases} \end{array}\right.$$





③

Черновик

$a_1 = -6$

$S = \frac{a_1 + a_{10}}{2} \cdot 10 = 5(a_1 + a_1 + 9d) = 10a_1 + 45d$

$$\begin{cases} a_7 \cdot a_{11} < S + 17 \\ a_6 \cdot a_{12} > S + 1 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ +\ 17 \\ \hline 62 \end{array}$$

$$\begin{cases} (a_1 + 6d)(a_1 + 10d) < 10a_1 + 45d + 17 \\ (a_1 + 5d)(a_1 + 11d) > 10a_1 + 45d + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a+6)(a+10) < 10a + 62 \\ (a+5)(a+11) > 10a + 46 \end{cases}$$

(4)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21104341**

ID профиля: **381793**

Вариант 17

Чистовик

№5.

$a = \log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1) = 2\log_{5x-1}(4x+1)$

$b = \log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2 = 2\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)$

$c = \log_{\left(\frac{x}{2}+2\right)}(5x-1)$

Ограничения:

$\begin{cases} \begin{cases} 4x+1>0 \\ 4x+1\neq 1 \end{cases} & \begin{cases} x>-\frac{1}{4} \\ x\neq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} \frac{x}{2}+2>0 \\ \frac{x}{2}+2\neq 1 \end{cases} & \begin{cases} x>-4 \\ x\neq -2 \end{cases} \\ \begin{cases} 5x-1>0 \\ \sqrt{5x-1}\neq 1 \end{cases} & \begin{cases} x>\frac{1}{5} \\ x\neq \frac{2}{5} \end{cases} \end{cases}$

$x \in \left(\frac{1}{5}; \frac{2}{5}\right) \cup \left(\frac{2}{5}; +\infty\right)$

1) $abc = 2\log_{5x-1}(4x+1) \cdot 2\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right) \cdot \log_{\left(\frac{x}{2}+2\right)}(5x-1) = 4$ (по св-вам логарифмов)

2) $\begin{cases} a = b \\ c = a-1 \end{cases}$

$abc = a^2(a-1) = 4$

$a^3 - a^2 - 4 = 0$

$(a-2)(a^2+a+2) = 0$

$a = 2$ $\quad a_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4\cdot 2}}{2}$: $D<0$ нет реш.

$2\log_{5x-1}(4x+1) = 2$

$\log_{5x-1}(4x+1) = 1$

$4x+1 = 5x-1$

$2 = x$

$\boxed{x=2}$ - проверим но

$b = 2\log_{4\cdot 2+1}(1+2) = 2\cdot\frac{1}{2} = 1$

Притом, что $a = 2$ - не подх.

3) $\begin{cases} a = c \\ b = a-1 \end{cases}$

$abc = a^2(a-1) = 4$

$a^3 - a^2 - 4 = 0$

$a = 2$ $\quad a^2+a+2=0$ нет реш.

$\boxed{x=2}$ - подходит.

проверим:

$c = \log_{\left(\frac{2}{2}+2\right)}(10-1) = \log_3 9 = 2 = a$

$b = 2-1 = 1 = 2\cdot\log_{4\cdot 2+1}(1+2) = 1$ - верно.

4) $\begin{cases} b = c \\ a = b-1 \end{cases}$ $\quad abc = b^2(b-1) = 4$

$b^3 - b^2 - 4 = 0$

$b = 2$ $\quad b^2+b+2=0$ нет реш.

Чистовик

№5.

4) $b = 2$

$2\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right) = 2$

$\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right) = 1$

$\frac{x}{2}+2 = 4x+1 \quad |\cdot 2$

$x+4 = 8x+2$

$2 = 7x$

$\boxed{x = \frac{7}{2}}$ – проверим.

$c = \log_{\left(\frac{7}{4}+\frac{8}{4}\right)}\left(\frac{35}{2}-\frac{2}{2}\right) = \log_{\frac{15}{4}}\left(\frac{33}{2}\right) \overset{?}{=} 2$

$\frac{33}{2} = \left(\frac{15}{4}\right)^2$

$33 \cdot 4 \cdot 4 = 2 \cdot 15 \cdot 15$

$2^4\, 3 \cdot 11 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$

неверно.

