Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21103808**

ID профиля: **324943**

Вариант 17

Чистовик.

~~a^2 ...~~

$$\begin{cases} a_1^2+5a_1+11a_1+55>10a_1+45+1 \\ a_1^2+16a_1+60<10a_1+45+17 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2+16a_1-10a_1+55-45-1>0 \\ a_1^2+16a_1-10a_1+60-45-17<0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2+6a_1+9>0. \\ a_1^2+6a_1-2<0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a_1+3)^2>0. \text{ - \sout{всегда выполняется}} \Rightarrow \boxed{a_1\neq-3} \\ \end{cases}$$

$a_1^2+6a_1-2=0$

$a_1=\dfrac{-6\pm\sqrt{36+8}}{2}=\dfrac{-6\pm\sqrt{44}}{2}=-3\pm\sqrt{11}.$

$\Rightarrow a_1\in(-3-\sqrt{11};\ -3+\sqrt{11}).$

т.к. a_1 - целое и $a_1\neq-3$, то

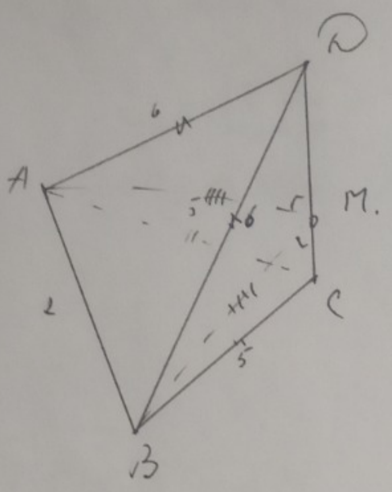
$a_1=-6,-5,-4,-2,-1,0.$

($3<\sqrt{11}<4 \Rightarrow a\in[-6;0]$ - целые числа кроме -3) $\Rightarrow$
(т.к. $9<11<16$.)

Ответ: $a_1=-6;-5;-4;-2;-1;0.$

2

21103808 (U324943 M1304960)



1) Пусть точка $M \in \alpha$, где $\alpha \perp CD$ и $A, B \in \alpha$; $M \in$ прямой CD, тогда $BM \perp CD$; $AM \perp CD$ (т.к. $CD \perp \alpha$).

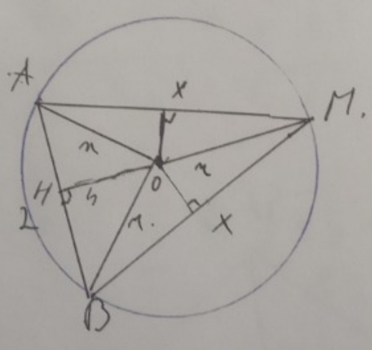
2) ~~CD~~ т.к. $CD \parallel$ оси цилиндра, то α — перпендикулярно оси цилиндра (т.к. $\alpha \perp CD$; $CD \parallel$ оси $\Rightarrow \alpha \perp$ оси).

3) т.к. $\alpha \perp$ оси цилиндра то ~~плоскость~~ пересечение цилиндра и α — окружность (т.к. это сечение перпендикулярно оси цилиндра).

4) $AM = MB$ в силу симметрии ($\triangle ACD = \triangle BCD$, и AM, BM — высоты в них).

5) $A, B, M \in \alpha$; $A, B, M \in$ цилиндру $\Rightarrow$ окружность, полученная при сечении пересекает точки $A, B, M \Rightarrow$

6) рассмотрим $\triangle ABM$, тогда радиус описанной окружности будет равен радиусу цилиндра.



7) $\sqrt{r^2-1} = h$. ($\triangle BHO$)

$\sqrt{x^2-1} = r+h$. ($\triangle BMH$)

$\sqrt{x^2-1} = r + \sqrt{r^2-1}$

$x^2 - 1 = 2r^2 + 2r\sqrt{r^2-1} - 1$.

$x^2 = 2r(r + \sqrt{r^2-1})$.

$\frac{x^2}{2r} - r = \sqrt{r^2-1}$

$\frac{x^4}{4r^2} - \frac{x^2 r}{r} = r^2 - 1$.

$\frac{x^4}{4} - x^2 \cdot 4r^2 = 4r^4 - 4r^2$.

$r^2 = t$.

$4t^2 - 4t(4 - 4x^2) - x^2 = 0$

$t = \frac{-4(x^2-1) \pm \sqrt{16 - 32x^2 + 16x^4 + 8x^2}}{8} =$

(3)

21103808 (U324943 M1304960)

№1. Чистовик.

