

Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

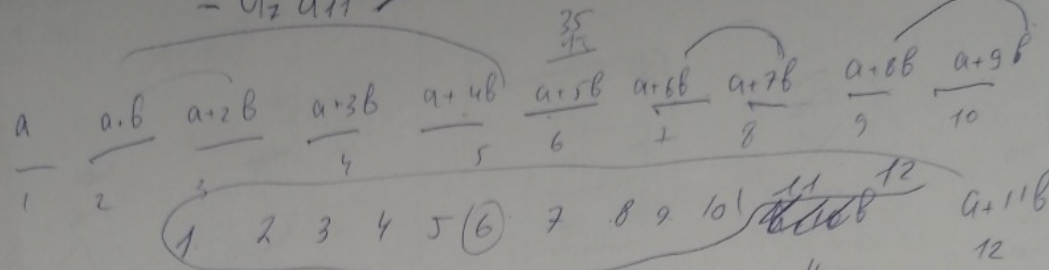
Шифр: **21102384**

ID профиля: **165920**

Вариант 17

6 · 12 > 56
 7 · 11 < 72
 9 · 11 = 99
 30 (12) (13)
 ЧЕРНОВИК
 ЛИСТ 6

S - a₆a₁₂ > S + 1
 - a₇a₁₁ < S + 17



55
 17
 72
 $S = 10a + 54b$
 $(a+5)(a+11) > 10a + 55$

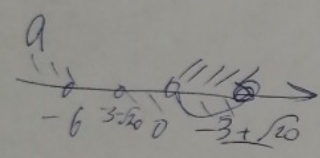
$a^2 + 16a > 10a$

$(a+5b)(a+11b) > 10a + 54b + 1$

$a^2 + 6a > 0$

$(a+6b)(a+10b) < 10a + 54b + 17$

$a(a+6) > 0$



$x > y \rightarrow$
 $a^2 + 11ab + 5ab + 55b^2 > 10a + 54b + 1$
 $(a+6)(a+10) < 10a + 71$
 $a^2 + 10b + 6ab + 60b^2 < 10a + 54b + 17$

$x(y+1) > a^2 + 16a < 10a + 11$
 $(x+1)y > a^2 + 6a - 11 < 0$
 $a^2 + 16ab + 55b^2 > 10a + 54b + 1$
 $a^2 + 10ab + 60b^2 < 10a + 54b + 17$
 $b = 1$
 $a + 5b$
 $a + 10b$
 $a > 3$
 $(a+3)^2 > 0$

$6 + 2b + 3b + 4b + 5b + 6b + 7b + 8b + 9b + 10b + 11b + 12b + 13b + 14b + 15b + 16b + 17b + 18b + 19b + 20b$
 $a^2 + 16ab + 60b^2 - 16 < 10a + 54b + 1 < a^2 + 16ab + 55b^2$

$56^2 < 16^2$

$a_6 a_{12} - a_7 a_{11} > 16$
 $a_7 a_{11} - a_6 a_{12} < 16$

ЧЕРНОВИК,
 ЛИСТ 6

$a^2 + 16ab + 60b^2 > a^2 + 16ab - 55b^2 < 16$

ЦЕРНОВИК
ЛИСТ 5

-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
φ	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

$7 > 6$
 $12 < 22$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----

-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

45

$55 > 46$
 $60 < 45 + 17$

35
17

-15 + 17

$40 > 36$
 $45 < 52$

6	7	8	9	10	11	12
6	7	8	9	10	11	12

11-11-
11-11-
-3 < -8
-8 > -24

$27 > 26$

$32 < 42$

$16 > 9$

$21 < 32$

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

7	8	9	10	11	12
---	---	---	----	----	----

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

7	8	9	10	11	12
---	---	---	----	----	----

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

7	8	9	10	11	12
---	---	---	----	----	----

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

7	8	9	10	11	12
---	---	---	----	----	----

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

$11 > -14$
 $0 < 2$

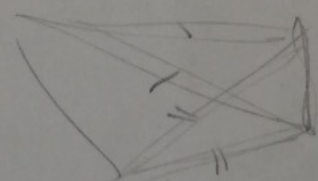
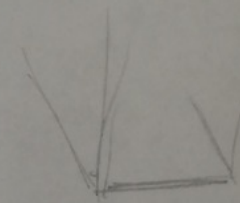
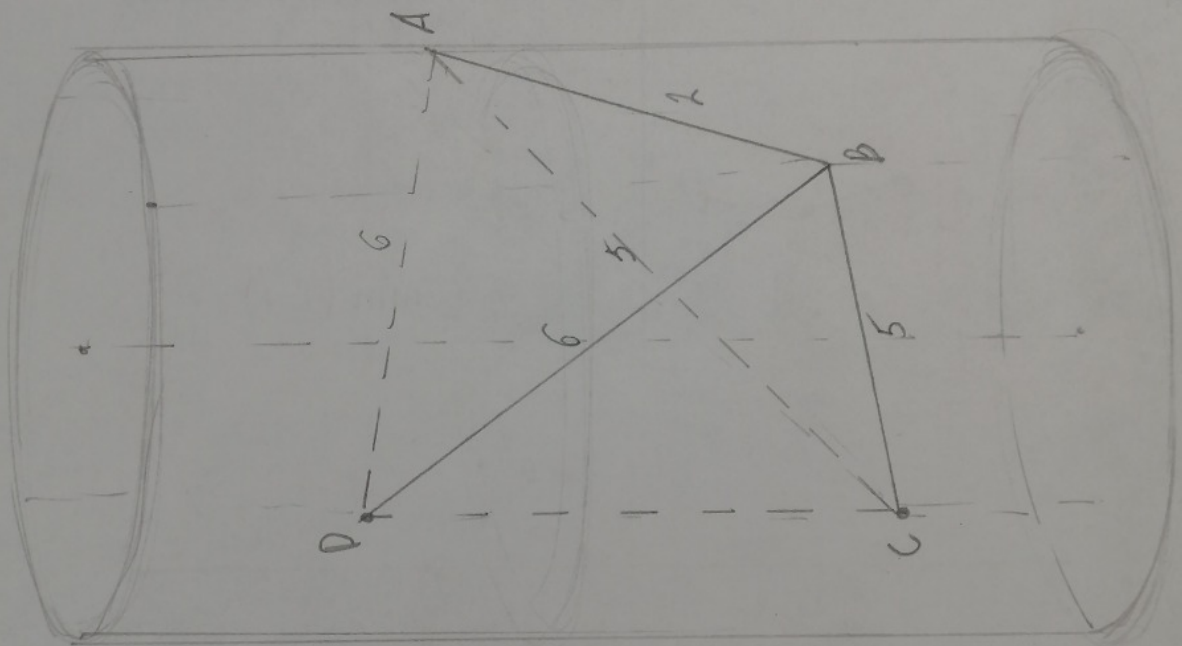
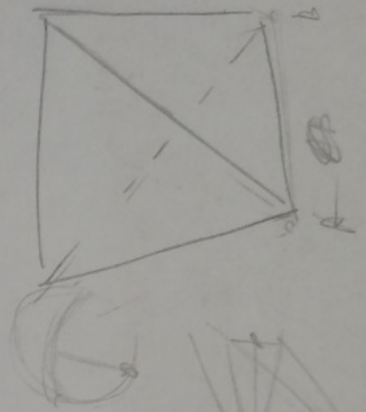
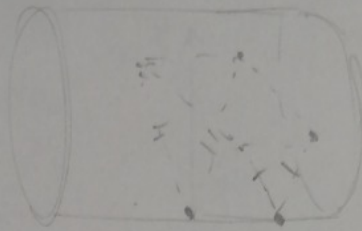
ЦЕРНОВИК, ЛИСТ 5

