Часть 1

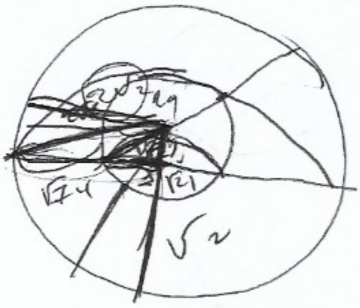
Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

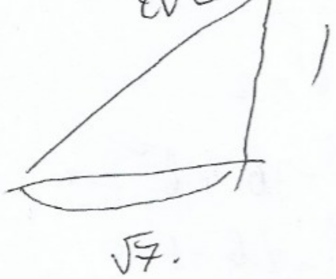
Шифр: **21103833**

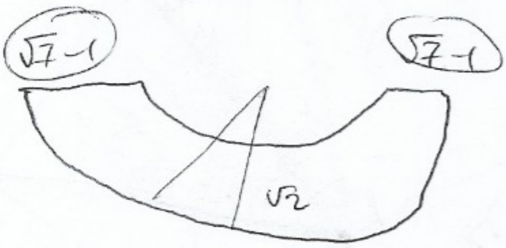
ID профиля: **302128**

Вариант 17

Черновик.







21103833 (U302128 M1297521)

Черновик

$$\begin{cases} a^2+b^2=2 \\ a+b=1 \end{cases} \qquad a=1-b$$

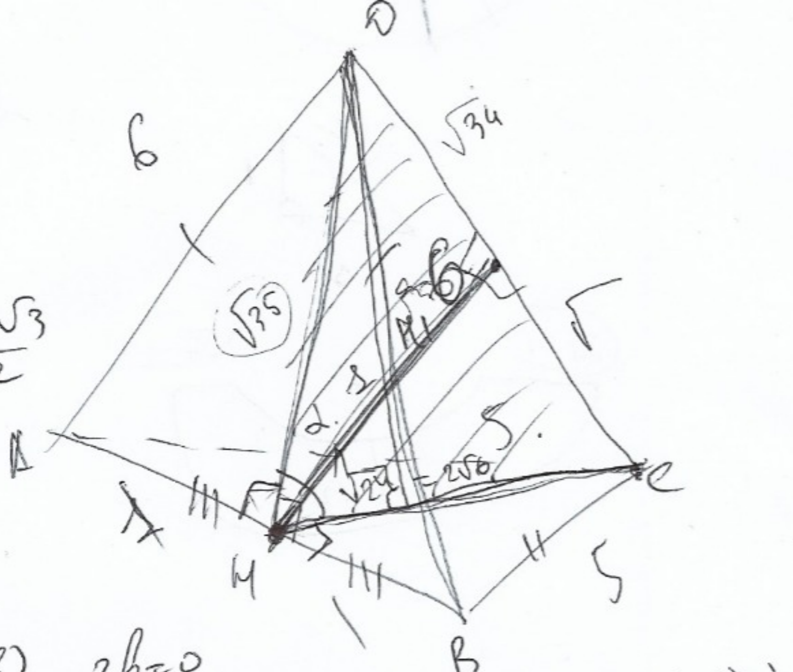
$(1-b)^2+b^2=2$

$1^2+b^2-2b+b^2=2$

$2b^2-2b-1=0$

$D=4+4\cdot2=12$

$b_{1,2}=\frac{2\pm\sqrt{12}}{4}=\frac{1\pm\sqrt{3}}{2}$



$$\begin{cases} a^2+b^2-2a-2b=0 \\ a+b=1 \end{cases}$$

$a=1-b$

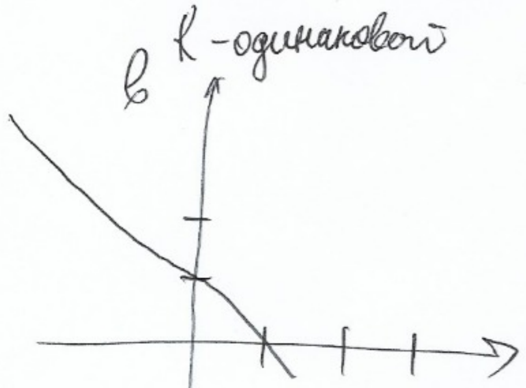
$(1-b)^2+b^2-2(1-b)-2b=0$

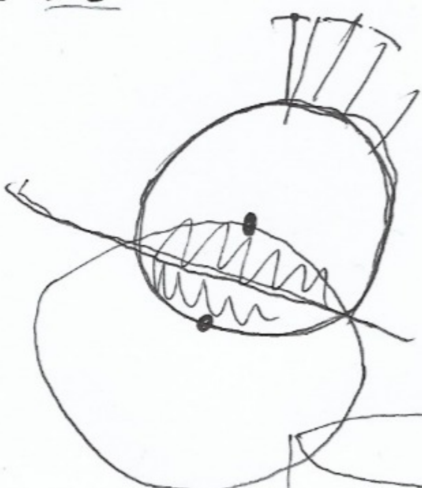
$1-\cancel{2b}+b^2+b^2-2+\cancel{2b}-2b=0$