$a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad \dots \quad a_{10}$. - целые.

$S = \frac{a_1 + a_{10}}{2} \cdot 10 = (2a_1 + 9d)\cdot 5$

$a_1 \quad a_1+d \quad a_2+2d \quad \dots \quad a_1 + 9d$.

$\Rightarrow a_1; d$ - целые

$a_6 \cdot a_{12} > S_{10} + 1$

$(a_1+5d)\cdot(a_1+11d) > \frac{2a_1+9d}{2}\cdot 10 + 1$.

$a_7 a_{11} < S + 17$

$(a_1+6d)(a_1+10d) < \frac{2a_1+9d}{2}\cdot 10 + 17$

$$\begin{cases} a_1^2 + 5da_1 + 11da_1 + 55d^2 > 10a_1 + 45d + 1 \\ a_1^2 + 16da_1 + 60d^2 < 10a_1 + 45d + 17. \end{cases}$$

сложим неравенства:

$\cancel{a_1^2} + \cancel{16da_1} + 55d^2 + \cancel{10a_1} + \cancel{45d} + 17 > \cancel{10a_1} + \cancel{45d} + 1 + \cancel{a_1^2} + \cancel{16da_1} + 60d^2$.

$16 > 5d^2$. т.к. d - целое, то

$d < \sqrt{\frac{16}{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}} < 2$. $\Rightarrow d_1 = 0$ т.к. прогрессия возрастающая $d_2 = \pm 1$.

т.к. $\frac{4}{\sqrt{5}} \vee 2$

$4 \vee 2\cdot\sqrt{5}$

$16 \vee 5\cdot 4$

$16 \vee 20$

$16 < 20$.

~~при $d_1 = 0$.~~

~~$\begin{cases} a_1^2 > 10a_1 + 1 \\ a_1^2 < 10a_1 + 17 \end{cases}$~~

~~сложим:~~

~~$a_1^2 + 10a_1 + 17 > a_1^2 + 10a_1 + 1$~~

так $d \neq 0$, $d \neq -1$ $\Rightarrow \boxed{d = 1}$

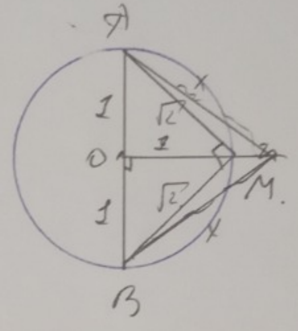
Чистовик.

$\cancel{\dfrac{y(1-x^2) = \pm\sqrt{\ldots(2-3x^2+2x^4)}}{8}}$

7) минимум ~~до~~ r достигается когда O лежит на AB (т.к. $r \geq \frac{a}{2}$, где a - любая сторона, а $r = \frac{a}{2}$ - возможен).

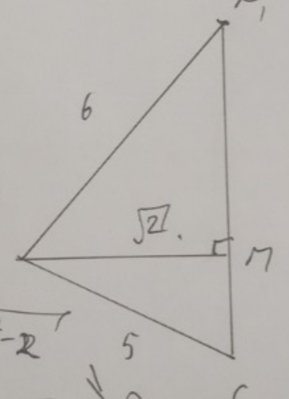
$\Rightarrow \boxed{r = 1}$

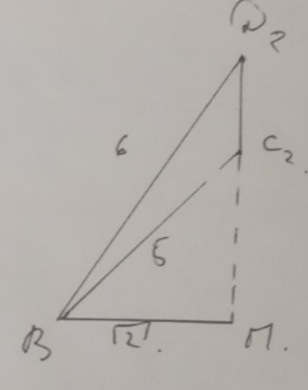
, когда $x = \sqrt{2}$. $\left(\sqrt{1+1} = \sqrt{2}\right)$ (Пифагор из $\triangle OBM$).



$\Rightarrow \boxed{BM = \sqrt{2}} = AM.$

8) рассмотрим $\triangle BDC$:





Возможны два варианта (D_1C_1, D_2C_2) (когда D и C по одну сторону от M на прямой CD и по разную).

тогда $D_1C_1 = \sqrt{6^2-2} + \sqrt{5^2-2} = D_1M + MC_1$

$D_2C_2 = \sqrt{6^2-2} - \sqrt{5^2-2} = D_2M - C_2M.$

(т. Пифагора).

