Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21104238**

ID профиля: **825397**

Вариант 17

[redacted] Чистовик №2

① $a_1 + a_2 + \dots + a_9 + a_{10} = S = \frac{a_1 + a_{10}}{2} \cdot 10 = 5(a_1 + a_{10}) = 5(a_1 + a_1 + 9d) = 10a_1 + 45d$

$$\begin{cases} a_6 \cdot a_{12} > S+1 \Leftrightarrow (a_1+5d)(a_1+11d) > S+1 \Leftrightarrow a_1^2 + 16a_1d + 55d^2 > S+1 \\ a_7 \cdot a_{11} < S+17 \Leftrightarrow (a_1+6d)(a_1+10d) < S+17 \Leftrightarrow \underbrace{a_1^2 + 16a_1d + 60d^2 < S+17 = S+1+16 = a_1^2+16a_1d+55d^2+16} \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$(a_1^2 + 16a_1d + 60d^2) - (a_1^2 + 16a_1d + 55d^2) < 16$$

$$\parallel$$

$$5d^2 < 16$$

$$\Updownarrow$$

$$d^2 < 3{,}2$$

Т. к. А.п. возрастающая $\Rightarrow d > 0$ $\Big\} \Rightarrow d = 1$

$a_1^2 + 16a_1d + 55d^2 > S+1 = 10a_1 + 45d + 1 \Leftrightarrow a_1^2 + 16a_1 + 55 > 10a_1 + 46 \Leftrightarrow a_1^2 + 6a_1 + 9 > 0 \Rightarrow \cancel{D} = 0$

$\underline{a_1 \neq -3}$

$a_1^2 + 16a_1d + 60d^2 < S + 16 = 10a_1 + 45d + 16 \Leftrightarrow a_1^2 + 16a_1 + 60 < 10a_1 + 62 \Leftrightarrow a_1^2 + 6a_1 - 2 < 0$

$D = 44$

$a_{1,2} = \frac{-6 \pm 2\sqrt{11}}{2} = -3 \pm \sqrt{11}$

$\underline{a_1 \in (-3-\sqrt{11}; -3+\sqrt{11})}$

$$\begin{cases} a_1 \in \mathbb{Z} \\ a_1 \in (-3-\sqrt{11}; -3+\sqrt{11}) \\ a_1 \neq -3 \end{cases} \Rightarrow$$

Ответ:

$$\left[\begin{array}{l} a_1 = -6 \\ a_1 = -5 \\ a_1 = -4 \\ a_1 = -2 \\ a_1 = -1 \\ a_1 = 0 \end{array} \right.$$

$\sqrt{11} < \sqrt{16} = 4$

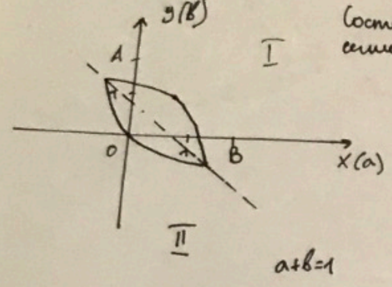
$\sqrt{11} > \sqrt{9} = 3$

[redacted] Чистовик №1

③ Найдем область всех пар (a, b) на плоскости

Из $a^2+b^2 \le \min(2a+2b, 2) \Rightarrow \left[\begin{cases} a^2+b^2 \le 2 \\ a+b \ge 1 \end{cases} \atop \begin{cases} a^2+b^2 \le 2a+2b \\ a+b<1 \end{cases}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{cases} a^2+b^2 \le 2 \\ a+b \ge 1 \end{cases} \ \mathrm{I} \atop \begin{cases} (a-1)^2+(b-1)^2 \le 2 \\ a+b<1 \end{cases} \ \mathrm{II}\right.$

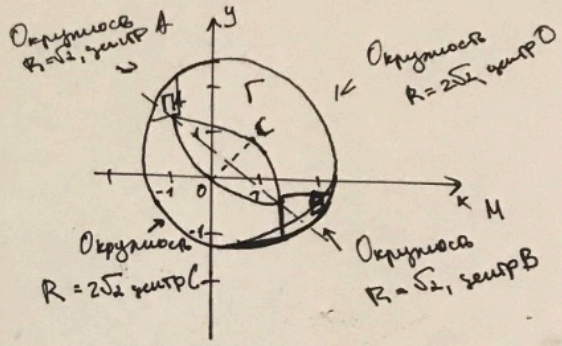
На плоскости



Состоит из двух сегментов окружности радиуса $\sqrt{2}$

Заметим, что $(x-a)^2+(y-b)^2 \le 2$ пары лежат внутри окружности радиуса $\sqrt{2}$

Тогда граница M будет лежать:



Найдем A, B

из условия $\begin{cases} a^2+b^2=2 \\ a+b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} A\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \\ B\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \end{matrix}$

$O(0,0)$, $C(1,1)$

Найдем угол $\angle AOC$, $\cos\angle AOC = \frac{\vec{OA}\cdot\vec{OB}}{|\vec{OA}|\cdot|\vec{OB}|} = \frac{\left[\frac{1}{4}-\frac{3}{4}\right]+\left[\frac{1}{4}-\frac{3}{4}\right]}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} = -\frac{1}{2}$

$\Rightarrow \angle AOC = \frac{2\pi}{3}$. Тогда площадь сегмента $\Gamma = \frac{\frac{2\pi}{3}\cdot 8}{2} - S_{\triangle OAB} =$

