

Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21103704**

ID профиля: **366693**

Вариант 17

Упробав

$$900 + 300 + 25 = 1225$$

$$\begin{array}{r} 1225 \\ 36 \\ \underline{24} \\ 144 \\ 72 \\ \underline{864} \\ 1225 \\ 864 \\ \hline 361 \end{array}$$

$$a_1^2 + 16da_1 - 10a_1 + 55d^2 - 45d - 1 > 0$$

$$a_1^2 + 2a_1(8d-5) + 55d^2 - 45d + 1 > 0$$

$$\begin{aligned} D_1 &= (8d-5)^2 - 55d^2 + 45d + 1 = 64d^2 - 80d + 25 - 55d^2 + 45d + 1 = \\ &= 9d^2 - 35d + 26 \end{aligned}$$

1) есм

$$1 < d < \frac{16}{9}, 80 \text{ бонорисеца нпу бек}$$

$$d = 19^2$$

$$d = \frac{35+19}{18} = 3$$

$$(10+a)^2 =$$

$$= 100 + 180 + 81$$

$$= 350$$

$$= 79$$

$$= 110$$

$$= 1225$$

$$= 936$$

$$= 289$$

уаре

$$a_1 = \frac{5-8d \pm \sqrt{(d-3)(9d-8)}}{2}$$

$$\begin{cases} a > 5 - 8d + \sqrt{(d-3)(9d-8)} \\ a < 5 - 8d - \sqrt{(d-3)(9d-8)} \end{cases}$$

$$d = \frac{35-19}{18} = \frac{76^8}{189} = \frac{8}{9}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 26 \\ \hline 216 \\ 72 \\ \hline 936 \end{array}$$

$$\frac{35+17}{18} = \frac{52}{189} = \frac{26}{9}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ \times 62 \\ \hline 32 \\ 64 \\ \hline 672 \end{array}$$

2) $a_1^2 + 16da_1 - 10a_1 + 60d^2 - 45d - 17 < 0$

$$a_1^2 + 2a_1(8d-5) + 60d^2 - 45d - 17 < 0$$

$$D_1 = 64d^2 - 80d + 25 - 60d^2 + 45d + 17 = 4d^2 - 35d + 42$$

нпу $d=2$ бонорисеца бек.

$$a_7 a_{11} - a_6 a_{12} = 5d^2$$

$$a_6 a_{12} - 5 < a_7 a_{11}$$

$$a_7 a_{11} - 17 < 5 < a_6 a_{12} - 1$$

$$5d^2 - 17 < 5 - a_6 a_{12} < 1 - 1$$

$$\frac{2a_1 + 9}{2} \cdot 10 = 10a_1 + \frac{45}{2}$$

$$\begin{cases} -a_6 a_{12} < 5 - 1 \\ a_7 a_{11} < 5 + 17 \end{cases} \quad + \quad d=1$$

$$5d^2 < 16$$

$$d^2 < \frac{16}{5}$$

$$d < \frac{4}{\sqrt{5}} \approx 1,78$$

$$(a_1+5)(a_1+11) > 10a_1 + 46$$

$$(a_1+6)(a_1+10) < 10a_1 + 62$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 16a_1 + 55 - 10a_1 - 46 > 0 \\ a_1^2 + 16a_1 + 60 - 10a_1 - 62 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 6a_1 + 9 > 0 \\ a_1^2 + 6a_1 - 2 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a_1+3)^2 > 0 \\ a_1 \neq -3 \end{cases}$$

$$D_1 = 9 + 2 = 11$$

$$a_1 = -3 \pm \sqrt{11}$$

$$3 < \sqrt{11} < 4$$

$$0 < -3 + \sqrt{11} < 1$$

$$-4 < -\sqrt{11} < -3$$

$$-7 < -3 - \sqrt{11} < -6$$

$$-6 \leq a_1 \leq 0$$

Решение.

