Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21102296**

ID профиля: **848971**

Вариант 17

Чистовик.

1) Пусть q – знаменатель нашей прогрессии, т.к. она возраст.

то $\boxed{q > 0}$.

Тогда $S = a_1 + a_1 + q + a_1 + 2q + \ldots + a_1 + 9q = \frac{(a_1 + a_1 + 9q) \cdot \cancel{10}^{5}}{2} = 10a_1 + 45q$

Запишем два условия:

$$\begin{cases} (a_1 + 5q)(a_1 + 11q) > 10a_1 + 45q + 1 ; \\ (a_1 + 6q)(a_1 + 10q) < 10a_1 + 45q + 17 \end{cases}$$

Раскроем скобки и приведём подобные слаг.

$$\begin{cases} a_1^2 + 16a_1 q + 55q^2 - 10a_1 - 45q - 1 > 0 \ (1); \\ a_1^2 + 16a_1 q + 60q^2 - 10a_1 - 45q - 17 < 0 \ (2) \end{cases}$$

Рассмотрим второе ур-ние системы:

$(a_1^2 + 16a_1 q + 55q^2 - 10a_1 - 45q - 1) + 5q^2 - 16 < 0$

Однако заметим, что во 2 ур-нии, можно полностью выделить 1, значит:
$$\begin{cases} a_1^2 + 16a_1 q + 55q^2 - 10a_1 - 45q - 1 > 0 \\ (a_1^2 + 16a_1 q + 55q^2 - 10a_1 - 45q - 1) + 5q^2 - 16 < 0 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$5q^2 - 16 < 0$

$5q^2 < 16$

$q^2 < \frac{16}{5}$

$$\boxed{\begin{cases} q < \frac{4}{\sqrt{5}} \\ q > -\frac{4}{\sqrt{5}} \end{cases}}$$

Чистовик.

Однако заметим, что по условию задачи, все члены прогрессии – целые числа, а значит a_1 – целое и $a_1 + q$ – целое $\Rightarrow$

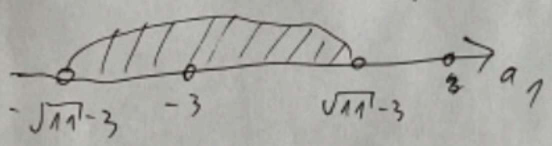
$\Rightarrow$ q – тоже целое.

Значит $0 < q < \frac{4}{\sqrt{5}}$, а $q \in \mathbb{Z}$.

$2 \vee \frac{4}{\sqrt{5}}$; $2\sqrt{5} \vee 4$; $20 \vee 16$; $20 > 16 \Rightarrow 2$ – не подходит.

Значит единственное q, удовл. условию задачи, это $\boxed{q=1}$. Вернёмся в изначальную систему и подставим $q=1$.

$$\begin{cases} a_1^2 + 6a_1 + 9 > 0 \\ a_1^2 + 6a_1 - 2 < 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} (a_1+3)^2 > 0 \\ (a_1+3)^2 < 11 \end{cases}; \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 \neq -3 \\ \begin{cases} a_1 + 3 < \sqrt{11} \\ a_1 + 3 > -\sqrt{11} \end{cases} \end{cases};$$



Нам нужны все целые a_1 из этого промежутка.

$\sqrt{11} - 3 \vee 1$; $\sqrt{11} \overset{<}{\vee} 4$

Значит верхняя граница это $a_1 = 0$, т.к. $a_1 = 1$ уже не подходит.

$-\sqrt{11} - 3 \overset{<}{\vee} -6$; $-\sqrt{11} \overset{<}{\vee} -3$ | $-\sqrt{11} - 3 \vee -7$; $-\sqrt{11} \vee -4$ $>$ | Значит нам подходят все целые числа от -6 до 0 включительно, кроме $a_1 = -3$.

