Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21102988**

ID профиля: **377216**

Вариант 17

Чистовик (1) вариант 17. №1.

a_1 - первый член;

$a_6 = a_1 + 5d$;

$a_7 = a_1 + 6d$;

$a_{10} = a_1 + 9d$;

$a_{11} = a_1 + 10d$;

$a_{12} = a_1 + 11d$

итак, $S = \frac{a_1 + a_1 + 9d}{2} \cdot 10 = 10a_1 + 45d$;

$a_6 a_{12} > S + 1 \Leftrightarrow (a_1 + 5d)(a_1 + 11d) > 10a_1 + 45d + 1$;

$a_1^2 + 11a_1 d + 5a_1 d + 55d^2 > 10a_1 + 45d + 1$;

$a_1^2 + (16d - 10)a_1 + 55d^2 - 45d - 1 > 0$; (1)

$a_7 a_{11} < S + 17 \Leftrightarrow (a_1 + 6d)(a_1 + 10d) < 10a_1 + 45d + 17$;

$a_1^2 + 10a_1 d + 6a_1 d + 60d^2 < 10a_1 + 45d + 17$;

$-a_1^2 - (16d - 10)a_1 - 60d^2 + 45d + 17 > 0$; (2)

сложим (1) и (2): $-5d^2 + 16 > 0$;

$d^2 < \frac{16}{5} \Leftrightarrow (d - \frac{4}{\sqrt5})(d + \frac{4}{\sqrt5}) < 0 \Leftrightarrow d \in (-\frac{4}{\sqrt5}; \frac{4}{\sqrt5})$;

т.к. члены арифметической прогрессии - целые числа, то и разность $d \in \mathbb{Z}$; также по условию прогрессия возрастающая, зн. $d > 0$, поэтому $d \in (0; \frac{4}{\sqrt5})$;

$\frac{4}{\sqrt5} = \sqrt{\frac{16}{5}} = \sqrt{3,2} < \sqrt4 = 2$, $\sqrt{3,2} > \sqrt1 = 1$ $\Rightarrow$ т.к. $d \in \mathbb{Z}$, то $d = 1$.

подставим $d = 1$ в (1): $a_1^2 + 6a_1 + 55 - 45 - 1 > 0$;

$a_1^2 + 6a_1 + 9 > 0$;

$(a_1 + 3)^2 > 0 \Rightarrow a_1 \in \mathbb{Z}$;

подставим $d = 1$ в (2): $-a_1^2 - 6a_1 - 60 + 45 + 17 > 0$;

$a_1^2 + 6a_1 - 2 < 0$

$\frac{D}{4} = 9 + 2 = 11$;

$a_1 = -3 \pm \sqrt{11} \Rightarrow a_1 \in (-3 - \sqrt{11}; \sqrt{11} - 3)$;

т.к. $-3 - \sqrt{11} < -6$, $\sqrt{11} - 3 > 0$, $a_1 \in \mathbb{Z}$, то $a_1 \in [-6; 0]$, $a \in \mathbb{Z}$

(Черновик ©)

Проверка: $a_1=-6, \Rightarrow S=\frac{-6+(-6)+9}{2}\cdot \overset{5}{\cancel{10}}=-15;$

$a_6a_{12}=(-6+5)(-6+11)=-1\cdot(5)=-5>-15+1=-14$ – верно;

$a_7a_{11}=(-6+6)(-6+10)=0<-15+17$ – верно;

$a_1=-5, \Rightarrow S=\frac{-5+(-5)+9}{2}\cdot \overset{5}{\cancel{10}}=-5;$

$a_6a_{12}=(-5+5)(-5+11)=0>-5+1$ – верно;

$a_7a_{11}=(-5+6)(-5+10)=5<-5+17$ – верно;

$a_1=-4, \Rightarrow S=\frac{-4+(-4)+9}{2}\cdot \overset{5}{\cancel{10}}=5;$

$a_6a_{12}=(-4+5)(-4+11)=1\cdot(7)>5+1$ – верно;

$a_7a_{11}=(-4+6)(-4+10)=2\cdot 6=12<5+17$ – верно;

$a_1=-3, \Rightarrow S=\frac{\cancel{3}-3+(-3)+9}{2}\cdot \overset{5}{\cancel{10}}=15;$

$a_6a_{12}=(-3+5)(-3+11)=2\cdot 8=16>15+1$ – неверно;

$a_1=-2, \Rightarrow S=\frac{-2+(-2)+9}{2}\cdot \overset{5}{\cancel{10}}=25;$

$a_6a_{12}=(-2+5)(-2+11)=3\cdot 9=27>25+1$ – верно

$a_7a_{11}=(-2+6)(-2+10)=4\cdot 8=32<25+17$ – верно

$a_1=-1, \Rightarrow S=\frac{-1+(-1)+9}{2}\cdot \overset{5}{\cancel{10}}=\overset{35}{\cancel{45}};$