$$S = \frac{2a_1 + 9d}{2} \cdot 10 = 10a_1 + 45d$$

$$a_6 a_{12} > S + 1$$

$$a_6 = a_1 + 5d$$

$$a_{12} = a_1 + 11d$$

$$a_6 a_{12} = (a_1 + 5d)(a_1 + 11d) =$$

$$= a_1^2 + 11da_1 + 55d^2$$

$$11da_1 + 55d^2 > 10a_1 + 45d + 1$$

$$a_7 a_{11} = (a_1 + 6d)(a_1 + 10d) = a_1^2 + 16da_1 + 60d^2 < 10a_1 + 45d + 17$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 16da_1 + 55d^2 > 10a_1 + 45d + 1 \\ a_1^2 + 16da_1 + 60d^2 < 10a_1 + 45d + 17 \end{cases}$$

$$a_1(a_1 + 16d)$$

$$a_1^2 + 16da_1 + 55d^2 - 1 < 10a_1 + 45d < a_1^2 + 16da_1 + 60d^2 - 17$$

$$\frac{55d^2 - 1}{a_1 + 17} < 55d^2 - 1 < 10a_1 + 45d - a_1 < 60d^2 - 17$$

$$S = a_1 + a_2 + \dots + a_{10}$$

$$a_1^2 + 16da_1 + 55d^2 > 10a_1 + 45d + 1$$

$$a_1^2 + 16da_1 - 10a_1 + 55d^2 - 45d - 1 > 0$$

$$a_1^2 + 2a_1(8d - 10) + 55d^2 - 45d - 1 > 0$$

$$D_1 = 4 - 55d^2 + 45d + 1 < 0$$

$$-55d^2 + 55d^2 - 45d - 5 > 0$$

$$11d^2 - 9d - 1 > 0$$

$$D = 81 + 4 \cdot 11 = 125 = 25 \cdot 5$$

$$d = \frac{9 + 5\sqrt{5}}{22}$$

$$d = \frac{9 - 5\sqrt{5}}{22}$$

$$\begin{array}{r} + \frac{81}{44} \\ 125 \end{array}$$

$$\frac{9 - 5\sqrt{5}}{22}$$

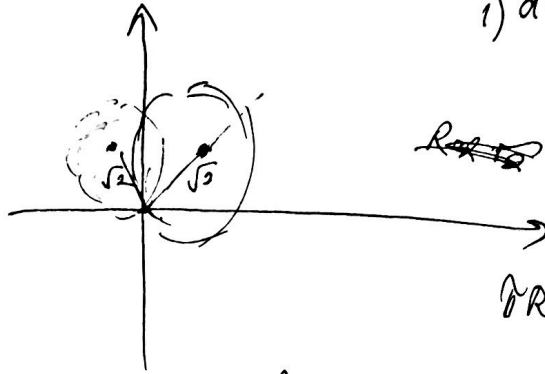
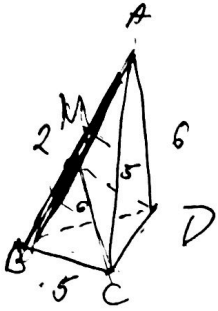
$$d \leftarrow d \left[\begin{array}{l} d < \frac{9 - 5\sqrt{5}}{22} \\ d > \frac{9 + 5\sqrt{5}}{22} \end{array} \right.$$

$$2) a_1^2 + 16da_1 - 10a_1 + 60d^2 - 45d - 17 < 0$$

$$a_1^2 + 2a_1(8d - 10)$$

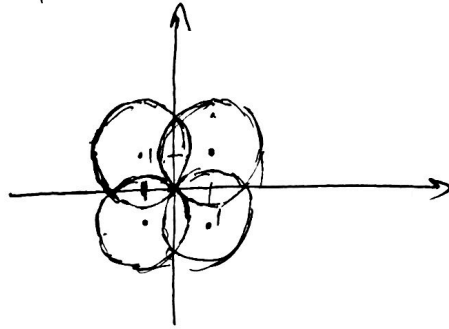
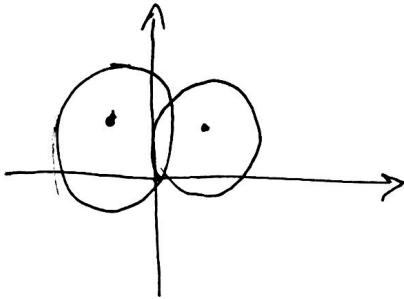
Чертовик.