Ответ: $a_1 \in \{-6; -5; -4; -2; -1; 0\}$

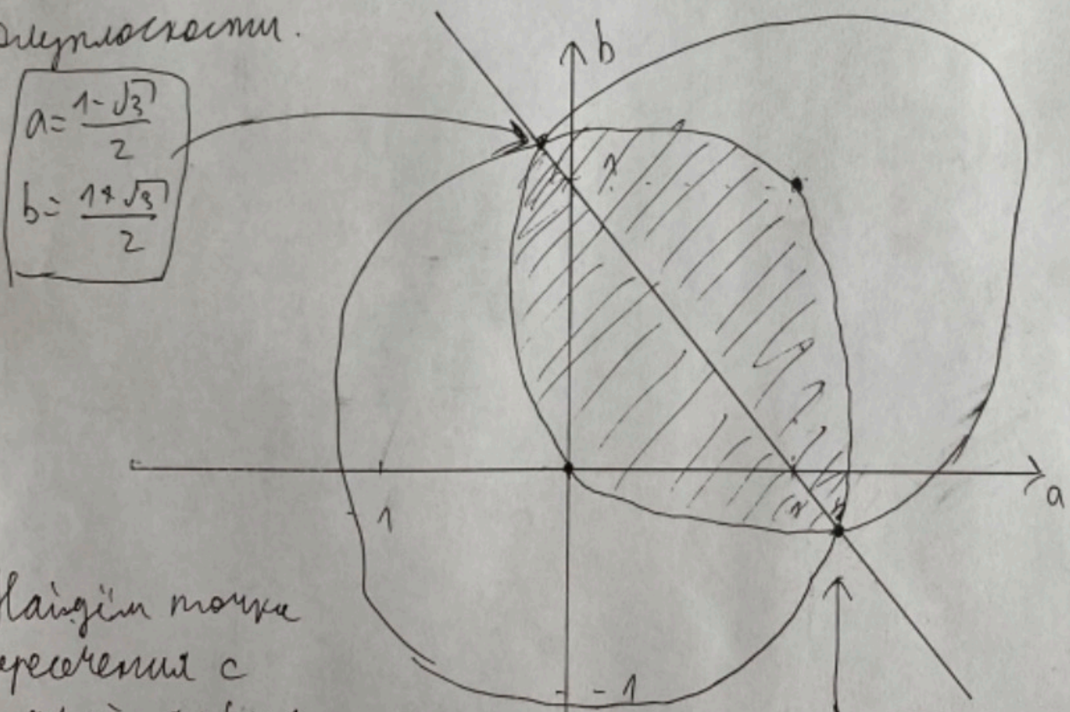
Чистовик.

3) Сначала рассмотрим второе нер-во системы, и попытаемся понять, какое множество пар $(a; b)$ ~~оно~~ оно задаёт. Это выражение эквивалентно:

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases} a^2+b^2 \le 2a+2b \\ a+b<1 \end{cases} \\ \begin{cases} a^2+b^2 \le 2 \\ a+b>1 \end{cases}\end{array}\right. ; \quad \left[\begin{array}{l}\begin{cases} (a-1)^2+(b-1)^2 \le 2 \\ a+b<1 \end{cases} \\ \begin{cases} a^2+b^2 \le 2 \\ a+b>1 \end{cases}\end{array}\right. ;$$

Изобразим это множество точек на плоскости.

Нер-ва $(a-1)^2+(b-1)^2 \le 2$ и $a^2+b^2 \le 2$ задают круги с центрами $(1;1)$ и $(0;0)$ соответственно, а радиусами $\sqrt{2}$. Прямые $a+b<1$ и $a+b>1$ просто делят пространство на две полуплоскости.



Найдём точки пересечения с прямой $a+b=1$.

$$\begin{cases} a=1-b \\ b^2+b^2-2b+1=2 \end{cases}$$

$$2b^2-2b-1=0$$

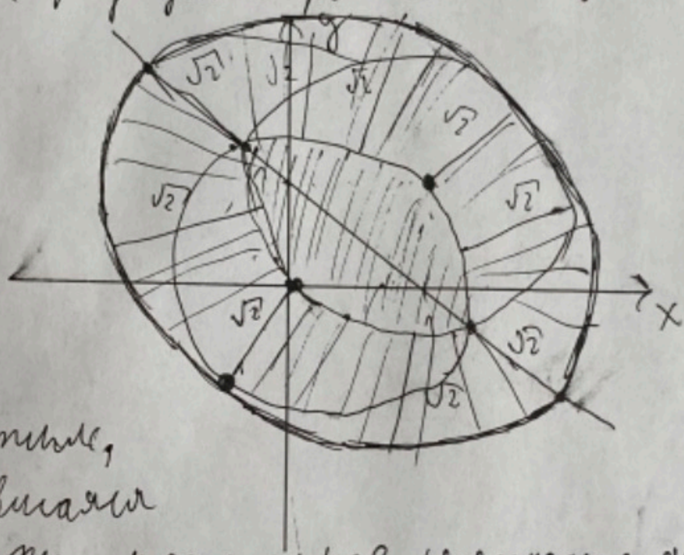
$$\boxed{b_{1,2}=\frac{1\pm\sqrt{3}}{2}}$$

$$\boxed{a=\frac{1+\sqrt{3}}{2}, \quad b=\frac{1-\sqrt{3}}{2}}$$

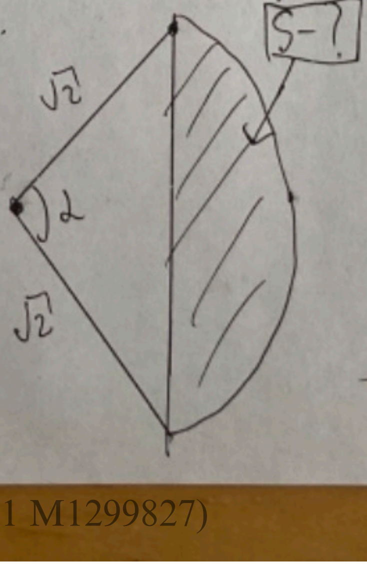
Чистовик.

Значит 2 нер-во задаёт всевозможные пары (a; b) находящиеся внутри пересечения двух дуг окружностей.

Из этого можно сделать вывод, что вся фигура M из подходящих (x; y), это внутреняя часть всех окружностей, с центрами, принадлежащими тому самому пересечению двух дуг, и радиусами равными $\sqrt{2}$.