$= \frac{8\pi}{3} - \frac{1}{2}\cdot AO\cdot BO\cdot\sin\frac{2\pi}{3} = \frac{8\pi}{3} - \frac{1}{2}\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{8\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$

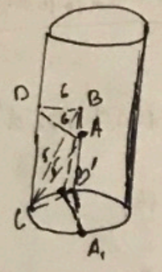
Площадь сегмента $\Pi = \frac{\frac{\pi}{3}\cdot(\sqrt{2})^2}{2} = \frac{\pi}{3}$, ($\frac{\pi}{3}$ - в силу того, что сегмент опирается продолжения сторон OA и AC, $\triangle OAC$ - равносторонний)

Отсюда площадь $M = 2S_\Gamma + 2S_\Pi = \frac{16\pi}{3} - \sqrt{3} + \frac{2\pi}{3} = 6\pi - \sqrt{3}$

Ответ: площадь M равна $6\pi - \sqrt{3}$

[redacted] Чистовик √3

② CDИ ось цилиндра $\Rightarrow CD \in$ образующей не теряя общность предположим $C \in$ основанию. Пусть $CD = h$



1. Спроектируем A и B на основание и получим A' и B' соответственно (AA', $BB' \parallel$ оси $\Rightarrow$ $\Rightarrow AA' \parallel BB' \parallel CD$)

2. Так как A', B' – проекции $\Rightarrow AA', BB' \perp$ основанию $\Rightarrow$ $\Rightarrow \triangle CAA'$, $\triangle CBB'$ – прям.

3. $\triangle CDA = \triangle CDB$ – по трем сторонам $\Rightarrow \angle DCA = \angle DCB$ ($CD \perp$ основанию $\Rightarrow$ $\cancel{CD \perp CB'}$, $CD \perp CB', CA'$) $\Rightarrow$ $\Rightarrow \angle ACA' = \angle BCB'$

4. $\left.\begin{array}{l} \angle ACA' = \angle BCB' \\ \triangle CAA', \triangle CBB' \text{ – прям} \end{array}\right\} \Rightarrow \triangle CAA' = \triangle CBB' \Rightarrow AA' = BB'$ ($AA', BB' \perp A'B'$) $CB' = CA'$

$\Rightarrow A'B' = 2$

5. По теореме синусов $2R = \dfrac{A'B'}{\sin \angle B'CA'} = \min 2R \Leftrightarrow \sin \angle B'CA' = 1 \Rightarrow$ $\Rightarrow \angle B'CA' = 90°$ $\Rightarrow$ по теореме Пифагора ($CB' = CA'$) $\Rightarrow CA' = CB' = \sqrt{2} \Rightarrow$ $\Rightarrow \cos \angle ACA' = \dfrac{\sqrt{2}}{5}$, $\sin \angle ACA' = \dfrac{\sqrt{23}}{5}$.

6. Рассмотрим $\triangle CDA$, $\angle DCA = 90° - \angle ACA'$ (в силу $CD \perp CA'$) (Так же $C; D, A, A'$ – лежат в одной плоскости, в силу $AA' \parallel CD$) Теорема косинусов:

$AD^2 = CD^2 + CA^2 - 2CD \cdot CA \cos \angle CDA \Leftrightarrow 36 = h^2 + 25 - 2 \cdot h \cdot 5 \cdot \cos(90° - \angle ACA')$

$\Leftrightarrow 36 = h^2 + 25 - 2 \cdot 5 \cdot h \cdot \dfrac{\sqrt{23}}{5} \Leftrightarrow h^2 - 2h\sqrt{23} - 11 = 0 \Leftrightarrow h_{1,2} = \dfrac{2\sqrt{23} \pm 2\sqrt{34}}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow h = \sqrt{23} + \sqrt{34}$

Ответ: $h = \sqrt{23} + \sqrt{34}$

[redacted] И.

Черновик

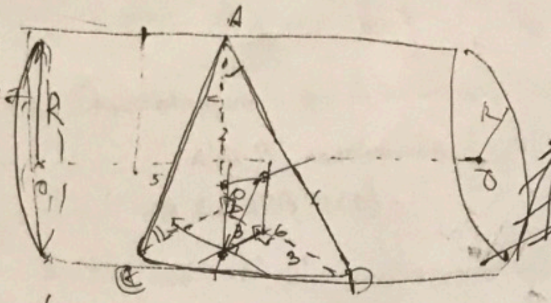
$$\begin{cases}(a_1+8b)^2-8b^2 > 10a_1+45b+1\\(a_1+8b)^2-4b^2 \geq 10a+45b+17\end{cases}$$

$$(a_1+8b-3b)(a_1+8b+3b) > 10a+45b+1$$

$$(a_1+8b-2b)(a_1+8b+2b) > 10a+45b+17$$

$$\begin{cases}(a_1+5b)(a_1+11b) \geq 10a+45b+1\\(a_1+6b)(a_1+10b) \geq 10a+45b+17\end{cases}$$

$$\begin{cases}(a_1+5b)(a_1+11b)-10a-45b-1>0\\(a_1+6b)(a_1+10b)-10a-45b-17>0\end{cases}$$



$AB=2$

$AD=DB=6$.

CD – ?