$a_6a_{12}=(-1+5)(-1+11)=4\cdot 10=40>\overset{35}{\cancel{45}}+1$ – верно;

$a_7a_{11}=(-1+6)(-1+10)=5\cdot 9=45<35+17$ – верно;

$a_1=0, \Rightarrow S=\frac{0+0+9}{2}\cdot \overset{5}{\cancel{10}}=45;$

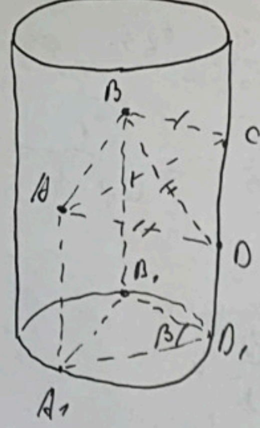
$a_6a_{12}=5\cdot 11=55>46$ – верно;

$a_7a_{11}=6\cdot 10=60<45+17$ – верно;

$\boxed{\text{Ответ: } a_1=-6;\ -5;\ -4;\ -2;\ -1;\ 0.}$

(Черновик ③)

№2.



Т.к. $CD \parallel$ оси, $AD = BD$, $BC = AC$, то картинка симметрична относит. плоскости, проходящей через ось и CD, $\Rightarrow AB \parallel$ основанию.

Пусть AD, а значит и BD наклонены к основанию под углом α, тогда их проекции на основание — $A_1D_1 = AD\cos\alpha = 6\cos\alpha$; $B_1D_1 = 6\cos\alpha$; $A_1B_1 = 2$;

по т. косинусов $\triangle A_1B_1D_1$: $A_1B_1^2 = A_1D_1^2 + B_1D_1^2 - 2\cdot A_1D_1\cdot B_1D_1\cdot\cos\beta$;

$$\cos\beta = \frac{36\cos^2\alpha + 36\cos^2\alpha - 4}{2\cdot 36\cos^2\alpha} = \frac{4(18\cos^2\alpha - 1)}{4\cdot 18\cos^2\alpha} = \frac{18\cos^2\alpha - 1}{18\cos^2\alpha},$$

$$\sin\beta = \sqrt{1 - \frac{(18\cos^2\alpha - 1)^2}{324\cos^4\alpha}} = \sqrt{\frac{324\cos^4\alpha - 324\cos^4\alpha + 36\cos^2\alpha - 1}{324\cos^4\alpha}} = \frac{\sqrt{36\cos^2\alpha - 1}}{18\cos^2\alpha};$$

по т. синусов для $\triangle A_1B_1D_1$: $\frac{2}{\sin\beta} = 2R$, $\Rightarrow R = \frac{18\cos^2\alpha}{\sqrt{36\cos^2\alpha - 1}} =$

$$= \sqrt{\frac{324\cos^4\alpha}{36\cos^2\alpha - 1}} = \cancel{\frac{324}{36}\cos^2\alpha}\sqrt{\frac{1}{\frac{36\cos^2\alpha}{324\cos^4\alpha} - \frac{1}{324\cos^4\alpha}}} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{\frac{36}{324\cos^2\alpha} - \frac{1}{324\cos^4\alpha}}},$$

$\frac{1}{\cos^2\alpha} = t$, $\Rightarrow R = \sqrt{\frac{1}{\frac{36}{324}t - \frac{t^2}{324}}}$. $R = R_{min}$, если

$t = -\frac{36}{324}\cdot\frac{324}{-2} = 18$;

и равен он $R = \sqrt{\frac{1}{2-1}} = 1$;

когда $\cos^2\alpha = \frac{1}{18}$, $\Rightarrow \cos\alpha = \frac{1}{3\sqrt{2}}$, $\sin\alpha = \sqrt{1 - \frac{1}{18}} = \frac{\sqrt{17}}{3\sqrt{2}}$

Пусть BC и AC наклонены под углом γ к основанию, ~~тогда проекции их на основание те же A_1D_1 и B_1D_1~~, тогда $A_1D_1 = 5\cos\gamma$;

$B_1D_1 = 5\cos\gamma$;

$A_1B_1 = 2$;

т. косинусов: $\cos\beta = \frac{50\cos^2\gamma - 4}{2\cdot 25\cos^2\gamma} = \frac{25\cos^2\gamma - 2}{25\cos^2\gamma}$,

$$\sin\beta = \sqrt{1 - \frac{625\cos^4\gamma + 4 - 100\cos^2\gamma}{625\cos^4\gamma}} = \sqrt{\frac{100\cos^2\gamma - 4}{625\cos^4\gamma}},$$