Тогда заметим, что получившаяся фигура, это тоже самое пересечение дуг двух окр., со всей внутреней частью, только каждая из дуг увеличина ровно в 2 раза (т.к. $2\sqrt{2}$), следовательно площадь M, будет в 4 раза больше площади фигуры, задающей пары (a; b).
Тогда посчитаем площадь одной полудуги, а затем найдём и площадь M.



; Из уже найденных точек пересечения, найдём длину основания этого треугольника

4

Чистовик.

$$d = \sqrt{\left(\frac{1+\sqrt3}{2} - \left(\frac{1-\sqrt3}{2}\right)\right)^2 + \left(\frac{1-\sqrt3}{2} - \left(\frac{1+\sqrt3}{2}\right)\right)^2} =$$

$$= \sqrt{(\sqrt3)^2 + (\sqrt3)^2} = \sqrt6$$

Тогда по т. косинусов

$$(\sqrt6)^2 = 2+2-2\cdot\sqrt2\cdot\sqrt2\cdot\cos\alpha$$

$$6 = 4 - 4\cdot\cos\alpha; \quad \cos\alpha = -\frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 120^\circ$$

Тогда площадь сегментра равна: $2\Pi\cdot\frac{120^\circ}{360^\circ} = 2\Pi\cdot\frac{1}{3} = \boxed{\frac{2\Pi}{3}}$

И вычтем S_Δ: $S_\Delta = \frac{1}{2}\cdot\sqrt2\cdot\sqrt2\cdot\sin120^\circ = \frac{\sqrt3}{2}$

Тогда нужная нам $\boxed{S_{\text{полудуги}} = \frac{2\Pi}{3} - \frac{\sqrt3}{2}}$

Осталось умножить её сначала на 2, а потом на 4.
(т.к. 2 полудуги)

$$S_M = 8\cdot\left(\frac{4\Pi - 3\sqrt3}{6}\right) = \frac{16\Pi - 12\sqrt3}{3} = \boxed{\frac{16\Pi}{3} - 4\sqrt3}$$

Ответ: $S_M = \frac{16\Pi}{3} - 4\sqrt3$

5

21102296 (U848971 M1299827)

$\cancel{7}5$

$b^2 + 2b(8a-5) + 55a^2 - 45a - 1 > 0$

$\frac{D}{4} = 64a^2 - 80a + 25 - 55a^2 + 45a + 1 = 9a^2 - 35a + 26$

$\cancel{+34}$

$\begin{cases} b^2 + 16ba + 60a^2 - 10b - 45a - 17 < 0 \\ b^2 + 16ba + 55a^2 - 10b - 45a - 1 > 0 \end{cases}$

$\underbrace{(b^2 + 16ba + 55a^2 - 10b - 45a - 1)}_{>0} + \underbrace{5a^2 - 16}_{<0}$