1) $a+b \geq 1$



~~R=2~~ $R=2\sqrt{2}$

$PR^2 = 4 \cdot 2^2 = 8\sqrt{10}$



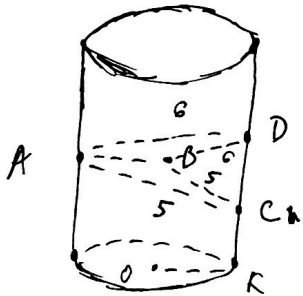
$x\sqrt{2} = 2$
 $h = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$



$CM = \sqrt{24}$

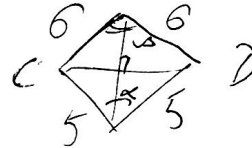
$DM = \sqrt{35}$

$AB \perp (MCD)$



$AB=2$
 $AC=BC=5$
 $AD=BD=6$
OK - height.

$\triangle BCD = \triangle ACD$



$CD^2 = 50 - 2 \cdot 50 \cos \alpha$
 $CD^2 = 72 - 72 \cos \beta$

$72 \cos \beta - 72 = 50 \cos \alpha - 50$
 $36 \cos \beta - 25 \cos \alpha = 11$

Задача 1. S - сумма первых 10 членов арифм. прогр. Найдите все возм. знат. a_1 .

$$a_6 a_{12} = (a_1 + 5d)(a_1 + 11d) = a_1^2 + 16da_1 + 55d^2$$

$$a_7 a_{11} = (a_1 + 6d)(a_1 + 10d) = a_1^2 + 16da_1 + 60d^2$$

$$\begin{cases} a_6 a_{12} > S + 1 \\ a_7 a_{11} < S + 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a_6 a_{12} < -S - 1 \\ a_7 a_{11} < S + 17 \end{cases}$$

$$a_7 a_{11} - a_6 a_{12} < 16$$

$$a_7 a_{11} - a_6 a_{12} = a_1^2 + 16da_1 + 60d^2 - a_1^2 - 16da_1 - 55d^2 = 5d^2$$

Отсюда: $5d^2 < 16$

Т.к. все члены арифм. прогрессии - целые числа, то $d \in \mathbb{Z}$, а также $d > 0$, т.к. прогрессия возрастающая

следовательно $0 < d^2 < \frac{16}{5}$, $d \in \mathbb{Z}$, значит $d = 1$

$$S = \frac{2a_1 + 9d}{2} \cdot 10 = \frac{2a_1 + 9}{2} \cdot 10 = 10a_1 + 45$$

$$\begin{cases} a_6 a_{12} > 10a_1 + 46 \\ a_7 a_{11} < 10a_1 + 62 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2 + 16a_1 + 55 > 10a_1 + 46 \\ a_1^2 + 16a_1 + 60 < 10a_1 + 62 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 6a_1 + 9 > 0 \\ a_1^2 + 6a_1 - 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a_1 + 3)^2 > 0 \\ (a_1 - 3 + \sqrt{11})(a_1 - 3 - \sqrt{11}) < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 \neq -3 \\ -3 - \sqrt{11} < a_1 < -3 + \sqrt{11} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 3 < \sqrt{11} < 4 & \quad -4 < -\sqrt{11} < -3 \\ 0 < -3 + \sqrt{11} < 1 & \quad -7 < -3 - \sqrt{11} < -6 \end{aligned}$$

Значит

$$\begin{cases} a_1 \neq -3 \\ -6 \leq a_1 \leq 0 \end{cases}$$

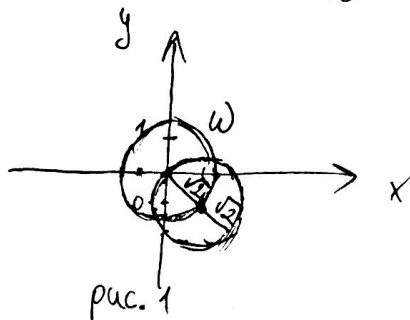
Ответ: -6; -5; -4; -2; -1; 0

Задача 3. Фигура M задана системой:

$$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 2 & ① \\ a^2 + b^2 \leq \min(2a + 2b, 2) & ② \end{cases}$$

Найти площадь M .