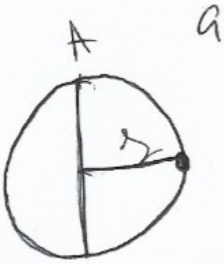
$2b^2-2b-1=0.$

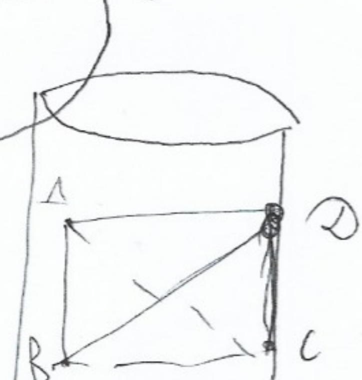
$S=\frac{1}{2}\sqrt{24}\cdot\sqrt{35}$

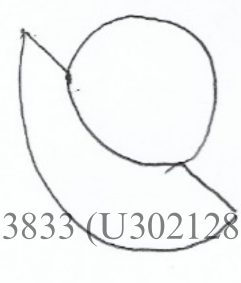
R - одинаковы

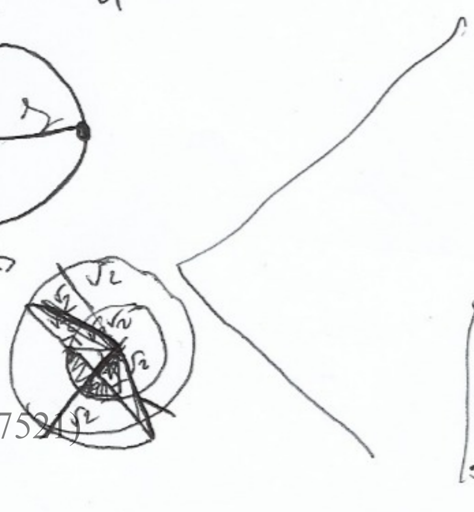




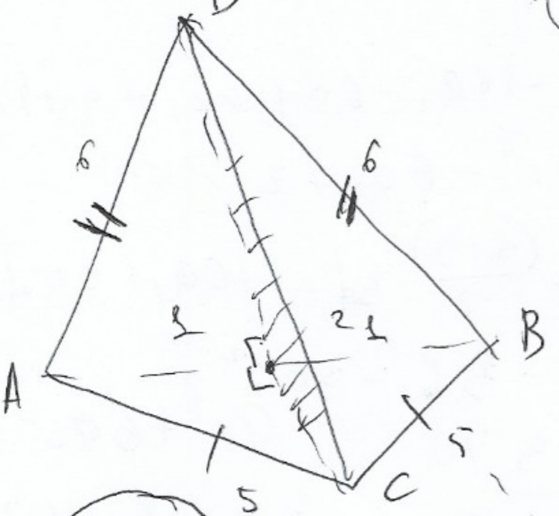


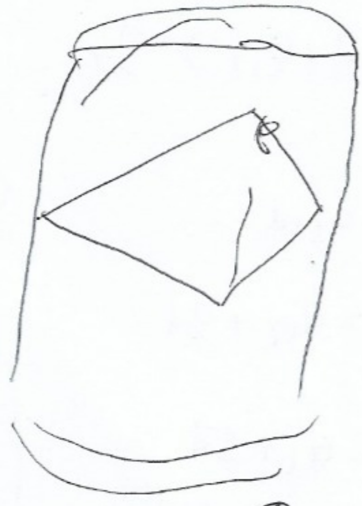


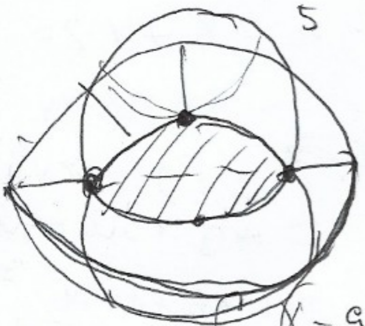


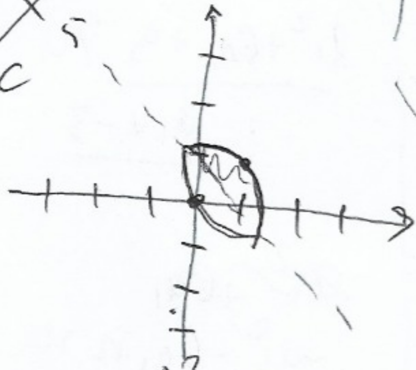


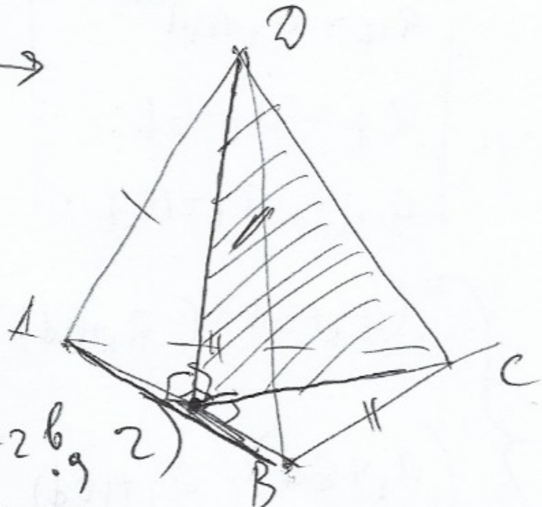
Черновик









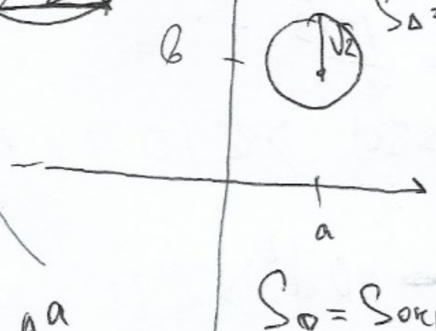


$(x-a)^2+(y-b)^2 \le 2$

$a^2+b^2 \le \min(2a+2b; 2)$

$S_{окр} = \pi R^2 = \pi \cdot 2 = 2\pi$ $\Rightarrow 4S_\Delta$ (4)

$S_\Delta = \frac{1}{2} \cdot \sqrt2 \sqrt2 = 1$



$2a+2b \le 2$

$\boxed{a+b\le 1}$

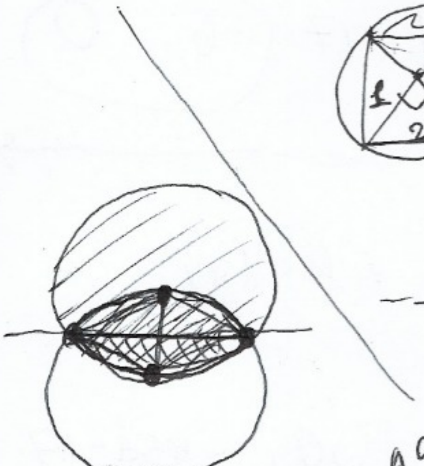
$2a+2b \le 2$

$a \le 1-b$

$a+b<1$

$a<1-b$

$a^2+b^2 \le 2a+2b$

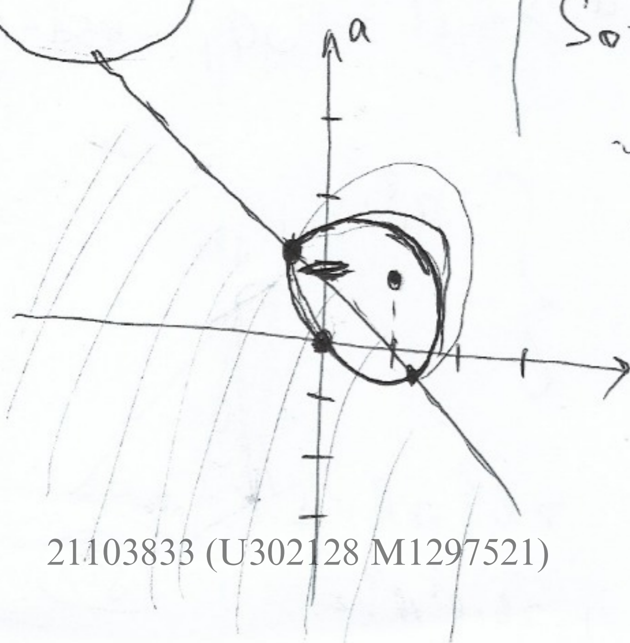


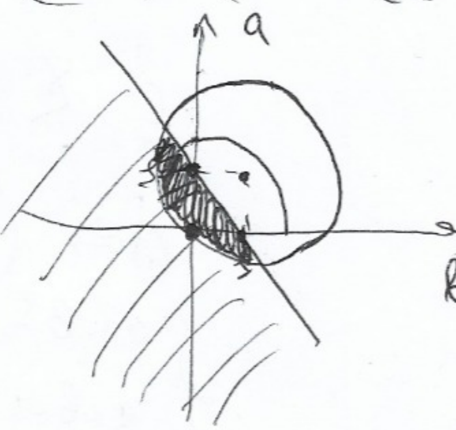
$S_\circ = \frac{S_{окр} - S_\Delta}{4} = \frac{2\pi - 4}{4} = \frac{\pi}{2} - 1$