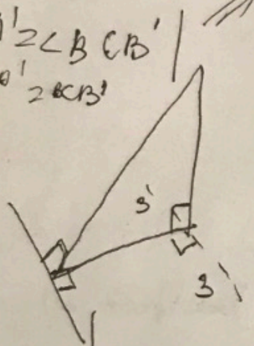
$R \to min$

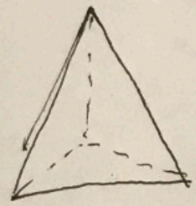
$ACA' = \angle BCB'$

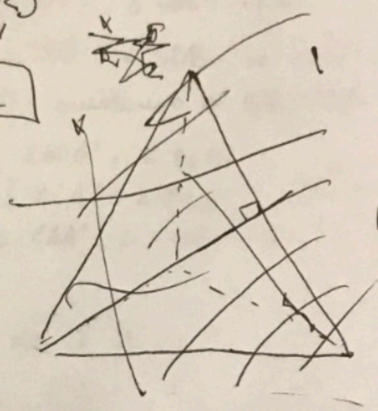
$ACA' = BCB'$

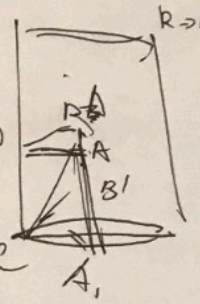
$CAA' = CBB'$

$\boxed{A'B'=2}$









1) K – середина

$AK = KD = 3$.

$AN = NC = 2$.

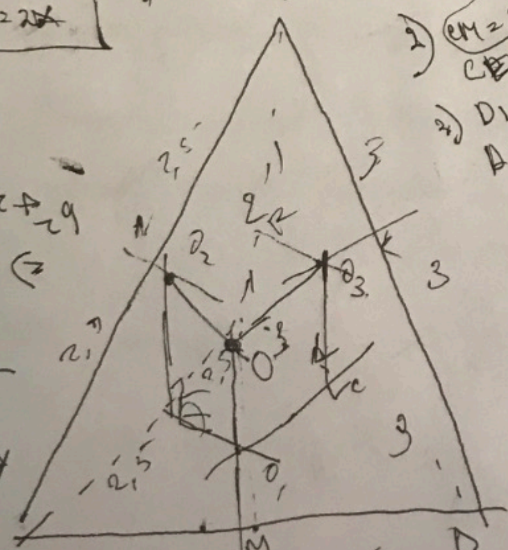
2) $CM = MD = 2$.

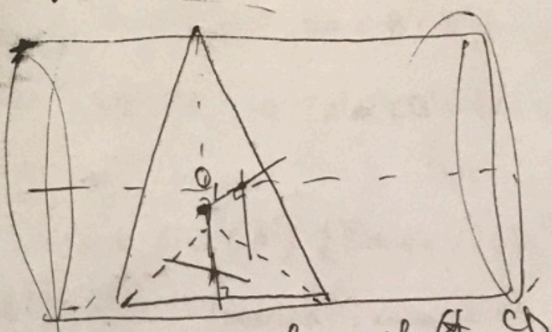
$CE = ED = 2{,}5$.

3) $DL = LB = 3$

$AR = RB = 1$

$\boxed{CD = 2}$





$\frac{CD}{CE}$

• O – центр тетраэдра

$\Rightarrow$

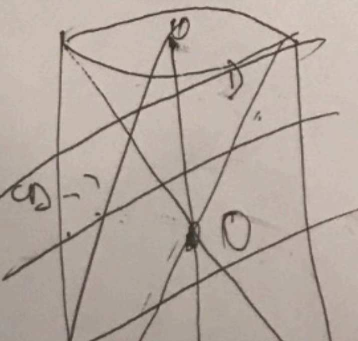
$\Delta \; 2R = \frac{A'B'}{\sin B'CA}$

$\Rightarrow \sin B'CA = 1$

$\Rightarrow B'CA' = 90$

$\Rightarrow CB' = CA'$

$CA' = \sqrt{2}$.



O по ТП $\angle C = \angle COM$

$O_1M \perp EO_1$

$EO_2 \perp NO_2$

$KO = \rho(O; CD)$ – мин. R, если CD – мин

Черновик

№1

когда ар. в.о.: a_1 a_2 a_3 $a_1, a_2, a_3 \ldots$

$(a_1+8b)^2 - 8b^2 > 10a_1 + 40b$ a_6 a_{12}

$a_7 \cdot a_{11} > S_{10}+17$.

$a_6 \cdot a_{12} > S_{10}+1$

$(a_1+8b)^2 - 45b^2 > 10a_1 + 45b + 1$

S-первые 10

$a_2 = a_1 + b$

$a_3 = a_1 + 2b$

$a_4 = a_1 + 3$

$a_1 = 0$, $a_2 = a_1 + b$, $a_3 = a_1 + 2b$, $a_4 = a_1 + 3b$, $a_5 = a_1 + 4b$, $a_6 = a_1 + 5b$, $a_7 = a_1 + 6b$, $a_8 = a_1 + 7b$, $a_9 = a_1 + 8b$, $a_{10} = a_1 + 9b$

$a_{11} = a_1 + 10b$

$a_{12} = a_1 + 11b$

$S_n = na_1 + b + 2b + 3b + b(n-1)$.

$S_n: na_1 + b(1+2+3+4+5+6+7+8+9)$.

$S_n = 10a_1 + 45b$.