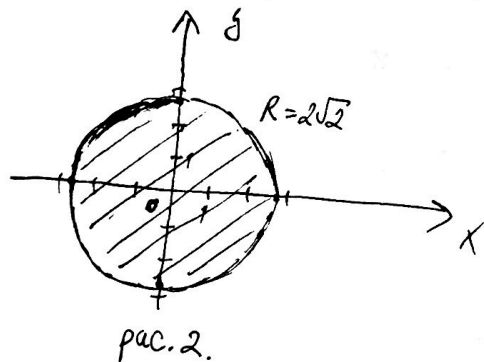
Рассмотрим все точки с координатами $(a; b)$, для которых $a^2 + b^2 = 2$. Они лежат на окружности с центром в $(0; 0)$ радиуса $\sqrt{2}$ (рис. 1)



Неравенство 1. задает круг с центром в точке $(a; b)$ и радиусом $\sqrt{2}$

Если из каждой точки, принадлежащей окружности на рис. 1 провести окружность радиуса $\sqrt{2}$, то в множество точек, лежащих ~~внутри~~ ^{внутри и на границе} этой окружности (или самой ^{окр.})

войдут все точки внутри (и на границе) окружности ω , а также все точки, расстояние от которых до ω не превышает $\sqrt{2}$. Таким образом, там окажутся все точки, лежащие внутри и на границе окр. с центром в $(0; 0)$ и радиусом $2\sqrt{2}$. (рис. 2)



Заметим, что если $a^2 + b^2 < 2$ то неравенство 1 задает круг, лежащий целиком внутри круга на рис. 2, а значит никакие новые точки не добавятся. Следовательно, искомая фигура M — круг, изображенный на рис. 2 (с центром в $(0; 0)$ и радиусом $2\sqrt{2}$)

Его ~~площадь~~ площадь $S = \pi R^2 = \pi \cdot (2\sqrt{2})^2 = 8\pi$

Ответ: 8π

12

2

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21103704**

ID профиля: **366693**

Вариант 17

Задача 4.

Найти кол-во троек натур. чисел $(a; b; c)$, таких что

$$\begin{cases} \text{НОД}(a; b; c) = 6 \\ \text{НОК}(a; b; c) = 2^{15} \cdot 3^{16} \end{cases}$$

Пусть $a = 2^{a_1} \cdot 3^{a_2} \cdot 5^{a_3} \cdot \dots \cdot p_i^{a_i} \cdot \dots$
 $b = 2^{b_1} \cdot 3^{b_2} \cdot 5^{b_3} \cdot \dots \cdot p_i^{b_i} \cdot \dots$
 $c = 2^{c_1} \cdot 3^{c_2} \cdot 5^{c_3} \cdot \dots \cdot p_i^{c_i} \cdot \dots$, где p_i - i -е простое число.

Тогда система принимает вид

$$\begin{cases} \text{НОД}(a; b; c) = 2^{\min(a_1, b_1, c_1)} \cdot 3^{\min(a_2, b_2, c_2)} \cdot 5^{\min(a_3, b_3, c_3)} \cdot \dots = 6 \\ \text{НОК}(a; b; c) = 2^{\max(a_1, b_1, c_1)} \cdot 3^{\max(a_2, b_2, c_2)} \cdot 5^{\max(a_3, b_3, c_3)} \cdot \dots = 2^{15} \cdot 3^{16} \end{cases}$$

Отсюда $\begin{cases} \min(a_1, b_1, c_1) = 1 \\ \min(a_2, b_2, c_2) = 1 \\ \max(a_1, b_1, c_1) = 15 \\ \max(a_2, b_2, c_2) = 16 \end{cases}$, а также $\max(a_i, b_i, c_i) = 0$ для всех $i > 2$, т.к. в разложении НОК нет ~~иных~~ простых множителей, больших 3.

Значит хотя бы одно из чисел a_1, b_1, c_1 равно 1, хотя бы одно из них равно 15. Аналогично, ~~хотя~~ одно из a_2, b_2, c_2 равно 1, хотя бы одно равно 16.