$a^2+b^2 \le 2$

$a^2-2a+1+b^2-2b+1 \le 2$

$(a-1)^2+(b-1)^2 \ge 2$





$a^2+b^2 \ge 2$

Черновик

(1) $a_6 a_{12} > S+1$

$-a_1^2 - 16a_1 - 60 + 10a_1 + 45 + 17 > 0$

$-a_1^2 - 6a_1 + 2 > 0$

a_1

$a_2 = a_1 + d \ldots$

$S = 10a + \frac{(1+9)}{2} \cdot 9d = 10a_1 + 45d.$

$a_{10} = a_{12} + 9d$

$a = -6 \quad 36 \quad -36-2<0$

$a_1^2 + 6a_1 - 2 < 0$

$a_1^2 + 6a_1 + 9 > 0$

$a_1 \neq -3$

$a_6 = a_1 + 5d$

$a_{12} = a_1 + 11d$

$a_7 = a_1 + 6d$

$a_{11} = a_1 + 10d$

$D = 36 + 4 \cdot 2 =$

$= 36 + 8 = 44$

$\cancel{\sqrt{11} - 3}$ $(-3-\sqrt{11})(-3+\sqrt{11})$

$= 9 + 3\sqrt{11} - 3\sqrt{11} - 11 =$

$\cancel{a_1^2 + 6a_1}$

$-a_1^2 - 6a_1 + 2 > 0$

$a_1^2 + 6a_1 - 2 < 0$

$D = 36 + 8 = 44$

$a_{12} = \frac{-6 \pm \sqrt{44}}{2} =$

$= -3 \pm \sqrt{11}$

$$\begin{cases} (a_1+5d)(a_1+11d) > 10a_1 + 45d + 1 \\ (a_1+6d)(a_1+10d) < 10a_1 + 45d + 17 \end{cases}$$

$-6;\ 0$

$D = 4 - 4 \cdot 2 = 12$

$b_{12} = \frac{2 \pm \sqrt{12}}{4} = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$

$a_1^2 + 5da_1 + 11a_1 d + 55d^2 > 10a_1 + 45d + 1$

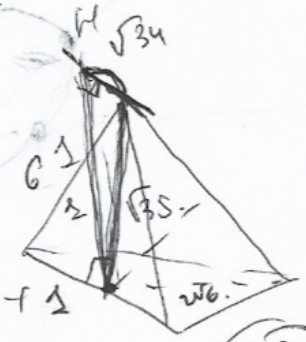
$-a_1^2 - 6da_1 - 10a_1 d - 60d^2 > 11 - 10a_1 - 45d - 17$

$-5d^2 > -16.$

$d^2 < \frac{16}{5}$

$d \Rightarrow d = 1$

$\begin{cases} a_1^2 + \end{cases}$



$\begin{cases} a^2 + b^2 = 2 \\ a + b = 1 \end{cases}$

$a = 1 - b$

$2b^2 - 2b + 1$

$1 - 2b + b^2 + b^2 = 2$

$\sqrt{23}$

21103833 (U302128 M1297521)

Беловик (Чистовик)

① Пусть первый член $-a_1$, шаг прогрессии $-d$. Тогда

$S = a_1+a_2+\ldots+a_{10} = a_1+a_1+d+a_1+2d+\ldots+a_1+9d = 10a_1+45d$

Причем, раз все члены целые $\Rightarrow$ d - целое, а т.к. возрастает прогрессия $\Rightarrow$ d - натуральное, a_1 - целое.

Исходные нер-ва запишем в сл. виде:

$$\begin{cases}(a_1+5d)(a_1+11d) > 10a_1+45d+1 \\ (a_1+6d)(a_1+10d) < 10a_1+45d+17 \quad |(-1)\end{cases}$$

$$\begin{cases}a_1^2+16a_1d+55d^2 > 10a_1+45d+1 & (1) \\ -a_1^2-16a_1d-60d^2 > -10a_1-45d-17 & (2)\end{cases}$$

Сложим получившиеся нер-ва и получим следствие:

$-5d^2 > -16$

$d^2 < \frac{16}{5}$, т.к. d-натуральное, данному нер-ву удовл. только $\underline{d=1}$

Подставим $d=1$ в (1) и (2) и найдем a_1

$$\begin{cases}a_1^2+16a_1+55-10a_1-45-1>0 \\ -a_1^2-16a_1-60+10a_1+45+17>0\end{cases}$$

$$\begin{cases}a_1^2+6a_1+9>0 \\ a_1^2+6a_1-2<0\end{cases}$$

$$\begin{cases}a_1 \neq -3 & (4) \\ a_1 \in (-3-\sqrt{11}; -3+\sqrt{11}) & (3)\end{cases}$$

21103833 (U302128 M1297521)

Учитывая, что a_1 - целое (3) удовл. см a_1: $-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0$
Тогда система (3) и (4) верна при сл. a_1:

$a_1 \in \{-6; -5; -4; -2; -1; 0\}$

Ответ: $a_1 \in \{-6; -5; -4; -2; -1; 0\}$

Чистовик

21103833 (U302128 M1297521)

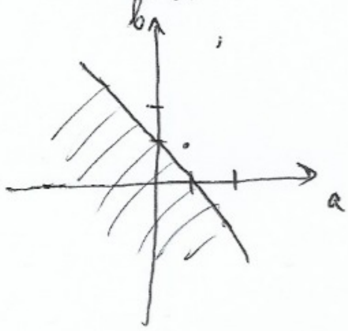
Беловик (Чистовик)

(3) $\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 2 & (1) \\ a^2+b^2 \le \min(2a+2b;\ 2) & (2) \end{cases}$

В плоскости xOy нер-во (1) задает ~~окружность~~ круг радиуса $\sqrt{2}$ с центром в точке $(a;b)$

Рассмотрим нер-во (2) в плоскости aOb:

1сл: $2a+2b \le 2 \Rightarrow a+b \le 1$
$b \le 1-a$



$a^2+b^2 \le 2a+2b$

$(a-1)^2+(b-1)^2 \le 2$ - ~~окр.~~ круг с центром в т $(1;1)$ и $R=\sqrt{2}$

Проходящ через $(0;0)$

2сл: $2a+2b \ge 2 \Rightarrow b \ge 1-a$

$a^2+b^2 \le 2$ - ~~окр.~~ круг с центром в $(0;0)$ и $R=\sqrt{2}$.

~~Рассмотрим точки пересечения окр (*) и (1) с~~

Рассмотрим границы, то есть найдем точки пересечения окружности $(a-1)^2+(b-1)^2=2$ и окр. $a^2+b^2=2$ с прямой $a+b=1$

$\begin{cases} a^2+b^2=2 \\ a+b=1 \end{cases} \Rightarrow 2b^2-2b-1=0$

$b_{12} = \dfrac{1\pm\sqrt{3}}{2}$

$\begin{cases} (a-1)^2+(b-1)^2=2 \\ a+b=1 \end{cases} \Rightarrow 2b^2-2b-1=0$

$b_{12} = \dfrac{1\pm\sqrt{3}}{2}$

Получаем, что окружности пересекаются на прямой $a+b=1$

Беловик (Чистовик)

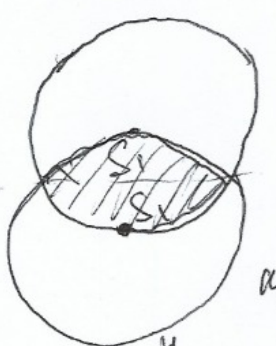
Т.к. они имеют равные радиусы и их центры расположены симметр. отн прямой $a+b=1$: если „склеить" две окружности то есть нанести оба сл. на плоскость aOb, получим окружность $(a-1)^2+(b-1)^2=2$ $\Rightarrow$ нер-вом (2) в пл-ти aOb задается круг с центром $(1; 1)$ и $R=\sqrt{2}$

Если вернуться в п-ть xOy заметим, что теперь мы знаем все возможные положения центра круга $(x-a)^2+(y-b)^2\le 2$, т.к. координаты его центра $(a; b)$. То т.к. ~~его центры его~~ есть в п-ти xOy задается окружность с центром $(1; 1)$ и радиуса $r=\sqrt{2}+\sqrt{2}=2\sqrt{2}$

Т.к. мы знаем радиус $\Rightarrow$ $S_M=\pi r^2=8\pi$

Ответ: 8π.

