Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21103407**

ID профиля: **195994**

Вариант 17

№3

Вариант 17

Чистовик

1

$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 2 \\ a^2+b^2 \le \min(2a+2b;2) \end{cases}$$

Сначала найдем все пары $(a;b)$, удовлетворяющие второму нер-ву:

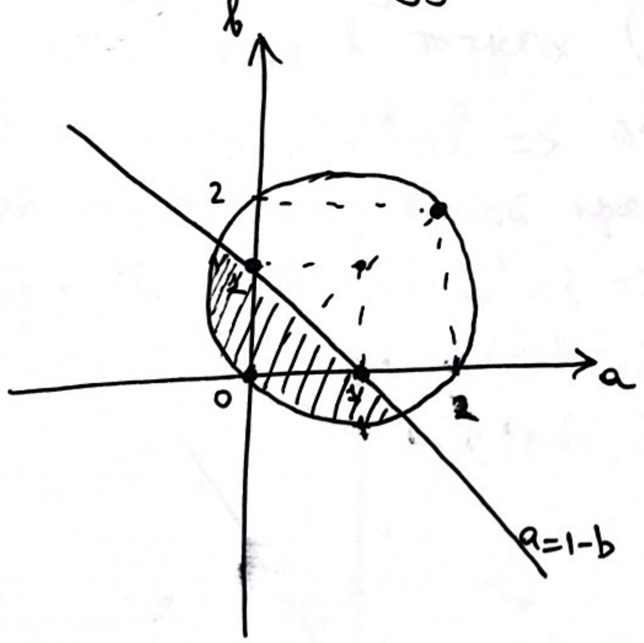
- Если $a+b<1$, то $\min(2a+2b;2)=2a+2b$

т.е. нам нужны a,b: $a^2+b^2 \le 2a+2b$

$(a-1)^2+(b-1)^2 \le 2$

т.е. $\begin{cases} a+b<1 \\ (a-1)^2+(b-1)^2 \le 2 \end{cases}$

Построим графики этих кривых и посмотрим, какие области удовлетв. условию: $a+b<1$ - прямая $a=1-b$,



Берем область снизу

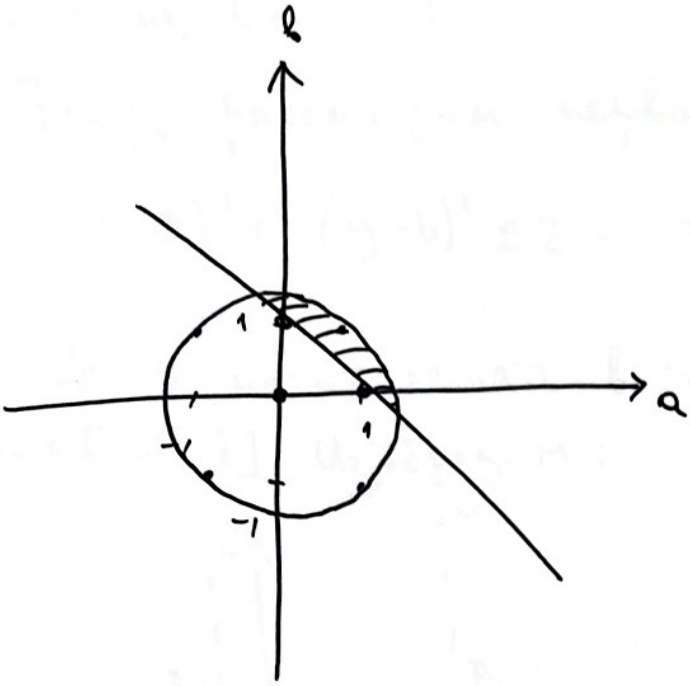
$(a-1)^2+(b-1)^2 \le 2$ - окр-ть с ц. в т. $(1;1)$ и $R=\sqrt{2}$, берем внутр. область.

Получаем закрашенную область.

- Если $a+b>1$, то $\min(2a+2b;2)=2$ Чистовик [2]

т.е. $\begin{cases} a+b>1 \\ a^2+b^2\le 2 \end{cases}$ Также построим график $a+b>1$ – прямая $a=1-b$, берем верхнюю обл.

$a^2+b^2\le 2$ – окр-ть с ц. в т. (0;0) и $R=\sqrt{2}$, берем внутр. обл.



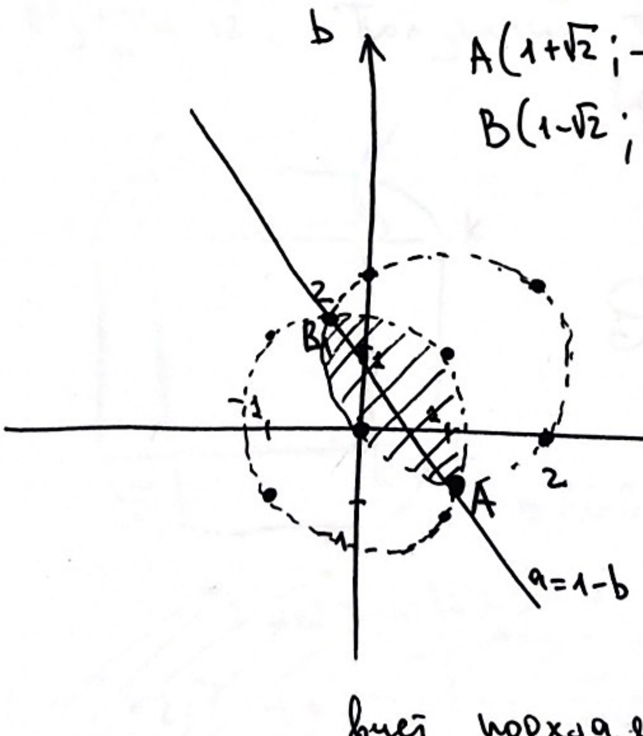
Получаем закрашенную область.

вариант 17

Теперь объединим два графика: окружности пересекаются в точках $(1+\sqrt{2};-\sqrt{2})$ и $(1-\sqrt{2};\sqrt{2})$, т.к.:

$a^2+b^2=(a-1)^2+(b-1)^2 \Rightarrow a+b=1$, т.е. они пересекаются на той самой построенной прямой $a=1-b$, подставим теперь $a=1-b$: $a^2+(1-a)^2=2 \Rightarrow a=1\pm\sqrt{2} \Rightarrow b=\mp\sqrt{2}$. Изобразим:

$A(1+\sqrt{2};-\sqrt{2})$
$B(1-\sqrt{2};\sqrt{2})$



И подходит нам вся закрашенная область. Т.е., как видно по графику, при любом $a\in[1-\sqrt{2};1+\sqrt{2}]$ мы можем найти b, подходящее условию.

И при любом $b\in[-\sqrt{2};\sqrt{2}]$ существует подходящее значение a.

13 Чистовик

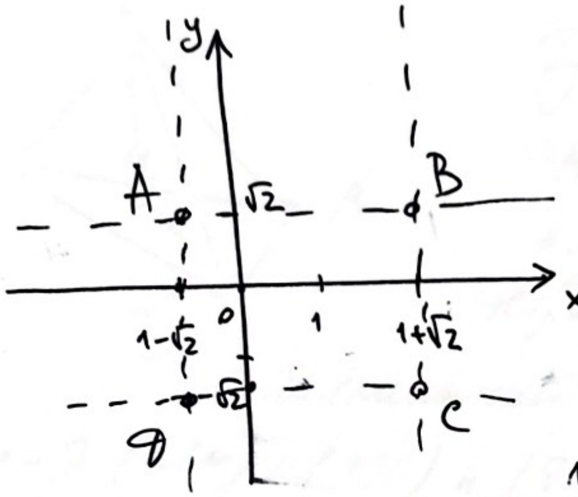
Таким образом, ~~из~~ решением ур-ия $a^2+b^2 \le \min(2a+2b;2)$ является пара $(a_0;b_0)$, где a_0 - любое число из промежутка $[1-\sqrt{2};1+\sqrt{2}]$, а b_0 - любое из $[-\sqrt{2};\sqrt{2}]$.

Вариант 17

Теперь рассмотрим первое ~~ур-ие~~ нер-во:

$(x-a)^2+(y-b)^2 \le 2$ - это круг с центром в т. $(a;b)$ и $R=\sqrt{2}$.

Центр может лежать в точке $(a_0;b_0)$, где $a_0 \in [1-\sqrt{2};1+\sqrt{2}]$ $b_0 \in [-\sqrt{2};\sqrt{2}]$. Изобразим:



Нам подходит ~~квадрат~~ прямоугольник ABCD:

$A(1-\sqrt{2};\sqrt{2})$

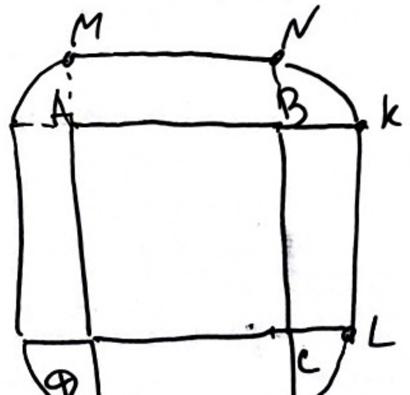
$B(1+\sqrt{2};\sqrt{2})$

$C(1+\sqrt{2};-\sqrt{2})$

$D(1-\sqrt{2};-\sqrt{2})$

$AB = 2\sqrt{2} = CD \Rightarrow$
$AD = BC = 2\sqrt{2}$
ABCD - квадрат.

