Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21102586**

ID профиля: **349474**

Вариант 17

№1

$S = \frac{a_1 + a_{10}}{2} \cdot 10 = (a_1 + a_{10}) \cdot 5$ Пусть d – разность ар. пр., тогда

$a_{10} = a_1 + 9d$

$a_6 = a_1 + 5d$

$a_7 = a_1 + 6d$

$a_{12} = a_1 + 11d$

$a_{11} = a_1 + 10d$

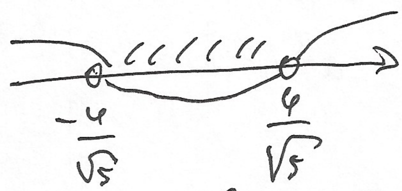
$$\begin{cases} (a_1+5d)(a_1+11d) > (a_1 + a_1 + 9d)\cdot 5 + 1 \\ (a_1+6d)(a_1+10d) < (a_1+a_1+9d)\cdot 5 + 17 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2 + 11da_1 + 5da_1 + 55d^2 > (2a_1 + 9d)\cdot 5 + 1 \\ a_1^2 + 6da_1 + 10da_1 + 60d^2 < (2a_1 + 9d)\cdot 5 + 17 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2 + 16da_1 + 55d^2 > 10a_1 + 45d + 1 \\ a_1^2 + 16da_1 + 60d^2 < 10a_1 + 45d + 17 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -a_1^2 - 16da_1 - 55d^2 < -10a_1 - 45d - 1 \\ a_1^2 + 16da_1 + 60d^2 < 10a_1 + 45d + 17 \end{cases} + \Rightarrow 5d^2 < 16 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow d^2 < \frac{16}{5} \Leftrightarrow \left(d - \frac{4}{\sqrt{5}}\right)\left(d + \frac{4}{\sqrt{5}}\right) < 0$$



$2 < \sqrt{5} < 3$

$\frac{1}{3} < \frac{1}{\sqrt{5}} < \frac{1}{2}$

$\frac{4}{3} < \frac{4}{\sqrt{5}} < 2$

и т.к. по усл. все члены возраст. ар. пр. $\mathbb{Z}$, то $d \in \mathbb{Z}$ и $d > 0$, то $d = 1$,

то $\begin{cases} a_1^2 + 16a_1 + 55 > 10a_1 + 45 + 1 \\ a_1^2 + 16a_1 + 60 < 10a_1 + 45 + 17 \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2 + 6a_1 + 9 > 0 \\ a_1^2 + 6a_1 - 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a_1+3)^2 > 0 \\ (a_1 - (-3-\sqrt{11}))(a_1 - (-3+\sqrt{11})) < 0 \end{cases}$$

$a_1^2 + 6a_1 - 2 = 0$

$D = 36 + 4\cdot 2 = 44$

$a_{1,2} = \frac{-6 \pm 2\sqrt{11}}{2}$

$a_{1,2} = -3 \pm \sqrt{11}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a_1 \neq -3 \\ -3-\sqrt{11} < a_1 < -3+\sqrt{11} \end{cases}$$

т.к. $a_1 \in \mathbb{Z}$, то $a_1 \in \{-6; -5; -4; -2; -1; 0\}$

$3 < \sqrt{11} < 4$

$-4 < -\sqrt{11} < -3$

$0 < -3 + \sqrt{11} < 1$

$-7 < -3 - \sqrt{11} < -6$

Ответ: $-6; -5; -4; -2; -1; 0$

Чистовик. Часть 1. В 17

№3

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 2\\ a^2+b^2\le\min(2a+2b;\,2)\end{cases}$$

~~окр. с ц. (a; b) и R=~~

$(x-a)^2+(y-b)^2=2$ – окр. с ц. $(a;b)$ и $R=\sqrt{2}$

$a^2+b^2\le\min(2a+2b;\,2)$

I если $2a+2b<2 \Leftrightarrow a+b<1 \Leftrightarrow b<1-a$, то

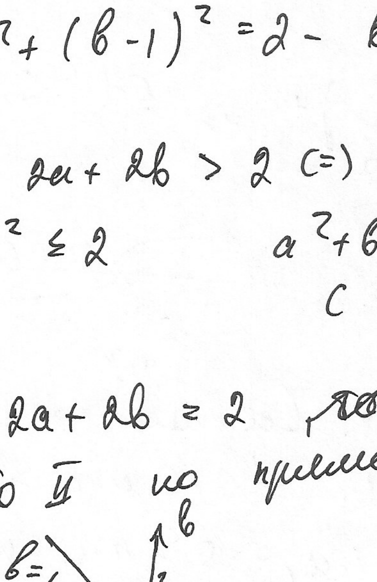
$a^2+b^2\le 2a+2b \Leftrightarrow a^2-2a+b^2-2b\le 0 \Leftrightarrow (a-1)^2+(b-1)^2\le 2$

$(a-1)^2+(b-1)^2=2$ – в системе коорд. $(a;b)$ – окр. с ц. $(1;1)$ и $R=\sqrt{2}$