Посчитаем количество троек чисел (a, b, c) , где $a_1 \neq b_1 \neq c_1$ и $a_2 \neq b_2 \neq c_2$ их $(3 \cdot 2 \cdot 13) + (3 \cdot 2 \cdot 14)$. (Выбираем одно из трех чисел a_1, b_1, c_1 , которое будет равно 15, одно из двух оставшихся, которое будет равно 1, и последнее число может любым натуральным числом от 2 до 14, аналогично для a_2, b_2, c_2 выбираем, какое будет равно 16, какое 1, а последнее число - любое от 2 до 16).

Теперь посчитаем кол-во a_1, b_1, c_1 , где ~~может быть~~ есть хотя бы два равных числа:

$$\left. \begin{matrix} 15, 1, 1 \\ 15, 15, 1 \\ 15, 1, 15 \\ 1, 15, 15 \\ 1, 15, 1 \\ 1, 1, 15 \end{matrix} \right\} = 6 \text{ вариантов.}$$

Аналогично для a_2, b_2, c_2 :

$$\left. \begin{matrix} 16, 1, 1 \\ 16, 16, 1 \\ 16, 1, 16 \\ 1, 16, 16 \\ 1, 16, 1 \\ 1, 1, 16 \end{matrix} \right\} = 6 \text{ вариантов}$$

1

см. след. стр →

~~А среди~~ Задача 4 (Продолжение)

$$1) a_1 \neq b_1 \neq c_1, a_2 \neq b_2 \neq c_2$$

Таких вариантов, как уже было указано $3 \cdot 2 \cdot 13 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 14$

2) среди a_1, b_1, c_1 есть равные, $a_2 \neq b_2 \neq c_2$

$$6 \cdot (3 \cdot 2 \cdot 14) \text{ вариантов.}$$

3) $a_1 \neq b_1 \neq c_1$, среди a_2, b_2, c_2 есть равные

$$(3 \cdot 2 \cdot 13) \cdot 6$$

4) среди a_1, b_1, c_1 есть равные и среди a_2, b_2, c_2 есть равные

$$6 \cdot 6$$

$$\text{Итого: } 6 \cdot 6 + 6 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 13 + 6 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 14 + 3 \cdot 2 \cdot 13 + 3 \cdot 2 \cdot 14 = \underline{7560}$$

ответ: 7560 прок.

См. след. стр. \rightarrow

Задача 5.

$$\log_{\sqrt{5x-1}} (4x+1), \log_{4x+1} \left(\frac{x}{2}+2\right)^2, \log_{\frac{x}{2}+2} (5x-1)$$

При каких x два из этих чисел равны, а третье меньше их на 1?

$$1) (*) \begin{cases} \sqrt{5x-1} > 0 \\ \sqrt{5x-1} \neq 1 \\ 4x+1 > 0 \\ 4x+1 \neq 1 \\ \frac{x}{2}+2 > 0 \\ \frac{x}{2}+2 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{5} \\ x \neq \frac{2}{5} \\ x > -\frac{1}{4} \\ x \neq 0 \\ x > -4 \\ x \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow (*) \begin{cases} x > \frac{1}{5} \\ x \neq \frac{2}{5} \end{cases}$$

Преобразуем исходные числа.

$$\log_{\sqrt{5x-1}} (4x+1) = 2 \log_{5x-1} (4x+1)$$

$$\log_{4x+1} \left(\frac{x}{2}+2\right)^2 = 2 \log_{4x+1} \left|\frac{x}{2}+2\right|$$

раскроем со знаком

Т.к. $\frac{x}{2}+2 > 0$ при всех x , удовлетворяющих условию (*),

$$2 \log_{4x+1} \left|\frac{x}{2}+2\right| = 2 \log_{4x+1} \left(\frac{x}{2}+2\right)$$

Заметим, что произведение данных чисел равно:

$$\begin{aligned} & 2 \log_{5x-1} (4x+1) \cdot 2 \log_{4x+1} \left(\frac{x}{2}+2\right) \cdot \log_{\frac{x}{2}+2} (5x-1) = \\ & = \frac{2}{\log_{4x+1} (5x-1)} \cdot 2 \log_{4x+1} \left(\frac{x}{2}+2\right) \cdot \log_{\frac{x}{2}+2} (5x-1) = \end{aligned}$$

$$= 4 \log_{5x-1} \left(\frac{x}{2}+2\right) \cdot \log_{\frac{x}{2}+2} (5x-1) = 4$$