$\Downarrow$

$D_1C_1 = \sqrt{34} + \sqrt{23}$

$D_2C_2 = \sqrt{34} - \sqrt{23}.$

Ответ: $DC = \sqrt{34} \pm \sqrt{23}.$

4

№3

$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 2 \text{ — круг } O_1 \text{ с } R_1 = \sqrt{2},\ O_1 = (a;b). \\ a^2+b^2 \le \min(2a+2b;2). \end{cases}$$

Из Чистовика

O_1 – и круг и координаты центра.

при (1) | $a+b \ge 1$: $a^2+b^2 \le 2$

(2). | при $a+b \le 1$: $a^2+b^2 \le 2a+2b$; $(a-1)^2+(b-1)^2 \le 2$.

(аналогичное последующими кругами.)

(1): 1) $a+b \ge 1 \Rightarrow O_1 = (a,b) \Rightarrow x_0+y_0 \ge 1$.

$y_0 \ge 1-x_0$ прямая, где x_0 - центр O_1 | y_0 - центр O_1.

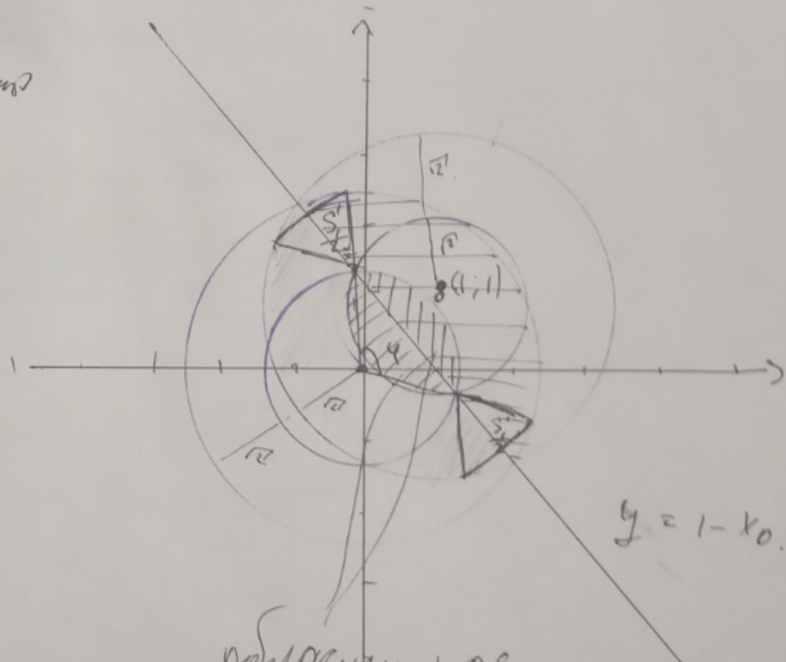
2) $a^2+b^2 \le 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow x_0^2+y_0^2 \le 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ центр окр. O_1 лежит в окр. с $R_2 = \sqrt{2}$; $O_2 = (0;0) \Rightarrow$

$\Rightarrow$ покрывается область с $R_3 = 2\sqrt{2}$, $O_3 = (0;0)$.

и выше углов $y = 1-x_0$ и $\varphi = 120^\circ$ (включая прямую). и область S_1, где $\frac{S_1}{2}$ и $\frac{S_1'}{2}$, где $\frac{S_1}{2}$ - сектор круга с центром в точке К и 60°.



области, где может лежать центр.

(2): 1) $a+b \le 1 \Rightarrow y_0 \le 1-x_0$ - прямая под которой может центр ок. O_1.