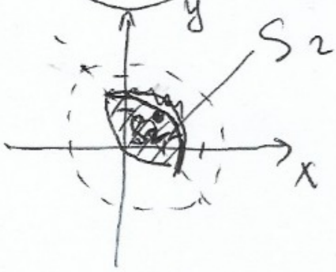
Т.К. они имеют равные радиусы и их центры расположены симметрично отн прямой $a+b=1$ имеем эти картинку:



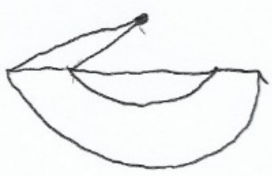
Нам подх закр область.

Площадь $S_1=\frac{\pi}{2}-1$ (учитывая, что радиус равен $\sqrt{2}$) $\Rightarrow 2S_1=\pi-2$

Мы нашли возможное положение центра круг из (1), т.к. по координаты $(a; b)$



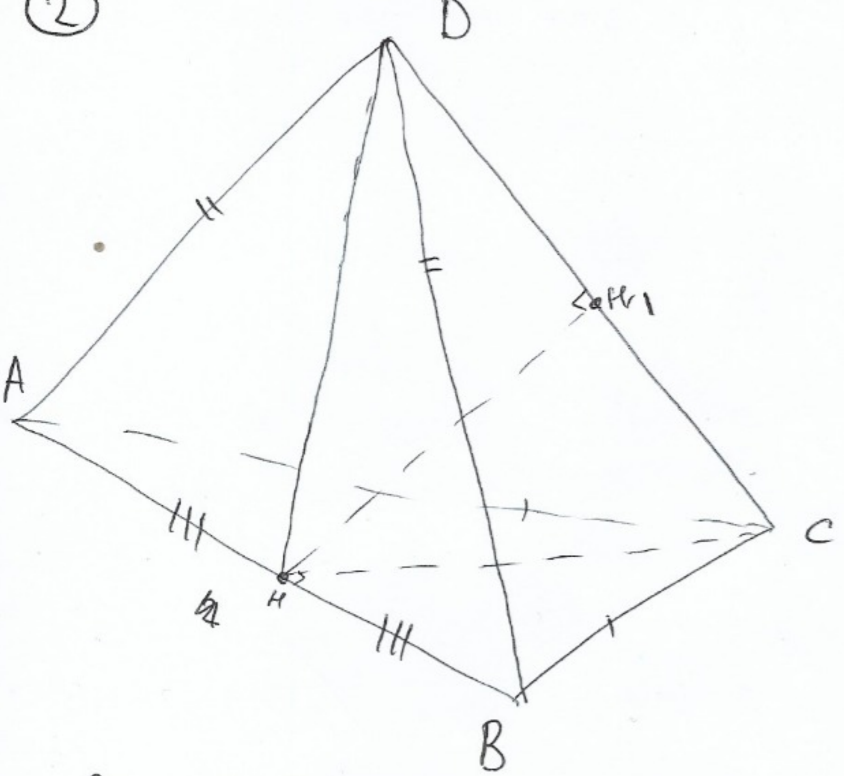
M - нужно от каждой т. S_2 продвинуть на $\sqrt{2}$, тогда получим фигуру M^2



21103833 (U302128 M1297521)

Беловик (Чистовик)

(2)



Дано: $AB=2$
$AC=CB=5$
$AD=DB=6$

Решение: 1) Опустим $CH \perp AB$. т.к. $\triangle ACB$ - равноб $\Rightarrow$ CH - медиана $\Rightarrow$ $AH=HB$

2) $\triangle ADB$ - равноб $\Rightarrow$ медиана DH еще и высота $\Rightarrow$ $DH \perp AB$

3) Из $\left.\begin{array}{l} DH \perp AB \\ CH \perp AB \end{array}\right| \Rightarrow AB \perp (HDC) \Rightarrow AB \perp DC$.

4) Раз CD параллельно оси цилиндра и перп. $AB \Rightarrow AB$ перп. оси цилиндра $\Rightarrow$ параллельно основаниям цилиндра $\Rightarrow$ радиус цилиндра не меньше, чем $\frac{AB}{2} \Rightarrow$ минимальный радиус цилиндра $= \frac{2}{2} = 1$, причем AB проходит через ось цилиндра.

5) ~~Расстояние~~ Опустим $HH_1 \perp DC$. Т.к. HH_1 лежит в п-ти $(CDH) \Rightarrow HH_1 \perp AB \Rightarrow HH_1$ - расстояние между AB и DC, оно равно радиусу основания цилиндра $\Rightarrow HH_1 = 1$.

6) По т. Пифагора для $\triangle ADH$: $DH = \sqrt{AD^2 - AH^2} = \sqrt{36-1} = \sqrt{35}$
По т. Пифагора для $\triangle HBC$: $CH = \sqrt{CB^2 - HB^2} = \sqrt{25-1} = \sqrt{24}$

7) Т.к. $\triangle HH_1D$ и HH_1C - прямоугольные получаем:
$DH_1 = \sqrt{34}$, $CH_1 = \sqrt{23}$

8) В зависимости от того: H_1 лежит на CD или на продолжении CD получаем:

Беловик (Чистовик)

Либо $CD = CH_1 + H_1D = \sqrt{34} + \sqrt{23}$, либо $CD = \cancel{CH_1}\ DH_1 - CH_1 =$
$= \sqrt{34} - \sqrt{23}$

Ответ: $(\sqrt{34} + \sqrt{23})$ или $(\sqrt{34} - \sqrt{23})$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

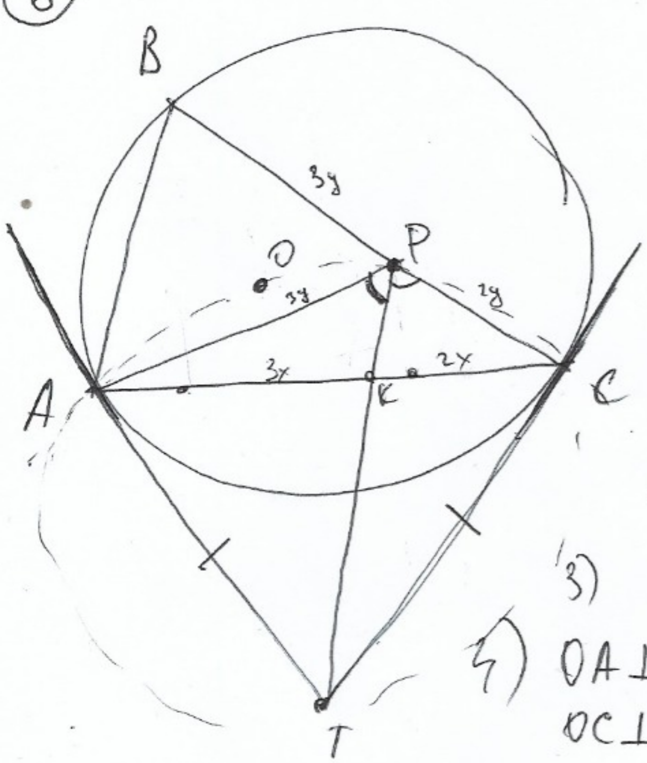
Шифр: **21103833**

ID профиля: **302128**

Вариант 17

Чистовик

6



Дано: $S_{APK}=6$, $S_{PKC}=4$.