5) $x = 2$ подходит под ОДЗ, тогда

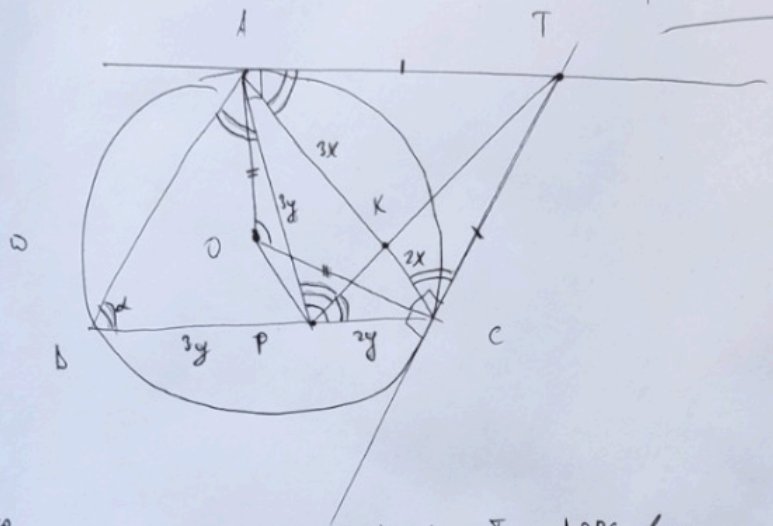
$\boxed{\text{Ответ: } x = 2}$

Чистовик

№6.

Ответ: а) $S_{ABC} = 25$

б) $AC = \sqrt{\frac{300}{7}}$



Дано

$AOPC$ – впис

$S_{APK} = 6$

$S_{CPK} = 4$

а) $S_{ABC} = ?$ (25)

б) $\angle ABC = \operatorname{arctg} \frac{7}{5}$

$AC = ?$ $\sqrt{\frac{300}{7}}$

а) 1) Т.к $AOPC$ – впис, то $\angle AOC = \angle APC$

2) Т.к $ATCO$ – впис (т.к $OA \perp AT$ и $OC \perp TC$ как радиусы в точки касания $\Rightarrow \angle OAT + \angle OCT = 180°$),

то $\angle ATC = 180 - \angle AOC$, тогда

$APCT$ – тоже впис, т.к $180° - \angle AOC = 180° - \angle APC$

3) Т.к $APCT$ – впис, то $\angle TAC = \angle TPC$

4) По св-ву впис. угла и угла между касательной и хордой $\underbrace{\angle TAC = \angle ABC}$

$\angle ABC = \angle KPC$ и $\triangle ABC \sim \triangle KPC$ по двум углам
- $\angle KPC = \angle ABC$
- $\angle ACB$ – общий.

5) Т.к $\triangle PKC$ и APK имеют общую высоту из P к AC,

то $\frac{KC}{AK} = \frac{S_{CPK}}{S_{APK}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

6) Но тогда $\triangle ABC \sim \triangle KPC$: $k = \frac{5}{2}$

тогда $S_{ABC} = k^2 \cdot S_{KPC} = \frac{25}{4} \cdot 4 = 25$.

(9)

Чистовик

№6.

б) $\angle ABC=\alpha$

1) Т.к. $APCT$ — впис, то $\angle TPC=\angle CAT=\alpha$

2) Т.к. $AT=CT$ (отрезки касательных), то $\angle TAC=\angle ACT=\alpha$

3) Т.к. $APCT$ — впис, то $\angle ACT=\angle APT=\alpha$.

4) Тогда PK — биссектриса $\triangle APC$ и по св-ву биссектрисы:

$$\frac{PC}{PA}=\frac{CK}{AK}=\frac{2}{3}$$

$PC=2y$; $PA=3y$.

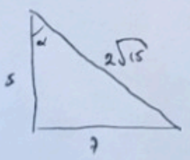
5) $AB \parallel PT$, т.к. $\angle ABC=\angle KPC=\alpha$.

Тогда $\angle BAP=\angle APK=\alpha$ - накрест лежащие

6) $S_{APC}=S_{APK}+S_{PKC}=10=\frac{1}{2}\cdot 3y\cdot 2y\cdot \sin(2\alpha)$

$20=6y^2\cdot\sin 2\alpha$

$$y^2=\frac{20}{6\sin 2\alpha}=\frac{10}{3\sin 2\alpha}=\frac{10}{3\cdot 2\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha}=\frac{5}{3}\cdot\frac{1}{\frac{7\cdot 5}{(2\sqrt{15})^2}}=$$



$\operatorname{tg}\alpha=\frac{7}{5}$

$\sin\alpha=\frac{7}{2\sqrt{15}}$

$\cos\alpha=\frac{5}{2\sqrt{15}}$

$$=\frac{\cancel{5}\cdot 4\cdot \cancel{15}^{5}}{\cancel{3}\cdot 7\cdot 5}=\frac{20}{7}.$$