ЧЕРТОВИК

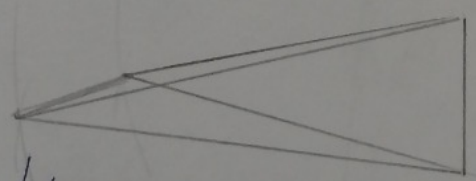
ЛИСТ 4

ЧЕРТОВИК

ЧЕРТОВИК



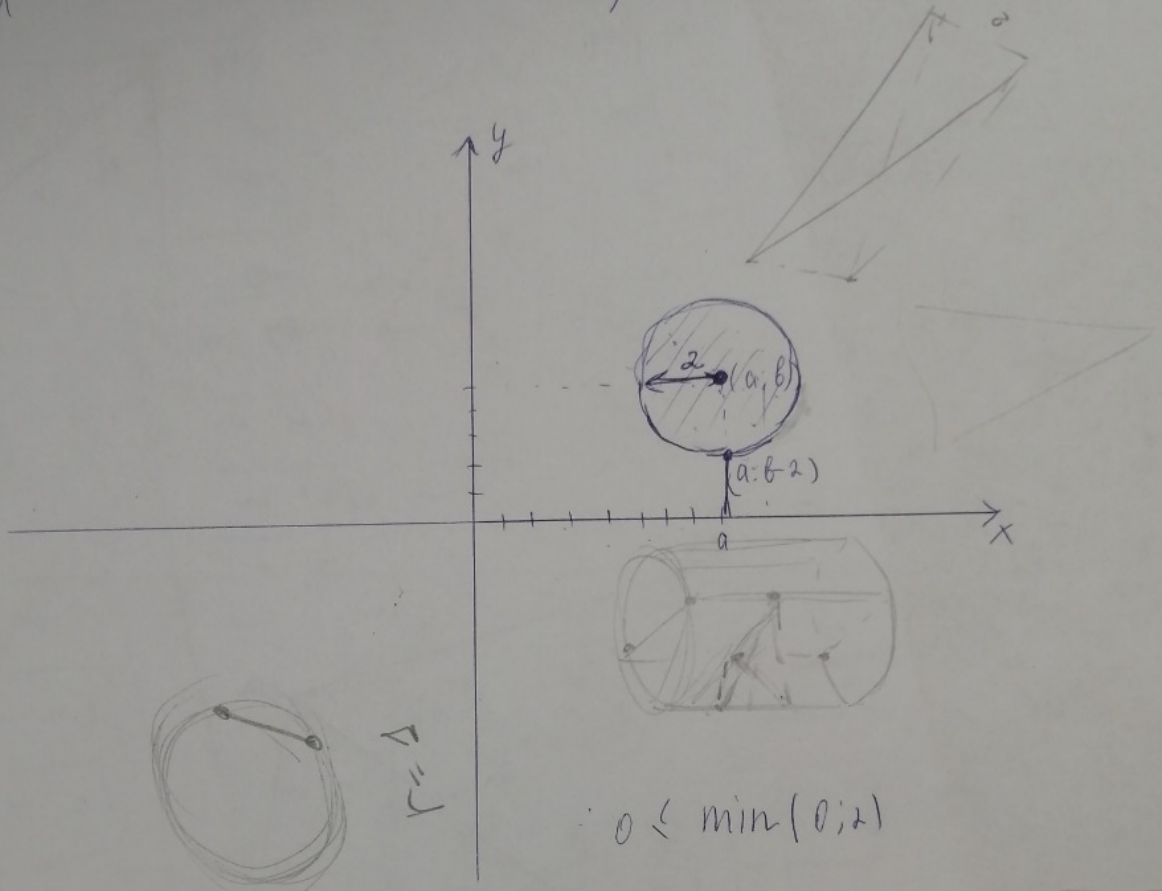
$AD = DB = 6$
 $AB = 2$
 $AC = 5$
 $CD = 5$