И с центром в каждой точке этого ~~квадрата~~ прямоуг. нужно построить окр-ть радиуса $\sqrt{2}$. Получится такая картинка:



Весь ~~квадрат~~ прямоуг ABCD + 4 прямоугольника со стороной $=\sqrt{2}$ + 4 четверти кругов радиуса $\sqrt{2}$:

$$S = S_{ABCD} + 2S_{ABMN} + 2S_{BCKL} + S_{\text{круга с } r=\sqrt{2}} =$$

т.к. из этих 4ех частей можно составить круг. (т.к. $90+90+90+90=360$)

$$= AB\cdot BC + AB\cdot BN + BC\cdot BK + \pi\cdot r^2 =$$

$$\cancel{= 2\cdot 2\sqrt{2} + 2\cdot\sqrt{2} + 2\sqrt{2}\cdot\sqrt{2} + \pi\cdot(\sqrt{2})^2 =}$$

$$\cancel{= 4\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 4 + 2\pi = \boxed{6\sqrt{2}+4+2\pi}}$$ ~~- это и есть площадь фигуры.~~

~~М. Ответ: $6\sqrt{2}+4+2\pi$~~

Чистовик

$\boxed{4}$

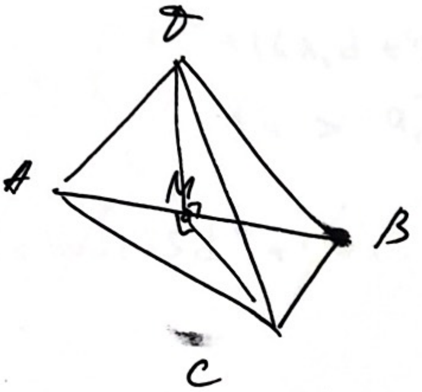
$S = AB \cdot BC + AB \cdot BN + BC \cdot BK + \pi r^2 =$

$= 2\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} + 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} + \pi \cdot (\sqrt{2})^2 = 8 + 4 + 4 + 2\pi =$

$= 16 + 2\pi$ - это и есть площадь фигуры M $\Rightarrow$

Ответ: $16 + 2\pi$

№2



Пусть M - середина AB $\Rightarrow$ $AM = BM = 1$

$DM \perp AB$ и $CM \perp AB$, т.к. $\triangle$-ки ADB и ABC - р/б. Описанный около тетраэдра цилиндр будет иметь наименьший радиус в случае, когда пл-ть $(DCM) \perp (ABC)$ и $(DCM) \perp (ABD)$, т.е. $CM = \sqrt{25-1} = \sqrt{24}$;

$DM = \sqrt{36-1} = \sqrt{35}$ $\Rightarrow$ $CD = \sqrt{24+35} = \sqrt{59}$ $\Rightarrow$

Ответ: $\sqrt{59}$

вариант 17

№1 Вариант 17 Чистовик 5

$a_i = a_1 + (i-1)\cdot d$, где d – шаг прогрессии и $d>0$ по условию.

Также т.к. $a_i \in \mathbb{Z} \Rightarrow d \in \mathbb{Z}$, т.к. $d = a_2 - a_1 \in \mathbb{Z}$

$S = a_1 + .. + a_{10} = 10a_1 + d(1+..+9) = 10a_1 + \frac{9\cdot 10}{2}\cdot d = \underline{10a_1 + 45d}$

$a_6 \cdot a_{12} = (a_1+5d)(a_1+11d) = a_1^2 + 16a_1\cdot d + 55d^2$

$a_7 \cdot a_{11} = (a_1+6d)(a_1+10d) = a_1^2 + 16a_1 d + 60d^2$

$$(*) \begin{cases} a_1^2 + 16a_1 d + 55d^2 > S+1 \\ S+17 > a_1^2 + 16a_1 d + 60d^2 \end{cases}$$

$\cancel{a_1^2} + \cancel{16a_1d} + 55d^2 + \cancel{S} + 17 > \cancel{S} + 1 + \cancel{a_1^2} + \cancel{16a_1d} + 60d^2$

$16 > 5d^2$

$d^2 < \frac{16}{5} \Rightarrow d^2 < 3,2$

т.к. $d \in \mathbb{Z}$, то $d^2 \in N \Rightarrow$ $d^2 = 1$ или $d^2 = 2$ или $d^2 = 3$

$\Downarrow$ $\Downarrow$ $\Downarrow$

$\underline{d=1}$ т.к. $d>0$ $\quad d \notin \mathbb{Z}$ $\varnothing$ $\quad d \notin \mathbb{Z}$ $\varnothing$

Значит, $\underline{\underline{d = 1}}$

Снова вернемся к системе и подставим $d = 1$

$$\begin{cases} a_1^2 + 16a_1 + 55 > S+1 \\ a_1^2 + 16a_1 + 60 < S+17 \end{cases} \quad \text{и } S = 10a_1 + 45d = 10a_1 + 45$$

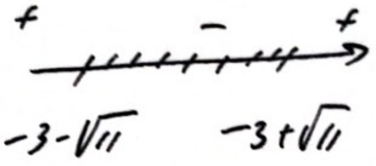
$$\begin{cases} a_1^2 + 16a_1 + 55 > 10a_1 + 45 + 1 \\ a_1^2 + 16a_1 + 60 < 10a_1 + 17 + 45 \end{cases}$$

Вариант 17 Чистовик $\boxed{6}$

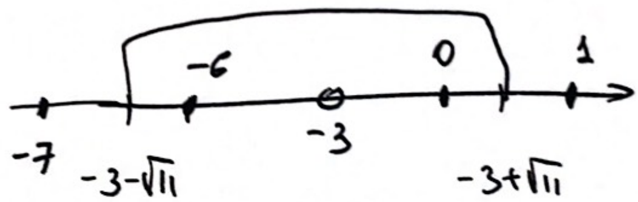
$$\begin{cases} a_1^2+6a_1+9>0 \\ a_1^2+6a_1-2<0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a_1+3)^2>0 \\ a_1^2+6a_1-2<0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 \neq -3 \\ a_1^2+6a_1-2<0 \end{cases} \rightarrow \quad D=36+8=44$$

$$a_1=\frac{-6\pm 2\sqrt{11}}{2}=-3\pm\sqrt{11}$$



$$\begin{cases} a_1 \neq -3 \\ a_1 \in (-3-\sqrt{11};\ -3+\sqrt{11}) \end{cases}$$

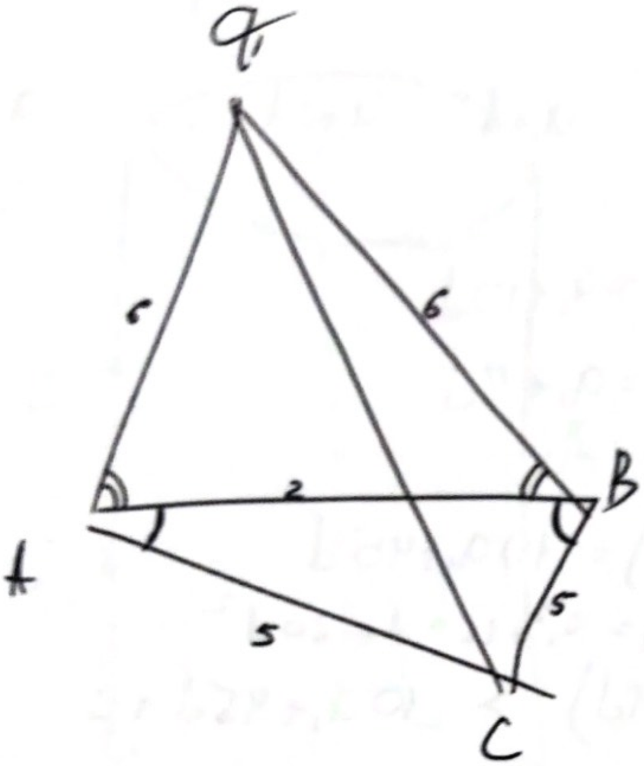


$-3+\sqrt{11}<1$	$-3+\sqrt{11}>0$	$-3-\sqrt{11}>-7$	$-3-\sqrt{11}<-6$
$\sqrt{11}<4$	$\sqrt{11}>3$	$4>\sqrt{11}$	$3<\sqrt{11}$
$11<16$	$11>9$	$16>11$	$9<11$

Значит $a_1=-6$ или -5 или -4 или -2 или -1 или 0 и все эти значения подходят $\Rightarrow$

$\boxed{\text{Ответ: } a_1=-6;\ -5;\ -4;\ -2;\ -1;\ 0}$

Черновик

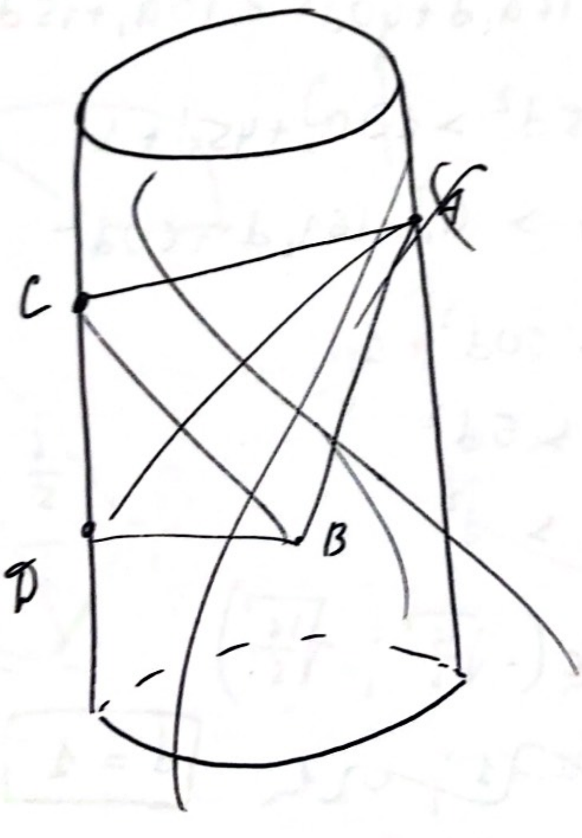


$AB = 2$

$AC = CB = 5$

$AD = DB = 6.$

CD лежит на одной „стороне"



Черновик

$S = a_1 + a_2 + \ldots + a_{10}$ $\qquad a_i \in \mathbb{Z}$

$a_6 \cdot a_{12} > S + 1$

$a_7 \cdot a_{11} < S + 17$

$a_1 \quad a_1+d \quad a_1+2d \quad \ldots \quad a_1+9d = a_{10}$

$a_{11} = a_1 + 10d$

$a_{12} = a_1 + 11d$

$S = a_1 \cdot 10 + d(1+\ldots+9) = 10a_1 + 45d$

$a_7 \cdot a_{11} = (a_1+6d)(a_1+10d) = a_1^2 + 16a_1d + 60d^2$

$a_6 \cdot a_{12} = (a_1+5d)(a_1+11d) > 10a_1 + 45d + 1$

$$\begin{cases} a_1^2 + 16a_1d + 55d^2 > 10a_1 + 45d + 1 \\ a_1^2 + 16a_1d + 60d^2 < 10a_1 + 45d + 17 \end{cases}$$

$$+\begin{cases} a_1^2 + 16a_1d + 55d^2 > 10a_1 + 45d + 1 \\ 10a_1 + 45d + 17 > a_1^2 + 16a_1d + 60d^2 \end{cases}$$

$55d^2 + 17 > 60d^2 + 1$

$16 > 5d^2$ $\qquad \frac{16}{5} = 3{,}2$

$\frac{16}{5} > d^2$ $\qquad \sqrt{3{,}2} \in (1;2)$

$d \in \left(-\sqrt{\frac{16}{5}}; \sqrt{\frac{16}{5}}\right)$

$\cancel{d = -1; 0; 1}$ $\qquad \boxed{d = 1}$

$\underbrace{a_1^2 + 16a_1 + 55}_{17} > 10a_1 + 46$ $\qquad \cancel{10a_1 + 45 + 17 > a_1^2}$

$\cancel{7a_1 > -9}$ $\qquad a_1^2 + 6a_1 + 9 > 0$

$\cancel{a_1 > -\frac{9}{7}}$ $\qquad (a_1+3)^2 > 0$

$a_1 \neq -3$

~~А и В лежат на ср. пере~~ к ОС.