$a_6 = a_1 + b(1+2+3+4+5)$

$a_6 = a_1 + 15b$

$a_6 \cdot a_{12} > S+1$.

$$\begin{cases} (a_1+5b)(a_1+11b) > 10a_1 + 45b + 1 \\ (a_1+6b)(a_1+10b) > 10a_1 + 45b + 17 \end{cases}$$

$10a_1 + 45b$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2 + 5a_1b + 11a_1b + 55b^2 > 10a_1 + 45b + 1 \\ a_1^2 + 10a_1b + 6ab + 60b^2 > 10a + 45b + 17 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 16ab + 55b^2 > 10a_1 + 45b + 1 \\ a_1^2 + 16ab + \cancel{60b} 60b^2 > 10a + 45b + 17 \end{cases}$$

$64b^2 - 55b^2$.

$$\Rightarrow \begin{cases} (a_1 + 8b)^2 - 9b^2 > 10a_1 + 45b + 1 \\ (a_1 + 8b)^2 - 4b^2 > 10a + 45b + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (a_1+8b)^2 > 9b^2 + 10a + 45b + 1 \\ (a_1+8b)^2 > 4b^2 + 10a + 45b + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 \ne 7 \\ a_1 \in (-3-\sqrt{\ }; -3+\sqrt{\ }) \\ a_1 \ne -3 \end{cases}$$

$a_1 = -5$, $a_1 = -4$, $a_1 = -2$, $a_1 = -1$, $a_1 = 0$

$(a+8b-1)(a+8b+1) > 8b^2 + 10a + 45b$

$\cancel{8b(b+5)+10a}$

$a_1^2 + 110b + 55b^2 > 10a + 45b + 1$

$a^2 + 10a + 25 = (a+5)^2 - 24$

$a(a-10) + 5b(11b-9)$

$55b^2 - 45b$

$5(2a+9b)$.

2

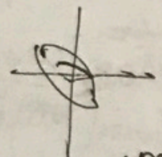
ЧЕРНОВИК

√3

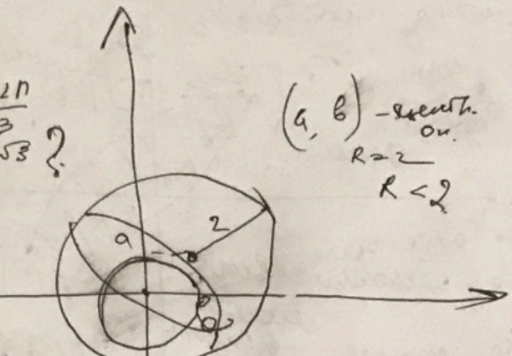
$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 2\\ a^2+b^2\le \min(2a+2b;\ 2).\end{cases}$$

$S-?$

$M = 2S_r + 2S_n = \frac{16\pi}{3} - \sqrt{3} + \frac{2\pi}{3} = 6\pi - \sqrt{3}$?



(a, b) — центр. ок.
$R=2$
$R<2$



$\cos\alpha = \dfrac{\left[\frac{1}{4}-\frac{3}{4}\right]+\left[\frac{1}{4}-\frac{3}{4}\right]}{\sqrt{2}^2} = -\frac{1}{2}$

$\boxed{\alpha = \frac{3\pi}{2}}$

1 ок. $(a;b)$ $R=2.$
$(0;0)$ $R\le 2$

$\boxed{2S_n.\quad S = \frac{8\pi}{3} - \frac{1}{2}AO\cdot BO \cancel{\sin\frac{\alpha}{2}} = 6\pi-\sqrt{3}}$

2 ок. $O\ (0;0)$ $R\le 2$

$\left[\begin{array}{l} R=2 \ (1)\\ R=2a+2b\ (2)\end{array}\right.$

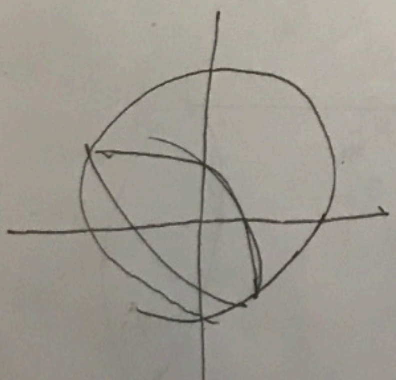
$\dfrac{-\frac{2}{4}+\frac{-2}{4}}{2} = -\frac{1}{2}$ $x=a$, $y=b$. $R=2a+2b.$