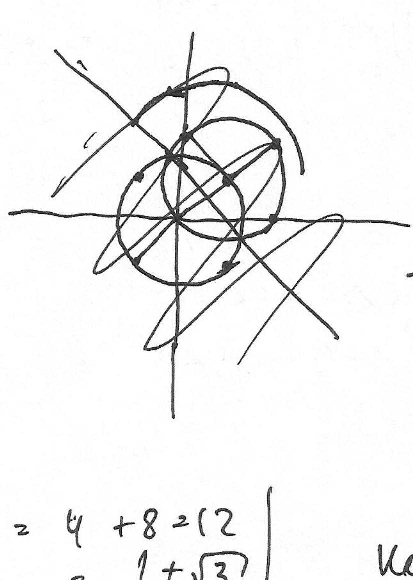
II если $2a+2b>2 \Leftrightarrow a+b>1 \Leftrightarrow b>1-a$, то

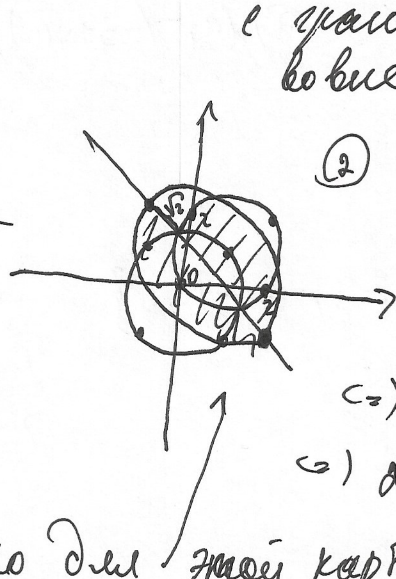
$a^2+b^2\le 2$ $\qquad a^2+b^2=2$ – в системе коорд. $(a;b)$ – окр. с ц. $(0;0)$ и $R=\sqrt{2}$

(если $2a+2b=2$, ~~то~~ $\Leftrightarrow a+b=1 \Leftrightarrow b=1-a$, то либо I, либо II но прямая не будет «выколотой»)



т.к. окр. $(x-a)^2+(y-b)^2=2$ (ее центр) будет находиться на закрашенной области, а т.к. нам нужно найти площадь некой области с границей, отодвинутой на $\sqrt{2}$ вовне





2

Найдем т.пер. прямой $y=-a+1$ и окр. $a^2+b^2=2$

$a^2+(1-a)^2-2=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow a^2+1-2a+a^2-2=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2a^2-2a-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=\frac{1+\sqrt{3}}{2}\\ a=\frac{1-\sqrt{3}}{2}\end{array}\right.$

$D=4+8=12$

$a_{1,2}=\frac{1\pm\sqrt{3}}{2}$

~~$b=1^2-\frac{3\pm\sqrt{3}}{2}=\frac{-1\pm\sqrt{3}}{2}$~~

но для этой картинки координата увелич. на 1, т.к. $a=\frac{1+\sqrt{3}}{2}+1^2=\frac{3+\sqrt{3}}{2}$

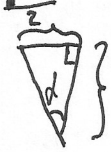
или $a=\frac{1-\sqrt{3}}{2}-1^2=\frac{-1-\sqrt{3}}{2}$

2

$b = 1 - \frac{1\pm\sqrt{3}}{2} = \frac{1\pm\sqrt{3}}{2}$ Чистовик. Часть 1. В 17

Но для картинки (2) коорд. увелич. на 1, т.е.

$b = \frac{1\pm\sqrt{3}}{2} + 1 = \frac{3\pm\sqrt{3}}{2}$ или $b = \frac{1\mp\sqrt{3}}{2} - 1 = \frac{-1-\sqrt{3}}{2}$



$\frac{-1-\sqrt{3}}{2}$ $\Big\}\ \frac{3+\sqrt{3}}{2}$

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\frac{-1-\sqrt{3}}{2}}{\frac{3+\sqrt{3}}{2}} = \frac{-1-\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}$

$\operatorname{tg}2\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha} = \frac{\frac{-2-2\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}}{1-\left(\frac{3-\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}\right)^2}$

$\left(\frac{3-\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{9-6\sqrt{3}+3}{9+6\sqrt{3}+3} = \frac{12-6\sqrt{3}}{12+6\sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$

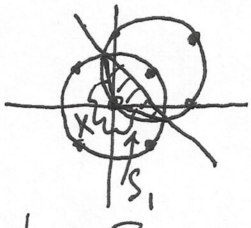
$1 - \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = \frac{2+\sqrt{3}-2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$

$\operatorname{tg}2\alpha = \frac{\frac{-1-\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}}{\frac{\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}} = \frac{(-1-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}{(3+\sqrt{3})\sqrt{3}} = \frac{-2-\sqrt{3}-2\sqrt{3}-3}{3\sqrt{3}+3} = \frac{-5-3\sqrt{3}}{3\sqrt{3}+3}$

$\operatorname{tg}(90^\circ+2\alpha) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}+2\alpha\right) = -\operatorname{ctg}2\alpha = -\frac{3\sqrt{3}+3}{-5-3\sqrt{3}}$

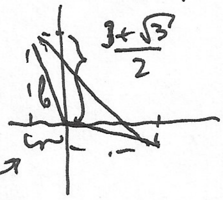
$\operatorname{tg}(360^\circ-(90^\circ+2\alpha)) = -\operatorname{tg}(90^\circ+2\alpha) = \frac{3\sqrt{3}+3}{-5-3\sqrt{3}}$

рис.