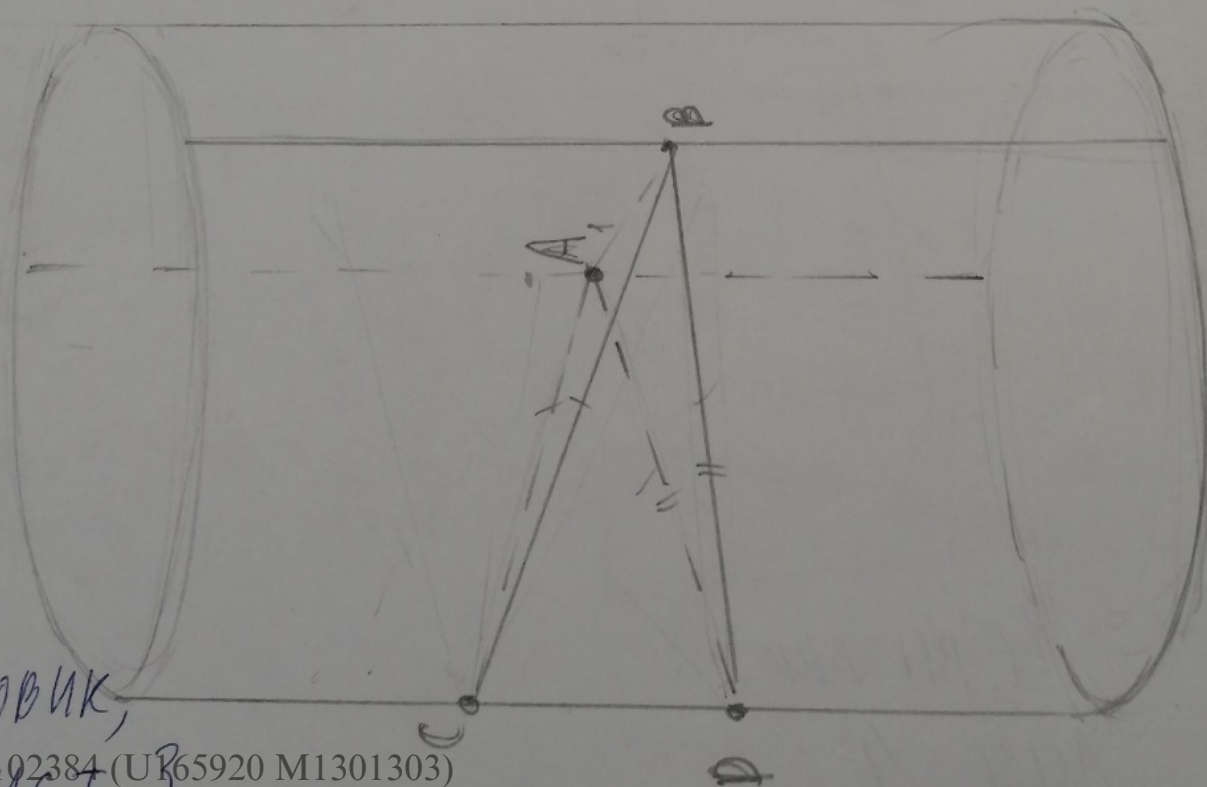
ЧЕРТОВИК,

ЛИСТ 4

$$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 2 \\ a^2 + b^2 \leq \min(2a+2b, 2) \end{cases}$$



$$a^2 +$$



ЧЕРНОВИК,

21102384 (U365920 M1301303)

ЛИСТ 3

$$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 2 \\ a^2 + b^2 \leq \min(2a+2b, 2) \end{cases}$$

$a=0$, то $b^2 \leq \min(2b, 2)$

$b=0$, $0 \leq \min(0; 2) \checkmark$

$b=1$, $1 \leq \min(2; 2) \checkmark$

$b=2$, $4 \leq \min(8; 2) \times$

$a^2 + b^2 \leq 2a + 2b$

$\frac{a^2 + b^2}{2} \leq a + b$

$\begin{matrix} -\frac{1}{2} & 1 & 0 \\ & -1+2 & \textcircled{1} \end{matrix}$

$-\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}$

$(-\frac{1}{2})^2 + (-\frac{1}{2})^2 \leq$

$b = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{4} \leq \min(1; 2)$

$2a + 2b \geq 0$
 $(a, b \geq 0)$

$[0, 0] \leq \min(2a+2b, 2)$

$a^2 + b^2 \leq \min(a+b, 1)$

$(-1)^2 + (-1)^2 \leq \min(-4; 2)$

$1+1 \leq \min(2; 1)$

$a^2 + b^2 \leq \min(2a+2b, 2)$

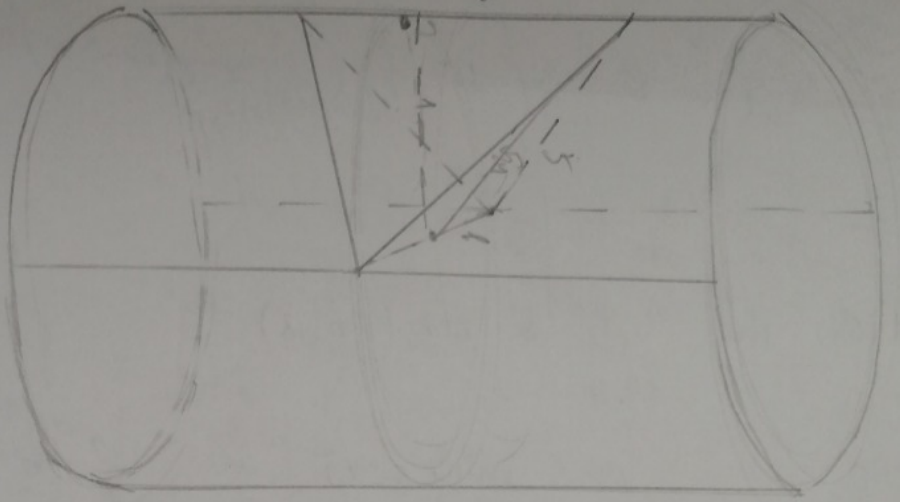
$2 \leq \min(2; 1)$

$(4; 2) \leq 2$
 $\frac{1}{4} + 1 \leq 1 + 2; 2$
 $4, \textcircled{2}$

$[0, 0]; [1; \frac{1}{2}]$

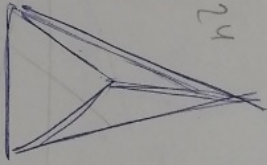
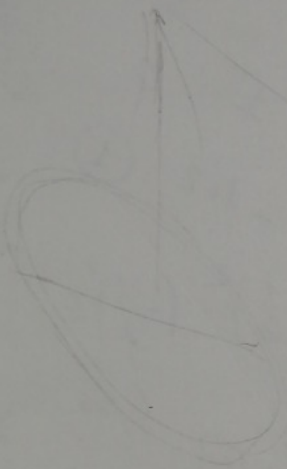
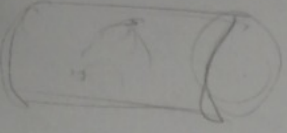
$[1; 1]; [\frac{1}{2}; 1]$