т. синусів: $\frac{2}{\sin\beta} = 2R \Rightarrow R = \frac{1}{\sin\beta} = \sqrt{\frac{625\cos^4\gamma}{100\cos^2\gamma - 4}} = \sqrt{\frac{1}{\frac{100\cos^2\gamma}{625\cos^4\gamma} - \frac{4}{625\cos^4\gamma}}} =$

$= \sqrt{\frac{1}{\frac{100}{625\cos^2\gamma} - \frac{1}{625\cos^4\gamma}}}$ $R = R_{min}$ при $\frac{1}{\cos^2\gamma} = -\frac{100}{625}\cdot\frac{625}{(-2)} = 50$;

$R_{min} = \sqrt{\frac{1}{\frac{\cancel{100}^{4}}{\cancel{625}_{25}}\cdot\cancel{50}^{2} - \frac{\cancel{50}^{2}\cdot\cancel{50}^{2}}{\cancel{625}_{25}}}} = \sqrt{\frac{1}{8-4}} = \frac{1}{2}$;

Зн. $R_{min} = 1$; $\Rightarrow CD = AD \cdot \cancel{\cos} \sin\angle \cancel{\ldots} + AC \cdot \sin\gamma = 6 \cdot \frac{\sqrt{12}}{3\sqrt{}} +$

Чернетка ④

S – 10 членов т арифм. прогр.

$a_1, a_2, \ldots, \in \mathbb{Z}$

$a_6 a_{12} > S+1,$

$a_7 a_{11} < S+17$

все a_1 – ?

Черновик 1

$a_1;\ a_1+d,\ a_2+d, \ldots$

$S_{10} = \frac{a_1+a_1+9d}{2}\cdot 10 = 10a_1+45d$

$a_6 = a_1+5d;$

$a_{12} = a_1+11d;$

$a_7 = a_1+6d;$

$a_{11} = a_1+10d$

$d>0$

$$\begin{cases} (a_1+5d)(a_1+11d) > 10a_1+45d+1, \\ (a_1+6d)(a_1+10d) < 10a_1+45d+17; \end{cases}$$

$a_1^2+11a_1d+5a_1d+55d^2 > 10a_1+45d+1;$

$a_1^2+16a_1d-10a_1+55d^2-45d-1>0;$

$\underline{a_1^2+(16d-10)a_1+55d^2-45d-1>0}$

$\frac{D}{4} = (8d-5)^2-55d^2+45d+1 =$

$= 64d^2-80d+25-55d^2+45d+1 =$

$= 9d^2-35d+26$

$a_1^2+10a_1d+6a_1d+60d^2 <$

$< 10a_1+45d+17;$

$a_1^2-10a_1+16a_1d+60d^2-45d-17<0;$

$\underline{a_1^2+(16d-10)a_1+60d^2-45d-17<0}$

$\frac{D}{4} = (8d-5)^2-60d^2+45d+17 =$

$= 4d^2-80d+25+45d+17 =$

$= 4d^2-35d+42$

$60d^2-45d-17+a_1^2+16a_1d-10a_1<0;$

$60d^2+(16a_1-45)d+a_1^2-10a_1-17<0;$

$D = 256a_1^2-32\cdot 45a_1+45^2$

$$+\begin{cases} a_1^2+(16d-10)a_1+55d^2-45d-1>0, \\ -a_1^2-(16d-10)a_1-60d^2+45d+17>0; \end{cases}$$

$\sqrt{\frac{16}{5}} = \sqrt{3,2} < 2 = \sqrt{4}$

$\vee$ $\sqrt{1}$ $>$ 1

$-3-\sqrt{11};$ $\wedge$ $-6;$

$\sqrt{11}-3$ $\vee$ 0

$-6;$

$-5 > -15+1 = -14$

$S_{10} = \frac{-6+(-6)+9}{2}\cdot 10 = -15;$

$a_6a_{12} = (-6+5)(-6+11) = -1\cdot 5 = -5;$

$a_7a_{11} = (-6+6) < 2$

$\frac{-3-3+9}{2}\cdot 10 = 15;$

$a_6a_{12} = (-3+5)(-3+11) = 2\cdot 8 = 16 >$

(Черновик ⊗).