$x = \operatorname{arctg}\frac{3\sqrt{3}+3}{-5-3\sqrt{3}}$ 1 рис. $S_1 = \frac{\operatorname{arctg}a}{2}\cdot(2\sqrt{2})^2 =$

Позн. $\frac{3\sqrt{3}+3}{-5-3\sqrt{3}} = a$ $= \frac{\operatorname{arctg}a}{2}\cdot 8 = 4\operatorname{arctg}a$



$b = \sqrt{\frac{9+6\sqrt{3}+3}{4} + \frac{1+2\sqrt{3}+3}{4}} = \sqrt{\frac{12+6\sqrt{3}}{4} + \frac{4+2\sqrt{3}}{4}} = \sqrt{\frac{16+8\sqrt{3}}{4}} = \sqrt{4+2\sqrt{3}}$

$1+\operatorname{ctg}^2x = \frac{1}{\sin^2x} \Rightarrow \sin^2x = \frac{1}{1+\operatorname{ctg}^2x}$

$S_\Delta = \frac{1}{2}\cdot b^2\cdot\sin(360^\circ - x) = \frac{b^2}{2}\cdot(-\sin x)$

$S_\cap = S_1 + S_\Delta \Rightarrow S_D = \pi\cdot 8 - S_\cap = 8\pi - S_\cap$

$S_{\text{кожен}} = S_D \cdot 2$

№3 Черновик

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2 \le 2 \\ a^2+b^2 \le \min(2a+2b, 2)\end{cases}$$

– окр. с ц. $(a;b)$ и $R=\sqrt{2}$

I если $2a+2b<2$ $(a+b)<1$, то $a^2+b^2 \le 2a+2b \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow a^2-2a+b^2-2b \le 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (a-1)^2+(b-1)^2 \le 2$ т.е. окр. с ц. $(1;1)$ и $R=\sqrt{2}$

если $2a+2b>2$: $a^2+b^2 \le 2$ окр. с ц. $(0;0)$ $R=\sqrt{2}$

$a+b>1$

I если $b=-a+1$, то $a^2+(1-a)^2 \le 2a+2(1-a)$

$a^2+1-2a+a^2 \le \cancel{2a}+2-\cancel{2a} \Leftrightarrow 2a^2-2a-1 \le 0$

$D = 4-4(-1\cdot 2) = 4-4\cdot(-2) = 4+8=12 = 4\cdot 3$

$a_1 = \frac{2+2\sqrt{3}}{4}$ $\quad a_2 = \frac{2-2\sqrt{3}}{4}$

$\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ $\quad \frac{1-\sqrt{3}}{2}$

$b = \frac{2}{2} - \frac{1+\sqrt{3}}{2} = \frac{1-\sqrt{3}}{2}$

$b = \frac{2}{2} - \frac{1-\sqrt{3}}{2} = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$

$$\begin{cases}b=-a+1 \\ a^2+b^2 = 2\end{cases}$$

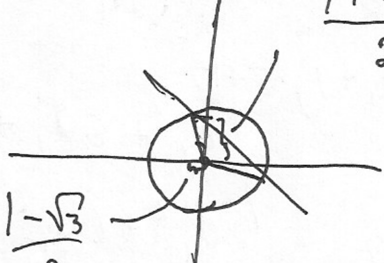
$a^2+(a-1)^2 = 2$ $\quad a^2+a^2-2a+1=2$

$2a^2-2a+(1-\sqrt{2})=0$

$D = 4-8(1-\sqrt{2}) = 4-8+8\sqrt{2} = 8\sqrt{2}-4 = 4(2\sqrt{2}-1)$

$a_{1,2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{2\sqrt{2}-1}}{4}$ $\quad a_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{2\sqrt{2}-1}}{2}$

$2\pi \to \pi R^2$



$\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

$\frac{1-\sqrt{3}}{2}$

$tg\,\alpha = \frac{\frac{1-\sqrt{3}}{2}}{\frac{1+\sqrt{3}}{2}} = \frac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$

$tg\,2\alpha = \frac{2tg\,\alpha}{1-tg^2\alpha} = \frac{\frac{2-2\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}}{1-\frac{1-2\sqrt{3}+3}{1+2\sqrt{3}+3}} = \frac{\frac{2-2\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}}{1-\frac{4-2\sqrt{3}}{4+2\sqrt{3}}} = \frac{\cancel{4}+2\sqrt{3}-\cancel{4}+2\sqrt{3}}{4+2\sqrt{3}} =$