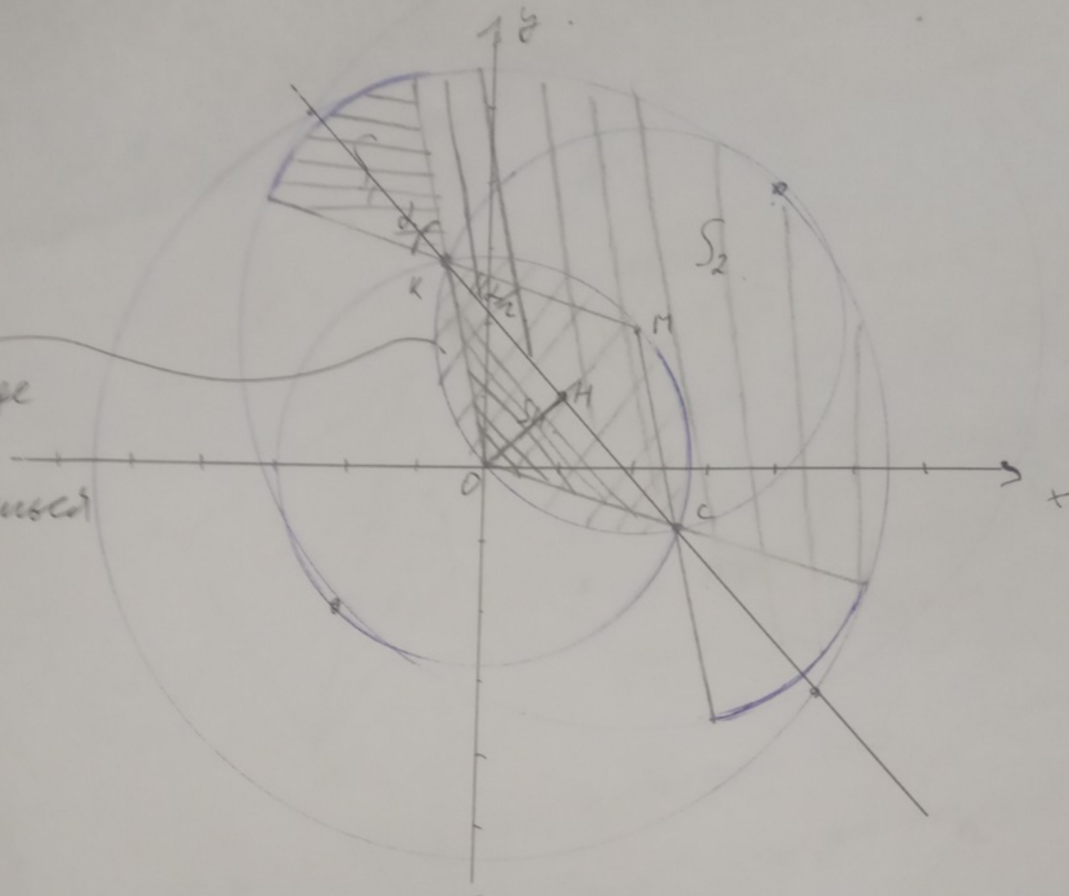
2) $(a-1)^2+(b-1)^2 \le 2 \Rightarrow (x_0-1)^2+(y_0-1)^2 \le 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow$

(5)

21103808 (U324943 M1304960)

№3 Чистовик



площадь где может располагаться центр O_1.

в силу симметрии общая площадь равна
(под прямой $y=1+x$ $\frac{S_1}{2}\cdot 2+S_2$ и под прямой $y=1-x$ $\frac{S_1}{2}\cdot 2+S_2$).

1) $S_{общ} = 2(S_1+S_2)$, где S_1 – сектор круга с $R=\sqrt{2}$; $\alpha = 60°$ (т.к. $\frac{\alpha}{2}$ опирается на дугу в $60°$ (на MC, где OMC – равносторон. треугольник.)

2) ~~S_2 = сектор кр~~

$S_2 = S_0 + S_h$, где

S_0 – сектор круга ($R = 2\sqrt{2}$; $\varphi = 120°$.

S_h – площадь $\triangle OKC$.

$OH \cdot KH$; $KH = OK^2 - OH$.

$S_h = \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\sqrt{\sqrt{2}^2-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\sqrt{2-\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{6}}{4}$

6

21103808 (U324943 M1304960)

№3 Чистовик.

$$S_1 = \frac{\pi r_1^2 \cdot \alpha}{360} = \frac{60 \cdot \pi \cdot 2}{360} = \frac{\pi}{3}.$$

$$S_0 = \frac{\pi \cdot \varphi \cdot r_2^2}{360} = \frac{\pi \cdot 120 \cdot (2\sqrt{2})}{360} = \frac{\pi \cdot 8}{3}$$

$$S_4 = \frac{\sqrt{6}}{4}.$$

, тогда $S_{полн} = 2 \cdot (S_1 + S_2) = 2(S_1 + S_0 - S_4) =$

$$= 2 \cdot \left(\frac{\pi}{3} + \frac{8\pi}{3} - \frac{\sqrt{6}}{4}\right) = 6\pi - \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

Ответ: $S_M = 6\pi - \frac{\sqrt{6}}{2}.$

7

21103808 (U324943 M1304960)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21103808**

ID профиля: **324943**

Вариант 17

№2 Чистовик

$\frac{\ln e}{\ln e^2} = \frac{1}{2}$ – подходит =>

=> $\ln\left(\frac{x}{2}+2\right)^2 = \ln(5x-1)$

$\left(\frac{x}{2}+2\right)^2 = 5x-1$

$\frac{x^2}{4}+2x+4=5x-1$

$\frac{x^2}{4}-3x+5=0$

$x^2-12x+20=0$

$(x-2)(x-10)=0$

$x=2$; $x=10$ не подходит.