$a^2+b^2 \le \min(2a+2b; 3)$; $(x-a)^2+(y-b)^2 \le 2$;

$\underbrace{a^2+b^2 \le \min(a+b; 1)}$;

$a^2+b^2 \geq 2ab$

$-1; -1$; $\min(-2;1)=-2$;

$a^2+b^2=1+1=2$;

оба не могут быть ≥ 1;

$a, b \geq 0$;

$1;1$; $\min(2;1)=1$;

$a^2+b^2=2$;

$1; \frac{1}{2}$; $\min=1$;

$a^2+b^2=1+\frac{1}{4}$

$\min = a+b$; ≤ 1; $\Rightarrow a, b \in [0; 1]$

$\Rightarrow a^2+b^2 \le a+b$

$a+b>1$, то $\frac{2}{3}; \frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}=\frac{8+9}{12}=$

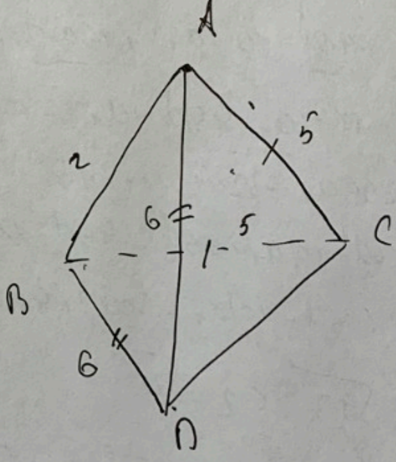
$\frac{4}{9}+\frac{9}{16}=\frac{64+81}{9\cdot 16}=\frac{145}{144}$

если есть 1, то другой только 0;

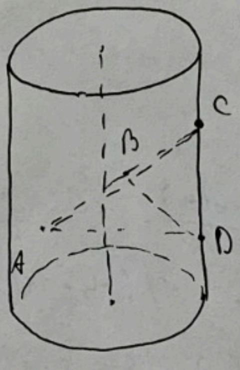
$\frac{3}{4}; \frac{1}{4}$; $\min=1$; $a^2+b^2=\frac{9}{16}+\frac{1}{16}=\frac{10}{16}$

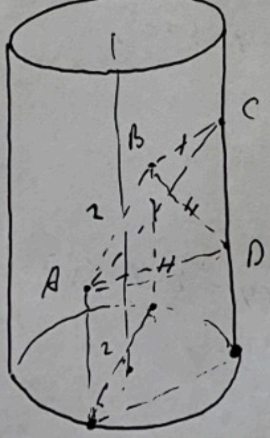
$-1; 0$; $-1=\min$
$a^2+b^2=1$;

$1+\frac{1}{4}=\frac{5}{4}$, $1+\frac{1}{16}$

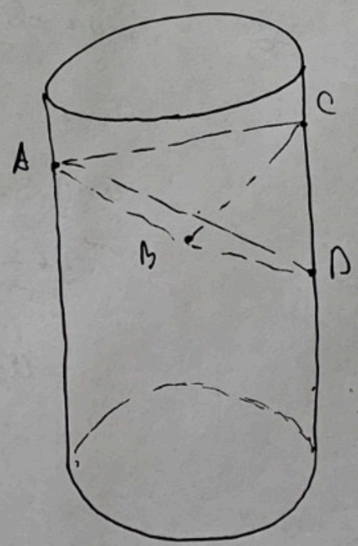


~~[illegible]~~ 11? (D)

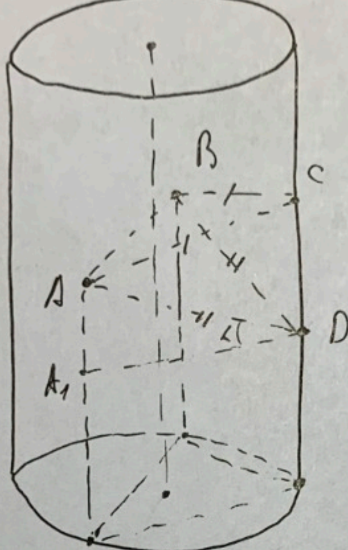




AC = 5;
AD = 6
AB ∥ оси.



(Черновик ③)



$A_1D = 6\cos\alpha$; $\quad 4 = 36+36-2\cdot 6\cdot 6\cdot\cos\beta$;

$B_1D = 6\cos\alpha$; $\quad \cos\beta = \frac{6\cancel{8}^{34}}{2\cdot 36} = \frac{17}{18}$,

$AB = 2$;

$2R =$

$4 = 36\cos^2\alpha + 36\cos^2\alpha - 2\cdot 36\cos^2\alpha\cdot\cos\beta$;

$\cos\beta = \frac{72\cos^2\alpha - 4}{2\cdot 36\cos^2\alpha} = \frac{18\cos^2\alpha - 1}{18\cos^2\alpha}$,

$\sqrt{1 - \frac{(18\cos^2\alpha - 1)^2}{324\cos^4\alpha}} =$

$R = \frac{18\cos^2\alpha}{\sqrt{36\cos^2\alpha - 1}}$ $\quad = \sqrt{\frac{324\cos^4\alpha - 324\cos^4\alpha + 36\cos^2\alpha - 1}{324\cos^4\alpha}} =$

$= \sqrt{\frac{324\cos^4\alpha}{36\cos^2\alpha - 1}} = f(\alpha)$; $\quad = \frac{\sqrt{36\cos^2\alpha - 1}}{18\cos^2\alpha}$.