$= tg(90^\circ+2\alpha) = -ctg\,2\alpha$

$tg(2\pi-x) = -tg\,x$

№1 $\quad a_{1 \ldots 10} \in \mathbb{Z}$ $\quad a_1 - ?$ Черновик

$S = \frac{a_1 + a_{10}}{2} \cdot 10$ $\quad a_6 \cdot a_{12} > S+1$

$a_7 \cdot a_{11} < S+17$

$a_{10} = a_1 + 9d$
$a_6 = a_1 + 5d$
$a_7 = a_1 + 6d$
$a_{12} = a_1 + 11d$
$a_{11} = a_1 + 10d$

$$\begin{cases} (a_1+5d)(a_1+11d) > \frac{a_1 + a_1 + 9d}{2} \cdot 10 + 1 \\ (a_1+6d)(a_1+10d) < \frac{2a_1+9d}{2} \cdot 10 + 17 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 11da_1 + 5da_1 + 55d^2 > (2a_1+9d) \cdot 5 + 1 \\ a_1^2 + 6da_1 + 10da_1 + 60d^2 < (2a_1+9d) \cdot 5 + 17 \end{cases}$$

x_{16}^{16}

$$\begin{cases} a_1^2 + 16da_1 + 55d^2 > 10a_1 + 45d + 1 \\ a_1^2 + 16da_1 + 60d^2 < 10a_1 + 45d + 17 \end{cases}$$

$a_1^2 + (16d+10)a_1 + 55d^2 - 45d - 1 > 0$

$\frac{D}{4} = \left(\frac{16d+10}{2}\right)^2 - 55d^2 + 45d + 1 = (8d+5)^2 - 55d^2 + 45d + 1 =$

$= 64d^2 + 80d + 25 - 55d^2 + 45d + 1 = 9d^2 + 125d + 26$

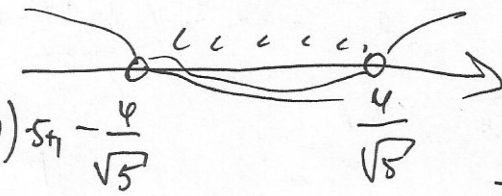
$$\begin{cases} -a_1^2 - 16da_1 - 55d^2 < -10a_1 - 45d - 1 \\ a_1^2 + 16da_1 + 60d^2 < 10a_1 + 45d + 17 \end{cases}$$

$5d^2 < 16 \iff d^2 < \frac{16}{5}$ $\qquad \left(d - \frac{4}{\sqrt{5}}\right)\left(d + \frac{4}{\sqrt{5}}\right) < 0$

т.к. $a_{1 \ldots 10} \in \mathbb{Z} \Rightarrow d = 1$

$\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$
$2 < \sqrt{5} < 3$
$\frac{1}{3} < \frac{1}{\sqrt{5}} < \frac{1}{2}$
$\frac{4}{3} < \frac{4}{\sqrt{5}} < 2$

ди.



$$\begin{cases} (a_1+5)(a_1+11) > (2a_1+9)5+1 \\ (a_1+6)(a_1+10) < (2a_1+9) \cdot 5 + 17 \end{cases}$$

-6
-2

$$\begin{cases} a_1^2 + 11a_1 + 5a_1 + 55 > 10a_1 + 45 + 1 \\ a_1^2 + 6a_1 + 10a_1 + 60 < 10a_1 + 45 + 17 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 6a_1 + 9 > 0 \\ a_1^2 + 6a_1 - 2 < 0 \end{cases}$$

$D = 36 + 8 = 44 = 4 \cdot 11$

$a_{1,2} = \frac{-6 \pm 2\sqrt{11}}{2}$

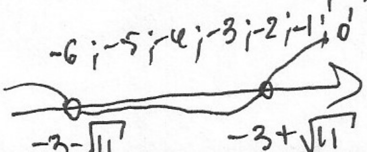
$a_1 \neq -3$

$$\begin{cases} (a_1+3)^2 > 0 \\ (a_1 - (-3-\sqrt{11}))(a_1 - (-3+\sqrt{11})) < 0 \end{cases}$$

$a_{1,2} = -3 \pm \sqrt{11}$

$\sqrt{9} < \sqrt{11} < \sqrt{16}$ $\quad -4 < -\sqrt{11} < -3$ $\quad 0 < -3+\sqrt{11} < 1$

$3 < \sqrt{11} < 4$ $\quad -7 < -3-\sqrt{11} < -6$



Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21102586**

ID профиля: **349474**

Вариант 17

Чистовик - 2 часть - В17

$$\begin{array}{l} 4k^3+k-1 \;\Big|\; k-\frac{1}{2} \\ -\;4k^3-2k^2 \quad 4k^2+2k+2 \\ \quad 2k^2+k-1 \\ \quad -\;2k^2-k \\ \quad\quad 2k-1 \end{array}$$

$$\begin{cases} k=\frac{1}{2} \\ 4k^2+2k+2=0 \\ m=2k^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=\frac{1}{2} \\ m=\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_a c=\frac{1}{2} \\ \log_a b=\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=\sqrt{a} \\ b=\sqrt{a} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{2}+2=\sqrt{5x-1} \\ 4x+1=\sqrt{5x-1} \end{cases} \Leftrightarrow \varnothing$$