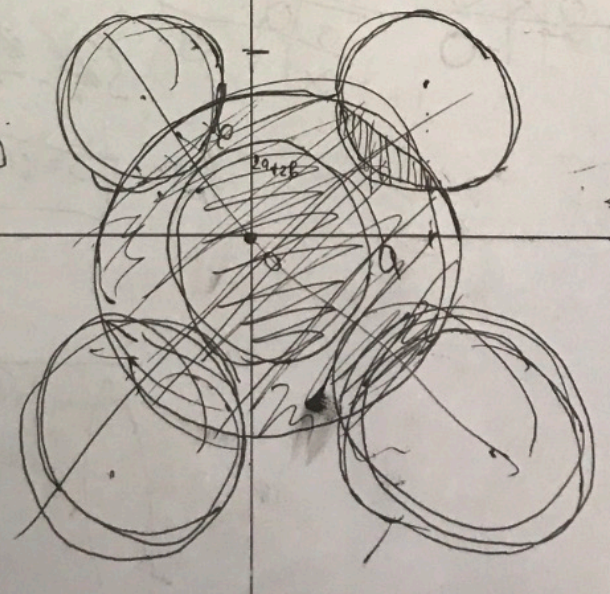
$2a+2b<a.$

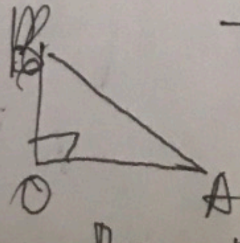
$a<-2b.$

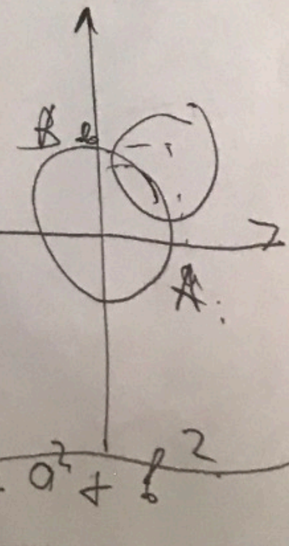
$b<-2a$

для 2 случая:
$2a+2b<2$
$a+b<1$









5) $\cancel{\begin{cases}a^2+b^2\le 2\\ a+b\ge 2\end{cases}}$

~~по т. Пиф.~~ $BA^2 = a^2+b^2$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21104238**

ID профиля: **825397**

Вариант 17

Чистовик №4

⑤ Перепишем эти числа следующим образом:

$$\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1) = 2\log_{5x-1}(4x+1) = 2\frac{\ln(4x+1)}{\ln(5x-1)} = A$$

$$\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2 = 2\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right) = 2\frac{\ln(\frac{x}{2}+2)}{\ln(4x+1)} = B\ (*)$$

$$\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1) = \frac{\ln(5x-1)}{\ln(\frac{x}{2}+2)} = C$$

ОДЗ

$$\begin{cases} 5x-1>0 \\ 5x-1\neq 1 \\ 4x+1>0 \\ 4x+1\neq 1 \\ \frac{x}{2}+2>0 \\ \frac{x}{2}+2\neq 0 \end{cases} \iff \begin{cases} x>\frac{1}{5} \\ x\neq\frac{2}{5} \end{cases}$$

// $(*)$ $\frac{x}{2}+2>0$, на ОДЗ

Заметим $ABC=4$ $\forall x$, по условию два числа равны, третье меньше их на 1 $\Rightarrow$ $\bar{A}^2(\bar{A}-1)=4 \iff \bar{A}^3-\bar{A}^2-4=0$

$\bar{A}=2$ - корень $\Rightarrow$ $(\bar{A}-2)(\bar{A}^2+A+2)=0$, $\bar{A}=2$ - единственный не комплексный корень.

$D<0$

$2\log_{5x-1}(4x+1)=2 \iff 5x-1=4x+1 \iff x=2$

$2\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)=2 \iff 4x+1=\frac{x}{2}+2 \iff \frac{7}{2}x=1 \iff x=\frac{2}{7}$ (∉ОДЗ)

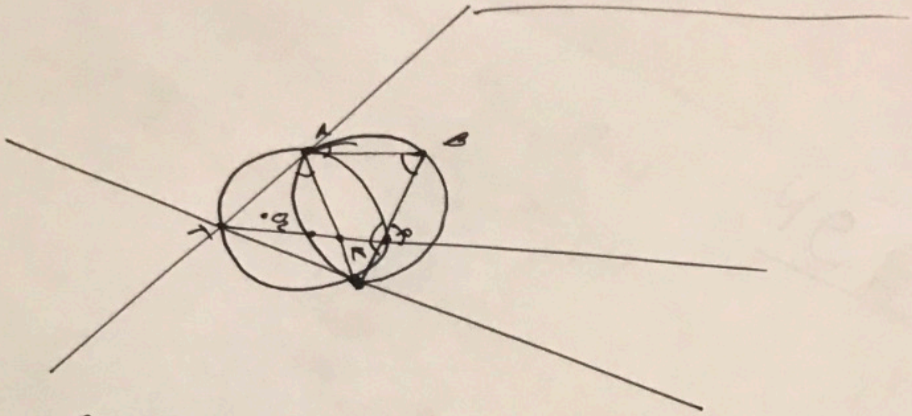
[redacted] $\log_{(\frac{x}{2}+2)}(5x-1)=2 \iff \left(\frac{x}{2}+2\right)^2=(5x-1) \iff x^2-12x+20=0$

$\iff$ $x_1=2$
$x_2=10$

Только числа A и C совпадают при $x=2$ $\Rightarrow$ $(x=2)$

Ответ: $x=2$

Чистовик № 6.



Пусть $S_{\triangle APK} = S_1$, $S_{\triangle CPK} = S_2$. Пусть окр. прох. через $A, O, C = \Omega$

1. AT, CT - кас $\Rightarrow AO \perp AT$, $CT \perp CO$, пусть AT пересекает Ω в T_1, CT пересекает Ω в $T_2 \Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle AOT_1, \triangle COT_2$ - прям.
$\Rightarrow \angle OAT_1, \angle OCT_2$ - опирающиеся на диаметр Ω, содержащий $O \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle OAT_1, \angle OCT_1$ - опирающиеся на один и тот же диаметр $\Rightarrow$
$\Rightarrow T_1 = T_2 = T$, $T \in \Omega$

2. AT, CT - кас. $\Rightarrow AT = CT \Rightarrow \angle TAC = \angle TCA$, $\angle TPC = \angle TAC$ (опир. на $\angle TC$),
$\angle TAC = \angle ABC$ ($\angle TAC = \angle TCA$, $\angle TPC = \angle TAC$) $\Rightarrow \angle ABC = \angle TPC \Rightarrow AB \parallel TP$ в силу равенства соответств. углов при секущей