Черновик

$$\begin{array}{r} 45 \\ 17 \\ \hline 62 \end{array}$$

$10a_1 + 45 + 17 > a_1^2 + 16a_1 + 60$

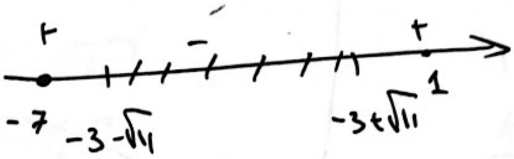
$\cancel{0 > a_1^2 + 6a_1 - 2}$

$\cancel{D = 36 + 8 = 46}$

$\cancel{a_{12} = \frac{-6 \pm \sqrt{46}}{2}}$

$0 > a_1^2 + 6a_1 - 2$

$a = \frac{-6 \pm \sqrt{44}}{2} = -3 \pm \sqrt{11}$



$a_1 \in (-3 - \sqrt{11} ; -3 + \sqrt{11})$

$\cancel{\sqrt{11} \approx 3,\ldots}$ $\quad 3 < \sqrt{11} < 4$

$-4 < -\sqrt{11} < -3$

$-3 - \sqrt{11} > -7$

$-3 + \sqrt{11} < 1$

$\cancel{a_1 = -6; \ldots 1}$

$a_1 = -7; -6; \ldots 0$

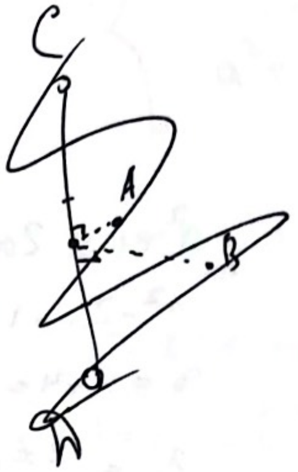
$a_1 = -7 \ldots 0, \quad \underline{a_1 \neq -3}$

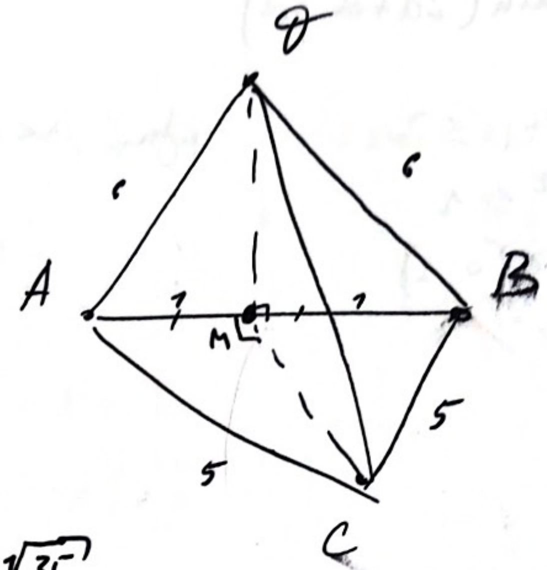
$$\begin{array}{r} 45 \\ 17 \\ \hline 62 \end{array}$$

~~А и В лежат на сер. перп~~ к ДС

С и Д лежат на сер. перп к АВ

Черновик





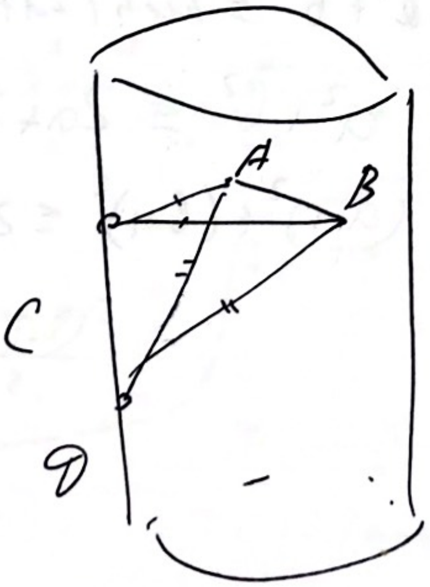
~~$\Rightarrow (ABD) \perp (ABC)$~~

$ДМ = \sqrt{35}$

$СМ = \sqrt{24}$

$ДС = \sqrt{24+35} = \sqrt{59}$

$AC = 2R$



Т.е. при $b=0$ окр-ти в т. $(0;0)$ .. $(\sqrt{2};0)$ черновик

при $b=1$:

$$a^2+1 \le \min(2a+2;2)$$

при $a \ge 0$: $a^2+1 \le 2$

$a^2 \le 1$

$a \in [0;1]$

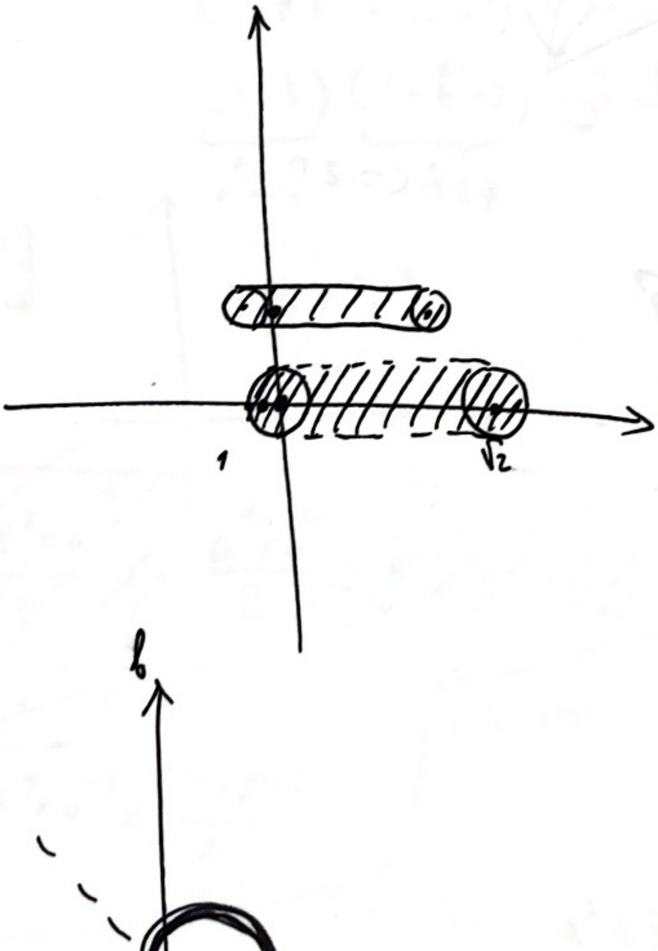
при $a<0$: $a^2+1 \le 2a+2$

$a^2-2a-1 \le 0$

$D = 4+4 = 8 = 2\sqrt{2}$

$x_{1,2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}$

$a \in [1-\sqrt{2};0]$



~~при 2b~~ $b = 2+\alpha$

$\cancel{a^2+(2+\alpha)^2 \le \min(2a+4+2\alpha;2)}$

$a^2+b^2 \le \min(2a+2b;2)$

при $a+b<1$

$a^2+b^2 \le 2a+2b$

$(a-1)^2+(b-1)^2 \le 2$

$a<1-b$.

Черновик

M - фигура из $(x;y)$: $\forall a, b$:

окр. $\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 2 \\ a^2+b^2 \le \min(2a+2b;2) \end{cases}$

Если $2a+2b \le 2$; $a+b \le 1$

$a^2+b^2 \le 2a+2b$

$\cancel{(a-1)^2+(b-1)^2 \le 2}$

$(a+b)^2-2ab \le 2(a+b)$

$\underbrace{(a+b)}_{\cancel{\le 1}}\underbrace{(a+b-2)}_{\cancel{\le 1}} \le 2ab$

Если $2a+2b > 2$ $a+b>1$

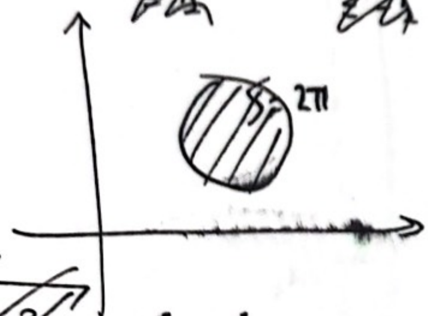
$a^2+b^2 \le 2$

$(a+b)^2-2ab \le 2$

$1<(a+b)^2 \le 2+2ab$

$1 < 2+2ab$

$-1 < 2ab$



$a^2+b^2 \le \min(2a+2b;2)$

$a^2+b^2 \le 2\min(a+b;1)$

$\cancel{a^2+b^2 \le 2a+2b}$

$\cancel{\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} \ge 1}$ $\frac{a^2+b^2}{2} \ge \sqrt{a^2b^2} = |ab|$