Ответ: $x=2$

№4

$$\begin{cases} \text{НОД}(a;b;c)=6 \\ \text{НОК}(a;b;c)=2^{15}\cdot3^{16} \end{cases}$$

$\text{НОК}(a;b;c)\cdot\text{НОД}(a;b;c)=a\cdot b\cdot c$

$a\cdot b\cdot c=2^{15}\cdot3^{16}\cdot6=2^{16}\cdot3^{17}=6^{16}\cdot3$

I ~~$a^{2x}\cdot b^{2y}\cdot c$~~

I $\begin{cases} a=2^{\alpha} \\ b=2^{\beta} \\ c=3^{17} \end{cases}$ $\quad \alpha+\beta=16$ ~~$\alpha+\beta=8$~~ : кар : 17

и так. 3 раза : $3\cdot17=51$

II $\begin{cases} a=3^{\alpha} \\ b=3^{\beta} \\ c=2^{16} \end{cases}$ $\quad \alpha+\beta=17$: 18 кар

$18\cdot3=54$

III $\begin{cases} a=1 \\ b=3^{17} \\ c=2^{16} \end{cases}$ $\quad$ 3 варианта (если $b=1$ или $c=1$)

Чистовик Часть 2. В 17

№5 $\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1) = 2\log_{5x-1}(4x+1)$ (т.к. сущ-ет $\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)$ т.к. $5x-1>0$ и $\frac{x}{2}+2>0$)

$\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2 = 2\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)$

ОДЗ:

$$\begin{cases} 5x-1>0 \\ \sqrt{5x-1}\neq 1 \\ 4x+1>0 \\ 4x+1\neq 1 \\ \frac{x}{2}+2>0 \\ \frac{x}{2}+2\neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>\frac{1}{5} \\ x\neq 0 \\ x>-\frac{1}{4} \\ x\neq 0 \\ x>-4 \\ x\neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow x>\frac{1}{5}$$

Пусть $\begin{cases} 5x-1=a \\ 4x+1=b \\ \frac{x}{2}+2=c \end{cases}$, тогда

$2\log_{5x-1}(4x+1) = 2\log_a b$

$2\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right) = 2\log_b c$

$\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1) = \log_c a$

~~$\log_c a = \log_a b - 1 \Leftrightarrow 1 = \log_a b - \log_c a$~~

I $\begin{cases} \log_a b = \log_b c \\ \log_c a = 2\log_a b - 1 \end{cases}$

$\begin{cases} b=c \\ a=b \end{cases} \Rightarrow \log_b a = \log_a b - 1$ Пусть $\log_a b = k$: $\frac{1}{k} = k-1$

$k^2-k-1=0$

$D = 1+4 = 5$

$k_{1,2} = \frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

$\log_a b = \frac{1\pm\sqrt{5}}{2} \Leftrightarrow b = a^{\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}}$

т.к. $a=b \Rightarrow \log_c a = \log_a a - 1 \Leftrightarrow \log_c a = 0 \Leftrightarrow a=1$ $\Rightarrow$ и. $b=1$, $\Rightarrow$ и. $c=1$

такого не может быть

$$\begin{cases} \log_a b - \frac{\log_a c}{\log_a b} = 0 \\ \frac{1}{\log_a c} = 2\log_a b - 1 \end{cases}$$

Пусть $\begin{cases} \log_a b = k \\ \log_a c = m \end{cases}$

$$\begin{cases} k - \frac{m}{k} = 0 \\ \frac{1}{m} = 2k-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k^2-m=0 \\ k\neq 0 \\ \frac{1}{m} = 2k-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=k^2 \\ k\neq 0 \\ \frac{1}{k^2} = 2k-1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m=k^2 \\ k\neq 0 \\ 2k^3-k^2-1=0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r|l} 2k^3-k^2-1 & k-1 \\ \underline{-\,2k^3-2k^2} & 2k^2+k+1 \\ k^2-1 & \\ \underline{-\,k^2-k} & \\ k-1 & \end{array}$$

$$\begin{cases} k=1 \\ 2k^2+k+1=0 \\ m=k^2 \\ k\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=1 \\ m=1 \end{cases} \quad \text{Ун.} \begin{cases} \log_a b = 1 \\ \log_a c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=b \\ c=a \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x-1=4x+1 \\ \frac{x}{2}+2=5x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x+4=10x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \varnothing$$