3. $\triangle ABC \sim \triangle CPK$ в силу $\angle TPC = \angle ABC$, $\angle BAC = \angle PKC$ ($PK \parallel AB$, AK сек)
$\Rightarrow \frac{BC}{PC} = \frac{AC}{KC} \Leftrightarrow \frac{BP+PC}{PC} = \frac{AK+KC}{KC} \Leftrightarrow \frac{BP}{PC} = \frac{AK}{KC}$, $\frac{AK}{KC} = \frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{1}{2} h \cdot AK}{\frac{1}{2} h \cdot KC}$

4. $\angle BPA = 180^\circ - \angle APC \Rightarrow \sin(\angle BPA) = \sin(\angle APC)$. Пусть $S_3 = S_{\triangle BPA}$

Заметим: $\begin{cases} S_3 = \frac{1}{2} BP \cdot AB \sin \angle BPA \\ S_1 + S_2 = \frac{1}{2} AB \cdot PC \sin \angle APC \end{cases} \Rightarrow \frac{S_3}{S_1 + S_2} = \frac{BP}{BC} = \frac{S_1}{S_2}$

$S_3 = \frac{S_1}{S_2}(S_1 + S_3) = \frac{6}{4}(6+4) = 15$ $\quad S_{\triangle ABC} = S_1 + S_2 + S_3 = \underline{25}$

Чистовик 5

(4)
$$\begin{cases} \text{НОД}(a,b,c) = 6 \\ \text{НОК}(a,b,c) = 2^{15}\cdot 3^{16} \end{cases}$$

$a = 2^{i}\cdot 3^{j}$

$b = 2^{i'}\cdot 3^{j'}$

$c = 2^{i''}\cdot 3^{j''}$

Так как $\text{НОД}(a,b,c) = 2^1\cdot 3^1 \Rightarrow \begin{cases} \text{Одна из } i \text{ точно равна } 1 \\ \text{Одна из } j \text{ точно равна } 1 \end{cases}$

Так как $\text{НОК}(a,b,c) = 2^{15}\cdot 3^{16} \Rightarrow \begin{cases} \text{НОК}(j, j'; j'') = 16 \\ \text{НОК}(i, i'', i') = 15 \end{cases}$

Получим

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \left[\begin{array}{l} i = 1 \\ i' = 1 \\ i'' = 1 \end{array}\right. \\ \text{НОК}(i; i'; i'') = 15 \end{cases} \\ \begin{cases} \left[\begin{array}{l} j = 1 \\ j' = 1 \\ j'' = 1 \end{array}\right. \\ \text{НОК}(j, j'; j'') = 16 \end{cases} \end{array}\right.$$

$\Rightarrow$ Имеем след. варианты: $(1,1,15)$; $(1,15,1)$; $(15,1,1)$; $(1,3,5)$; $(1,5,3)$; $(3,1,5)$; $(5,1,3)$; $(3,5,1)$; $(5,3,1)$ – 9 вариантов

$\Rightarrow$ Имеем след. варианты: $(1,1,16)$; $(1,16,1)$; $(16,1,1)$ – 3 вар.

Тогда при перемножении $9\cdot 3$ мы получаем 27 вариантов, но есть и одинаковые случаи

Такие как:

$(1,1,16)$, $(1,15,1)$ и $(1,1,16)$, $(15,1,1)$ – 1

$(1,16,1)$, $(15,1,1)$ и $(1,16,1)$, $(1,1,15)$ – 1

$(16,1,1)$, $(1,15,1)$ и $(16,1,1)$, $(1,1,15)$ – 1

.....

По итогу у нас остается лишь 5 случаев

1. $(1,1,16)$, $(1,1,15)$
2. $(1,1,16)$, $(1,15,1)$
3. $(1,1,16)$, $(1,3,5)$
4. $(1,1,16)$, $(1,3,5)$
5. $(1,1,16)$, $(3,5,1)$

Ответ: Если мы рассматриваем повторения имен (a, b, c – не равнозначные), то 27. Если не рассматриваем, то 5

ЧЕРНОВИК

$\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1) = \log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2$

$= \log$

(1) $\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1) = \log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1) - 1$

$= \log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2 - 1$

(2) $\begin{cases} \log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2 = \log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1) \\ \log_{\sqrt{5x-1}} = \log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2 - 1 \\ \quad = \log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1) - 1 \end{cases}$

$\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1) = \log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)$

$\frac{1}{2}\log_{5x-1}(4x+1) = 2\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2$

(3) $\begin{cases} \log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1) = \log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1) \\ \log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2 = \log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1) - 1 \\ \quad = \log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1) - 1 \end{cases}$

1) $\log_{5x-1}(4x+1) = 4\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)$

$\frac{1}{\log_{4x+1}(5x-1)} = 4\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)$

$1 = 4\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)\cdot\log_{4x+1}(5x)$

$4\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)\cdot\log_{4x+1}(5x-1) - 1 = 0$

2) $\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1) = \frac{1}{2}\log_{\frac{4x+1}{5x-1}}(4x+1) - 1$

$\frac{1}{2}\log_{5x-1}$

$2\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right) = \log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1) - 1$

$2\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right) = \log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1) - \log_{\frac{x}{2}+2}\left(\frac{x}{2}+2\right)$

$2\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right) = \log_{\frac{x}{2}+2}\left(\frac{5x-1}{\frac{x}{2}+2}\right)$