$\ominus$

$2 \vee \frac{4}{\sqrt{5}}$

$5a^2 - 16 < 0$

$5a^2 < 16$

$a^2 < \frac{16}{5}$

$\cancel{a > -4}$

$\boxed{a < \frac{4}{\sqrt{5}} \quad a > -\frac{4}{\sqrt{5}}}$

$2\sqrt{5} \vee 4$

$4 \cdot 5 \vee 16$

$\ominus$

$\boxed{a = 1}$

$a > 0$

$a = 1$

$\cancel{a \neq 2}$

$b^2 + 2b(\cdot 3) + 55 - 45 - 1 > 0$

$b^2 + 6b + 9 > 0$

$(b+3)^2 > 0 \quad \boxed{b \neq -3}$

$\begin{array}{r} 15 \\ -17 \\ \hline -2 \end{array}$

$\cancel{b = 1}$

$\boxed{b = 0}$

$b^2 + 16b + 60 - 10b - 45 - 17 < 0$

$b^2 + 6b - 2 < 0$

$\cancel{b_1} = (b^2 + 6b + 9) - 11 < 0$

$(b+3)^2 < 11$

$b + 3 < \sqrt{11}$

$b + 3 > -\sqrt{11}$

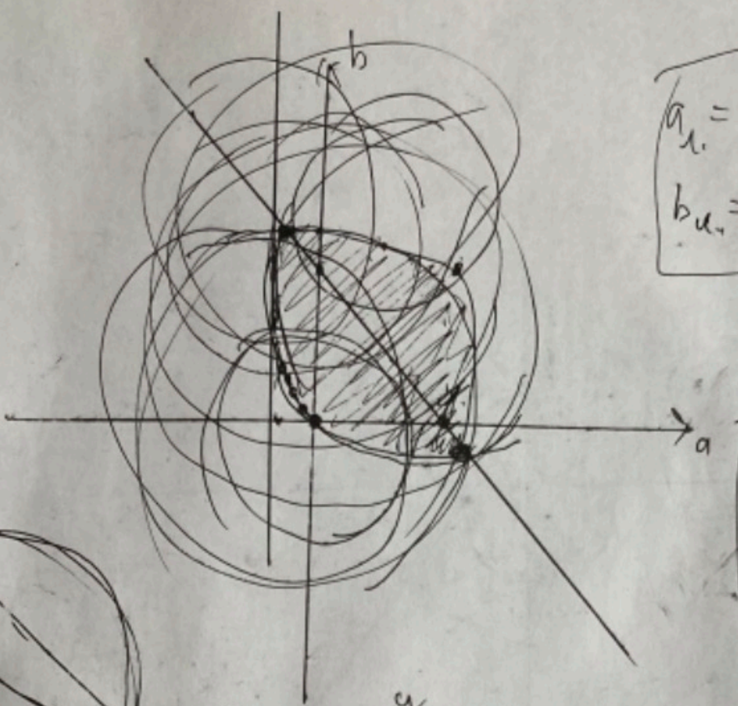
3

$\cancel{\sqrt{5}}$

$\cancel{b+}$ $b < \sqrt{11} - 3$

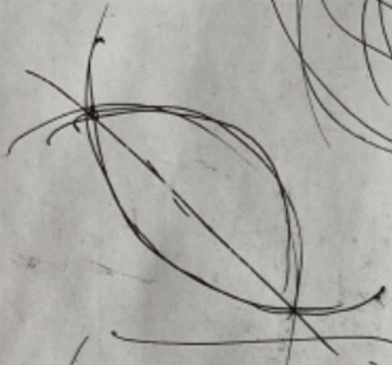
$b > -\sqrt{11} - 3$

$b = -1 \qquad b = -2$



$$a_1 = \frac{1-\sqrt{3}}{2}$$
$$b_1 = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$$

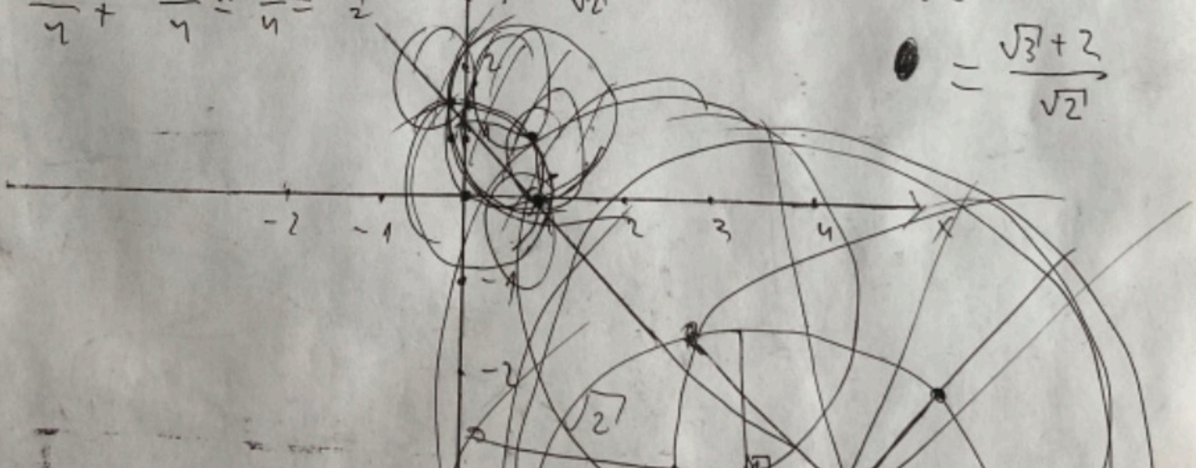
$$a_2 = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$$
$$b_2 = \frac{1-\sqrt{2}}{2}$$



$x = a$
$y = b$

$$\sqrt{\left|\frac{\sqrt{3}}{2}\right|^2 + \left|-\frac{\sqrt{3}}{2}\right|^2} =$$
$$= \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{6}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} =$$

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}}{2} \qquad \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \sqrt{2} =$$
$$= \frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{2}}$$



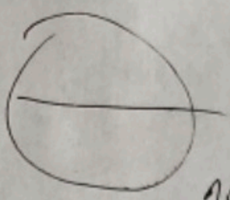
$$\frac{3\sqrt{2}}{2}$$

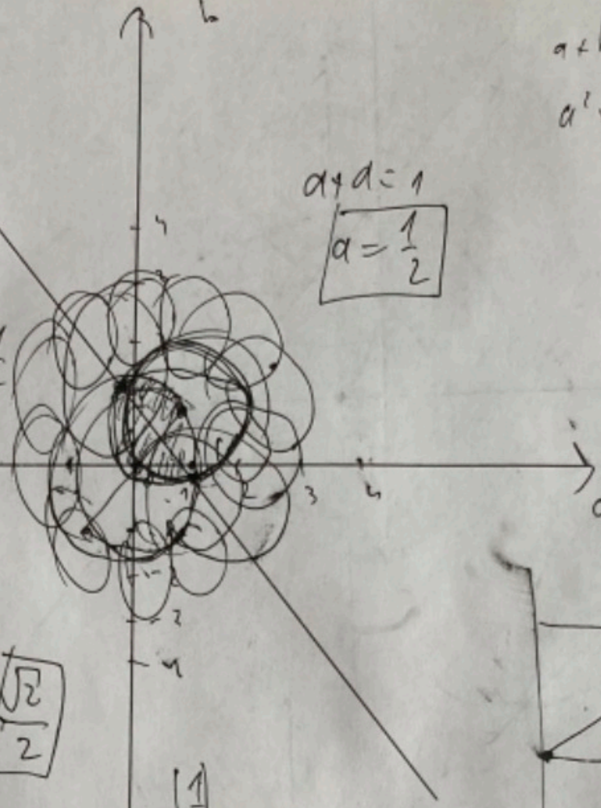
21102296 (U848971 M1299827)