Решение: а) 1) Пусть $\angle ABC=\alpha$, тогда $\angle AOC=2\alpha$, $\angle APC = \angle AOC$ (впис.) $= 2\alpha$.

2) $\angle APC$ - внешний $\triangle ABP$ $= \angle BAP + \angle BPA \Rightarrow \angle BAP = \alpha$.

$\angle BPA = 180^\circ - 2\alpha$.

3) $\angle ACT = \angle ABC = \alpha$.

4) $\left.\begin{array}{l} OA \perp AT \\ OC \perp CT \end{array}\right| \Rightarrow \angle OAT + \angle OCT = 180^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow AOCT$ - впис. чет. $\Rightarrow$ ~~$\angle A + C = 180^\circ - 2\alpha$~~.

5) Из впис. $AOCT \Rightarrow \angle APT = \angle ACT = \alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BPK = \angle BPA + APT = 180^\circ - 2\alpha + \alpha = 180^\circ - \alpha \Rightarrow \angle KPC = \alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow AB \parallel PK$.

6) $\dfrac{S_{APK}}{S_{PKC}} = \dfrac{AK}{KC} \Rightarrow \dfrac{AK}{KC} = \dfrac{6}{4} = \dfrac{3}{2}$ Пусть $KC = 2x$, тогда $AK = 3x$.

7) Т.к. $AB \parallel PK \Rightarrow \dfrac{BP}{PC} = \dfrac{AK}{KC} = \dfrac{3}{2}$

8) $\dfrac{S_{PKC}}{S_{ABC}} = \dfrac{PC \cdot KC}{BC \cdot AC} = \dfrac{2y \cdot 2x}{5y \cdot 5x} = \dfrac{4}{25} \Rightarrow S_{ABC} = 25$.

б) 1) По ~~отсл.~~ осн. т. тожд.:

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \quad |:\cos^2\alpha$

$tg^2\alpha + 1 = \dfrac{1}{\cos^2\alpha} \Rightarrow \cos^2\alpha = \dfrac{1}{tg^2\alpha+1} \Rightarrow \cos\alpha = \sqrt{\dfrac{1}{tg^2\alpha+1}} = \dfrac{1}{\sqrt{tg^2\alpha+1}} \Rightarrow$

$\sin\alpha = \dfrac{tg\,\alpha}{\sqrt{tg^2\alpha+1}}$

$\boxed{1}$

Чистовик

$$\sin 2\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}^2\alpha+1} = \frac{2\cdot\frac{7}{5}}{\frac{49}{25}+1} = \frac{2\cdot 7\cdot 5}{49+25} = \frac{2\cdot 7\cdot 5}{74} = \frac{35}{37}$$

$$S_{APB} = \frac{1}{2}\,9y^2\cdot\sin(180^\circ-2\alpha) = \frac{9}{2}y^2\,\frac{35}{37} = 15$$

$$y^2 = \frac{2\cdot 37\cdot 15}{9\cdot 35} = \frac{2\cdot 37}{3\cdot 7} = \frac{74}{21} \Rightarrow y = \sqrt{\frac{74}{21}}$$

Для ΔABP т. синусов:

$$\frac{3y}{\sin\alpha} = \frac{AB}{\sin 2\alpha}$$

$$3y = \frac{AB}{2\cos\alpha} \Rightarrow AB = 6\cos\alpha\, y = 6\cdot\frac{5}{\sqrt{74}}\cdot\sqrt{\frac{74}{21}} = \frac{30}{\sqrt{21}}$$

Из подобия ABC и $PKC \Rightarrow \frac{AB}{PK} = \frac{5}{2} \Rightarrow PK = \frac{2AB}{5} = \frac{2\cdot 30}{5\sqrt{21}} = \frac{12}{\sqrt{21}}$

По т. Косинусов для ΔPKC:

$$KC^2 = PK^2 + PC^2 - 2\,PC\,PK\cos\alpha = \frac{144}{21} + \cancel{\frac{4\cdot 74}{21} - 2\cdot\frac{2\sqrt{74}}{\sqrt{21}}\cdot\frac{12}{\sqrt{21}}\cdot\frac{5}{\sqrt{74}}} =$$

$$\cancel{= \frac{4(36+74)}{21} - \frac{48\cdot 74}{21\sqrt{21}} = \frac{4\cdot 110}{21} - \frac{48\cdot 74}{21\sqrt{21}} = \frac{440\sqrt{21} - 48\cdot 74}{21\sqrt{21}} \Rightarrow KC = \sqrt{\frac{440\sqrt{21}-48\cdot 74}{21\sqrt{21}}} \Rightarrow}$$

$$\cancel{\Rightarrow BX = \frac{5}{2}KC = \frac{5}{2}\sqrt{\frac{440\sqrt{21}-48\cdot 74}{21\sqrt{21}}}}$$

$$\frac{144}{21} + \frac{4\cdot 74}{21} - \frac{2\cdot 2\sqrt{74}\cdot 12}{\sqrt{21}\cdot\sqrt{21}}\cdot\frac{5}{\sqrt{74}} = \frac{144+4\cdot 74 - 10\cdot 24}{21} =$$

$$= \frac{4(36+74-60)}{21} = \frac{4\cdot 50}{21} \Rightarrow KC = 2\sqrt{\frac{50}{21}} \Rightarrow AC = \frac{5}{2}KC = 5\sqrt{\frac{50}{21}}$$

$\boxed{2}$

<u>Ответ</u>: $S_{ABC} = 25$, $AC = 5\sqrt{\frac{50}{21}}$

Чистовик

⑤ $\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)$, $\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2$, $\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)$

ОДЗ:

$$\begin{cases} 4x+1>0 \\ 4x+1\neq 1 \\ \frac{x}{2}+2>0 \\ \frac{x}{2}+2\neq 1 \\ 5x-1>0 \\ \sqrt{5x-1}\neq 1 \end{cases}$$

Т.к. на ОДЗ: $\frac{x}{2}+2>0$ и $5x-1>0$, то исходные лог. можно переписать в сл. виде

$2\log_{5x-1} 4x+1$, $2\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)$, $\log_{\frac{x}{2}+2} 5x-1$

Заметим, что их произведение всегда равно 4.

1) Пусть $2\log_{5x-1}(4x+1) = 2\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right) \Rightarrow$, а $2\log_{5x-1} - \log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1) = 1$

Пусть $2\log_{5x-1}(4x+1) = y$, тогда $2\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right) = y$, тогда $\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1) = y-1$

$y\cdot y\cdot(y-1) = 4$

$y^3 - y^2 = 4$, очевидно $y=2$

$$\begin{array}{l|l} y^3-y^2-4 & y-2 \\ \hline -\;y^3-2y^2 & y^2+y+2 \\ \quad y^2-0y & \\ -\;y^2-2y & \\ \quad 2y-4 & \end{array}$$

$(y-2)(y^2+y+2)=0$

$D<0 \Rightarrow y=2$, тогда

$\log_{5x-1} 4x+1 = 1 \Rightarrow 4x+1 = 5x-1 \Rightarrow x=2$

При $x=2$: неравно см 1) не подходит.