$\cancel{a^2+b^2}$

$a^2+b^2 \ge \frac{(a+b)^2}{2}$

I. Если $2a+2b=2$

$\boxed{a+b=1}$ $a=1-b$

? $a^2+b^2 \le 2$

$(a+b)^2-2ab \le 2$

$1-2ab \le 2$

$-1 \le 2ab$

$-1 \le 2(1-b)b$

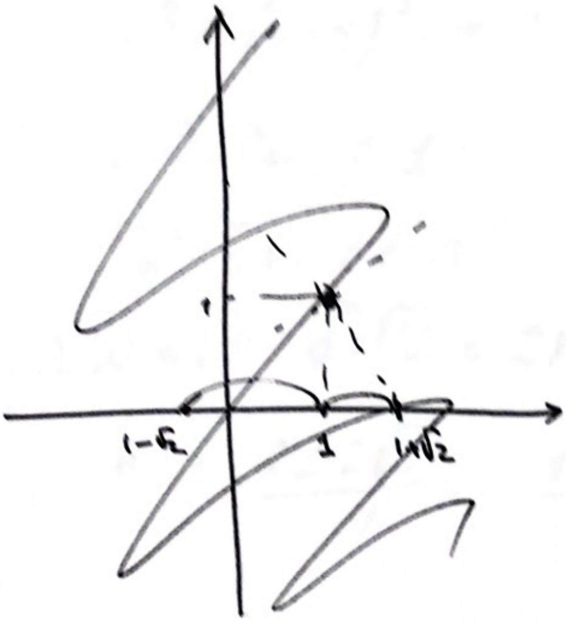
$0 \le 2b-2b^2+1$

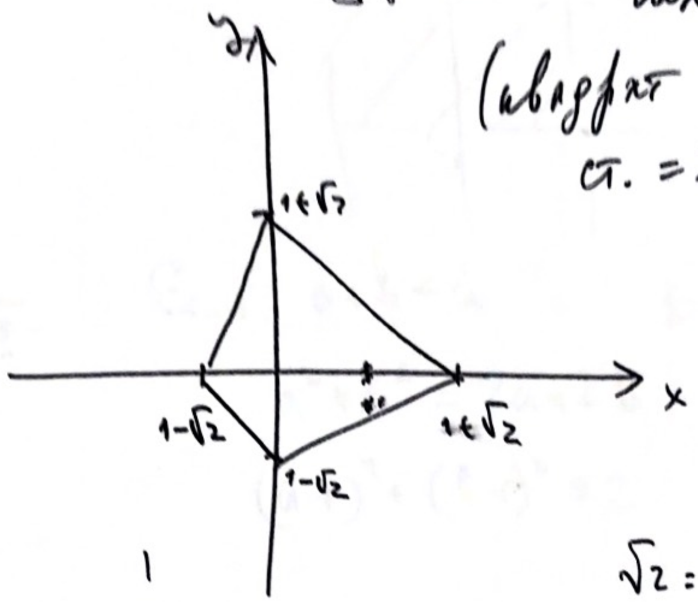
$2b^2-2b-1 \le 0$

$D = 4+8 = 12$

Т.е. в ур-ии $(x-a)^2+(y-1)^2=2$ Черновик

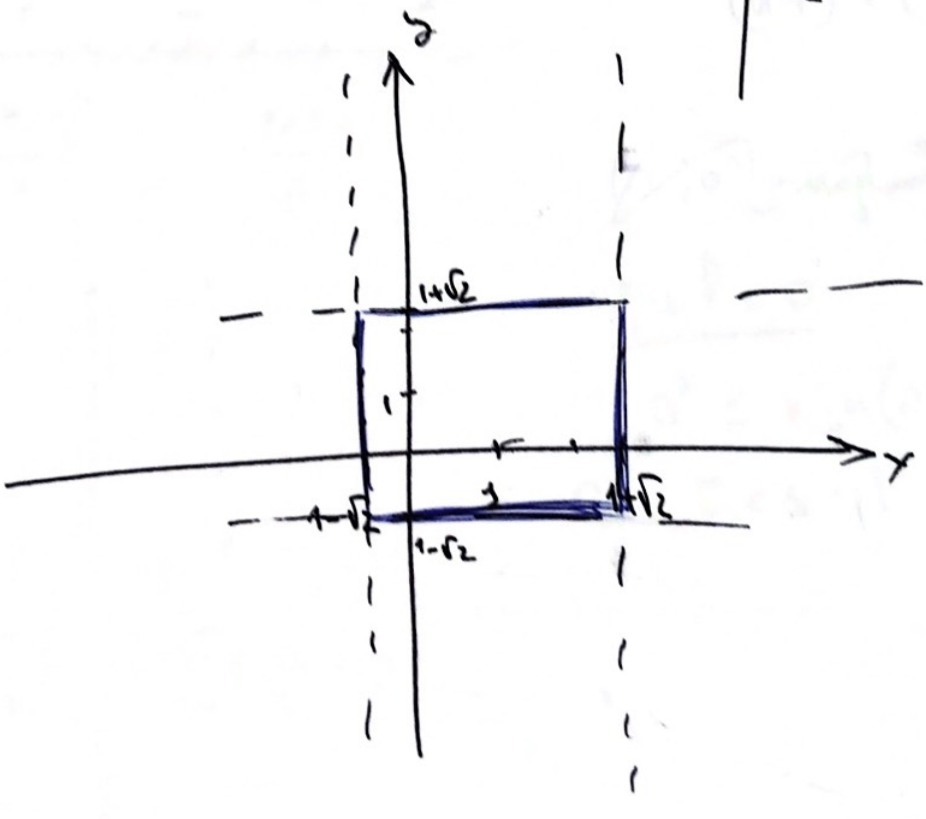
это окружность с центром в любой точке квадрата ограниченного ~~квадрата~~: ~~фигурой~~: полосами





(квадрат со ст. = 2)

$\sqrt{2}=1,3.$



и теперь площадь фигуры:

Черновик

$a+b=1 \qquad b=1-a$

$a^2+b^2 \le 2$

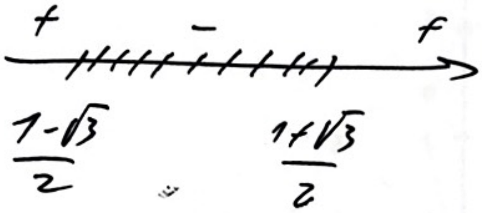
$a^2+(1-a)^2 \le 2$

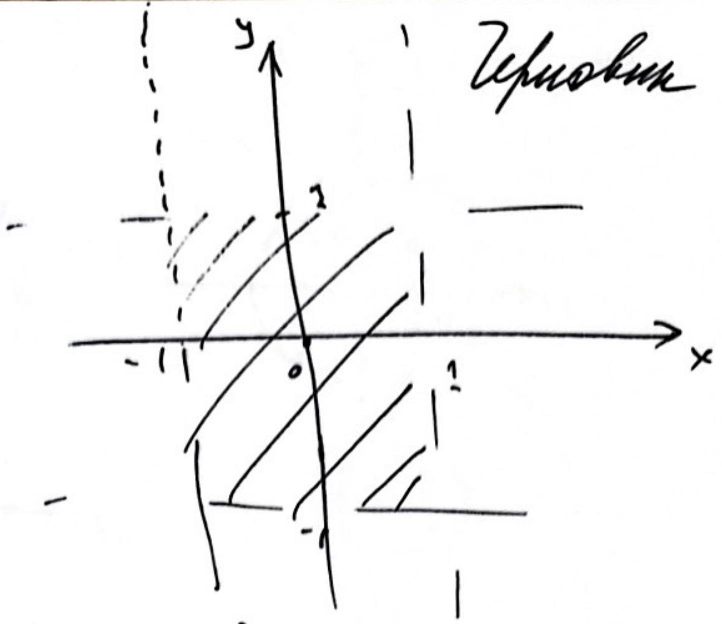
$2a^2-2a \le 1$

$2a^2-2a-1 \le 0$

$\sqrt{D}=\sqrt{4+8}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

$a_1 = \dfrac{2\pm2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{1\pm\sqrt{3}}{2}$