$\frac{6}{3} = 2$

$a+b>1$

$a^2+b^2 \leq 2$



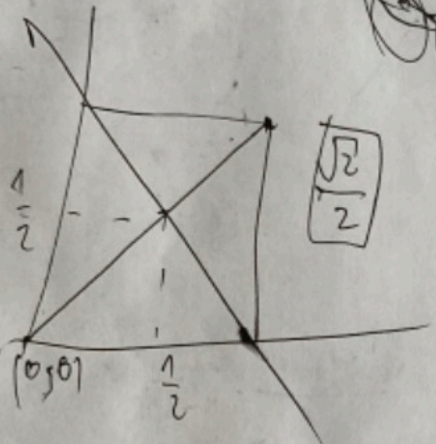


$a+a=1$

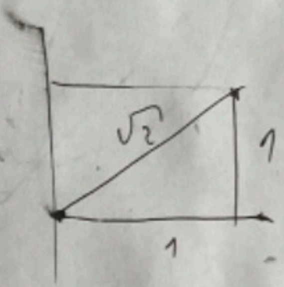
$\boxed{a=\frac{1}{2}}$

$\frac{16\pi - 12\sqrt{3}}{3}$

$\frac{180}{360} = \frac{1}{2}$



$\boxed{\frac{\sqrt{2}}{2}}$



$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

$a+b=1$

$a = 1-b$

$\cancel{a^2+b^2}$ $(a-1)^2+(b-1)^2=2$

$a+b=1 \mid a=1-b$

$a^2+b^2=2$

$b^2+b^2-2b+1=2$

$2b^2-2b-1=0$

$\boxed{\begin{aligned} a_1 &= \frac{1-\sqrt{3}}{2} \\ a_2 &= \frac{1+\sqrt{3}}{2} \end{aligned}}$

$b^2+1-2b+b^2=2$

$2b^2-2b-1=0$

$\frac{120}{3}$

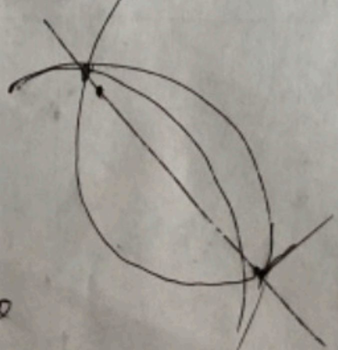
360

$D = 4+8 = 12$

$b_{1,2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{4}$

$\boxed{\begin{aligned} b_1 &= \frac{1+\sqrt{3}}{2} \\ b_2 &= \frac{1-\sqrt{3}}{2} \end{aligned}}$

$\pi \cdot r^2$



$S = \pi \cdot 2 = 2\pi$

120

$\frac{120}{360} = \frac{1}{3} \cdot 2\pi = \frac{2\pi}{3}$

$\cos(\pi - \frac{\pi}{6}) = $

$180-60$ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

$(x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 2$

$a^2 + b^2 \leq \min(2a+2b; 2)$

$\exists (a;b):$

$2a+2b<2$

$\boxed{a+b<1}$

$\cancel{a,b}$

$2a+2b>2$

$\boxed{a+b>1}$

$\cancel{a^2+b^2<2a+2b}$

$2a+2b<2$

$\boxed{a+b<1}$

$2>2a+2b$

$a+b<1$

$\begin{cases} a^2+b^2 \leq 2a+2b \\ \boxed{(a-1)^2+(b-1)^2 \leq 2} \\ a+b \cancel{>1} \end{cases}$