$f'(\alpha) = 6\cancel{8}\,48\cos\alpha\cdot(-\sin\alpha)$

$\sqrt{\frac{324\cos^4\alpha}{36\cos^2\alpha} - \frac{324\cos^4\alpha}{1}} = \frac{324}{36}\cos^2\alpha - 324\cos^4\alpha$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21102988**

ID профиля: **377216**

Вариант 17

Черновик 1

вариант 18.

№5.

Пусть $a=\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)$, $b=\log_{(4x+1)}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2$, $c=\log_{\left(\frac{x}{2}+2\right)}(5x-1)$,

На ОДЗ всех логарифмов: $abc=\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)\cdot\log_{(4x+1)}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2\cdot\log_{\left(\frac{x}{2}+2\right)}(5x-1)=$

$=\log_{\sqrt{5x-1}}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2\cdot\log_{\left(\frac{x}{2}+2\right)}(5x-1)=\log_{\left(\frac{x}{2}+2\right)}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2\cdot\log_{\sqrt{5x-1}}(5x-1)=2\cdot2=4$;

Получается, если какие-то два логарифма равны y, а третье равно $y-1$, то, т.к. их произведение на ОДЗ равно 4, имеем:

$y\cdot y\cdot(y-1)=4$;

$y^3-y^2-4=0$;

если $y=2$, то $y^3-y^2-4=8-4-4=0$, $\Rightarrow y=2$ – решение;

деля столбиком y^3-y^2-4 на $y-2$ имеем: $(y-2)(y^2+y+2)=0$;

$y=2$; или $y^2+y+2=0$;

$D=1-8<0$, зн. $y\in\varnothing$;

выходит, что какой-то из трёх логарифмов равен $y-1$, т.е. 1,

ОДЗ: $\begin{cases}4x+1>0,\\5x-1>0,\\5x-1\neq1,\\4x+1\neq1,\\\frac{x}{2}+2>0,\\\frac{x}{2}+2\neq1;\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-\frac{1}{4},\\x>\frac{1}{5},\\x\neq\frac{2}{5},\\x\neq0,\\x>-4,\\x\neq-2;\end{cases}\Leftrightarrow x\in\left(\frac{1}{5};\infty\right)\setminus\left\{\frac{2}{5}\right\}$

итак, 1) $\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)=1$; $\Rightarrow\sqrt{5x-1}=4x+1$;

$5x-1=16x^2+1+8x$;

$16x^2+3x+2=0$;

$D=9-4\cdot32<0$, $\Rightarrow x\in\varnothing$;

2) $\log_{(4x+1)}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2=1$; $\Rightarrow 4x+1=\left(\frac{x}{2}+2\right)^2$;

$4x+1=\frac{x^2}{4}+4+2x$; $|\cdot4$

$x^2-8x+12=0$;

по Виету: $x=6$; или $x=2$

(Черновик 2)

3) $\log_{\left(\frac{x}{2}+2\right)}(5x-1)=1; \Rightarrow \frac{x}{2}+2=5x-1; |\cdot 2$

$x+4=10x-2;$

$9x=6, \Rightarrow x=\frac{2}{3},$

проверка: если $x=6$, то ~~log~~ $\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)=\log_{\sqrt{29}}25$,

$\log_{\left(\frac{x}{2}+2\right)}(5x-1)=\log_5 \sqrt{29}$, но $\log_5 \sqrt{29} \neq \log_{\sqrt{29}} 25$,

зн. $x \neq 6$,

если $x=2$, то $\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)=\log_3 9=2$,

$\log_{\left(\frac{x}{2}+2\right)}(5x-1)=\log_3 9=2$ } равно,

если $x=\frac{2}{3}$, то $\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)=\log_{\sqrt{\frac{10}{3}-1}}\left(\frac{8}{3}+1\right)=$

$=\log_{\sqrt{\frac{7}{3}}}\frac{11}{3}=2\log_{\frac{11}{3}}\frac{7}{3}$,

$\log_{(4x+1)}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2=\log_{\left(\frac{8}{3}+1\right)}\left(\frac{1}{3}+2\right)^2=\log_{\frac{11}{3}}\left(\frac{7}{3}\right)^2=2\log_{\frac{11}{3}}\frac{7}{3}$,

но $2\log_{\frac{11}{3}}\frac{7}{3} \neq 2\log_{\frac{7}{3}}\frac{11}{3}, \Rightarrow x \neq \frac{2}{3}$,