Ответ: $x=2$.

9

№7 В.17 Чистовик

$$\begin{cases} НОД(a;b;c)=6 \\ НОК(a;b;c)=2^{15}\cdot 3^{16} \end{cases}$$

$\Downarrow$

$a=6\cdot 2^{k_1}\cdot 3^{p_1}$

$b=6\cdot 2^{k_2}\cdot 3^{p_2}$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} \min(k_1;k_2;k_3)=0 \\ \max(k_1;k_2;k_3)=14 \\ \min(p_1;p_2;p_3)=0 \\ \max(p_1;p_2;p_3)=15 \end{cases}$

$c=6\cdot 2^{k_3}\cdot 3^{p_3}$

~~расположим~~ Пусть $k_1 \geq k_2 \geq k_3$, тогда $k_3=0$.

$k_1=14$.

$k_2 \in [0;14]$.

Пусть $p_1 \geq p_2 \geq p_3 \Rightarrow p_3=0$

$p_1=15$

$p_2 \in [0;15]$.

тогда кол-во вариантов равно:

~~$a=6\cdot 2^{k_1}\cdot 3^{p_1}$ ... 15 · 16~~ кол-во различных k_2, кол-во различных p_2

кол-во перестановок при $k_1 \neq k_2 \neq k_3$; кол-во перестановок при $p_1 \neq p_2 \neq p_3$; кол-во перестановок при $p_1 \neq p_2 = p_3$; кол-во различных p; кол-во различных k.

$3\cdot 2 \cdot 3\cdot 2\cdot(13\cdot 13) + 3\cdot 3\cdot 2\cdot 2\cdot 13 + 3\cdot 3\cdot 2\cdot 2\cdot(+$

кол-во вариантов выбора k_2 при $k_2 \neq k_1 \neq k_3$

кол-во вариантов выбора p_2 при $p_1 \neq p_2 \neq p_3$

кол-во перестановок при $\left[\begin{array}{l} k_2=k_1 \\ k_2 \neq k_3 \end{array}\right.$

кол-во различных k

при $\left\{\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} k_2=k_1 \\ k_2=k_3 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} p_2=p_3 \\ p_2=p_1 \end{array}\right. \end{array}\right.$

при $\left\{\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} p_2=p_1 \\ p_2=p_3 \end{array}\right. \\ \left\{\begin{array}{l} k_2 \neq k_1 \\ k_2 \neq k_3 \end{array}\right. \end{array}\right.$

различн p, различн k.

$1 \cdot 13)\cdot 3\cdot 3\cdot 2\cdot 2\cdot 13 \Rightarrow$

21103808 (U324943 M1304961)

№3 Чистовик:

$S_{\triangle AMQ} = S_0 \cdot k^2 = 24 \cdot \frac{25}{16} = \frac{25 \cdot 3}{2}$

$\frac{MA \cdot MQ}{2} = S_{\triangle AMQ} \Rightarrow$

$\Rightarrow MQ = \frac{25 \cdot 3 \cdot 2}{2\, MA} = \frac{25 \cdot 3}{5\sqrt{\frac{3}{7}}} = 5\sqrt{21}$

$\Downarrow$

$AQ = \sqrt{AM^2 + MQ^2} = \sqrt{\left(5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}\right)^2 + \left(5\sqrt{21}\right)^2} =$

$= 5\sqrt{\frac{3}{7} + 21} = 5\sqrt{3\left(\frac{1}{7} + 7\right)} = 5\sqrt{3} \cdot \sqrt{\frac{50}{7}} =$

$= 5\sqrt{\frac{3}{7}} \cdot 5 \cdot \sqrt{2} =$

$= 25\sqrt{\frac{6}{7}}$

$\Rightarrow$ $AC = 5x$

$AQ = 15x \Rightarrow AC = \frac{AQ}{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow AC = \frac{25}{3}\sqrt{\frac{6}{7}} = 25\sqrt{\frac{2}{21}}$

Ответ: $AC = 25\sqrt{\frac{2}{21}}$

6

4) $\angle BOC = \frac{\alpha}{2}$ (т.к. $\angle AOC$ ... №3 Чистовик.