$a<1-b$

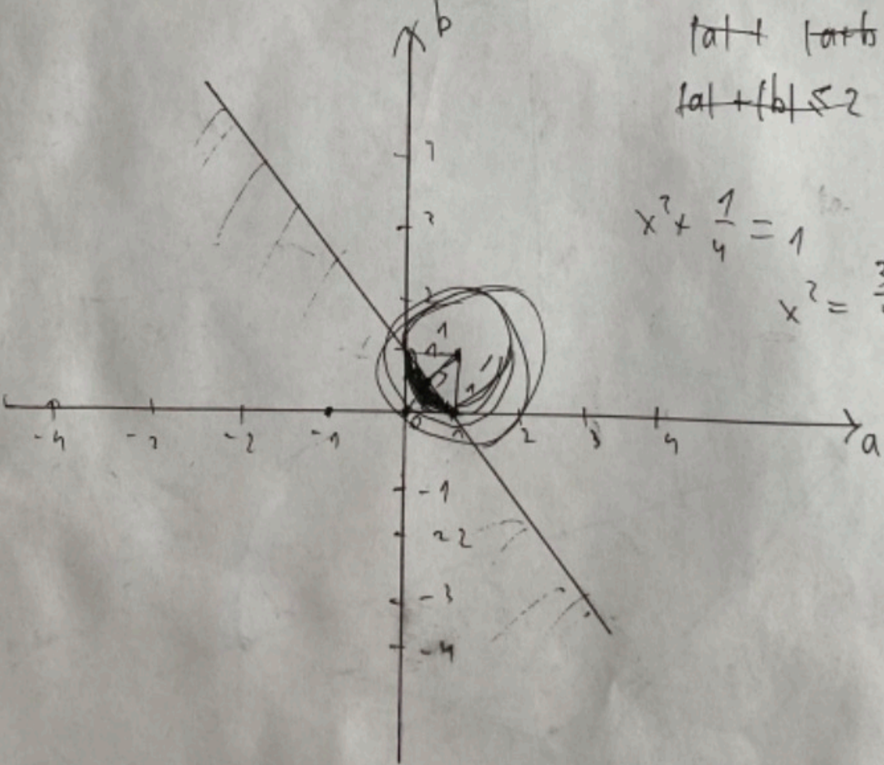
$\boxed{a^2+b^2 \leq 2}$

$\cancel{1-2b}$ $a+b<1$

$\cancel{|a|+}$ $\cancel{|a+b|}$

$\cancel{|a|+|b| \leq 2}$ $\boxed{a+b<1}$

$(a-1)^2+(b-1)^2 \leq 2$



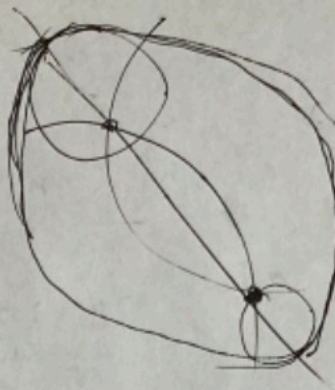
$x^2 + \frac{1}{4} = 1$

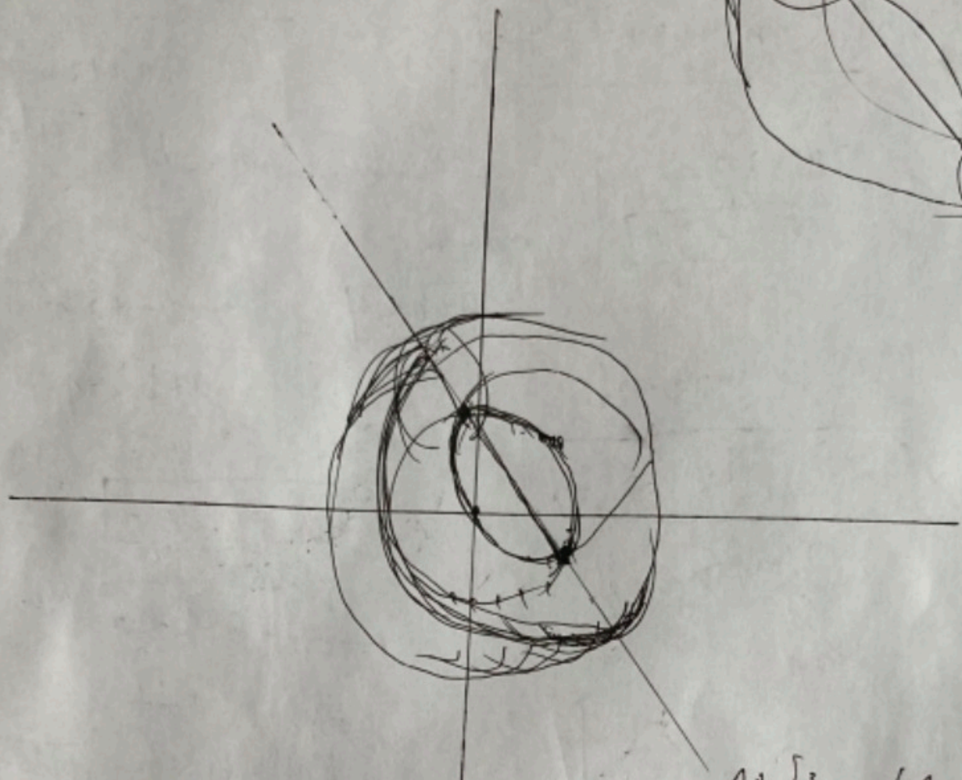
$x^2 = \frac{3}{4} \,|\, \boxed{x=\frac{\sqrt{3}}{2}}$