$\boxed{\text{Ответ: при } x=2.}$

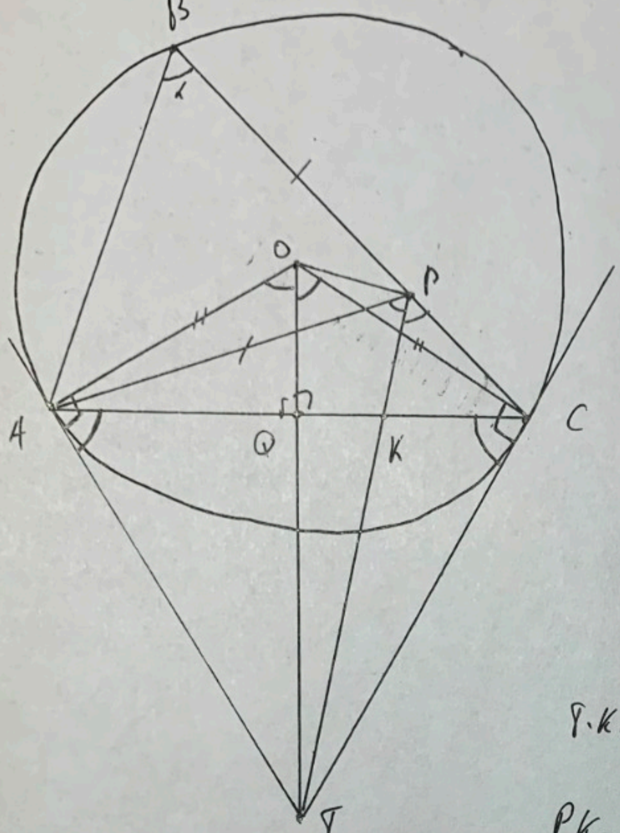
21102988 (U377216 M1297140)

Чистовик (3)

№6.

$S_{\triangle APK}=6$; $S_{\triangle PCK}=4$;

а) $S_{\triangle ABC}$ - ?



Решение:

Пусть $\angle ABC=\alpha$, тогда $\angle CAT=\angle ACT=\alpha$, $\angle OAC=\angle ACP=90^\circ-\alpha$ (AT и TC – касательные);

т.к. TA и TC – касательные, то TO – бис-са, высота, зн. $\angle AOQ=90^\circ-(90^\circ-\alpha)=\alpha=\angle QOC$, тогда т.к. $\angle TOC=\angle TAC$, то $TAOC$ – вписанный, но т.к. $AOPC$ – вписанный, то $AOPCT$ – вписанный, зн. $\angle TPC=\angle TAC=\angle ACT=\angle APT=\alpha$, зн. PT – бис-са;

т.к. $\frac{S_{\triangle APK}}{S_{\triangle CPK}}=\frac{AK}{KC}$, то $\frac{AK}{KC}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$, и т.к. PK – бис-са, то $\frac{AP}{PC}=\frac{AK}{KC}=\frac{3}{2}$;

$\angle APB=180^\circ-2\alpha$, $\Rightarrow \angle BAP=180^\circ-\alpha-(180^\circ-2\alpha)=\alpha$, $\Rightarrow \triangle ABP$ – равнобед. с осн. AB, зн. $AP=BP$, $\Rightarrow \frac{AP}{PC}=\frac{BP}{PC}=\frac{AK}{KC}=\frac{3}{2}$;

Пусть BH – высота $\triangle ABC$, PH_1 – высота $\triangle APC$, тогда т.к. $BH \parallel PH_1$, $\triangle BHC \sim \triangle PH_1C$, $\Rightarrow \frac{BH}{PH_1}=\frac{BC}{PC}=\frac{5}{2}$;

$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}BH\cdot AC$; $S_{\triangle APC}=\frac{1}{2}PH_1\cdot AC$, $\Rightarrow \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle APC}}=\frac{BH}{PH_1}=\frac{5}{2}$, $\Rightarrow S_{\triangle ABC}=\frac{5}{2}S_{\triangle APC}=$

$=\frac{5}{2}\cdot(6+4)=25$;

а) Ответ: 25.

(Чистовик ④)

Д) $\angle ABC = \alpha = \arctg\frac{7}{5}$;

пусть $\sin\alpha = y$, тогда $\cos\alpha = \sqrt{1-y^2}$, $\Rightarrow tg\,\alpha = \frac{7}{5} = \frac{y}{\sqrt{1-y^2}}$;

$\cos\alpha > 0$, т.к. $tg\,\alpha > 0$;

$7\sqrt{1-y^2} = 5y$;

$49 - 49y^2 = 25y^2$;

$y^2 = \frac{49}{74}$;

$y = \frac{7}{\sqrt{74}}$; $\Rightarrow \sin\alpha = \frac{7}{\sqrt{74}}$;

~~$\sin\angle BPA$~~

~~$\sin(90° - \frac{\alpha}{2}) = \cos\frac{\alpha}{2}$; $2\cos^2\frac{\alpha}{2} - 1 = \cos\alpha$; $\cos\alpha = \sqrt{1 - \frac{49}{74}} = \frac{5}{\sqrt{74}}$;~~