$y=\sqrt{\frac{20}{7}}$

7) По т. косинусов из $\triangle APC$:

$AC^2=AP^2+PC^2-2AP\cdot PC\cdot\cos 2\alpha$

$AC^2=9y^2+4y^2-2\cdot 3y\cdot 2y\cdot\cos 2\alpha$

$AC^2=13y^2-12y^2\cdot\cos 2\alpha$

$AC^2=13y^2+12y^2\cdot\frac{1}{6}=15y^2=15\cdot\frac{20}{7}=\frac{300}{7}$

$\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1=$

$=2\cdot\frac{25}{4\cdot 15}-1=\frac{25}{30}-1=\frac{5}{6}-1=\frac{5}{6}-\frac{6}{6}=-\frac{1}{6}$

$AC=\sqrt{\frac{300}{7}}$

10

Чистовик

№4.

$(a; b; c) \in \mathbb{N}$ — кол-во = ?

$$\begin{cases} НОД(a; b; c) = 2\cdot 3 \\ НОК(a; b; c) = 2^{15}\cdot 3^{16} \end{cases}$$

$a = 2^{\alpha_1+1}\cdot 3^{\alpha_2+1}$

$b = 2^{\beta_1+1}\cdot 3^{\beta_2+1}$, т.к $a; b; c \ \vdots\ 6$

$c = 2^{\gamma_1+1}\cdot 3^{\gamma_2+1}$ и их НОК(a;b;c) — не содержит простых делителей помимо 2 и 3.

~~Пусть:~~

~~1) $a = 2\cdot 3$~~ 1) Т.к все три числа $\vdots\ 6$, ~~то~~ и их НОК не имеет простых делителей помимо 2 и 3, то какое-то у чисел это обязательно 6.

1) Пусть $a = 6$: (Также какое-то у чисел должно содержать в разложении 2^{15} и/или 3^{16}).

b | c

$2^{15}\cdot 3^{16}$ | $2^{\gamma_1}\cdot 3^{\gamma_2}$, $\gamma_1 \in [1; 15]$, $\gamma_2 \in [1; 16]$ | $\boxed{15\cdot 16}$

$2^{15}\cdot 3^{\beta_2}$, $\beta_2 \in [1; 16]$ | $2^{\gamma_1}\cdot 3^{16}$, $\gamma_1 \in [1; 15]$ | $\boxed{15\cdot 16} - \underbrace{1\cdot 15}$ т.к были посчитаны ранее. при $\beta_2 = 16$

$2^{\beta_1}\cdot 3^{16}$, $\beta_1 \in [1; 15]$ | $2^{15}\cdot 3^{\gamma_2}$, $\gamma_2 \in [1; 16]$ | $\boxed{15\cdot 16} - \underbrace{16}$ т.к были посчитаны ранее при $\beta_1 = 15$

$2^{\beta_1}\cdot 3^{\beta_2}$, $\beta_1 \in [1; 15]$, $\beta_2 \in [1; 16]$ | $2^{15}\cdot 3^{16}$ | $\boxed{15\cdot 16} - \underbrace{16 - 15}$ посчитаны ранее при $\beta_1 = 15$ и $\beta_2 = 16$

Всего: $4\cdot 15\cdot 16 - 2\cdot 16 - 2\cdot 15 =$
$= (4\cdot 15 - 2)16 - 2\cdot 15 = 58\cdot 16 - 2\cdot 15 = 898$

2) По аналогии поступаем со случаями $b = 6$ и $c = 6$.
При этом посчитали дважды следующие комбинации:
а) Какие-то два числа равны 6, ~~???~~ ~~???~~ оставшееся число — любое.

3) Всего: $3\cdot 898 - 2C_3^2\cdot 15\cdot 16 =$
$= 1254$

$\boxed{\text{Ответ: } 1254}$

(11)

шляют 2^{15} и 3^{16}

$N - T - D$

все; никто не 6; никто не имеет

2^{15} и 3^{16}

T_{n}

$N = 15^2 \cdot 16^3 - (15 \cdot 16 - 1)^3 -$

1 — 15

1 — 16

$2^{1-15} \cdot 3^{1-16}$

$T = (15 \cdot 16 - 1)^3$

никто не 6

$D = \underbrace{15^3 \cdot 16^3}_{\text{все}} - \underbrace{\quad}_{\text{имеются и } 2^{15} \text{ и } 3^{16}}$