$2\log_{5x-1} 4x+1 = 2$, $2\log_{4x+1} \frac{x}{2}+2 = 1$, ~~log~~

$\boxed{3}$

Чистовик.

~~г) Пусть $2\log_{5x-1}(4x+1) = \log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)$, а $2\log_{5x-1} \cdot \log_{4x-1} \frac{x}{2}+2 = 1$~~

~~$2\log_{5x-1}(4x+1) = y$~~

~~тогда:~~

~~$y \cdot y \cdot (y-1) = 4$, все тот же корень $y=2$:~~

~~$2\log_{5x-1}$~~

~~Пусть~~ ~~если~~ один из двух равных логарифмов равен y, тогда есть еще один лог. y и есть $y-1$, при этом

$y \cdot y \cdot (y-1) = 4$

$y^3 - y^2 = 4$, $y=2$ – корень, тогда

$$
\begin{array}{r|l}
y^3 - y^2 - 4 & y-2 \\
\underline{-\,y^3 - 2y^2} & y^2+y+2 \\
y^2 - 0y & \\
\underline{-\,y^2 - 2y} & \\
2y - 4 & \\
\underline{-\,2y - 4} & \\
0 &
\end{array}
$$

$(y-2)(\underbrace{y^2+y+2}_{D<0}) = 0 \Rightarrow$ ед. корень $y=2$.

Рассмотрим сл., когда каждый из лог по 2:

1) $2\log_{5x-1}(4x+1) = 2 \Rightarrow 5x-1 = 4x+1 \Rightarrow x = 2$

При $x=2$: (удовл ОДЗ)

$2\log_{5x-1}(4x+1) = 2$, $2\log_{4x+1}\frac{x}{2}+2 = 1$, $\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1) = 2$

21103800 (U302x28 M1297522)

Чистовик

2) $2\log_{4x+1}\frac{x}{2}+2=2$

$4x+1=\frac{x}{2}+2$

$\frac{7}{2}x=1 \Rightarrow x=\frac{2}{7}$

При $x=\frac{2}{7}$ (удовл ОДЗ):

$2\log_{5x-1}4x+1 = 2\log_{\frac{3}{7}}\frac{15}{7}$

$2\log_{4x+1}\frac{x}{2}+2=2$

$\log_{\frac{x}{2}+2}5x-1=\log_{\frac{15}{7}}\frac{3}{7}$

Произв. 4 равно, а вот 2-х равных логарифмов нет $\Rightarrow$

$\Rightarrow x=\frac{2}{7}$ - не подх

3) $\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)=2$

$\left(\frac{x}{2}+2\right)^2=5x-1$

$\frac{x^2}{4}+2x+4=5x-1$

$\frac{x^2}{4}-3x+5=0 \quad |\cdot 4$

$x^2-12x+20=0$

$D=144^2-4\cdot 20=144-80=64$

$x_{1,2}=\frac{12\pm 8}{2}=10,\ -2.$

$x=-2$ не удов. ОДЗ

$x=10$:

$\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)=2$

$2\log_{5x-1}4x+1 = 2\log_{49}41$

$2\log_{4x+1}\frac{x}{2}+2 = 2\log_{41}7$

Двух равных лог. снова нет $\Rightarrow$

$\Rightarrow x=10$ - не явл. корнем

Ответ: $x=2$

5

④ Чистовик

$$\begin{cases} НОД(a,b,c)=6 \\ НОК(a,b,c)=2^{15}\cdot 3^{16} \end{cases}$$

Т.к. НОК(a,b,c) – содержит в прайм только 2 и 3 ⇒ при разложении чисел a, b, c на множ-ли не увидим в них простых множителей отличн. от 2 и 3.

Т.к. НОД (a,b,c) = 2·3 ⇒ степени вхождения 2 и 3 в каждое из чисел не меньше 1

$a=2^{1+\alpha_1}\cdot 3^{1+\beta_1}$

$b=2^{1+\alpha_2}\cdot 3^{1+\beta_2}$

$c=2^{1+\alpha_3}\cdot 3^{1+\beta_3}$

1) Рассмотрим вариант, когда одно из чисел в точности ~~входит~~ равно 6. ~~Тогда все оставшиеся степени двойки (до n) строго в 1 из ост. чисел, т.к. если в~~ то Пусть например $a=6$, тогда

$\alpha_2+\alpha_3=12$, $\beta_2+\beta_3=13$

α_2 можем выбрать 13 способами, тогда α_3 восст. однозн., β_2 – можем выб. 14 способами, тогда β_3 восст. однозначно. То есть нужно выкинуть случаи $\alpha_2=0, \beta_2=0$; $\alpha_3=0, \beta_3=0$, т.к. случаи всего в данной конфигурации: $13\cdot 14-2$ способа. Т.к. случаи $b=6$ столько же способов симметрично отн a, b, c ⇒ если $c=6$ столько же способов ⇒ всего таких вариантов $3\cdot(13\cdot 14-2)$

2) Рассмотрим когда ~~ни одно~~ ~~оба~~ два числа 6: тогда третье восстанавливается однозна

21103833 (U302128 M1297522)

6

$$\begin{cases} НОД(a;b;c) = 6 \\ НОК(a;b;c) = 2^{15} \cdot 3^{16} \end{cases}$$

Черновик

$2\log_{5x-1} 4x+1 \quad 2\log_{4x+1} \frac{x}{2}+2 \quad \log_{\frac{x}{2}+2} 5x-1$

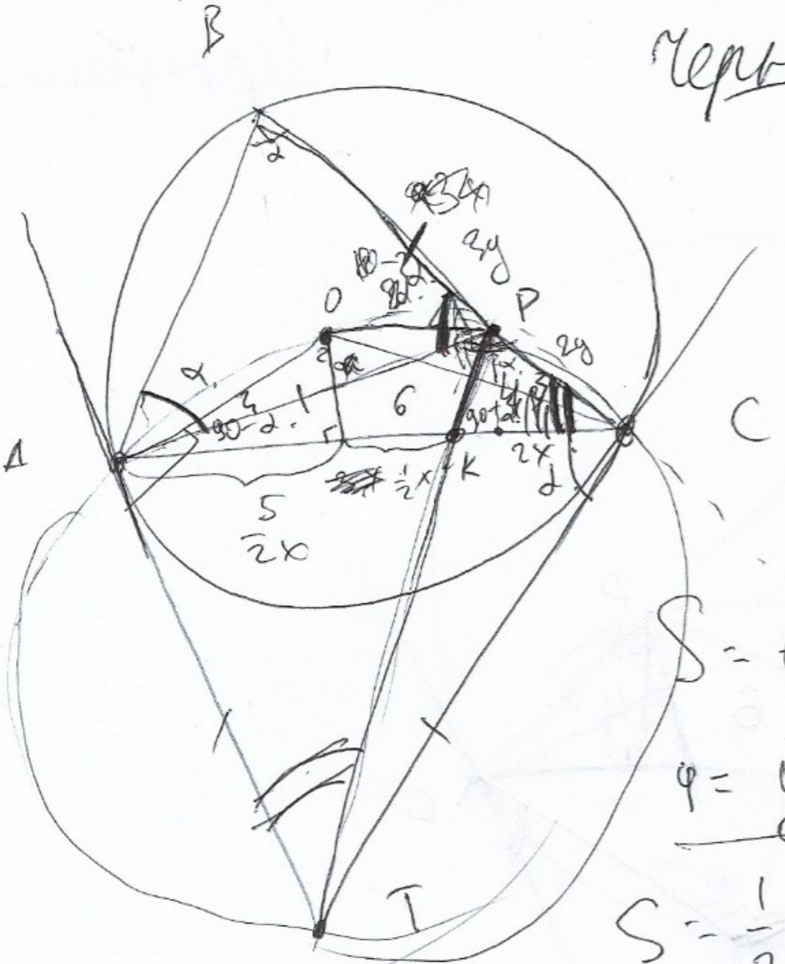
$2\log_{5x-1} 4x+1 \quad \dfrac{1}{\log_{5x-1} \frac{x}{2}+2}$