$\sqrt{2} \vee \frac{\sqrt{3}}{2}$

$2\sqrt{2} \vee \sqrt{3}$

$8 \vee 3$





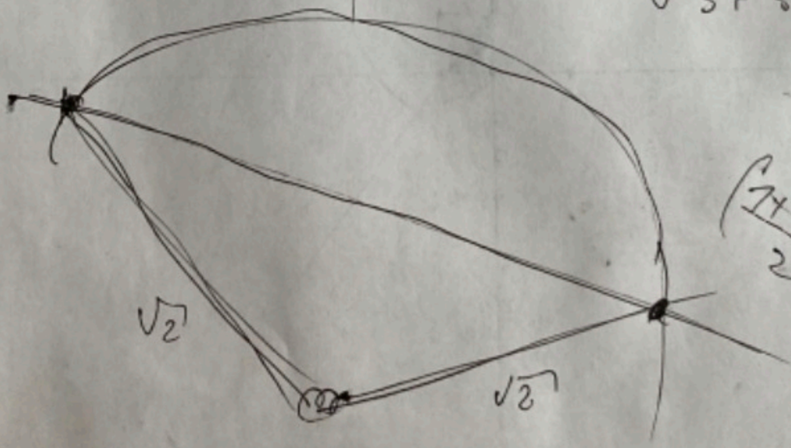
$$\frac{1+\sqrt{3}}{2} - \left(\frac{1-\sqrt{3}}{2}\right) =$$

$$= \sqrt{2}$$

$$\sqrt{3+3} = \sqrt{6}$$

$$\boxed{\alpha = 120^\circ}$$

$$\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2} ; \frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)$$



$$6 = 2+2-2\cdot 2\cdot \cos\alpha$$

$$2 = -4\cos\alpha$$

$$\cos\alpha = -\frac{1}{2}$$

1) $\underbrace{a_1}, \underbrace{a_1+q}_{a_2}, \ldots, \underbrace{a_1+9q}_{a_{10}}$

$$\frac{(a_1+a_1+9q)\cdot \cancel{10}^{5}}{\cancel{2}} = 10a_1+45q$$

$$\underbrace{(a_1+5q)}_{a_6}\cdot(a_1+11q) > 10a_1+45q+1$$

$$a_1^2+11q\cdot a_1+5q\cdot a_1+55q^2 > 10a_1+45q+1$$

$$\cancel{a_1^2+16q\cdot a_1-10a_1-45q-1+55q^2>0}$$

$$b, b+q, b+2q, \ldots, \underbrace{b+9q}_{10}, b+10q, \underbrace{b+11q}_{12},$$

$$\frac{(b+b+9q)\cdot \cancel{10}^{5}}{\cancel{2}} = 10b+45q$$

$$(b+5q)\cdot(b+11q) > 10b+45q+1$$

$$b^2+16bq+55q^2 > 10b+45q+1$$

$$b^2+16bq-10b+55q^2-45q-1>0$$

$$(b+6q)(b+10q) < 10b+45q+17$$

$$\begin{cases} b^2+16bq+60q^2-10b-45q-17<0 \\ b^2+16bq+55q^2-10b-45q-1>0 \end{cases}$$

21102296 (U848971 M1299827)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21102296**

ID профиля: **848971**

Вариант 17

Чистовик.

Теперь разберёмся со степенями 3-ек.

Из абсолютно аналогичных размышлений, одна из степеней y, y_1, y_2 — точно равна 1, и одна точно равна 16, а третья может быть произвольной от 1 до 16.

Посчитаем:

$\frac{1}{y}$	$\frac{16}{y_1}$	$\frac{1-16}{y_2}$	16 вар.
$\frac{1}{y}$	$\frac{1-16}{y_1}$	$\frac{16}{y_2}$	16 в.
$\frac{16}{y}$	$\frac{1}{y_1}$	$\frac{1-16}{y_2}$	16 в.
$\frac{16}{y}$	$\frac{1-16}{y_1}$	$\frac{1}{y_2}$	16 в.
$\frac{1-16}{y}$	$\frac{1}{y_1}$	$\frac{16}{y_2}$	16 в.
$\frac{1-16}{y}$	$\frac{16}{y_1}$	$\frac{1}{y_2}$	16 в.

Однако степени:

1	1	16
1	16	1
1	16	16
16	1	1
16	1	16
16	16	1

Мы считаем 2-жды, значит нужно один раз их вычесть.

Тогда всего:

$6 \cdot 16 - 6 \cdot 1 = \boxed{6 \cdot 15}$

Теперь осталось посчитать кол/во пар. Однако заметим, что степени 2 и 3 не влияют друг на друга, а значит выбираются независимо. Тогда на каждое уникальное расположение степеней двоек и троек, соответствует и уникальный набор $(a; b; c)$. А это значит, что нам нужно воспользоваться правилом умножения: Кол/во ~~пар~~ троек $= 14 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 15 = 210 \cdot 36 = \boxed{7560}$

Ответ: 7560 троек, удовл. условию задачи.

21102296 (U848971 M1299828)

чистовик

4) Заметим, что a, b, c в разложении на простые состоят только из 2 и 3 в каких-то степенях, т.к. других простых ни НОК ни НОД не содержат.