$[1; 0]; [0; 1]$



24

53

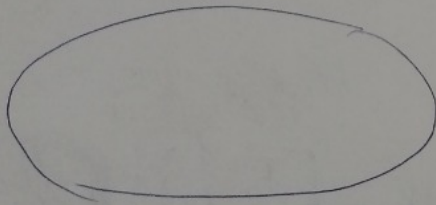
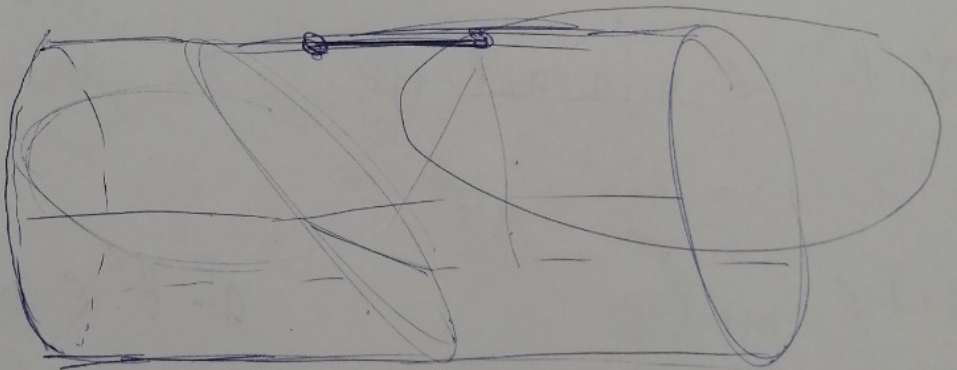
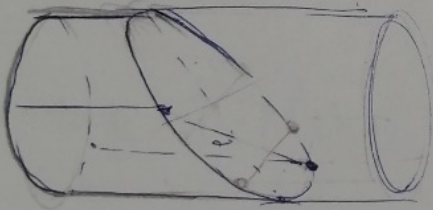


25-1
24

5²-1²

5²

13 50
14 30



Задача 3.

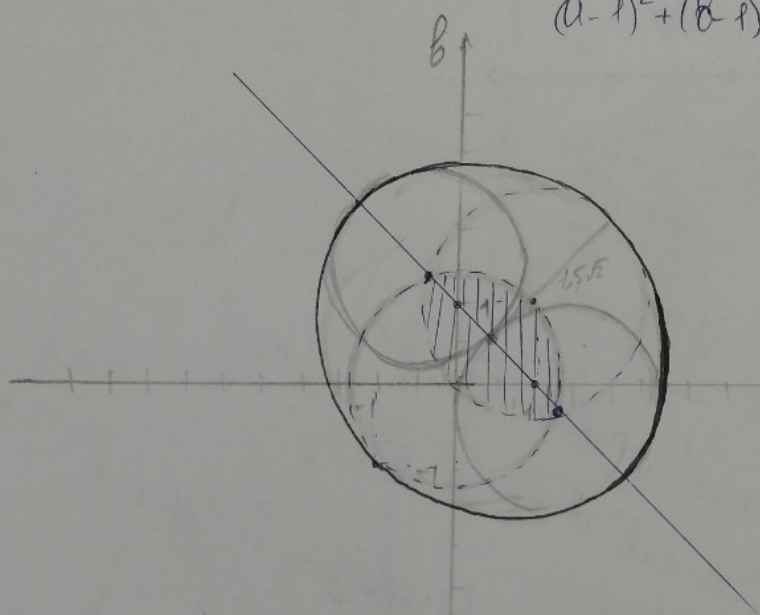
$$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 2 \\ a^2 + b^2 \leq \min(2a+2b; 2) \end{cases}$$

В системе координат $(a; b)$

$$\begin{cases} (a-x)^2 + (b-y)^2 \leq 2 \\ a^2 + b^2 \leq \min(2a+2b; 2) \end{cases}$$

1) Если $2a+2b > 2$
 $a+b > 1$
 $b > 1-a$, то $a^2 + b^2 \leq 2$

Если $2a+2b < 2$
 $a+b < 1$
 $b < 1-a$, то $a^2 + b^2 \leq 2a+2b$
 $(a-1)^2 + (b-1)^2 \leq 2$

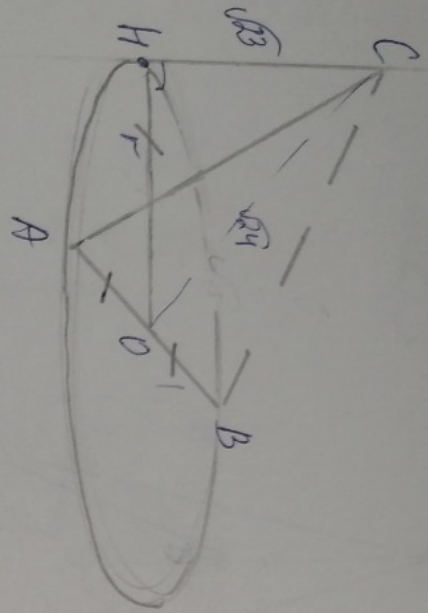


Зе
 В заштрихованной
 площади находится все
 порождения a, b .

чтобы найти площадь
 M , надо в каждой
 точке заштрихованной
 площади построить
 окружность с радиусом
 $\sqrt{2}$.

Фигура M - фигура с четным
 контуром.

$$S = 4 \cdot \pi r^2 = 8\pi$$



4) ~~Самостоятельно~~

Найти высоту CO, длину радиуса окружности основания O (горизонтальная проекция, на которой лежит AB), высоту на CD.

Т.к. $ABC - \rho / \sigma$, то $CO = \sqrt{AC^2 - AO^2} = \sqrt{25 - 1} = \sqrt{24}$

$CH = \sqrt{24 - 1} = \sqrt{23}$

Аналогично найдем HD, $HD = \sqrt{34}$

Но м.к. C и D могут еще лежать выше H, или ниже по высоте относительно O.