Продлим MP до пересечения с AC = Q.

11) $\triangle AMQ \sim \triangle KPQ$ (т.к. $AM \parallel KP$; $\angle Q$ - общий).
($AM \parallel KP$ т.к. $\angle MBA = \angle KPQ$).

12) $AB = \frac{5}{2} PK \Rightarrow$
$\Rightarrow AM = \frac{1}{2} AB = \frac{5}{4} PK \Rightarrow$ k_2 - коэфф. подобия

$= \frac{MA}{PK} = \frac{5}{4} = k_2 \Rightarrow$

Чистовик

$\Rightarrow \frac{AQ}{KQ} = \frac{5}{4} \Rightarrow KQ = AQ \cdot \frac{4}{5}$.

$AK = AQ - KQ =$
$= AQ(1 - \frac{4}{5}) = \frac{1}{5} AQ$

$AK = \frac{1}{5} \cdot \frac{5}{4} KQ = \frac{1}{4} KQ$.

$AK = 3x \Rightarrow KQ = 12x \Rightarrow$
$\Rightarrow CQ = 10x = KQ - KC = 12x - 2x$.

13) $\frac{PH \cdot 5x}{2} = 10$. $PH \cdot 5x = 20$.
$PH = \frac{4}{x}$.

$HH'' = \frac{HH'}{2} = \frac{5}{4} PH$

$S_{AMPK} = S_{AMP} + S_{APK} = 6 + \frac{S_{BPA}}{2} = 6 + 7,5 =$
$= 13,5$.

14) Пусть $S_{KPQ} = S_0$, тогда.

$k_2^2 \cdot S_0 - S_0 = S_{AMPK} = (k_2^2 - 1) S_0 = 13,5$.

$\left(\frac{25}{16} - 1\right) S_0 = 13,5$.
$\frac{9}{16} S_0 = 13,5$.

$S_0 = \frac{13,5 \cdot 16}{25} = \frac{27 \cdot 8}{25}$.

$S_0 = \frac{27 \cdot 8}{9} =$
$= 3 \cdot 8 =$
$S_0 = 24$.

$S_0 = \frac{PH \cdot 12x}{2} = PH \cdot 6x = 24$

$\Rightarrow PH = \frac{24}{6x} = \frac{4}{x}$.

5

21103808 (U324943 M1304961)

Чистовик

$$\ln^2 b = \frac{\ln^3 a}{\ln b - \ln a}$$

$$\ln^3 b - \ln^2 b \ln a = \ln^3 a$$

$$\ln^2 b(\ln b - \ln a) = \ln^3 a.$$

$$\frac{\ln^3 a}{\ln^3 b} = 1 - \frac{\ln a}{\ln b}. \qquad \frac{\ln a}{\ln b} = t.$$

$$t^3 = 1 - t.$$

$t^3 + t - 1 = 0$ - всегда возрастает $\Rightarrow$ 1 корень.

2) $\cancel{\log_{\sqrt{3x+1}}}(4x+1) = \frac{2\ln b}{\ln a} = \frac{\ln a}{\ln c}$

$$\frac{\ln a}{\ln c} - 1 = \frac{2\ln c}{\ln b}$$

$$\frac{\ln \frac{a}{c}}{\ln c} = \frac{2\ln c}{\ln b} \Rightarrow \ln b = \frac{2\ln^2 c}{\ln \frac{a}{c}}.$$

$$2\ln b \cdot \ln c = \ln^2 a.$$

$$2\frac{\ln^2 c}{\ln \frac{a}{c}} \cdot \ln c = \ln^2 a.$$

$$4\ln^3 c = \ln^3 a - \ln^2 a \cdot \ln c.$$

$$4\frac{\ln^3 c}{\ln^3 a} = 1 - \frac{\ln c}{\ln a} \Rightarrow \frac{\ln c}{\ln a} = \frac{1}{2}$$

8. $4\frac{\ln^3 c}{\ln^3 a} + \frac{\ln c}{\ln a} - 1 = 0.$ $\quad \frac{\ln^3 c}{\ln^3 a} = k$

$4k^3 + k - 1 = 0$ возрастающая $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ 1 корень.

21103808 (U324943 M1304961)

№3 Чистовик.

№2. Чистовик.