$\frac{2}{\log_{\frac{x}{2}+2}(4x+1)} = \log_{\frac{x}{2}+2}\left(\frac{5x-1}{\frac{x}{2}+2}\right)$

$\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1) = \frac{1}{2}\log_{5x-1}\left(\frac{4x+1}{5x-1}\right)$

$\frac{x}{2}+2$ $\quad \frac{1}{\log_{(5x-1)}\left(\frac{x}{2}+2\right)} = \frac{1}{2}\log_{5x-1}\left(\frac{4x+1}{5x-1}\right)$

$2 = \log_{\frac{x}{2}+2}(4x+1)\cdot\log_{\frac{x}{2}+2}\left(\frac{5x-1}{\frac{x}{2}+2}\right)$

$2 = \log_{\frac{x}{2}+2}(4x+1)\left(\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1) - 1\right)$

$\log_{\frac{x}{2}+2}(4x+1)\cdot\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1) - \log_{\frac{x}{2}+2}(4x+1) - 2\log_{\frac{x}{2}+2}\left(\frac{x}{2}+2\right) = 0$

$\boxed{x=2 - ?}$ — перепроверить!

21104238 (U825397 M1299602)

ЧЕРНОВИК

№4 (a,b,c) — ?

11 240
240 1 1
1 240 1

не кв. 2.!

НОД

16 вариантов (3)
15 вариантов (2)

15·16

27 ?

$\begin{cases} НОД(a,b,c)=6 \\ НОК(a,b,c)=2^{15}\cdot 3^{16} \end{cases}$

1) $2\cdot 3$ $\quad 2^{15}\cdot 3$ $\quad 3^{16}\cdot 2$

2) $2\cdot 3^{2}$ $\quad 2^{15}\cdot 3$ $\quad 3^{16}\cdot 2$

3) $2\ldots$

— 16.

$15 \cdot 16 = 240$

$\cancel{3\cdot 2}$ $\quad 240\cdot 3 \to$? $\quad \cancel{250}$ — ?

ОДЗ: $x=-\frac{2}{5}$

$5x-1>0$, $5x>1$, $x>\frac{1}{5}$

$4x+1>0$, $4x>-1$, $x>-\frac{1}{4}$

$4x+1>0$, $x>-\frac{1}{4}$

$\frac{x}{2}+2>0$, $\frac{x}{2}>-2$, $x>-4$

$5x-1>0$, $5x>1$, $x>\frac{1}{5}$

№5

$\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)$ — a $\qquad \log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2$ — b $\qquad \log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)$ — c

$x > \frac{2}{5}$

1) $\begin{cases} a=b \\ c=a-1=b-1 \end{cases}$

2) $\begin{cases} b=c \\ a=b-1=c-1 \end{cases}$

3) $\begin{cases} a=c \\ b=a-1=c-1 \end{cases}$

1) $\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)=\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2.$

$\frac{1}{2}\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)=2\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)$

$\cancel{\dfrac{\log_{4x+1}(4x+1)}{\log_{4x+1}\sqrt{5x-1}}}$

$x>\frac{1}{5}$

$\cancel{x>4}$, $x\geq\frac{1}{3}$

$-\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, 4

$\log_{5x-1}(4x+1)=4\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right).$

$\dfrac{\log_{4x+1}(4x+1)}{\log_{4x+1}(5x-1)}=4\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right).$

$\cancel{\log 1 = 4\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+\ldots\right.}$

$\log_{4x+1}(4x+1)=4\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)\cdot\log_{4x+1}(5x-1).$

$\boxed{\begin{gathered}\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)=\tfrac{1}{2}\log_{5x-1}(4x+1)\\ \log_{4x+1}\left(\tfrac{x}{2}+2\right)^2=2\log_{4x+1}\left(\tfrac{x}{2}+2\right)\\ \log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)=\log_{\frac{x}{2}}(5x-1)\end{gathered}}$

2) $2\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)=\log_{\left(\frac{x}{2}+2\right)}(5x-1)$

$\cancel{2\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)=\log\left(\frac{x}{2}+\right.}\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1).$

$\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)=\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)-1$

$\frac{1}{2}\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)=\cancel{\log_{\frac{x}{2}}}+2(5x-1)-1$

$\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)=\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)-\log_{4x+1}4x+\ldots$

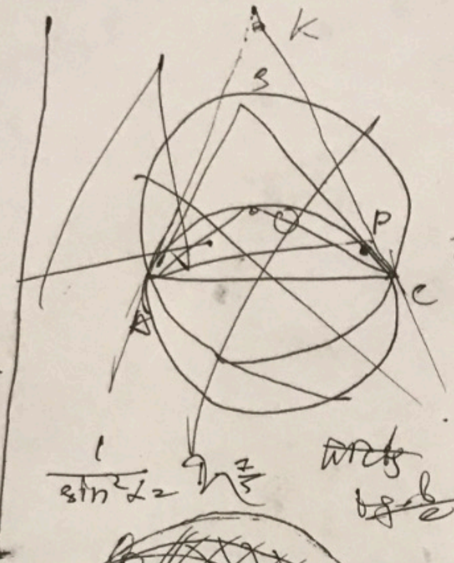
$\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)=\log_{4x+1}\dfrac{\left(\frac{x}{2}+2\right)[illegible]}{4x+1}$

$\ldots\log_{\frac{x}{2}+2}(4x+1)-2\log_{\frac{x}{2}+2}\left(\frac{x}{2}+2\right)\ldots$