Мы можем получить 2 значения,

$\sqrt{23} + \sqrt{34}$ и $\sqrt{34} - \sqrt{23}$.

Ответ: $\sqrt{34} - \sqrt{23}$, $\sqrt{34} + \sqrt{23}$

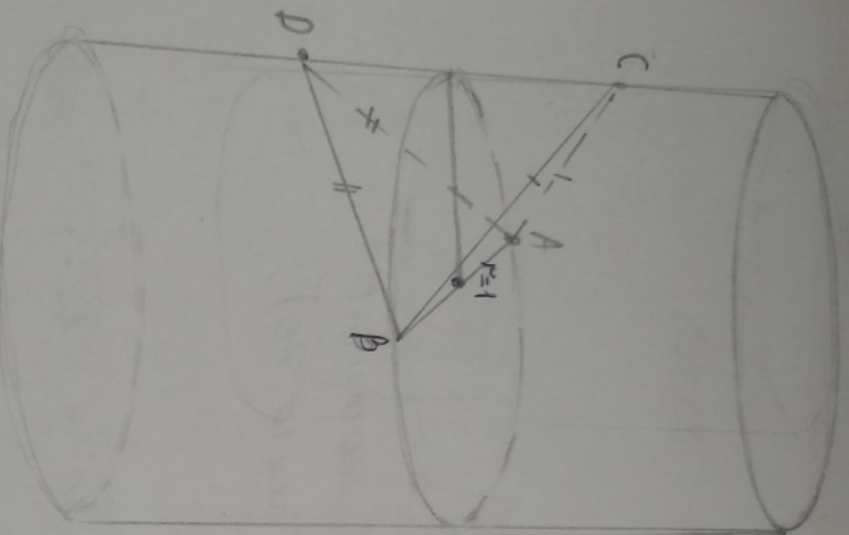


рис. 1

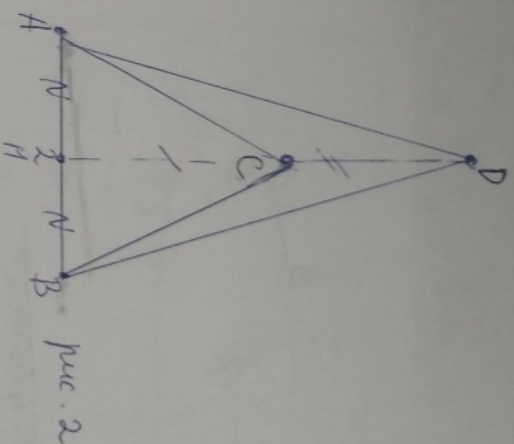


рис. 2

1)

Пл. κ $AC = CB$ и $AD = DB$,

но ΔABC и ΔADB - плб,

Зам. уг. между C и D выгнуты
вперед на AB , но они
спущены

в одну и ту же сторону, значит

угол между AB и $CD = 90^\circ$,

~~или~~ м. κ $AB \perp$
плоскости CDH .

2) Пл. κ CD перпендикулярна плоскости основания, значит

CD перпендикулярна сторонам $\Rightarrow AB \parallel$ основанию
цилиндра.

3) Т.к. $r = \min$, а $AB = 2$, AB вершину на

вершине, перпендикулярна основанию, значит
наименьший диаметр равен AB , а наименьший
радиус равен 1 .

Задача 1.

Реш. (17)

интервал
мст ↑

$$a_1 = a$$

$$a_2 = a + b$$

$$a_3 = a + 2b$$

$$S_{10} = 10a + 45b$$

$$a_6 = a + 5b$$

$$a_7 = a + 6b$$

$$a_{12} = a + 11b$$

$$a_{17} = a + 16b$$

• 1) $a_6 \cdot a_{12} > S_{17}$

$$(a+5b)(a+11b) > 10a + 45b + 1 \quad (1)$$

• 2) $a_7 \cdot a_{11} < S_{17}$

$$(a+6b)(a+10b) < 10a + 45b + 17$$

$$-(a+6b)(a+10b) > -10a - 45b - 17 \quad (2)$$

Сумму неравенств (1) (2), тогда

$$a^2 + 16ab + 55b^2 - a^2 - 16ab - 60b^2 > -16$$

$$-5b^2 > -16$$

$$5b^2 < 16$$

b - число, так произведение положительное \Rightarrow

$b = \pm 1$, но -1 не подходит, так произведение будет отрицательным

значит $b = 1$.

Тогда $(a+5)(a+11) > 10a + 46$

$$a^2 + 16a + 55 > 10a + 46 \Rightarrow a^2 + 6a + 9 > 0, a \text{ любое}$$

$$(a+6)(a+10) < 10a + 62$$

$$a^2 + 16a + 60 < 10a + 62$$

$$a^2 + 6a - 2 < 0$$

$$a \in (-3 - \sqrt{10}; -3 + \sqrt{10})$$

Ответ: $-6; -5; -4; -2; -1;$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21102384**

ID профиля: **165920**

Вариант 17

$$a = \log_{\sqrt{x-1}} (4x+1)$$

$$b = \log_{4x+1} \left(\frac{x}{2} + 2\right)^2$$

$$c = \log_{\frac{x}{2} + 2} (5x-1)$$

$$\log_a b = \frac{2}{\log_c b} \cdot 2 \log_c a$$

$$\log_{\sqrt{x-1}} (4x+1) = \log_{4x+1} \left(\frac{x}{2} + 2\right)^2$$

$$\log_{2^2}^2 \cdot \log_{2^2}^2 = \log_{2^2}^2$$

$$\log_{4x+1} \frac{1}{\sqrt{x-1}} = \log_{4x+1} \left(\frac{x}{2} + 2\right)^2$$