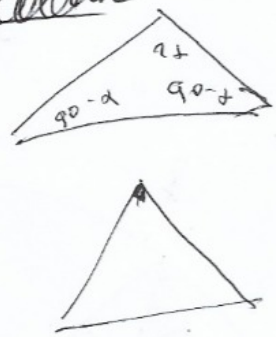
$2\log_{5x-1}(4x+1) = \dfrac{1}{\log_{(5x-1)} \frac{x}{2}+2}$

$\cancel{4} \log_{5x-1} (4x+1)^{\frac{1}{2}} \log_{(5x-1)}\left(\frac{x}{2}+2\right) = \cancel{4} \log_{5x-1} 5x-1$

21103833 (U302128 M1297522)

Черновик





$S = \cancel{(x+y)}(a+y)\, 5x \sin\beta = 5x \sin\beta a$

$\varphi = y \cdot 2x \sin\beta$

$S = \frac{1}{2} a^2 \cdot \sin 2\alpha.$

$4(36+74-60)_2 = \frac{4\cdot 50}{21}$

$y \quad y \quad (y-1)$

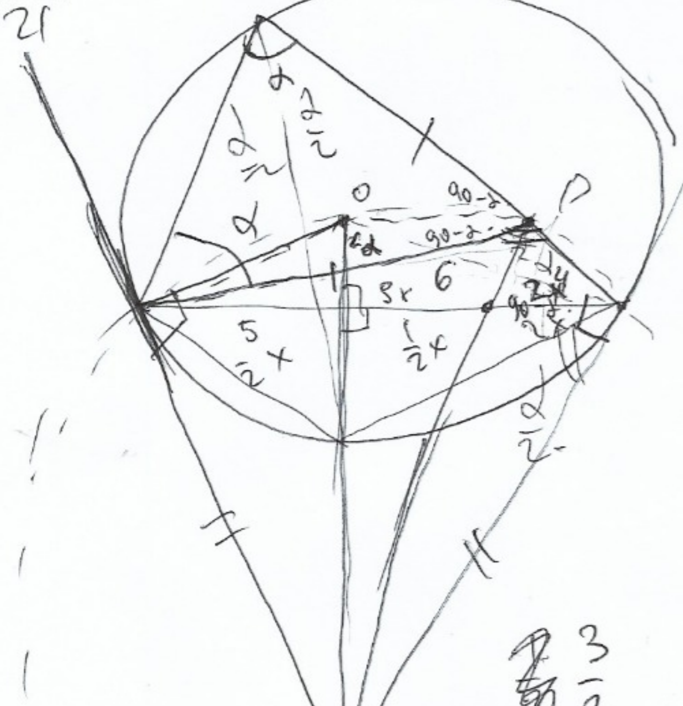
$ay \sin 2\alpha = 20.$

$a : y^{-1}$

$\frac{1}{4} ay \sin 2\alpha = 20$

$ay \sin 2\alpha = 20$

$yx \sin\beta = 4.$



$ay^2 \frac{1}{2} \quad \frac{3}{2} \cdot \frac{74}{21} \cdot \frac{25}{74} = 20.$

$S = \frac{1}{2} a^2 \sin 2\alpha.$

$\cos^2\alpha = \frac{1}{1+tg^2\alpha}$

$\frac{3}{2}$

$tg\,\alpha = \frac{7}{5}$

$\sin 2\alpha.$

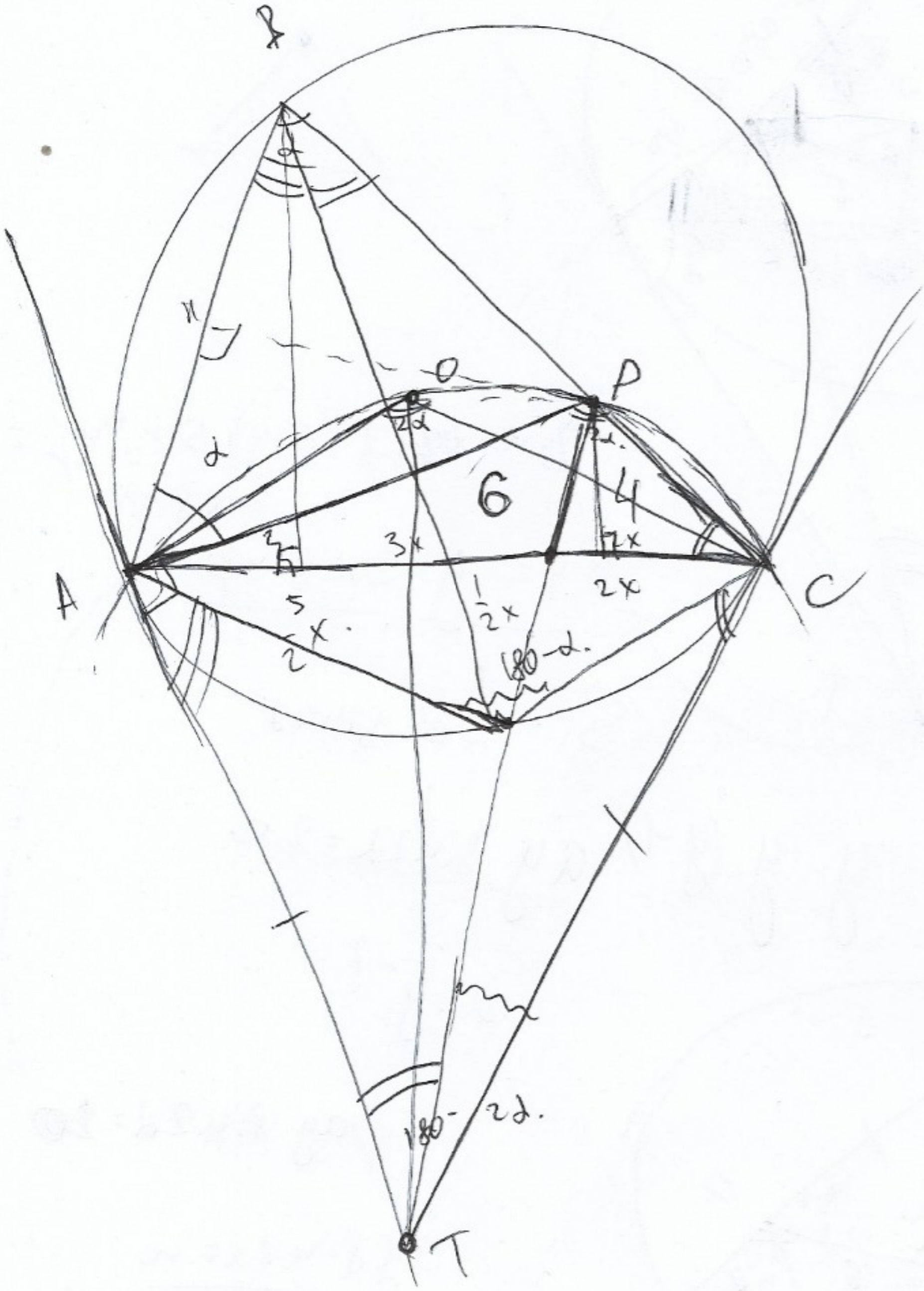
$\sin\alpha = \frac{tg\,\alpha}{\sqrt{tg^2\alpha+1}}$ $\quad \cos\alpha = \sqrt{\frac{1}{1+tg^2\alpha}} = \sqrt{\frac{1}{1+\frac{49}{25}}} = \sqrt{\frac{25}{49+25}} = \sqrt{74}$