~~Пусть~~ Пусть два из этих чисел равны k , а третье меньше их на 1,

т.е. равно $k-1$

Тогда их произведение равно ~~$k \cdot k$~~ $k \cdot k (k-1) = 4$

Получаем кубическое уравнение $k^3 - k^2 - 4 = 0$ относительно k

см. след. стр \longrightarrow

Задача 5 (Продолжение). Чистовик

Математика - 11 кл.

$$k^3 - k^2 - 4 = 0$$

$$(k - 2)(k^2 + k + 2) = 0$$

Отсюда $\boxed{k=2}$ ($k^2 + k + 2$ не имеет корней, $\Delta < 0$)

$$1) \begin{cases} 2 \log_{5x-1} (4x+1) = 2 \\ 2 \log_{4x+1} \left(\frac{x}{2} + 2\right) = 2 \\ \log_{\frac{x}{2} + 2} (5x-1) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{2}{7} \\ x = \frac{2}{3} \end{cases} \quad \text{решений нет.}$$

$$2) \begin{cases} 2 \log_{5x-1} (4x+1) = 2 \\ 2 \log_{4x+1} \left(\frac{x}{2} + 2\right) = 1 \\ \log_{\frac{x}{2} + 2} (5x-1) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ \begin{cases} x = 2 \\ x = 6 \end{cases} \\ \begin{cases} x = 2 \\ x = 10 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \underline{x = 2}$$

$$3) \begin{cases} 2 \log_{5x-1} (4x+1) = 1 \\ 2 \log_{4x+1} \left(\frac{x}{2} + 2\right) = 2 \\ \log_{\frac{x}{2} + 2} (5x-1) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \log_{5x-1} (4x+1) = 1 \\ x = \frac{2}{7} \\ \begin{cases} x = 2 \\ x = 10 \end{cases} \end{cases} \quad \text{решений нет.}$$

В 1) разобран случай, когда первые два числа равны, а третье меньше их на 1

В 2) — когда первое и третье равны, а второе меньше на 1

В 3) — когда второе и третье равны, а первое меньше на 1.

Ответ: ~~При~~ При $x=2$

$$\frac{1}{2} \log_a b \quad 2 \log_b c \quad \text{перемнож.} \quad \log_c a$$

$$1) \frac{1}{2 \log_c a \cdot \log_b c} = 2 \log_b c \cdot \frac{1}{\log_a b} \cdot 2 \log_c b \cdot 2 \log_b c$$

$$\log_a \log_b \cdot \frac{\log_b c}{2 \log_c a} =$$

$$\frac{\log_c b}{2 \log_c a} = \frac{2}{\log_c b}; \quad \log_c^2 b = 4 \log_c a$$

$$\begin{array}{r} k^3 - k^2 + 0k - 4 \mid k-2 \\ -2k^2 \\ \hline k^2 + 0k \\ -2k \\ \hline k^2 + k - 4 \\ -k^2 + k + 2 \\ \hline 2k - 2 \\ -2k + 4 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$2) \frac{1}{2} \log_a b = \log_c a$$

$$\frac{\log_a b}{\log_a a} = \frac{1}{\log_a c}; \quad \frac{1}{2} \log_a b = \frac{1}{\log_a c}; \quad \log_a b \cdot \log_a c = 2$$

$$2) 2 \log_b c = \log_a a$$

$$2 = \log_c a \cdot \log_c b$$

$$\log_{\frac{x}{2}} + 2(5x-1) = 2$$

$$3) \frac{1}{2} \log_b a = 2 \log_b c; \quad \log_b c \cdot \log_b a = \frac{1}{4}$$

$$k^2 + k + 2$$

$$D = 1 - 4 \cdot 2$$

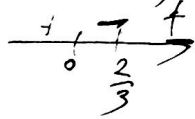
$$\frac{1}{2 \log_b a} \cdot \frac{2 \log_b c}{1} = \log_a a \cdot \log_a c$$