Если: $a+b<1$

$a^2+b^2 \le 2a+2b$

$(a-1)^2+(b-1)^2 \le 2$

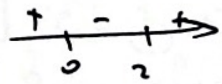
~~(0;0) – подходит~~

при $b=0$

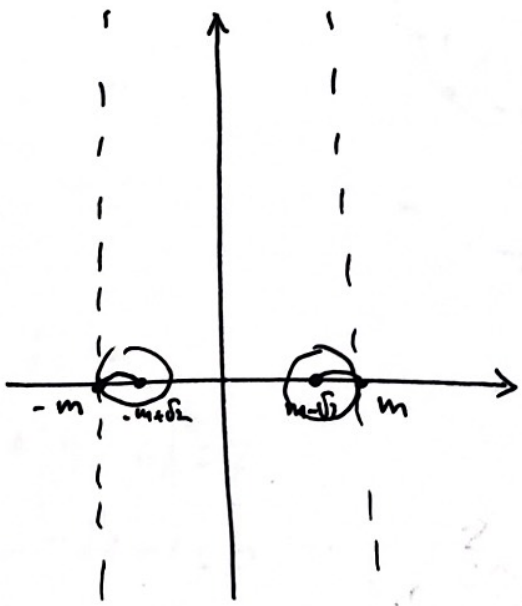
$a^2 \le \min(2a;2)$

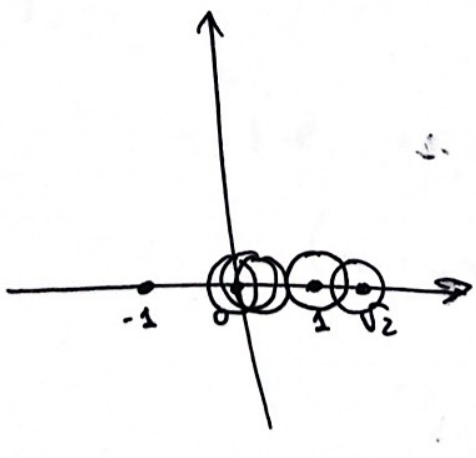
Если $a<1$: $a^2 \le 2a$

$a(a-2) \le 0$



$a \in (0;1)$



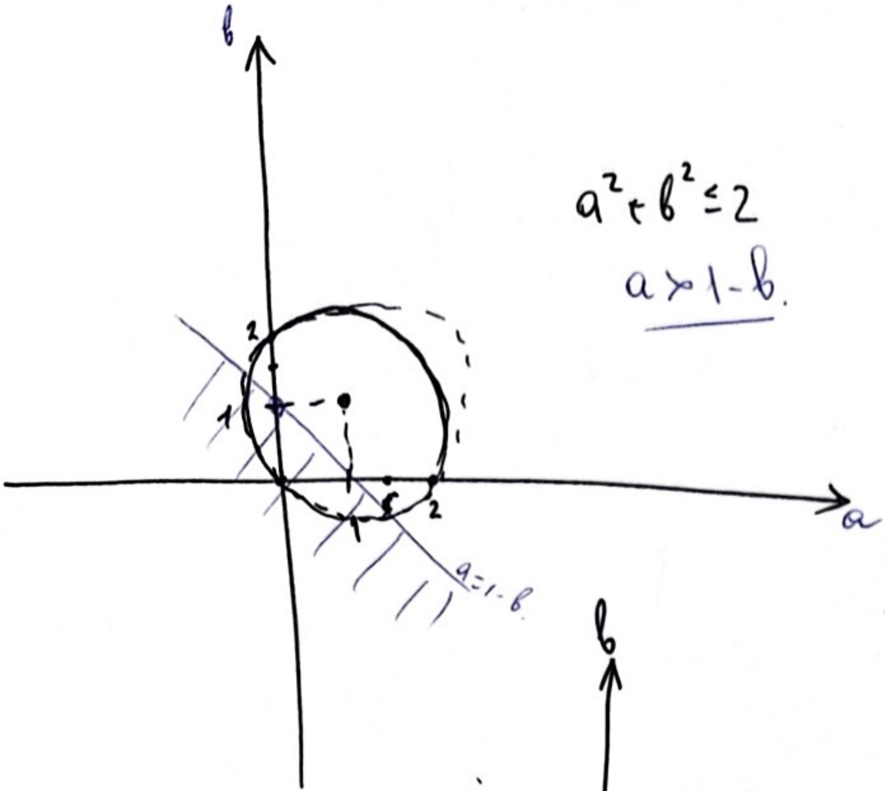


$a>1$: $a^2 \le 2$

$a \in (-\sqrt{2};\sqrt{2})$

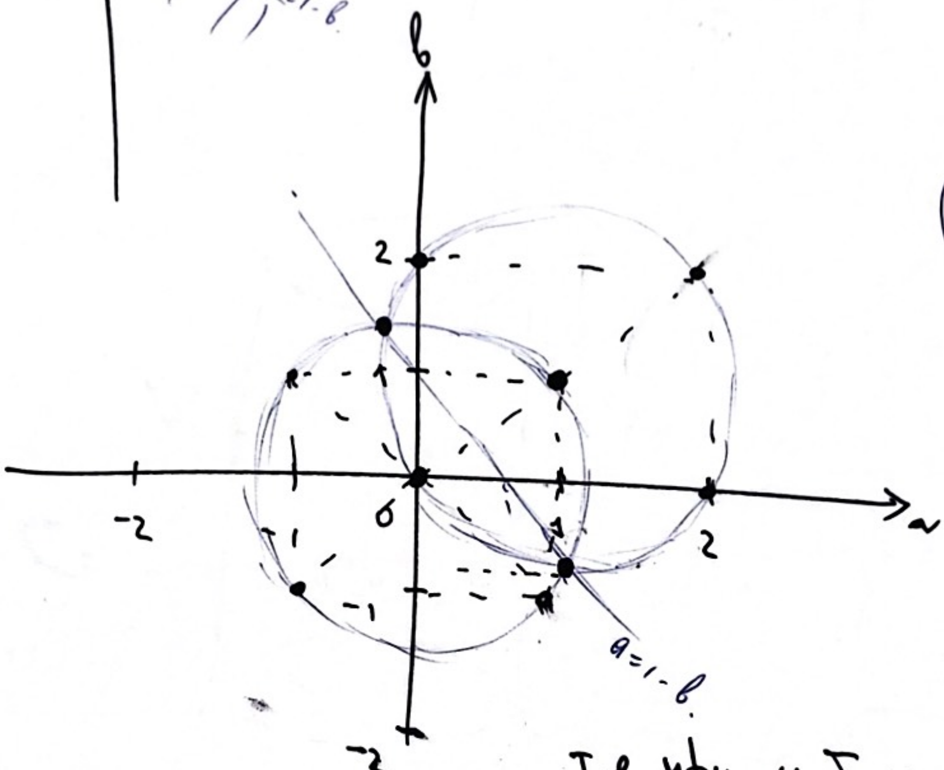
$a \in (1;\sqrt{2})$

Черновик



$a^2+b^2\le 2$

$a\geqslant 1-b$



$a^2+b^2=2$

$(a-1)^2+(b-1)^2=2$

$a^2+b^2=(a-1)^2+(b-1)^2$

$1=a+b$

$b=1-a$

$a^2+(1-a)^2=2$

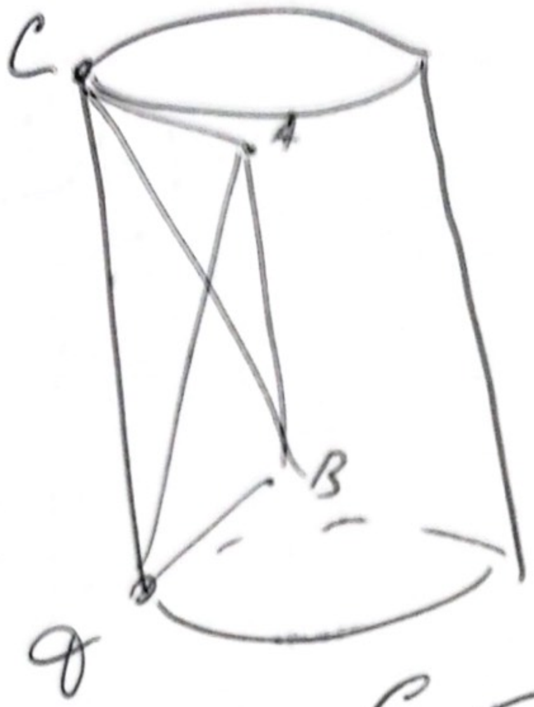
$2a^2-2a-1=0$

$a=1\pm\sqrt{2}.$

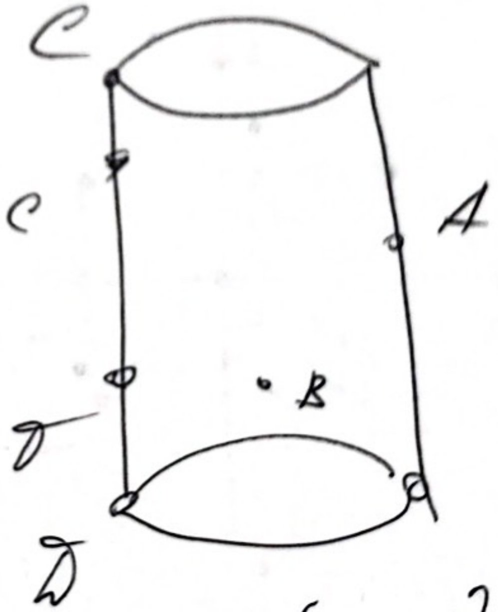
т.е. при любом $a\in[1-\sqrt{2};\ 1+\sqrt{2}]$ есть значение b, удовлетв. условию

и при $b\in[1-\sqrt{2};\ 1+\sqrt{2}]$ есть значение a, удовл. условию

Т.е. подходит серия решений для a и b: $(m;n)$, где m и n - любое число в области $[1-\sqrt{2};\ 1+\sqrt{2}]$



Цриовик



	1	2
-6	✓	✓
-5	✓	·
-4	✓	
-2	✓	
-1	✓	
0	✓	

$$(a_1+3)^2 < 11$$

$$(a_1+3)^2 \le 9$$

$$-3 \le a_1+3 \le 3$$

$$-6 \le a_1 \le 0$$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21103407**

ID профиля: **195994**

Вариант 17

№5

Чистовик

1

Вариант 17

Пусть два из этих чисел равны m, а одно равно $m-1$, тогда рассмотрим их произведение. С одной стороны это $m^2(m-1)=m^3-m^2$, а с другой это

$$\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)\cdot\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2\cdot\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)=$$

$$\begin{cases}5x-1>0\\ \frac{x}{2}+2>0\\ 4x+1>0\end{cases}$$

$$=2\log_{5x-1}(4x+1)\cdot 2\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)\cdot\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)=$$

$$=4\cdot\cancel{\log_{5x-1}(4x+1)}\cdot\frac{\cancel{\log_{5x-1}\left(\frac{x}{2}+2\right)}}{\cancel{\log_{5x-1}(4x+1)}}\cdot\frac{1}{\cancel{\log_{5x-1}\left(\frac{x}{2}+2\right)}}=\underline{\underline{4}}$$

Т.е. $m^3-m^2=4$

$m^3-m^2-4=0\Rightarrow(m-2)(m^2+m+2)=0$

$\underline{\underline{m=2}}$ или $m^2+m+2=0$

$D=1-8<0\Rightarrow\varnothing$

$m-1=1\Rightarrow$ одно из данных чисел равно 1.

I) $m-1=1=\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)\Rightarrow\sqrt{5x-1}=4x+1\Rightarrow 5x-1=16x^2+8x+1\Rightarrow$

$\Rightarrow 16x^2+3x+2=0\quad D=9-8\cdot16<0\Rightarrow\varnothing$

II) $m-1=1=\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2\Rightarrow\left(\frac{x}{2}+2\right)^2=4x+1\Rightarrow\frac{x^2}{4}+4+2x=4x+1$

$\Rightarrow\frac{x^2}{4}-2x+3=0\Rightarrow x^2-8x+12=0\Rightarrow(x-6)(x-2)=0\Rightarrow\underline{x=2}$ или $\underline{x=6}$

Если $x=2$, то исходные числа были: $\underset{2}{\log_3 9}$; $\underset{1}{\log_3 3}$; $\underset{2}{\log_3 9}$ – подходит

Если $x=6$, то $\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)=\log_{\sqrt{29}}25\neq1$ и $\neq2\Rightarrow$ не удовл. условию

III) $m-1=1=\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1) \Rightarrow$

$\frac{x}{2}+2=5x-1 \Rightarrow 10x-2=x+4 \Rightarrow 9x=6 \Rightarrow$

$x=\frac{2}{3} \Rightarrow \log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)=\log_{\sqrt{\frac{7}{3}}}\left(\frac{11}{3}\right) \neq 1$ и $\neq 2 \Rightarrow$

не уд. усл. $\Rightarrow$

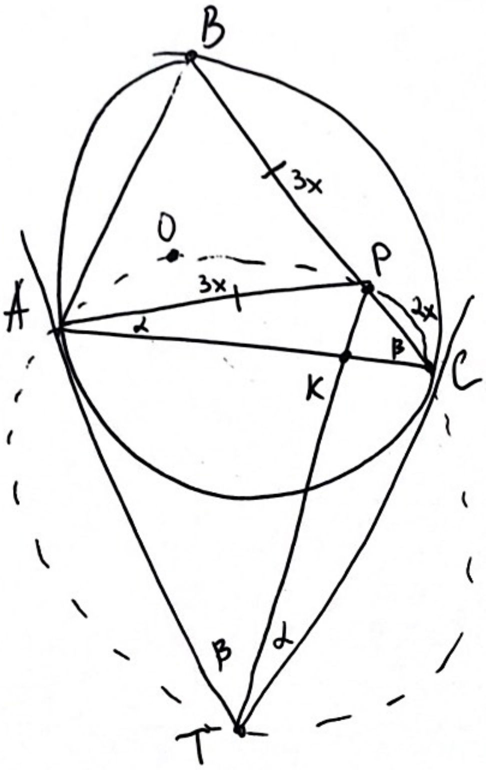
Чистовик

12

Вариант 17

$\boxed{\text{Ответ: } x=2}$

№6



1) $AO \perp AT$ и $CO \perp CT$, т.к. AT и CT - кас. $\Rightarrow AOCT$ - впис

2) $AOCT$ и $AOPC$ - впис $\Rightarrow$ $AOPCT$ - впис $\Rightarrow APCT$ - впис.

3) Пусть $\angle PTC=\alpha$; $\angle PTA=\beta$, тогда $\angle PCA=\angle PTA=\beta$; $\angle PAC=\angle PTC=\alpha$ т.к. $APCT$ - впис.

$\angle AOC=180°-\angle ATC=180-\alpha-\beta$, т.к. $AOCT$ - впис

$\angle ABC=\frac{1}{2}\angle AOC=90-\frac{\alpha}{2}-\frac{\beta}{2}$ т.к. $\angle AOC$ - центр. угол, $\angle ABC$ - впис. угол окр-ти ω.