$\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)$ $\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2$ $\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)$

$$\begin{cases} 5x-1>0 \\ 5x-1\neq 1 \\ 4x+1\neq 1 \\ 4x+1>0 \\ \frac{x}{2}+2>0 \\ \frac{x}{2}+2\neq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x>\frac{1}{5} \\ x\neq\frac{2}{5} \\ x\neq 0 \\ x>-\frac{1}{4} \\ \frac{x}{2}>-2 \\ x\neq -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>\frac{1}{4} \\ x\neq\frac{2}{5} \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{cases} x>\frac{1}{5} \\ x=\frac{2}{5} \end{cases}}$$

1) $\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)=\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2$

$\frac{2}{\log_{4x+1}5x-1}=2\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)$

$1=\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)\log_{4x+1}(5x-1)$

$(4x+1)^{1}=\left(\frac{x}{2}+2\right)^{\log_{4x+1}(5x-1)}$

1) $\ln^2(4x+1)=\ln\left(\frac{x}{2}+2\right)\ln(5x-1)$

$\frac{\ln(4x+1)}{\ln(5x-1)}-1=\frac{\ln(5x-1)}{\ln\left(\frac{x}{2}+2\right)}$

$\frac{\ln\left(\frac{4x+1}{5x-1}\right)}{\ln(5x-1)}=\frac{\ln(5x-1)}{\ln\frac{x}{2}+2} \Rightarrow \frac{\ln^2(5x-1)}{\ln\frac{4x+1}{5x-1}}=\ln\left(\frac{x}{2}+2\right)$

1. $\ln^2(4x+1)=\frac{\ln^2(5x-1)}{\ln\frac{4x+1}{5x-1}}\cdot\ln(5x-1)$

$5x-1=a$
$4x+1=b$ $\Rightarrow$
$\frac{x}{2}+2=c$

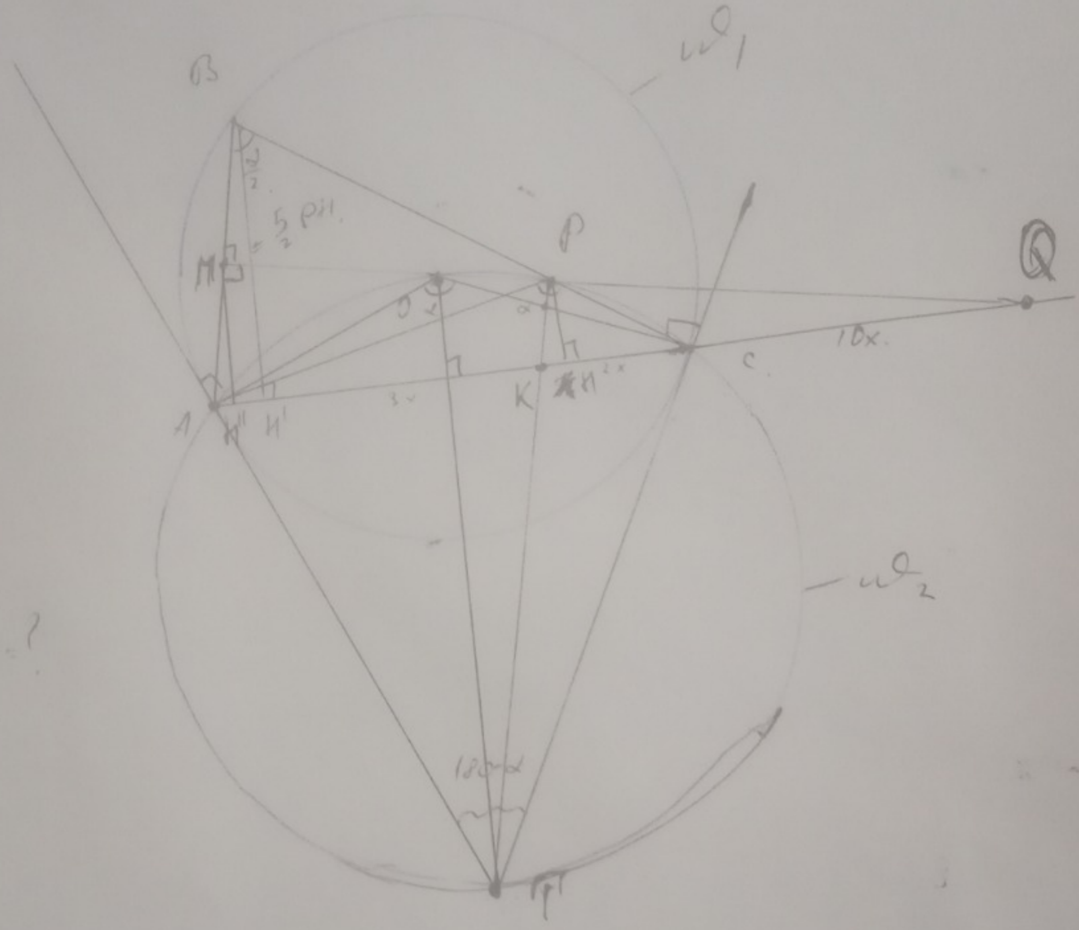
21103808 (U324943 M1304961)