II $$\begin{cases} 2\log_a b = \log_c a \\ 2\log_b c = \log_c a - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\log_a b - \dfrac{\log_b a}{\log_b c} = 0 \\ 2\log_b c = 2\log_a b - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_a b = k \\ \log_b c = m \end{cases} \quad \begin{cases} 2k - \dfrac{\frac{1}{k}}{m} = 0 \\ 2m = 2k - 1 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} 2k - \dfrac{1}{km} = 0 \\ m = k - \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2k^2m-1=0 \\ km\neq 0 \\ m=k-\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2k^2(k-\frac{1}{2})-1=0 \\ km\neq 0 \\ m=k-\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2k^3-k^2-1=0 \\ km\neq 0 \\ m=k-\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=1 \\ m=\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Ун.} \begin{cases} \log_a b = 1 \\ \log_b c = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=b \\ c=\sqrt{b} \end{cases} \quad \begin{cases} 5x-1=4x+1 \\ \frac{x}{2}+2=\sqrt{4x+1} \end{cases} \Leftrightarrow x=2$$

III $$\begin{cases} 2\log_b c = \log_c a \\ 2\log_a b = \log_c a - 1 \end{cases} \quad \cancel{2\log_b c - \frac{\log_b a}{\log}} \quad \begin{cases} 2\dfrac{\log_a c}{\log_a b} - \log_c a = 0 \\ 2\log_a b = \log_c a - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_a c = k \\ \log_a b = m \end{cases} \quad \begin{cases} \dfrac{2k}{m} - \dfrac{1}{k} = 0 \\ 2m = \dfrac{1}{k} - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2k^2-m=0 \\ k\neq 0 \\ m\neq 0 \\ 2m=\frac{1}{k}-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=2k^2 \\ 4k^2=\frac{1}{k}-1 \\ m\neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m=2k^2 \\ 4k^3+k-1=0 \\ m\neq 0 \end{cases}$$

$\cancel{\log_a b} + \log_c a = \log_b c + \cancel{\log_a b} - 1$

$\log_3 4 = \log_4 x$

$\frac{1}{\log_4 3} = \log_4 x \qquad \log_4 4^{\frac{1}{\log_4 3}} = \log_4 x \qquad x = 1$

$\frac{1}{\log_b a} = \log_b c \qquad c = b^{\log_a b}$

$\frac{x}{2} + 2 = 4x + 1 \qquad \log_{5x-1} 4x+1$

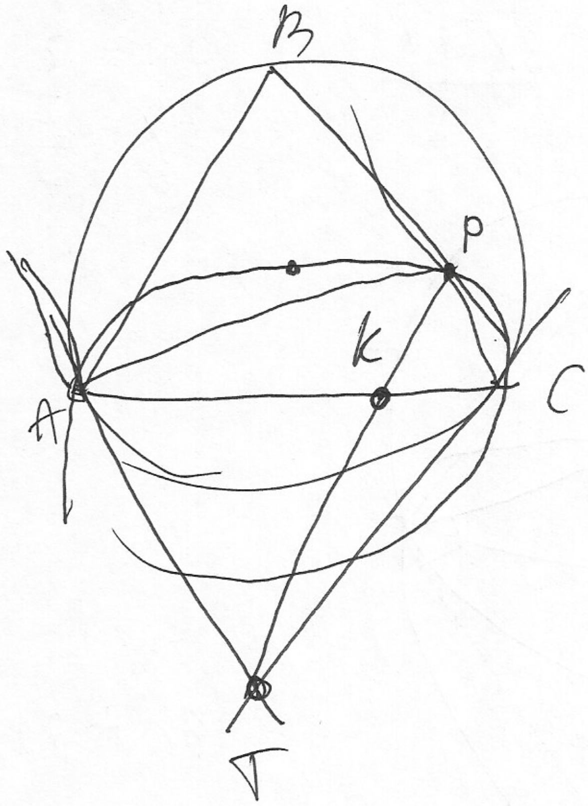
$\log_{5x-1} 4x+1 = \log_{4x+1} \frac{x}{2}+2$

$\log_{5x-1} 4x+1 = 1 \qquad 4x+1 = 5x-1 \qquad x = 2$

$\log_{4x+1} \frac{x}{2}+2 = 1 \qquad \frac{x}{2} + 2 = 4x+1 \qquad 4x - \frac{x}{2} = 1$