$\angle BAC=180-\angle B-\angle C=180°-\left(90-\frac{\alpha}{2}-\frac{\beta}{2}\right)-\beta=90+\frac{\alpha}{2}-\frac{\beta}{2}$

$\angle BAP=\angle BAC-\alpha=90-\frac{\alpha}{2}-\frac{\beta}{2} \Rightarrow$

$\angle BAP=\angle ABC=90-\frac{\alpha}{2}-\frac{\beta}{2} \Rightarrow \triangle ABP$ - р/б $\Rightarrow$ $\underline{AP=PB}$

4) $\frac{AK}{KC}=\frac{S_{APK}}{S_{CPK}}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2} \Rightarrow \frac{AK}{KC}=\frac{3}{2} \Rightarrow \frac{S_{ATK}}{S_{CKT}}=\frac{AK}{KC}=\frac{3}{2}$

$\frac{3}{2}=\frac{S_{ATK}}{S_{CKT}}=\frac{AT\cdot TK\cdot\sin\beta}{CT\cdot TK\cdot\sin\alpha}=\frac{\sin\beta}{\sin\alpha}$, т.к. $AT=TC$ как отрезки касат.

$\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{3}{2}$

Чистовик 3

Вариант 17

$\frac{3}{2} = \frac{S_{APK}}{S_{PKC}} = \frac{\cancel{\frac{1}{2}} \cdot AP \cdot AK \sin\alpha}{\cancel{\frac{1}{2}} \cdot PC \cdot CK \sin\beta} = \frac{AP}{PC} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{AP}{PC}$

т.е. $\frac{AP}{PC} = \frac{3}{2}$, т.е. т.к. $AP = BP$, то $\frac{BP}{PC} = \frac{3}{2} \Rightarrow$

$\frac{S_{ABP}}{S_{APC}} = \frac{BP}{PC} = \frac{3}{2} \Rightarrow S_{ABP} = \frac{3}{2} \cdot S_{APC} = \frac{3}{2}(4+6) = \frac{10 \cdot 3}{2} = 15 \Rightarrow$

$S_{ABC} = S_{APC} + S_{ABP} = 10 + 15 = \underline{\underline{25}}$

$\boxed{\text{Ответ: } S_{ABC} = 25}$

5) $\frac{AC}{\sin APC} = \frac{PC}{\sin PAC}$, т.е. $\frac{AC}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{2x}{\sin\alpha} \Rightarrow AC = \frac{2x \cdot \sin(\alpha+\beta)}{\sin\alpha}$

~~$25 = S_{ABC} = \frac{BC \cdot AC \cdot \sin\beta}{2} = \frac{5x \cdot AC \cdot 3 \cdot \sin\alpha}{2 \cdot 2}$~~

~~$5 \cdot 4 = 3x \cdot AC \cdot \sin\alpha$~~

$\angle B = 90 - \frac{\alpha}{2} - \frac{\beta}{2} = \operatorname{arctg}\frac{7}{5} = y$

тогда $\operatorname{tg} y = \frac{7}{5} \Rightarrow \frac{\sin y}{\cos y} = \frac{7}{5} \Rightarrow$

$5\sin = 7\cos y \Rightarrow 25\sin^2 y = 49\cos^2 y \overset{\text{т.к.}}{\Rightarrow} 25\sin^2 y + 25\cos^2 y = 25$

$74\cos^2 y = 25$, т.е.

$\cos y = \frac{5}{\sqrt{74}}$; $\sin y = \frac{7}{\sqrt{74}} \Rightarrow$

$\frac{5}{\sqrt{74}} = \cos y = \cos\left(90 - \frac{\alpha}{2} - \frac{\beta}{2}\right) = \sin\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2}\right)$, т.е. $\begin{cases} \sin\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2}\right) = \frac{5}{\sqrt{74}} \\ \cos\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2}\right) = \frac{7}{\sqrt{74}} \end{cases}$

Тогда $\sin(\alpha+\beta) = 2\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) = \frac{2 \cdot 35}{74} = \frac{70}{74} = \frac{35}{37}$

$\sin(\alpha+\beta) = \frac{35}{37}$

Чистовик [4]

В-т 17

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta + \cos\alpha\cdot\sin\beta =$$

$$\frac{35}{37}$$

$$= \sin\alpha\cdot\sqrt{1-\sin^2\beta} + \sqrt{1-\sin^2\alpha}\cdot\sin\beta =$$

$$= \sin\alpha\cdot\sqrt{1-\frac{9}{4}\sin^2\alpha} + \frac{\sqrt{1-\sin^2\alpha}\cdot 3\sin\alpha}{2}$$

Т.е. $\frac{35}{37} = \sin\alpha\cdot\sqrt{1-\frac{9}{4}\sin^2\alpha} + \frac{3\sin\alpha}{2}\cdot\sqrt{1-\sin^2\alpha}$

Из этого ур-ия можно найти значение $\sin\alpha$.

Теперь найдем x: $\frac{AP\cdot BP\cdot\sin(\alpha+\beta)}{2} = S_{ABP} = 15$

$$AP^2\cdot\sin(\alpha+\beta) = 30$$

$$AP^2 = \frac{30\cdot 37}{35} = \frac{37\cdot 6}{7} \Rightarrow AP = 3x = \sqrt{\frac{37\cdot 6}{7}} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{37}\cdot\sqrt{6}}{3\sqrt{7}}$$

Таким образом, $AC = \frac{2x\cdot\sin(\alpha+\beta)}{\sin\alpha} = \frac{2\cdot\sqrt{37}\cdot\sqrt{6}\cdot 35}{3\sqrt{7}\cdot 37\cdot\sin\alpha} =$

$= \boxed{\frac{2\cdot\sqrt{2}\cdot 5\cdot\sqrt{7}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{37}\cdot\sin\alpha}}$, где $\sin\alpha$ мы знаем.

№4

Чистовик

5

Вариант 17

$$\begin{cases} НОД(a,b,c)=6 \\ НОК(a,b,c)=2^{15}\cdot 3^{16} \end{cases}$$

Заметим, что a, b, c - числа вида $2^{\alpha}\cdot 3^{\beta}$, где $\alpha, \beta \in N$, $\beta, \alpha \geq 1$, т.к. НОД $=6$, а $\Rightarrow a, b, c \vdots 6$ и при этом

$НОК(a,b,c)=2^{\max(\alpha_a, \alpha_b, \alpha_c)}\cdot 3^{\max(\beta_a, \beta_b, \beta_c)}=2^{15}\cdot 3^{16}$, т.е.

$$\begin{cases} \max(\alpha_a, \alpha_b, \alpha_c)=15 \\ \max(\beta_a; \beta_b, \beta_c)=16 \end{cases}$$

и также заметим, что какое-то число $\not\vdots 4$ и какое-то число $\not\vdots 9$, иначе НОД был бы равен $6\cdot 2$ или хотя бы $6\cdot 3$.

Т.е. рассмотрим случаи:

1) Когда $a \not\vdots 4$, $a \not\vdots 9$, тогда $a=6$, $b=2^{\alpha_b}3^{\beta_b}$, $c=2^{\alpha_c}\cdot 3^{\beta_c}$,

~~где α_b и α_c любые от 1 до~~

1.1) $\alpha_b=15$, $\beta_b=16 \Rightarrow c$-любое $\alpha_c=1\ldots 15$, $\beta_c=1\ldots 16$

Итого $16\cdot 15$ в-тов

1.2) $\alpha_c=15$, $\beta_c=16$. Аналогично $16\cdot 15$ в-тов

1.3) $\alpha_b=15$; $\beta_c=16$ Аналог. $16\cdot 15$ в-тов

1.4) $\alpha_c=15$; $\beta_b=16$ Аналог. $16\cdot 15$ в-тов

$\Big\}\ 16\cdot 15\cdot 4$ в-та

2) Когда $b \not\vdots 4$, $b \not\vdots 9$, точно также $16\cdot 15\cdot 4$ в-тов

3) $c \not\vdots 4$, $c \not\vdots 9$ - $16\cdot 15\cdot 4$ в-та

4) $a \not\vdots 4$, $b \not\vdots 9$, тогда $a=2\cdot 3^{\beta_a}$; $b=2^{\alpha_b}\cdot 3$, $c=2^{\alpha_c}\cdot 3^{\beta_c}$

Здесь двумя способами выбираем max α, двумя способами max β, остальное - любое. Итого

$2\cdot 2\cdot 15\cdot 16=$ $4\cdot 15\cdot 16$ в-тов

5) $a \not\vdots 4$ $c \not\vdots 9$ Также $4\cdot 15\cdot 16$ в-тов

6) $a \not\vdots 9$ $\quad b \not\vdots 4$

7) $a \not\vdots 9$ $\quad c \not\vdots 4$ $\quad$ в каждом по $4\cdot15\cdot16$ в-тов

8) $b \not\vdots 4$ $\quad c \not\vdots 9$

9) $b \not\vdots 9$ $\quad c \not\vdots 4$

Итого $4\cdot15\cdot16\cdot9$ в-тов $= 240\cdot36 = \underline{\underline{8640}}$ в-тов

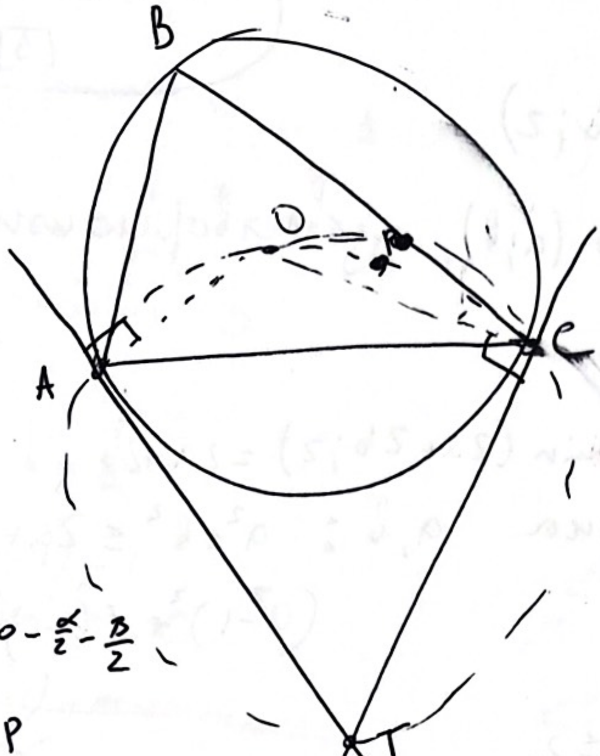
Ответ: 8640 вариантов различных троек.