$$= \log_{2^2} 64$$

$$\log_{4x+1} \sqrt{x-1}$$

$$\log_{4x+1} \left(\frac{x}{2} + 2\right)^2 = 1$$

$$x = \log_a b$$

$$\log_a b = \log_b c^2$$

$$y = 2 \log_b c$$

$$\log_c a^2 = \log_a b - 1$$

$$x = 2 \log_c a$$

$$\log_c a^2 = \log_a b - \log_a a$$

$$\log_a b = 2 \log_b c$$

$$2 \log_c a = \log_a \frac{b}{a}$$

$$\log_c a^2 = \log_a b$$

$$2 \log_a a = \log_b \frac{c^2}{b}$$

$$\log_b c^2$$

$$2 \log_b c - 1$$

$$\log_b c^2 = \log_b b$$

$$\log_a b = \log_a c^2 = \log_a \frac{a^2}{c}$$

$$\left(\frac{x}{2} + 2\right)(5x-1) = 1$$

$$25x^2 - \frac{x}{2} + 10x = 3$$

УПРОДОЖ
АУСТ

$$a^n = b \quad a^n = b$$

$$b^n = c^2 \quad b^n = c^2$$

$$c^n = \frac{a^2}{c} \quad c^{n+1} = a^2$$

$$(5x-1)^n = (4x+1)^2$$

$$(4x+1)^n = \left(\frac{x}{2} + 2\right)^2$$

$$2,5x^2 + 9,5x - 3 = 0$$

$$\left(\frac{x}{2} + 2\right)^{n+1} = 5x-1$$

$$(5x-1)^2 (4x+1)^2 = 1$$



$$(5x-1) = (4x+1)^2$$

$$(4x+1)^2 = \left(\frac{x}{2} + 2\right)^2$$

$$\sqrt{\left(\frac{x}{2} + 2\right)^{2n}} = \sqrt{\left(\frac{x}{2} + 2\right)^{2n}}$$

$$= 5x-1$$

$$16x^2 + 1 + 8x = 5x-1$$

$$16x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$4x+1 = \frac{x}{2} + 2$$

$$\sqrt{\left(\sqrt{a}\right)^n} = a$$

$$R = \frac{48}{abc}$$

$$(5x-1)^{-2} = (4x+1)^2$$

$$9,5x = -3$$

$$\sqrt{\left(\left(\left(b\right)^n\right)^n\right)^{n+1}} = b^2$$

$$4x+1 = -\frac{x}{2} - 2$$

$$5x-1 = a$$

$$x = \frac{a+1}{5}$$

$$\frac{x^3 - 1}{x^2 - 2x + 1} = \frac{x^3 - 1}{x^2 - 2x + 1}$$

$$3^2 = 9 \quad (3^2)^2 = 81$$

$$(2^3)^3 = 2^9$$

$$2^3 = 8 \quad (2^3)^3 = 8^3 = 2^9$$

$$a^{n+1} \quad n^2$$

$$n(n+1) = 2$$

$$n^2 + n - 2 = 0$$

$$a^{2n} \quad n(n+1) + 8 = 3$$

$$2^3 = 8$$

$$\sqrt{b^{n^2}}$$

$$5x^2 + 19x - 6 = 0$$

$$\frac{-1+3}{2} = 1$$

$$\frac{-1-3}{2} = -2$$

$$\varnothing = 19^2 + 20 \cdot 6 = 481$$

$$x = \log_a b$$

$$y = \log_b c^2$$

$$z = \log_c a^2$$

$$c^{n-1} = a^2$$

$$\left(\frac{x}{2} + 2\right) = 5x - 1$$

$$\log_a b = \log_b c^2$$

$$\log_a b = 2 \log_b c$$

log

$$\frac{1}{\log_b a} = 2 \log_b c$$

$$\frac{1}{\log_b a} = \log_b c^2$$

$$\log_b a \cdot \log_b c = \frac{\log_b b}{\log_b a}$$

log a

$$\log_b c = \log_a b$$

$$2 \log_b c \log_b a = 1$$

$$\log_a b = \log_b c^2 = \log_c a^2 + 1$$

$$\log_2 32 - \log_2 16 = 20$$

5.41

$$\log_{32} 16$$

2.2.2.2

$$a^n = b$$

$$\sqrt[n]{b} = c$$

$$c^n = a^2 \cdot c$$

$$\log_a 16$$

$$\log_2 7 = \log_4 14$$

$$\log_3 9 = \log_9 27$$

Задача 5

$$x = \log_{\sqrt{5x-1}} (4x+1)$$

$$y = \log_{4x+1} \left(\frac{x}{2} + 2\right)^2$$

$$z = \log_{\frac{x}{2} + 2} (5x-1)$$

Пусть $\sqrt{5x-1} = a$, $4x+1 = b$, $\frac{x}{2} + 2 = c$

$$x = \log_a b, \quad y = \log_b c^2, \quad z = \log_c a^2$$

$$x = y = z + 1$$

$$\log_a b = \log_b c^2 = \log_c a^2 + \log_c c$$

$$\log_a b = \log_b c^2 = \log_c a^2 c$$

$$a^n = b, \quad b^n = c^2, \quad c^n = a^2 c$$

$$a^n = b, \quad (a^n)^n = c^2, \quad c^{n-1} = a^2$$

$$c = \sqrt[n]{a^{n^2}}$$

$$a^{n \cdot \frac{1}{2} (n-1)} = a^2$$

$$\frac{1}{2} n^2 (n-1) = 2$$

$$n^3 - n^2 = 4, \quad n = 2; \text{ тогда:}$$

$$5x-1 = 4x+1,$$

$$x = 2$$

МЕРНОСТИК
3

HOD (a, b, c) = 6

ЧЕРНОБИК
2

$HOK(a, b, c) = 2^{15} \cdot 3^{16}$

$2 \cdot 3 \cdot 3^{2^2} \cdot 2^4 \cdot 3^3$

$2 \cdot 3 \cdot 3^4 \cdot 2^2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3^2$

$2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3^2 \cdot 2^2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2^2 \cdot a \cdot b \cdot c$

$2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3^2 \cdot 2^2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2^2$