№3 Чистовик.

$S_{\triangle APK} = 6$

$S_{\triangle CPK} = 4$

$S_{\triangle ABC} = ?$



$S_{\triangle ABC}$?

1) $\angle AOC = \angle APC = \alpha$ (т.к. опираются на одну дугу ($\cup AC$))

2) ~~$\angle AOT = \alpha$~~ OT – диаметр окружности ω_2, т.к. $\angle OCT = 90^\circ$; $\angle CAT = 90^\circ$.

3) $\angle ABC = \frac{\alpha}{2} = \frac{\angle AOC}{2}$ т.к. O – центр и опираются на одну дугу $\cup AC$)

4) ~~$\angle TPC = \angle TOC = \frac{\alpha}{2}$ т.к. $\angle TOC = \frac{\alpha}{2}$ (~~

т.к.

3

№1 Ичитовки

$$\Rightarrow S = 6^2\,12\cdot 13 + 6^2\cdot 13 + 6^2 + 6^2\,13 =$$

$$= 6^2\,(12\cdot 13 + 13 + 12 + 1) = 6^2\cdot(13^2 + 13) =$$

$$= 6^2\cdot 13\,14 =$$

$$= 6552 \text{ розличнов}$$

$$
\begin{array}{r}
\times\, 36 \\
13 \\
\hline
108 \\
36 \\
\hline
\times\, 468 \\
14 \\
\hline
1872 \\
468 \\
\hline
6.552
\end{array}
$$

1к.

F

з

2

21103808 (U324943 M1304961)

4) $\angle \Gamma OC = \frac{\alpha}{2}$ (т.к. $\cup AO = \cup OC$ из 3 условия, => $\cup A\Gamma = \cup C\Gamma$ (т.к. $O\Gamma$ - диаметр)

=> $O\Gamma$ - биссектриса ~~в~~ $\angle AOC$ =>

=> $\angle \Gamma OC = \frac{\alpha}{2}$)

5) $\angle \Gamma PC = \angle \Gamma OC = \frac{\alpha}{2}$ (т.к. опираются на одну дугу ΓC (ΓC в окр ω_2)).

6) т.к. $\angle ABC = \angle \Gamma PC = \frac{\alpha}{2}$, то

$\triangle ACB \sim \triangle KCP$ (~~один общий~~ по трём углам).

7) ~~$\frac{AK}{KC}$~~ $\frac{S_{\triangle APK}}{S_{\triangle CPK}} = \frac{PH \cdot AK \cdot \cancel{2}}{PH \cdot HC \cdot \cancel{2}} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ =>

=> $\frac{AK}{KH} = \frac{3}{2}$.

8) т.к. $\triangle ABC \sim \triangle KPC$ и $\frac{AC}{KC} = \frac{5}{2}$, то коэффициент подобия $= \frac{5}{2}$ =>

=> $S_{ABC} = k^2 \cdot S_{KPC} = 4 \cdot \frac{5^2}{2^2} = 25$

Ответ: $\boxed{S_{\triangle ABC} = 25}$

9) $\angle ABC = \arctg \frac{7}{5}$; $AC = ?$

$\angle APB = 180 - \alpha$ => $\angle ABAP = \frac{\alpha}{2}$ => $\triangle ABP$ - равнобед (т.к. $\angle ABP = \angle BAP$).

4. 10) $S_{\triangle ABP} = \frac{BA \cdot MP}{2} = BM \cdot MP = BM^2 \cdot \tg \frac{\alpha}{2} = BM^2 \frac{7}{5} = 15 = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle APC} = 25 - 10$.

=> $BM^2 = \frac{15 \cdot 5}{7}$ => $BM = 5\sqrt{\frac{3}{7}}$ => $BA = 10 \cdot \sqrt{\frac{3}{7}}$

MA.