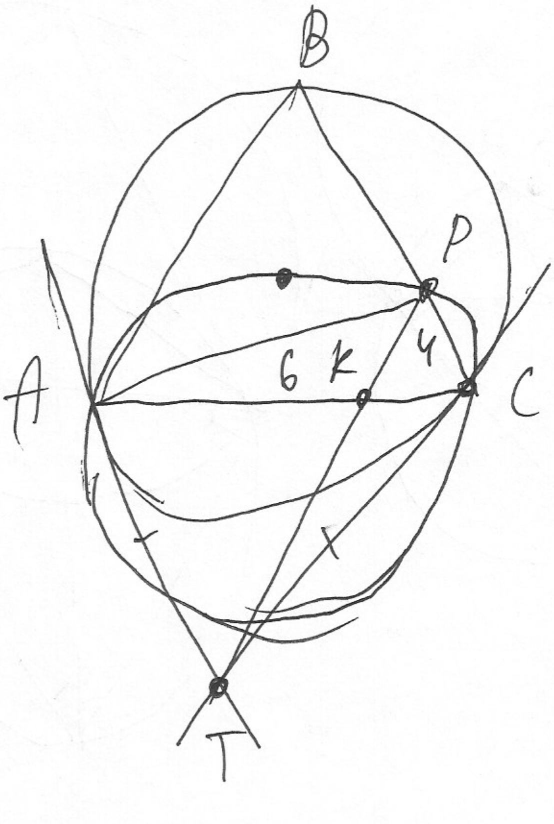
$\frac{8x - x}{2} = 1$

$7x = 3$



$S_{APK} = 6$

$S_{CPK} = 4$



$$\begin{cases} \log_a b = \log_b c \\ \log_c a = 2\log_a b - 1 \end{cases}$$

$\log_a b = k$

$\log_a c = m$

$\log_a b - \dfrac{\log_a c}{\log_a b} = 0$

$k - \dfrac{m}{k} = 0 \iff k^2 = m$

$\dfrac{1}{m} = 2k - 1$

$\dfrac{1}{k^2} = 2k - 1 \iff 1 = 2k^3 - k^2 \quad 2k^3 - k^2 - 1 = 0$

$2k^3 - k^2 - 1 = 2k^3 - 2k^2 + k^2 - 1 = 2k^2(k-1) + (k-1)(k+1)$

$(k-1)(2k^2 + k + 1)$

$1 + 2 = \sqrt{8+1}$

$D = 1 - 4 \cdot 1 \cdot 2$

$\dfrac{4}{8} + \dfrac{1}{2} - 1 =$

$\dfrac{x}{2} + 2 = 4x + 1$

$\dfrac{10}{7} - 1 = \dfrac{3}{7}$

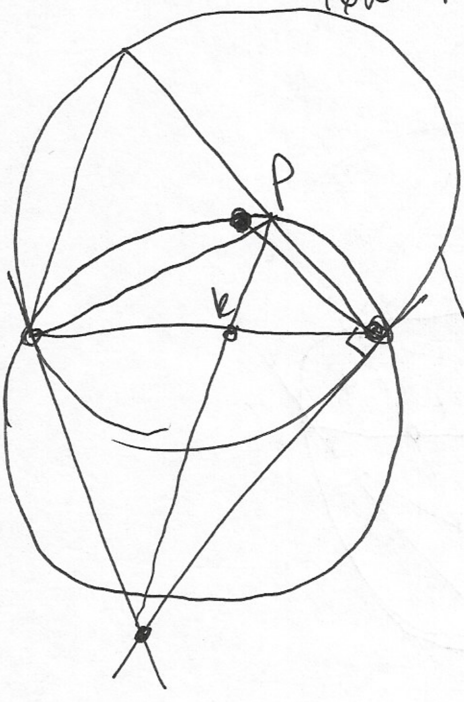
$4x - \dfrac{x}{2} = 1$

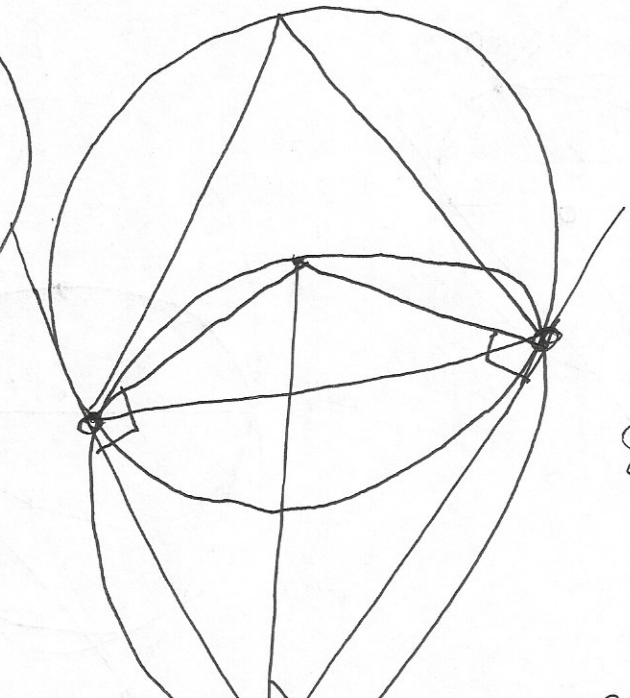
$16x^2 + 8x + 1 = 5x - 1$

$\dfrac{8x - x}{2} = 1 \quad 7x = 2$

$16x^2 + 3x + 2 = 0$

$x = \dfrac{2}{7}$





82

$30 + 21 = 51$

34

$\log_a b - \log_b c = 0 \Leftrightarrow \log_a b - \dfrac{\log_a c}{\log_a b} = 0$