14, 15
1 4 4
2 4 4

1 13
2 12
3 11
4 10
5 9
6 8
7 7

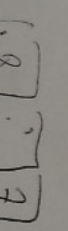
1 14
2 13
3 12
4 11
5 10
6 9

1 14
2 13
1 13
2 12

14 15
3 4
4 5

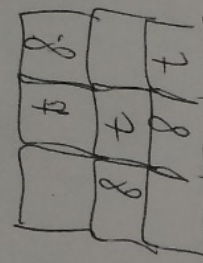
$3 + 21$

24



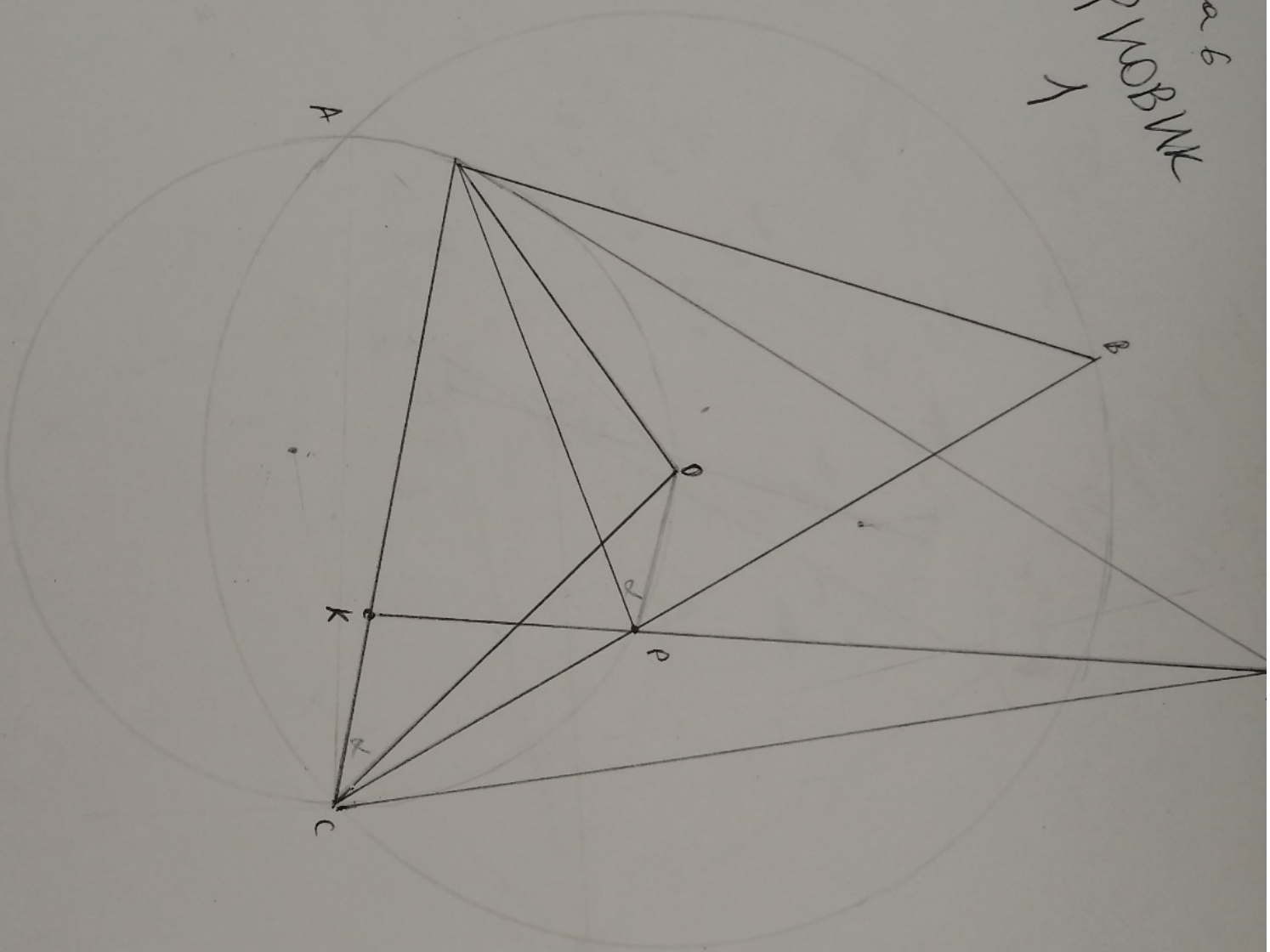
2.3.

2.3. 2.3. 2.3.