Чистовик $\boxed{6}$

Вариант 17

Черновик

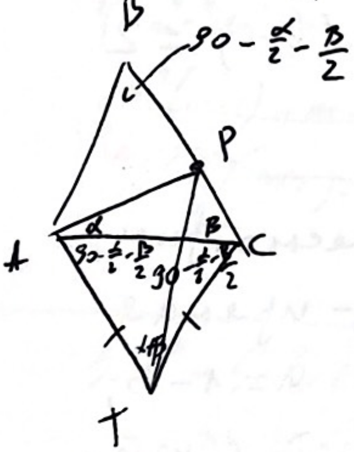
AOCTP впис.



$$\frac{2}{3} = \frac{PC\cdot \cancel{2t}\cdot \sin\beta}{AP\cdot \cancel{3t}\cdot \sin\alpha} =$$

$$1 = \frac{PC}{AP}\cdot\frac{3}{2}$$

$$\frac{PC}{AP} = \frac{2}{3}$$

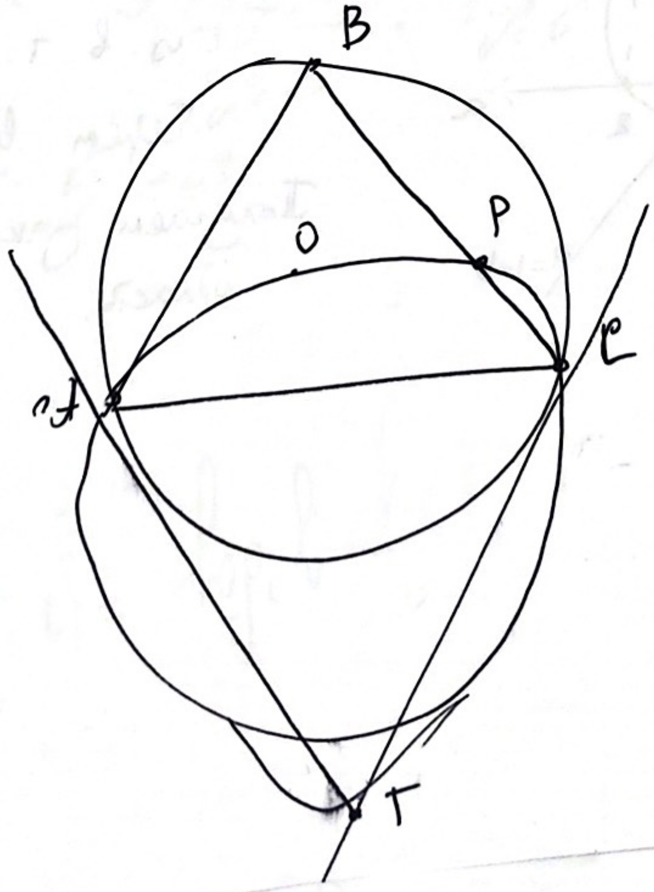


$\angle C = 90 - \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2}$

$\angle AOC = 180 - \alpha - \beta \Rightarrow \angle B = 90 - \frac{\alpha}{2} - \frac{\beta}{2}$

~~$\angle A + 90 - \frac{\alpha}{2} - \frac{\beta}{2} + 90 - \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} = 180$~~

$\underline{\angle A = \alpha}$. $\Rightarrow$



$4m \cdot n = \frac{1}{K}$

Черновик

1) $m = n \quad k = m - 1$

$m^2 = \frac{1}{m-1}$

$m^3 - m^2 - 1 = 0$

2) $m = k, \quad n = m - 1$

$m(m-1) = \frac{1}{m}$

$m^2(m-1) = 1$

$m^3 - m^2 - 1 = 0$

$4 m \cdot n \cdot k = 1$

$4m^2(m-1) = 1$

$4m^3 - 4m^2 - 1 = 0$

$\cancel{m^2(m-1) + m - 1 - m = 0}$

$\cancel{(m-1)^2(m+1) = m}$

$\cancel{2} \log_a b = 4\cancel{?} \log_b c$

$\cancel{\frac{\log_a}{\log_b}}$

$4 \log_b c \cdot \log_b a = 1$

$4m^3 - 4m^2 - 1 = 0$

$m^3 - m^2 - \frac{1}{4} = 0$

$\frac{1}{4} \quad \frac{1}{42} \quad \frac{1}{16} - \frac{1}{4} - 1$

$2 \log_a b \cdot \log_b c = \cancel{2} \frac{2\log_c b}{\log_c a} \cdot \frac{1}{\log_c b} = \frac{2}{\log_c a}$

$\cancel{2} \log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a = \cancel{2}$

1) $\log_b c = \log_c a$

$\frac{1}{\log_c b} = \log_c a$

$\log_a b \cdot \log_c d = \log_c b \cdot \log_a d$

$\log_a b \cdot \log_b c^2 \cdot \log_c a^2 = 4$

$\underbrace{\log_a b}_{t} \cdot \underbrace{\log_b c^2}_{t} \cdot \underbrace{\log_c a^2}_{1-t}$

Черновик

$$\begin{cases} 5x-1=a^2 \\ \frac{x}{2}+2=c \\ 4x+1=b. \end{cases}$$

$\cancel{a^b=t}$ $\cancel{b^t=c^2}$ $\cancel{c^{1-t}=a^2}$

$$\begin{cases} a^b=t \\ b^t=c^2 \quad (1-t) \\ (c^{1-t}=a^2)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2c=x+4 \\ b=4x+1 \\ a^2=5x-1 \end{cases}$$

$\log_a b = m$

$a^m=b$

$\cancel{(5x-1)^{4x+1}=t}$

$\cancel{(4x+1)^t=}$

$\cancel{\frac{c}{c^t}=a^2}$

$$\begin{cases} c^{2-2t}=a^4 \\ c^{2-2t}=b^{t-t^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^4=b^{t-t^2} \\ a^b=t \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^{4b}=b^{bt-bt^2} \\ a^{4b}=t^4 \end{cases}$$

$b^b\ldots$

$m \cdot m \cdot (m-1) = m^3-m^2$

$2\log_{5x-1}(4x+1) \cdot 2\cdot\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right) \cdot \log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1) =$

$= 4 \cdot \frac{\cancel{\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)}}{\cancel{\log_{4x+1}(5x-1)}} \cdot \frac{\cancel{\log_{4x+1}(5x-1)}}{\cancel{\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)}} = 4.$

$m^3-m^2=4.$

$m^3-m^2-4=0$

1 2:

$(m-2)(\underbrace{m^2+m+2}_{D<0})=0$

$\boxed{m=2}$. $\Rightarrow m-1=1$

$НОД(a, b, c) = 6 = 2 \cdot 3$

Черновик

$НОК(a, b, c) = 2^{15} \cdot 3^{16}$

$НОД(a_1; b_1; c_1) = 1$

$a = 2 \cdot 3 \cdot a_1$

$b = 2 \cdot 3 \cdot b_1$

$c = 2 \cdot 3 \cdot c_1$

$a_1; b_1; c_1 \not\vdots x$

$x \neq 2$
$x \neq 3$

$a_1 = 2^x \cdot 3^y$

$b_1 = 2^m \cdot 3^n$

$c_1 = 2^k \cdot 3^p$

$1 + \max(x, m, k) = 15$

$\max(x, m, k) = 14$

$\max(y, n, p) = 15.$

$1 + \max(y, n, p) = 16$

$\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1) \cdot \log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2 \; \log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)$

$\log_a(b) \quad \log_b c^2 \quad \log_c a^2$

$\log_a b \quad 2\log_b c \quad 2\log_c a$

$4 \log_a b \cdot \underbrace{\log_b c}_{} = \frac{1}{\log_c a}$

$\cancel{\frac{\log_a c}{\log_a b}}$

$$\frac{\sin\alpha \cdot 3t \cdot \cancel{3}y}{2} = \gamma^2$$

Цриовик

$$\cancel{3t \cdot \sin\alpha t \cdot y = 4}$$

$AO = OC = R$

$$\cancel{\frac{AO}{\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)} = \frac{AC}{\sin(180-\alpha-\beta)}}$$

$$\frac{AC}{\sin\left(90 - \frac{\alpha}{2} - \frac{\beta}{2}\right)} = 2R = 2AO$$

$$\cancel{\frac{R \cdot \sqrt{74}}{5} = \frac{AC \cdot 37}{7}}$$

$$\frac{AC \cdot \sqrt{74}}{7} = 2R$$

$$AC = \frac{14R}{\sqrt{74}} \qquad AC = \frac{14R}{\sqrt{74}}$$

$$\cancel{\frac{7\sqrt{74}R}{37}} =$$

$$\cancel{AC =}$$

$$\cancel{R = \frac{37\sqrt{74}AC}{7}}$$

$$R = \frac{\sqrt{74}\,AC}{14}$$

$$15\,\cancel{40} = S_{APB} = \frac{AP \cdot PB \cdot \sin(\alpha+\beta)}{2}$$

$$\cancel{2AC = \frac{5x \cdot AC}{\sin\beta}}$$

$$\overset{6}{\cancel{30}} = \frac{AP^2 \cdot \overset{7}{\cancel{35}}}{37}$$

$$\cancel{\sin\beta = \frac{AC \cdot x}{2}}$$

$$\frac{6 \cdot 37}{7} = AP^2 \Rightarrow AP = \sqrt{\frac{6 \cdot 37}{7}} = 3x$$

$$AC = \frac{35 \cdot 2 \cdot x}{37 \cdot \sin\alpha} = \frac{35 \cdot \cancel{2} \cdot x \cdot 3}{37 \cdot \cancel{2} \cdot \sin\beta}$$

$$x = \sqrt{\frac{3 \cdot 2 \cdot 37}{7 \cdot 9}} = \underbrace{\sqrt{\frac{2 \cdot 37}{7 \cdot 3}}}$$

$$= \frac{35 \cdot \cancel{x} \cdot 3 \cdot 5}{37 \cdot x \cdot AC}$$

$$\cancel{AC = \frac{5x}{\sin\alpha}}$$

$$\frac{\cancel{8}x \cdot \sin\beta \cdot AC}{2} = \overset{5}{\cancel{25}}$$

$$AC^2 = \frac{35 \cdot 3 \cdot 5}{37.}$$

$$AC \cdot x \cdot \sin\beta = 10$$

$$AC = \sqrt{\ldots}$$

$$\frac{\cancel{2}x \cdot \sin(\alpha+\beta)}{\sin\alpha} = \frac{\overset{5}{\cancel{10}}}{x \cdot \sin\beta}$$

$$\sin\alpha = \frac{2}{3}\sin\beta$$

$$x^2 \cdot \sin(\alpha+\beta) \cdot \sin\beta = 5\sin\alpha.$$

$\operatorname{arctg}\frac{7}{5} = \cancel{tg}\,x = 90 - \frac{\alpha}{2} - \frac{\beta}{2}$

$\cancel{\sin}\ tg\,x = \frac{7}{5}$ $\qquad \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} = 90 - x$

$\cancel{\sin x =}\ \sin\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2}\right) = \cos x = \cancel{\cos\left(\operatorname{arctg}\frac{7}{5}\right)}$ $\quad \frac{5}{\sqrt{74}}$

$\frac{\sin x}{\cos x} = \frac{7}{5}$

$5\sin x = 7\cos x$

$25\sin^2 x = 49\cos^2 x$

$25\sin^2 x + 25\cos^2 x = 25$

$74\cos^2 x = 25$

$\cos x = \sqrt{\frac{25}{74}}$

$\sin x = \sqrt{1 - \frac{25}{74}} = \frac{7}{\sqrt{74}}$

$\frac{74}{25}$, $\frac{1}{74}$

$\sin(\alpha+\beta) = 2 \cdot \frac{5}{\sqrt{74}} \cdot \frac{7}{\sqrt{74}} = \frac{35}{37}$