ЧЕРНОВИК

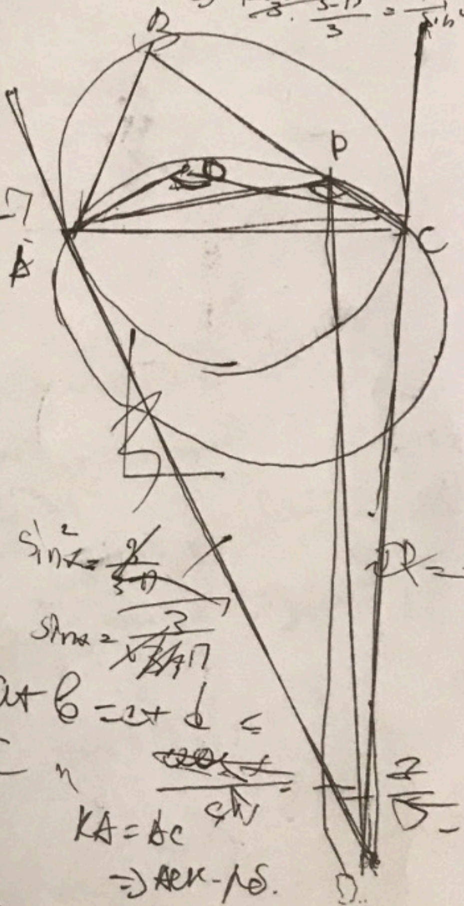
Дано:
ABC — треуг. — вписан $\omega_1(O)$
AOC — вписан в окр. $\omega_2 \cap BC = P$
$a \cap b = P$
$BP \cap AC = K$
$S_{\triangle APK} = 6$
$S_{\triangle CPK} = 4$

Найти: $ctg \angle ABC = \frac{7}{5}$
S_{ABC} — ?
$\angle ABC = arcctg \frac{7}{3}$
AC — ?



$\frac{1}{\sin^2 \angle} =$

$\angle AOC = \angle APC$ (вписан)
$\angle CAK = \angle ACK$
$\angle KAC = \angle PCA$
$\Rightarrow \triangle APC$ — р/б
$\triangle BPK$ р/б
O — пересеч. сер. перп.



$ctg \alpha = \frac{7}{5}$

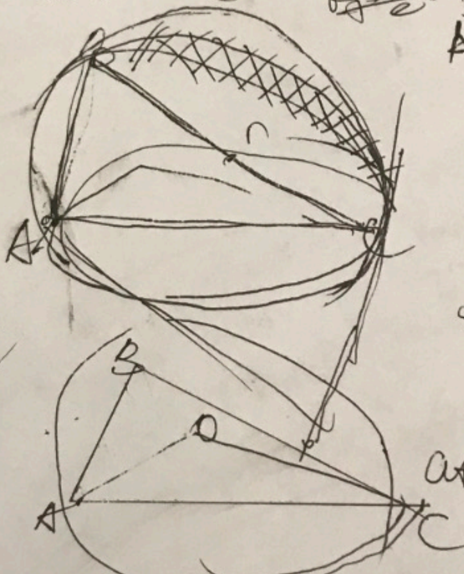
$\sin^2 \alpha =$

$a + b = 2r + d$

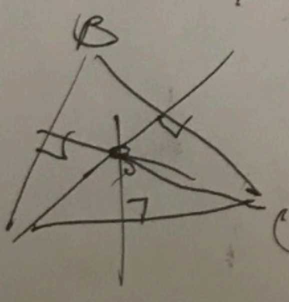
$KA = BC$
$\Rightarrow AKC$ — р/б.

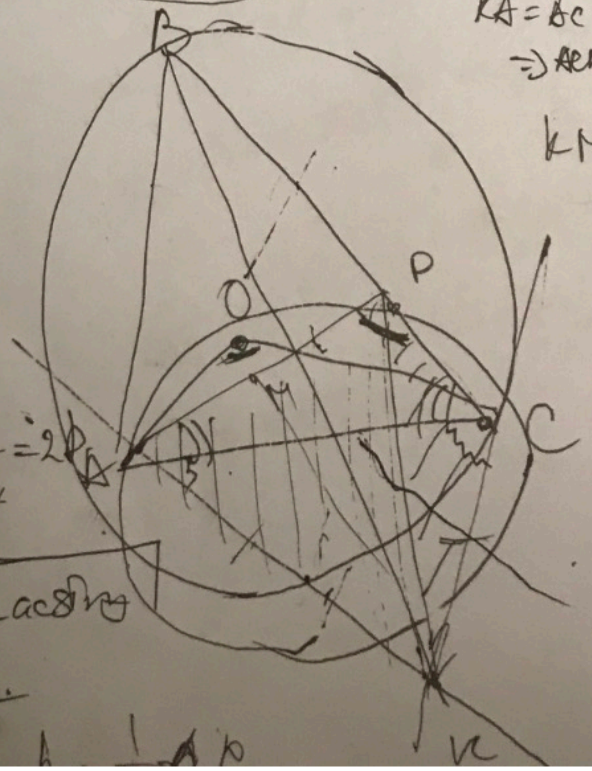
KM — меди. и высота.

$a + b = c + d$



$\frac{a}{b} = \frac{d}{c}$





по т. син. $\frac{d}{\sin \alpha} = \frac{a}{\sin \alpha} = 2R$

теор. ко. $d^2 = \sqrt{c^2 + a^2 - 2ac \cos}$