Ищем корни - то где равна k, тогда

$$f(k) = k^3 - k^2 - 1$$

$$f'(k) = 3k^2 - 2k$$

$$f'(k) = 0 \text{ с.м. } k=0, k=\frac{2}{3}$$



$$k^3 - k^2 - 4$$

$$k^2(k-1) = 1 \quad (k-2)(k^2+k+2) = 0$$

$$k^3 - k^2 - 1 = 0 \quad k=2$$

$$(k-1)(k^2+k+1) - k^2 = 0$$

$$k^2 = (k-1)(k^2+k+1)$$

$$k-1=k$$

$$\begin{array}{r} k^3 - k^2 - 4 \mid k-2 \\ -2k^2 \\ \hline k^2 + 0k \\ -2k \\ \hline k^2 + k - 4 \\ -k^2 + k + 2 \\ \hline 2k - 2 \\ -2k + 4 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$8 - 4 - 4 = 0 \quad k^2 - 2k + 2k^2 = k^2$$

$$2^3 - 2^2 - 4 = 0 \quad 2k - 4$$

$$k^3 - k^2 - 4 \mid k-2$$

$$k^2 - 4$$

$$k^2(k-1) = 4$$

$$k^3 - k^2 - 4 = 0$$

$$2 \log_a b; \quad 2 \log_b c; \quad \log_c a$$

$$2 \log_a b \cdot 2 \log_b c \cdot \log_c a = 4$$

$$\frac{\log_c c}{\log_b a} = \log_a c$$

Числа

$$a = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2$$

$$a = 2^{a_1} \cdot 3^{a_2} \cdot 5^{a_3} \dots$$

$$b = 2^{b_1} \cdot 3^{b_2} \cdot 5^{b_3} \dots$$

$$c = 2^{c_1} \cdot 3^{c_2} \cdot 5^{c_3} \dots$$

$$\begin{cases} \text{НОД}(a; b; c) = 2^{\min(a_1; b_1; c_1)} \cdot 3^{\min(a_2; b_2; c_2)} \dots = 6 \\ \text{НОК}(a; b; c) = 2^{\max(a_1; b_1; c_1)} \cdot 3^{\max(a_2; b_2; c_2)} \dots = 2^{15} \cdot 3^{16} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \min(a_1; b_1; c_1) = 1; \min(a_2; b_2; c_2) = 1 \\ \max(a_1; b_1; c_1) = 15; \max(a_2; b_2; c_2) = 16 \end{cases}$$

$$14 - 2 + 1 = 13$$

$$15 - 2 + 1 = 14$$

$$3 \cdot 2 \cdot 13 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 14 = 36 \cdot 13 \cdot 14$$

| | | | | | |
|----|----|----|---|---|---|
| 15 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 15 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 15 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 15 | 15 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 15 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 15 | 11 | | 0 | 0 | 1 |

| | | |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

$$36 + 36 \cdot 27 +$$

| | |
|-----|------|
| 209 | |
| 36 | |
| 14 | 259 |
| 13 | 627 |
| 40 | 7524 |
| 11 | 36 |
| 182 | 7560 |
| 182 | |
| 27 | |
| 209 | |
| 36 | |

$$\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1), \log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2, \log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)$$

Пусть $a = 5x-1; b = 4x+1; c = \frac{x}{2}+1$

$$\log_{\sqrt{a}} b; \log_b c^2; \log_c a$$

$$\frac{1}{2} \log_a b; 2 \log_b c; \log_c a$$

$$1) \frac{1}{2} \log_a b = 2 \log_b c$$

$$\frac{1}{2 \log_a b} = 2 \log_b c$$

$$\frac{\log_a b}{\log_a c} = \log_c b$$

$$\frac{\log_c b}{2 \log_c a}$$

$$\frac{2 \log_a c}{\log_a b}$$

$$\begin{cases} 5x > 1 \\ 5x-1 \neq 1 \\ 4x+1 > 0 \\ 4x+1 \neq 1 \\ \frac{x}{2}+2 > 0 \\ \frac{x}{2}+2 \neq 1 \end{cases} \begin{cases} x > \frac{1}{5} \\ x \neq \frac{2}{5} \\ x \neq \frac{1}{2} \\ x \neq -1 \end{cases}$$

reprobur.