никто не имеет 2^{15} и 3^{16}

$a; b; c$

$(a; b; c)$

$(15 \cdot 16 - 1)^2$

$(a; b; c)$

$2^{\alpha_1} \cdot 3^{\beta_1}$ $2^{b_1} \cdot 3^{\beta_2}$ $2^{\alpha_1} \cdot 3^{\alpha_2}$

$2 \cdot 3$

$2 \ldots\ldots$

$(2^3 - 1) \cdot (2^3 - 1)$

посчитаем 15-ую ст.; посчитаем 16-степень

$\overline{2} \; \overline{3} \quad \overline{2} \; \overline{3} \quad \overline{2} \; \overline{3}$

Черновик

$(6; \; 2^{\alpha_1} \cdot 3^{\beta_1} \; ; \; 2^{\alpha_2} \cdot 3^{\beta_2})$

$a = 6$

$$\begin{array}{r} 58 \\ \times\ 16 \\ \hline 348 \\ 58\ \ \\ \hline 928 \\ -\ \ 30 \\ \hline 898 \end{array}$$

1) Найти y через $S_{APC} = S_{APK} + S_{PKC}$

2) Найти x через т. Пифагора для $\triangle APC$.

$$\begin{array}{r} 898 \\ \times\ 3 \\ \hline 2694 \\ -\ 1440 \\ \hline 1254 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 16 \\ \hline 90 \\ 15 \\ \hline 240 \\ \times\ 6 \\ \hline 1440 \end{array}$$

$(6 \ \ b \ \ c) - 2 \cdot 15 \cdot 16$

$-2 \cdot C_3^2 \cdot 15 \cdot 16$

$\frac{3 \cdot 2}{2} = 3$

$a ; b ; c$

$(6 ; \_ ; \_)$

$= \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5} = 2\sqrt{15}$

$\sqrt{60} =$

$a^3 - 2a^2 + a^2 - 2a + 2a - 4 = 0$

$a^3 - a^2 - 4 = 0$

$(a-2)(a^2 + a + 2) = 0$

$a^3 - 2a^2 + a^2 - 2a - 4 = 0$

$a^3 - a^2 - 2a$

Черновик

a	b	c
$2 \cdot 3$	$2 \cdot 3$	$2 \cdot 3 = 6$
$15 \cdot 16$	$15 \cdot 16$	1

$a = 6$:

b	c	
$2^{15} \cdot 3^{16}$	$2^{1-p} \cdot 3^{1-q}$	$\boxed{15 \cdot 16}$
$2^{15} \cdot 3^{1-p}$, 16	$2^{14} \cdot 3^{16}$, 15	$\boxed{15 \cdot 16}$
$2^{14} \cdot 3^{1-p}$, $15 \cdot 16$	$2^{15} \cdot 3^{16}$	$\boxed{15 \cdot 16}$
$2 \cdot 3^{16}$, 15	$2^{15} \cdot 3$, 16	$\boxed{15 \cdot 16}$

⑤

Черновик

$$\begin{cases} \text{НОД}(a; b; c) = 2 \cdot 3 \\ \text{НОК}(a; b; c) = 2^{15} \cdot 3^{16} \end{cases}$$

1) ~~a = 6, никто не~~ 6.

$\cancel{1} - 15$

$3 \cdot \qquad 2^{15}$:

$$\left(3 \cdot \left(\cancel{14 \cdot 14} \cdot 14^2 \cdot 15^3\right) + 3 \cdot 14 \cdot 15^3 + 1 \cdot 15^3\right)$$

3

6

Черновик.

№4.

A = N − T − D, где A − ответ на задачу.

N − общее число способов: $(15\cdot 16)^3$

T − ни одно число не C: $(15\cdot 16-1)^3$

D − не найдутся чисел или число, что НОК$(a, b, c) = 2^{15}\cdot 3^{16}$,

D:

1) Разрешено только 2^{15}:

$$3\cdot 14^2\cdot 15^3 + 3\cdot 14\cdot 15^3 + 1\cdot 15^3$$

2) Разрешено только 3^{16}:

$$3\cdot 15^2\cdot 14^3 + 3\cdot 15\cdot 14^3 + 1\cdot 14^3$$

3) Не разрешены оба:

$$14^3\cdot 15^3$$

$$A = (15\cdot 16)^3 - (15\cdot 16-1)^3 - \big(3\cdot 14^2\cdot 15^3 + 3\cdot 14\cdot 15^3 + 15^3 + 14^3\cdot 15^3 + 3\cdot 15^2\cdot 14^3 + 3\times$$
$$\times 15\cdot 14^3 + 14^3\big)$$

7