$x - \dfrac{y}{x} = 0$

$\dfrac{1}{x} = y - 1 \Rightarrow x = \dfrac{1}{y-1}$

$\dfrac{1}{y-1} - \dfrac{y}{\frac{1}{y-1}} = \dfrac{1}{y-1} - y(y-1) = 1 - y(y-1)^2 = 0$

$1 - y(y^2 - 2y + 1)$

$1 - y^3 + 2y^2 - y = 0$

$\begin{cases} b = c \\ a = b \end{cases}$

$\dfrac{1}{\log_b a} - \log_b c = 1 - \log_b c \log_b a$

$\log_a b = 1$

$\log_b c = 1$

$\dfrac{\log_a c}{\log_a b} = \dfrac{1}{\log_a a} \cdot \dfrac{1}{\log_a b} = \dfrac{1}{\log_a b - 1} \cdot \dfrac{1}{\log_a b}$

$x = \dfrac{1}{x-1} \cdot \dfrac{1}{x}$ $\quad x = \dfrac{1}{x(x-1)}$ $\quad x^3 - x^2 - 1 = 0$

$\log_b a = \log_a b - 1$ $\quad \dfrac{1}{\log_a b} = \log_a b - 1$ $\quad \dfrac{1}{x} = x - 1$

$1 = x^2 - x$ $\quad x^2 - x - 1 = 0$

$D =$

$4x + 1 = \dfrac{x}{2} + 2$

$4x^2 - \dfrac{x}{2}$

$\begin{cases} \log_a b - \dfrac{\log_a c}{\log_a b} = 0 \\ \dfrac{1}{\log_a c} = \log_a b - 1 \end{cases}$

$\log_a^2 b = \log_a c$

$\log_a b \cdot \log_a b = \log_a c$

$\dfrac{7x}{2} = 1$

$\log_a b^{\log_a b} = \log_a c$

$b^{\log_a b} = c$

$\log_a b \cdot \log_c a = \dfrac{\log_a b}{\log_a c} = \log_c b$

$\log_a b \cdot \log_b c = \dfrac{\log_b c}{\log_b a} = \log_a c$

$\log_b c \cdot \log_c a = \log_b a$

$\log_b a = \log_b c - \log_c a$

$\log_c a = \log_a b - 1$

$\log_c a = \log_a \left(\dfrac{b}{a}\right)$

$\dfrac{1}{\log_a b \log_b c} = \log_a b - 1$

$\log_b c = \log_c a + 1$ $\quad \log_b c = \log_c ac$

Черновик

№5 $\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)$ $\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2$ $\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)$

$$\begin{cases} 5x-1>0 \\ \sqrt{5x-1}\neq 1 \\ 4x+1>0 \\ 4x+1\neq 1 \\ \frac{x}{2}+2>0 \\ \frac{x}{2}+2\neq 1 \end{cases}$$

$2\log_{5x-1}(4x+1)$ $2\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)$ $\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)$

$5x-1=a$

$4x+1=b$

$\frac{x}{2}+2=c$

$2\log_a b$ $2\log_b c$ $\log_c a$

I $\begin{cases} \log_a b=\log_b c \\ \log_c a=\log_a b-1 \end{cases}$

$\log_a b-\log_b c=0 \iff \log_a b-\frac{1}{\log_b c}=0 \iff \log_a b\log_b c$

$\frac{1}{\log_b a}-\log_b c=0 \iff 1-\log_b c\log_b a=0 \iff \log_b a$

$\log_a b=k$

$\log_a c=m$

$$\begin{cases} \log_a b-\frac{\log_a c}{\log_a b}=0 \\ \frac{1}{\log_a c}=\log_a b-1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} k-\frac{m}{k}=0 \\ \frac{1}{m}=k-1 \end{cases} \iff \begin{cases} k^2-m=0 \quad k^2=m \\ k\neq 0 \\ m\neq 0 \\ \frac{1}{m}=m-1 \end{cases}$$

$\frac{1}{k^2}=k-1 \iff k^3-k^2-1=0$

$m^2-m-1=0$

$D=1+4=5$

$y'=3k^2-2k$

$3k^2-2k=0 \iff k=0$, $k=\frac{2}{3}$

$+ \quad - \quad +$

$0 \quad \frac{2}{3}$

$\log_a^2 b-\log_a c=0$ $\log_a b=\pm\sqrt{\log_a c}$

$1=\log_a b-\log_a c \iff 1=\log_a\frac{b}{c}$

$\frac{b}{c}=a \iff b=a$

$b=ac$

$\log_a ac=\frac{1}{\log_c ac}$

$1+\log_a c=\frac{1}{1+\log_c a}$

$1+b=\frac{1}{1+\frac{1}{b}}$

$1+b=\frac{b}{b+1} \iff (b+1)^2=b$

$\log_a b-\frac{1}{\log_a c}-1$

$\log_a b\log_a c-\log_a c-1=0$

$2\cdot\frac{1}{4}$

$\log_a b\log_a c-\log_a c-\log_a a=0$

$\log_a b\log_a c=\log_a ac$