$$1) \begin{cases} \log_{5x} (4x+1) = 1 \\ \log_{4x+1} (\frac{x}{2} + 2) = 1 \\ \log_{\frac{x}{2} + 2} (5x-1) = 1 \end{cases}$$

$$4x+1 = 5x-1; x=2$$

$$4x+1 = \frac{x}{2} + 2; 8x+2 = x+4; 7x = 2$$

$$2) \begin{cases} x=2 \\ \log_{4x+1} (\frac{x}{2} + 2) = 1 \\ \log_{\frac{x}{2} + 2} (5x-1) = 2 \\ 2 \log_9 (3) = \frac{2}{2} \end{cases}$$

$$\frac{x}{2} + 2 = 5x-1 \quad 9x=6 \quad x = \frac{2}{3}$$

$$x+4 = 10x-2$$

$$x+4 = 5x-1$$

$$\frac{x}{2} + 2 = 5x-1$$

$$4x=5 \quad x = \frac{5}{4}$$

$$\frac{2}{2} + 2 = 3$$

$$\sqrt{4x+1} = \frac{x}{2} + 2$$

$$x+4 = 10x-2$$

$$9x=6 \quad x = \frac{2}{3}$$

$$\frac{x^2}{4} + 2x+4 = 5x-1$$

$$x^2 - 12x + 20 = 0$$

$$x=10 \quad x=2$$

$$4x+1 = \frac{x}{2} + 2; 8x+2 = x+4; 7x = 2$$

$$x = \frac{2}{7}$$

$$3) \begin{cases} 2 \log_{\sqrt{5x-1}} (4x+1) = 1 \\ \log_{4x+1} (\frac{x}{2} + 2) = 1 \\ \log_{\frac{x}{2} + 2} (5x-1) = 2 \end{cases}$$

$$\log_{\frac{2}{14}} (\frac{10}{7} - 1) = 2$$

$$\log_{\frac{1}{7}} \frac{3}{7} = 2$$

$$(\frac{1}{7})^2 = \frac{3}{7}$$

$$(4x+1)^2 = 5x-1$$

$$16x^2 + 8x + 1 = 5x - 1$$

$$16x^2 +$$

$$(\frac{x}{2} + 2)^2 = 4x+1$$

$$\frac{x}{2} + 2 = 4x+1$$

$$x+4 = 8x+2$$

$$7x = 2 \quad x = \frac{2}{7}$$

$$\frac{x^2}{4} + 2x+4 = 4x+1$$

$$\frac{x^2}{4} - 2x + 3 = 0$$

$$x^2 - 8x + 12 = 0$$

$$x=2 \quad x=6$$

$$\frac{S_{APC}}{S_{APK}} = \frac{\frac{1}{2} h \cdot CK}{\frac{1}{2} h \cdot AK} = \frac{2}{3} \quad CK:AK = 2:3$$

$$\frac{1}{2} PC \cdot CK \cdot \sin \alpha = 4$$

$$\frac{1}{2} PC \cdot AC \cdot \sin \alpha = 6$$

$$\frac{CK}{AC} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{2} BC \cdot CK \cdot \sin \alpha$$

$$\frac{1}{2} BC \cdot AC \cdot \sin \alpha = \frac{2}{3}$$

$$\frac{S_{ACK}}{S_{ATK}} = \frac{2}{3}$$

$$S_{ACK} = \frac{2}{3} S_{ATK}$$

$$\frac{1}{2} h \cdot AK$$

$$\frac{1}{2} h \cdot AC = \frac{1}{2} AT^2 \sin \alpha = \frac{5}{3} \cdot \frac{1}{2} h \cdot AK$$

$$S_{ATC} = \frac{1}{2} h \cdot AC = \frac{1}{2} AT^2 \sin \alpha = \frac{5}{3} S_{ATK}$$

36 + 27 \cdot 36 + 36 \cdot 103 \cdot 14

1350

209

2554

2554

2554

2554

2554