~~$\cos\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}} = \sqrt{\frac{1+\frac{5}{\sqrt{74}}}{2}} = \sqrt{\frac{\sqrt{74}+5}{2\sqrt{74}}} = \sqrt{\frac{74+5\sqrt{74}}{148}}$;~~

~~$S_{\triangle ABP} = 25 - 10 = 15$, $\Rightarrow S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2}\cdot\cos\frac{\alpha}{2}\cdot BP^2 = 15$;~~

$\sin\angle BPA = \sin(90° - \alpha) = \cos\alpha$; $\cos\alpha = \frac{5}{\sqrt{74}}$;

$S_{\triangle ABP} = 15 = \frac{1}{2}\cdot\cos\alpha\cdot BP^2$; $\Rightarrow BP = \sqrt{\frac{30}{\cos\alpha}} = \sqrt{\frac{30\sqrt{74}}{5}} = \sqrt{6\sqrt{74}} = AP$;

$S_{\triangle APC} = 10 = \frac{1}{2}\cdot\sin 2\alpha\cdot AP\cdot PC$, $\Rightarrow PC = \frac{20}{\sin 2\alpha\cdot\sqrt{6\sqrt{74}}}$;

$\sin 2\alpha = 2\cdot\frac{7}{\sqrt{74}}\cdot\frac{5}{\sqrt{74}} = \frac{70}{74} = \frac{35}{37}$, $\Rightarrow PC = \frac{\cancel{20}^{4}\cdot 37}{\cancel{35}_{7}\sqrt{6\sqrt{74}}} = \frac{4\cdot 37}{7\sqrt{6\sqrt{74}}}$;

$\cos 2\alpha = \sqrt{1 - \frac{35^2}{37^2}} = \sqrt{\frac{(37-35)(37+35)}{37^2}} = \sqrt{\frac{2\cdot 72}{37^2}} = \frac{2}{37}\cdot 6 = \frac{12}{37}$;

т. косинусов для $\triangle APC$: $AC^2 = 6\sqrt{74} + \frac{16\cdot 37^2}{49\cdot 6\sqrt{74}} - 2\cdot\sqrt{6\sqrt{74}}\cdot\frac{4\cdot 37}{7\sqrt{6\sqrt{74}}}\cdot\frac{12}{37}$;

$AC = \sqrt{\frac{49\cdot 36\cdot 74 + 16\cdot 37^2}{49\cdot 6\sqrt{74}} - \frac{8\cdot 12}{7}}$

$AC^2 = \frac{49\cdot 36\cdot 74 + 16\cdot 37^2}{49\cdot 6\sqrt{74}} - \frac{8\cdot 12}{7}$, $\Rightarrow$ ~~$AC = \sqrt{\frac{36\sqrt{74} + 16\cdot 37^2}{49\cdot 6\sqrt{74}} - \frac{96}{7}}$~~ Ответ: Д)

21102988 (U377216 M1297140)

$\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)$, $\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2$, $\log_{\left(\frac{x}{2}+2\right)}(5x-1)$ (Черновик 1)

a b c

$abc = \log_{\sqrt{5x-1}}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2 \cdot \log_{\left(\frac{x}{2}+2\right)}(5x-1) = 2\cdot\log_{\sqrt{5x-1}}(5x-1) = 4;$

$\frac{x+4}{2} > 0;$

-4

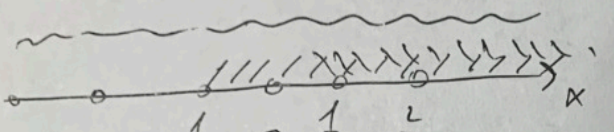
$x+4=2;$

$x \neq -1$

$$\begin{array}{r|l} y^3-y^2-4 & y-2 \\ y^3-2y^2 & y^2+y+2 \\ \hline y^2+0y & \\ y^2-2y & \\ \hline 2y-4 & \\ 2y-4 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$2\log_{29} 25 = 4\log_{29} 5;$

$\frac{1}{2}\log_5 29 = \frac{1}{2\log_{29} 5}$



$-4 \quad -2 \quad -\frac{1}{4} \quad 0 \quad \frac{1}{5} \quad \frac{2}{5}$

$x=?, \Rightarrow \log_3 9 = 2$

$\log_3 9 = 2;$

$x=6, \Rightarrow \log_{\sqrt{29}} 25$; $\log_5 \sqrt{29} = \frac{1}{\log_{\sqrt{29}} 5} =$