$\frac{AC}{\sin(180 - \alpha - \beta)} = \frac{2x}{\sin\alpha}$

$AC = \frac{35 \cdot 2x}{37 \cdot \sin\alpha}$

$74 \quad 74\,|\,\frac{2}{37}$

$\frac{25}{49} \quad 14$

$\frac{m}{2} \quad \frac{m}{2}$

$\frac{AC}{\sin\left(90 - \frac{\alpha}{2} - \frac{\beta}{2}\right)} = \frac{5x}{\sin\left(90 + \frac{\alpha}{2} - \frac{\beta}{2}\right)}$

$\cos\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2}\right) \qquad \cos\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\beta}{2}\right)$

$AC = \frac{\cancel{7 \cdot 5x}}{\sqrt{74} \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\beta}{2}\right)} = \frac{\cancel{35}\,5 \cdot 2x}{37 \cdot \sin\alpha}$

$TC^2 = OT^2 - OC^2 =$

$= R_2^2 - R_1^2 =$

$37\sin\alpha = 2\sqrt{74} \cdot \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$

$=$

I) $m-1 = \log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1) = 1$

$\sqrt{5x-1} = 4x+1$

$5x-1 = 16x^2+8x+1$

$0 = 16x^2+3x+2$

$D<0$

$\varnothing$

II) $m-1 = \log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2 = 1$

$4x+1 = \left(\frac{x}{2}+2\right)^2$

$16x+4 = (x+4)^2$

$16x+4 = x^2+16+8x$

$0 = x^2-8x+12$

$0 = (x-2)(x-6)$

$\underline{x=2}\ ;\ \underline{x=6}$

III) $m-1 = \log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1) = 1$

$\frac{x}{2}+2 = 5x-1$

$x+4 = 10x-2$

$6 = 9x$

$\underline{x = \frac{2}{3}}$

$\log_{\sqrt{\frac{7}{3}}}\frac{11}{3}$ $\varnothing$

$\log_3 9\ ;\ \log_9 9\ ;\ \log_3 9$

$2 \quad 1 \quad 2$

✓

$\log_{\sqrt{29}} 25\ ;\ \log_{25} 25\ ;$

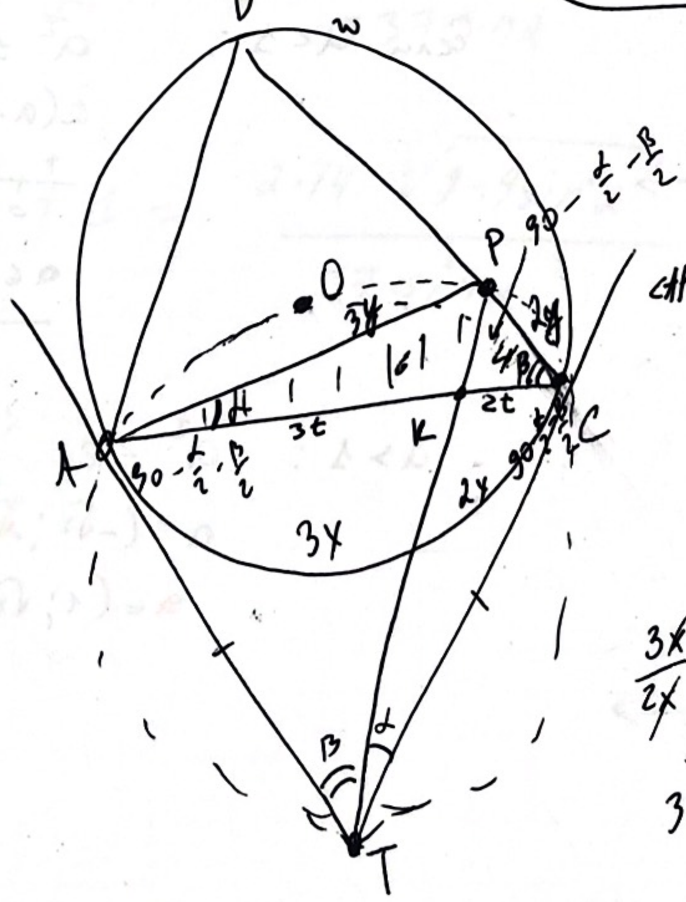
1

$\log_5 29$

$\varnothing$

$\cancel{\log}$

24 0
36 0
14
72 0
864



$S_{APK} = 6$

$S_{CPK} = 4$

$\angle APC = \angle AOC = 2\angle ABC$

$\frac{AK}{KC} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

AOCTP – впис. 15.16.

$\frac{3x}{2x} = \frac{AT \cdot TK \cdot \sin\beta}{TC \cdot TK \cdot \sin\alpha}$

$3\sin\alpha = 2\sin\beta$

$\alpha = 1 \ldots 15$

$\beta = 1 \ldots 16.$

15
16 0
9 0
15
24 0

$\frac{2t}{\sin\alpha} = \frac{7k}{\sin(90 - \frac{\alpha}{2} - \frac{\beta}{2})}$

$\sin\beta = \frac{3}{2}\sin\alpha$

$\cos\beta = \sqrt{1-\sin^2\beta} = \sqrt{1-\frac{9}{4}\sin^2\alpha} =$

$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta + \sin\beta\cdot\cos\alpha$

$\frac{35}{37} = \sin\alpha\cdot\sqrt{1-\frac{9}{4}\sin^2\alpha} + \frac{3\sin\alpha\cdot\sqrt{1-\sin^2\alpha}}{2}$

$\frac{70}{37} = \sin\alpha\sqrt{4-9\sin^2\alpha} + 3\sin\alpha\sqrt{1-\sin^2\alpha}$

$\frac{70}{37\sin\alpha} = \cancel{\sin\alpha}\left(\sqrt{4-9\sin^2\alpha} + \sqrt{9-9\sin^2\alpha}\right)$

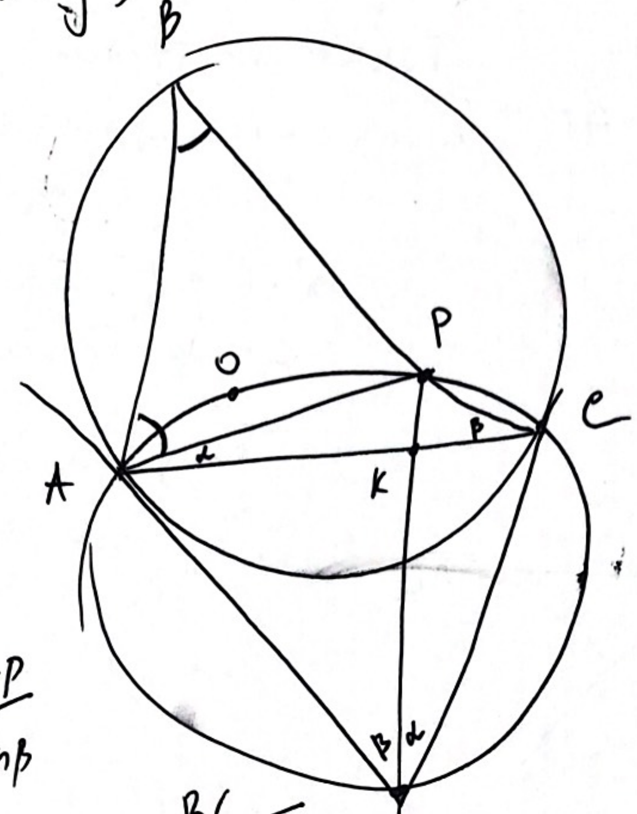
$\cancel{\frac{70\cdot 70}{37\cdot 37\cdot\sin^2\alpha}} = \frac{70}{37\sin\alpha} - \sqrt{9-9\sin^2\alpha} = \sqrt{4-9\sin^2\alpha}$

$\frac{70\cdot\cancel{70}^{14}}{37\cdot 37\cdot\sin^2\alpha} + \cancel{9}^{8}\ ^{1} - \cancel{9\sin^2\alpha} - \frac{2\cdot\cancel{70}^{14}\cdot\sqrt{9-9\sin^2\alpha}}{37\cdot\sin\alpha} = \cancel{4-9\sin^2\alpha}$

$\frac{70\cdot 14}{37\cdot 37\cdot\sin^2\alpha} + 1 = \frac{2\cdot 14\cdot\sqrt{9-9\sin^2\alpha}}{37\cdot\sin\alpha}$

$\frac{70\cdot 14\cdot 70\cdot 14}{37\cdot 37\cdot\sin^4\alpha}$

$90-\frac{\alpha}{2}-\frac{\beta}{2}=\operatorname{arctg}\frac{7}{5}$



$\angle AOC = 180-\alpha-\beta$

$\angle ABC = 90-\frac{\alpha}{2}-\frac{\beta}{2}$

90

$\cancel{90}-\frac{\alpha}{2}-\frac{\beta}{2}+\beta+\angle A=180$

$\angle A = 90-\frac{\beta}{2}+\frac{\alpha}{2}$

$\angle BAP = 90-\frac{\beta}{2}-\frac{\alpha}{2}$

$\parallel$

$\angle B.$

$\angle B.$

$$\frac{AC}{\sin(180-\alpha-\beta)}=\frac{\cancel{B}AP}{\sin\beta}$$

$$\frac{AC}{\sin\left(90-\frac{\alpha}{2}-\frac{\beta}{2}\right)}=\frac{BC}{\underbrace{\sin\left(90+\frac{\alpha}{2}-\frac{\beta}{2}\right)}}$$

$\parallel$

$$\frac{AC}{\cos\left(\frac{\alpha}{2}+\frac{\beta}{2}\right)}=\frac{5x}{\cos\left(\frac{\alpha}{2}-\frac{\beta}{2}\right)}$$

$$\frac{AC}{\sin(\alpha+\beta)}=\frac{2x}{\sin\alpha}$$

$\sin(\alpha-\beta)+\sin(\alpha+\beta)$

$$\frac{5\cancel{x}\cdot\cos\left(\frac{\alpha}{2}+\frac{\beta}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\alpha}{2}-\frac{\beta}{2}\right)}=\frac{2\cancel{x}\cdot\sin(\alpha+\beta)}{\sin\alpha}$$

$$\cos\left(\frac{\alpha}{2}+\frac{\beta}{2}\right)=\frac{\sin(\alpha+\beta)\cdot\cos\left(\frac{\alpha}{2}-\frac{\beta}{2}\right)}{\sin\alpha}=\frac{\sin\left(\frac{3\alpha}{2}+\frac{\beta}{2}\right)+\cancel{4}\cdot\sin\left(\frac{\alpha}{2}+\frac{3\beta}{2}\right)}{2\sin\alpha}$$