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \quad | : \cos^2$

$tg^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$

21103833 (U302128 M1297522)

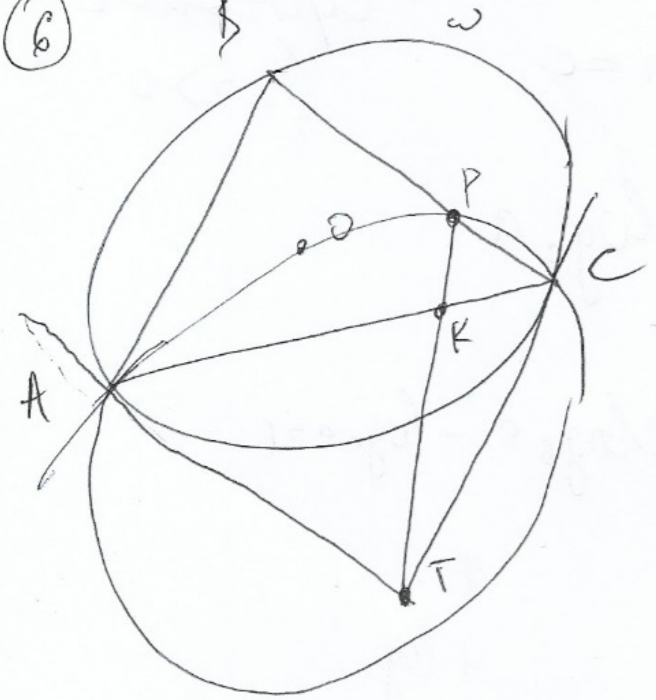
Черновик

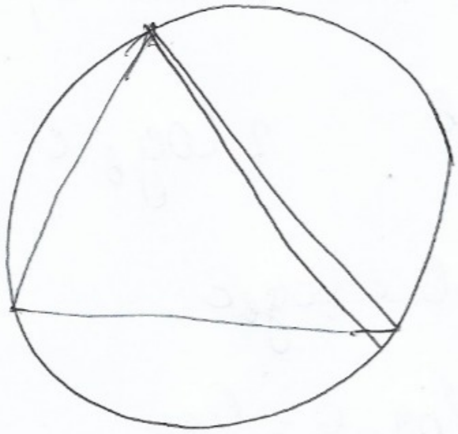


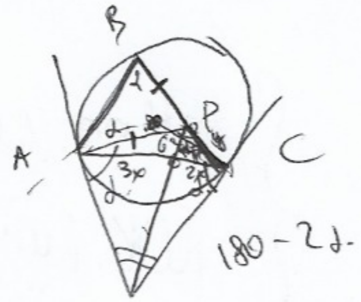
21103833 (U302128 M1297522)

Черновик

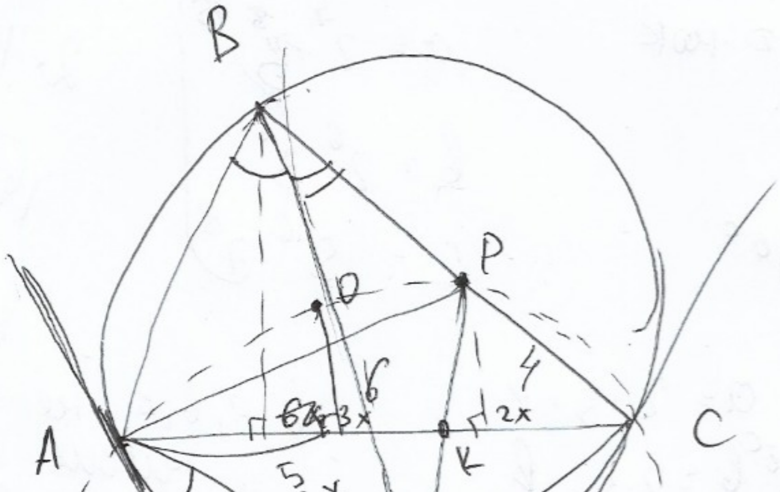
(6)







$180 - 2\alpha$.

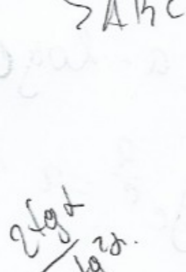


$2x\,y\,\sin 4\beta = 4$

$\Rightarrow x(a + y\sin 4\beta) = S$,

$S_{ABC} - ?$

$tg2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1-tg^2\alpha}$



(5) $2\log_{5x-1}(4x+1)$ $\quad 2\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2$ $\quad \log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)$

Черновик

$5x-1=a$, $4x+1=b$, $\frac{x}{2}+2=c$

$\frac{x}{2}+2>0$

$2\log_a b \quad 2\log_b c \quad \log_c a$

~~$\log_c b=\log_b c$~~

$2\log_b c-\log_c a=1$

$\log_a b=\log_b c$

(4)

$$\begin{cases} \text{НОД}(a;b;c)=6 \\ \text{НОК}(a;b;c)=2^{15}\cdot 3^{16} \end{cases}$$

$+\log$

$\cdot\log$

их про

НОД · НОК

$4\cdot 74=$

$2\cdot 148=296$

$a=2^7\cdot 3^8$

$b=2^6\cdot 3^6$

$c=5^6\cdot 7^8$

$\log_c a$ - меньше

$\log_c a-1=2\log_b c$

$\log_c a-\log_c c$

$\log_c \frac{a}{c}=2\log_b c$

$a=2\cdot 3\cdot k$

$b=2\cdot 3\cdot l$

$c=2\cdot 3\cdot m$

$144+296=$

$=140+300=$

$=440$ чтобы 340

в a, b, c не входит числа кроме 2 и 3

$144+296-240=100$

81 -

$k\cdot l\cdot m=2^{12}\cdot 3^{13}$

$\frac{8}{7}+1=\frac{15}{7}$

$k=1$ либо $l=2^{12}$ либо $k=2^{12}$

$l\cdot m=2^{12}\cdot 3^{13}$

$l=1$

$m=1$

6 вар.

$\frac{x}{2}+2=\frac{2}{14}+2=\frac{16}{14}=\frac{8}{7}$

k, l входят 2,

$\boxed{\frac{2}{7}=x}$

$\log_9 3$

$4x+1=\frac{8}{7}+1$

$\frac{8}{7}+1=\frac{15}{7}$

$\frac{\frac{2}{7}}{2}+2=\frac{8}{7}\cdot 12=$

$\frac{7}{2}x=1$

$4x+1=\frac{x}{2}+2$

$\frac{7}{2}x=1$