$\| \; 2\cdot 2\log_{29} 5$

$\log_{(24+1)} 5^2 = \log_{25} 25 = 1;$

$\log_5 25 = 2$

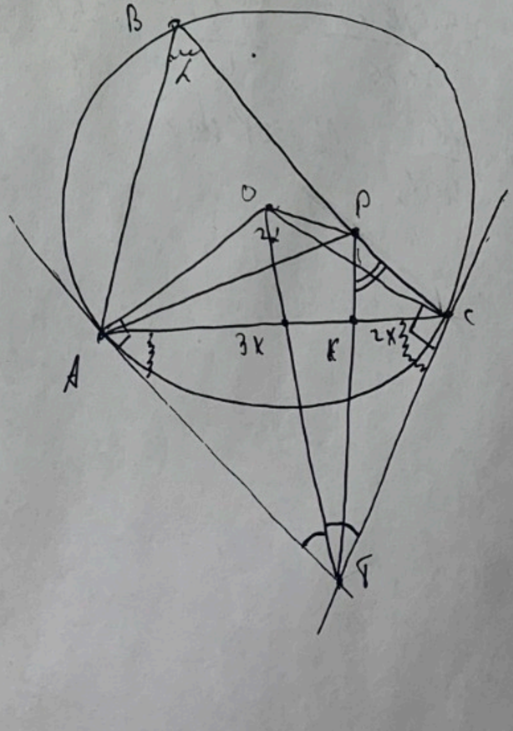
$S_{\triangle APK} = 6;$

$S_{\triangle CPK} = 4;$

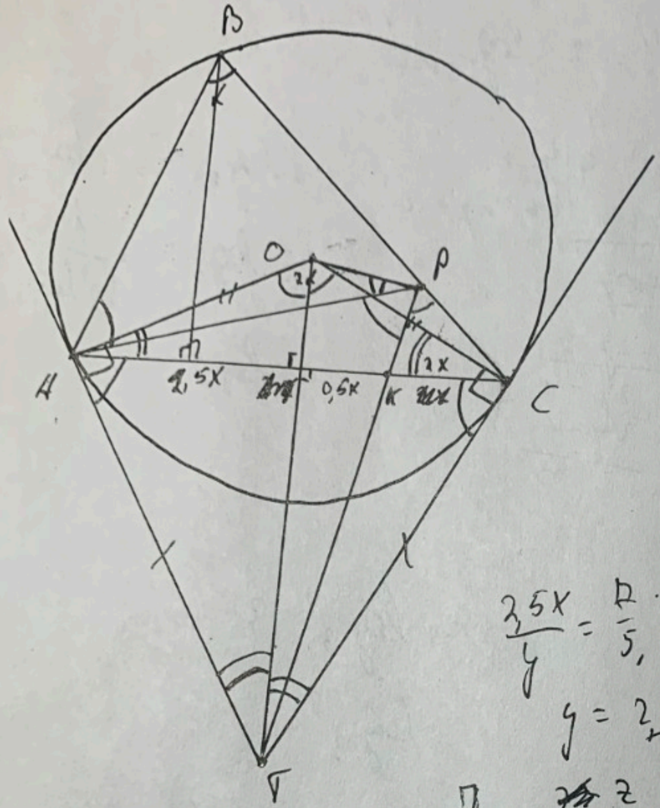
$S_{\triangle ABC} - ?$

$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}\sin\alpha \cdot AB \cdot BC$

$10 = \frac{1}{2}\cdot\sin 2\alpha \cdot AP \cdot PC$



Черновик②



$180° - 90° + \alpha - 2\alpha = 90° - \alpha$

$90° - \alpha + 90° - \alpha = 180° - 2\alpha$

$\frac{AP \cdot PK}{2} \cdot \sin\alpha = 6;$

$\frac{PC \cdot PK}{2} \cdot \sin\alpha = 9;$

$\frac{AP}{PC} = \frac{3}{2}$

$180° - \alpha - 180° + 2\alpha = \alpha$

$12\frac{1}{2} = \frac{25}{2}$

$\frac{3,5x}{y} = \frac{7}{5},$ $\frac{1}{2}\sin\alpha.$

$y = \frac{2,5x \cdot 5}{7} = \frac{12,5x}{7},$

$\frac{7}{5} = \frac{z}{\sqrt{1-z^2}},$ $7\sqrt{1-z^2} = 5z;$

$49 - 49z^2 = 25z^2;$

$74z^2 = 49;$

$z = \frac{7}{\sqrt{74}}$

$\cos\alpha = \sqrt{1 - \frac{49}{74}} = \frac{5}{\sqrt{74}}$

$R = \frac{2,5x\sqrt{74}}{7};$

$\left(\frac{5\sqrt{74}}{14}x\right)^2 = \left(\frac{25}{2}x\right)^2 + \left(\frac{5}{2}x\right)^2;$

$\frac{25 \cdot 74x^2}{196} = \frac{625x^2}{4} + \frac{25x^2}{4} = \frac{650x^2}{4},$

$2R = \frac{AC}{\sin\alpha},$ $AC = 2R\sin\alpha =$