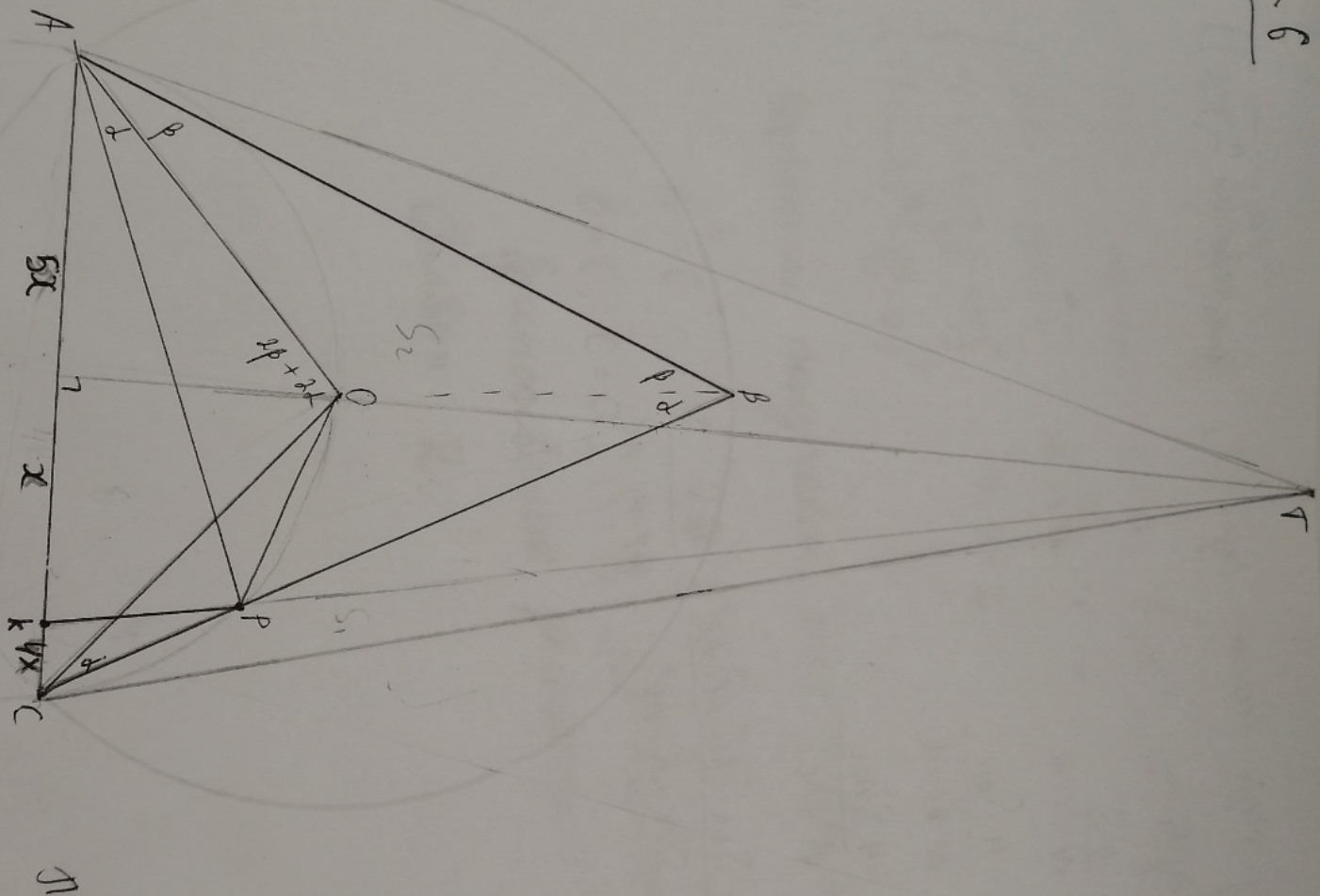


2.3. 2.3. 2.3.
2.3. 3^4 2.3. 2.3.
2.3. 3^4 2.3. 2.3.
2.3. 3^4 2.3. 2.3.
2.3. 3^4 2.3. 2.3.

Задача 6
МЕРМОВИК



$S_{APK} = 6$
 $S_{CPK} = 4$



Система координат с центром O, назовем ее - F.

$$R = \frac{4S}{AB \cdot AC}, \quad r = \frac{4D}{AP \cdot PC \cdot AC}; \quad \text{То-же самое верно}$$

Можно O, и абсцисса B, и C, и BAC, и BAO.

$$a^n = b, \quad c^n = a^2, \quad b^n = c^2 b$$

Чистовик
лист 4

$$a = \sqrt[n]{c^n} \quad a = \sqrt{c^n}$$
$$b = a^n, \quad (\sqrt{c^n})^n = b$$
$$a = \sqrt{\quad}$$

$$((\sqrt{c^n})^n)^{n-1} = c^2$$

$$n=2, \text{ тогда } c=a, \quad b=c^2, \quad a^2=b$$

$$\begin{cases} 5x-1=4x+1 \\ 4x+1=\left(\frac{x}{2}+2\right)^2 \\ (5x-1)^2=\left(\frac{x}{2}+2\right)^2 \end{cases} \Rightarrow x=2$$

2) Аналогично получаем, что $n=2$, но

$$b^n = c^2, \quad c^n = a^2, \quad a^n = ab$$

$b=c, c=a, a=b$, но такого ответа не мож

Единственное решение: $x=2$

Ответ: 2.

$$x = \log \sqrt{5x-1} \quad (4x+1)$$

$$y = \log_{4x+1} \left(\frac{1}{2} + 2 \right)^2$$

$$z = \log_{\frac{x}{2}+2} (5x-1)$$

$$\sqrt{5x-1} = a$$

$$4x+1 = b$$

$$\frac{x}{2} + 2 = c$$

1) Выразить 1: Пусть $x = y = z + 1$

$$\log_a b = \log_b c^2 = \log_c a^2 + \log_c c$$

$$\log_a b = \log_b c^2 = \log_c a^2 \cdot c$$

$$a^n = b; \quad b^n = c^2, \quad c^n = a^2 \cdot c$$

$$b = a^n, \quad (a^n)^n = c^2; \quad c = \sqrt{a^{n \cdot n}}$$

$$(\sqrt{a^{n \cdot n}})^{n-1} = a^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot n \cdot n \cdot (n-1) = 2 \Rightarrow n^3 - n^2 = 4$$

$$n = 2$$

Тогда ~~еще~~ выразим все через a .

2) Выразить 2: $x = z = y + 1$

$$\log_a b = \log_c a^2 = \log_b c^2 + \log_b b$$

$$\log_a b = \log_c a^2 = \log_b c^2 \cdot b$$

ОДЗ:

$$5x-1 > 0; \quad 4x+1 > 0$$

$$5x > 1; \quad 4x > -1$$

$$x > \frac{1}{5}; \quad x > -\frac{1}{4}$$

He yoppe-gocemy, mo, Bceho BapuanmeB - 45.48

45.48 = 2160

Объем: 2160

21102384 (U165920 M1301304)

УИСТОБИИ
ИУСТ 2
(17)

Задача 4

$$\text{НОД}(a; b; c) = 6$$

$$\text{НОК}(a; b; c) = 2^{15} \cdot 3^{16}$$

$$a : b : c = 6$$

Значит, если $\text{НОК} = 2^{15} \cdot 3^{16}$, $\frac{abc}{2^2 \cdot 3^2} = 2^{15} \cdot 3^{16}$

Ва числа не могут делиться на 4 или 9, тогда НОД не будет 6;

a	b	c
$2 \cdot 3$	$2 \cdot 3 \cdot 3^n$	$2 \cdot 3^k \cdot 2^t$
$2 \cdot 3 \cdot 2^f$	$2 \cdot 3 \cdot 3^k$	$2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2^l$

и.т.д.

Значит, 14 степеней двойки и 15 степеней тройки (14 и 15 т.к по одной степени уже есть в каждом числе) расположить по границе или внутри числа.

~~Для 14 ми и 15ми всего по 7 различных пар. Если все тройки и двойки расположить в одну Вариантов расположить 7 пар в 7 раз различных чисел 39 и еще 3 варианта когда все степени будут в одну число - всего 24 парол.~~

Для 14 ми могут быть пары (0, 14), (1, 13), (2, 12), ..., (7, 7), (14, 0), где каждой парой при варианте всего 45, где 15ми - 48. Так как пары

чистовик
лист 1
(17)