Тогда запишем: Пусть

$$\boxed{\begin{aligned} a &= 2^{x}\cdot 3^{y} \\ b &= 2^{x_1}\cdot 3^{y_1} \\ c &= 2^{x_2}\cdot 3^{y_2} \end{aligned}}$$

Тогда заметим, что среди x, x_1, x_2 точно должна быть одна 1, и одна 15, т.к. иначе бы НОК и НОД были бы другими. При этом ~~это~~ 3-тий показатель степени 2-ки может быть любым числом от 1 до 15 включительно, т.к. на НОК и НОД это не влияет. Тогда посчитаем сколько возможных расстановок у степеней двух.

x	x_1	x_2	
1	15	1-15	15 вар.
1	1-15	15	15 вар.
15	1	1-15	15 вар.
15	1-15	1	15 вар.
~~x~~	~~x_1~~	~~x_2~~	
1-15	1	15	15 вар.
1-15	15	1	15 вар.

Однако, заметим, что варианты расстановки степеней:

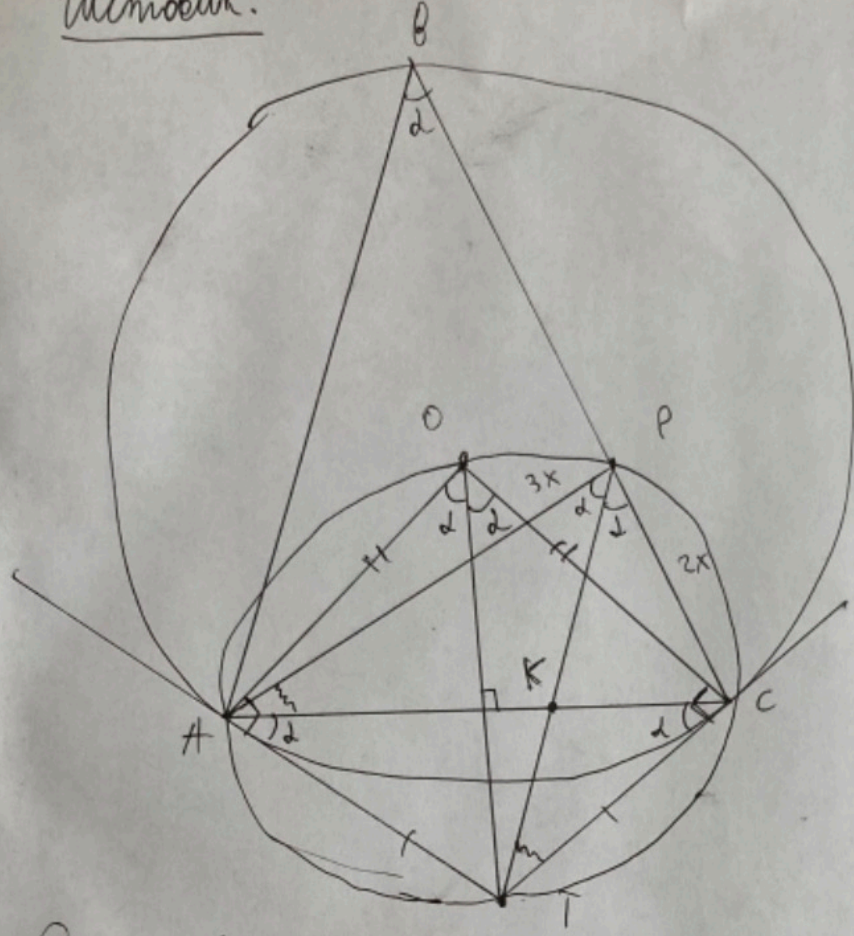
x	x_1	x_2
1	15	1
1	15	15
15	1	1
15	1	15
15	15	1
1	1	15

Мы считаем их по 2 раза, значит всего вариантов:

$$15\cdot 6 - 6\cdot 1 = \boxed{14\cdot 6}$$

Чистовик.

6)



Решение:

1) Заметим, что т.к. AT, TC – кас., то $OA \perp AT$, $OC \perp TC$

2) Заметим, что в 4^x уг. $AOCT$, сумма противоположных углов $\angle OAT + \angle OCT = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow$ 4^x уг. $AOCT$ – впис.
Значит точка $T \in$ окр. опис. около $\triangle AOC$.

3) Пусть угол $\angle ABC = \alpha$, тогда $\angle AOC$ как центр. $= 2\alpha$.
$AO = OC$ как R окр. ω
$AT = TC$ как отрезки касат. $\Rightarrow OT \perp AC$, OT – бисс., и OT – мед.

4) Т.к. OT – бисс. в $\triangle AOC$, а $\angle AOC = 2\alpha$, то $\angle AOT = \angle TOC = \alpha$
Тогда $\angle ACT = \angle CAT = \angle APT = \angle TPC = \alpha$ как опирающиеся на одни и те же дуги в окр.

(Пусть $PT \cap AC$ в точке K)

Чистовик

5) Рассм. $\triangle ABC$ и $\triangle KPC$
$\angle ACB$ - общ.
$\angle KPC = \angle ABC = \alpha$
$\Rightarrow$ $\triangle ABC \sim \triangle KPC$ по 2 углам

6) Рассм. $\triangle APK$ и $\triangle KPC$
$S_{\triangle APK} = \frac{1}{2} \cdot AP \cdot PK \cdot \sin\alpha$
$S_{\triangle PKC} = \frac{1}{2} \cdot PC \cdot PK \cdot \sin\alpha$
$\Rightarrow \frac{S_{\triangle APK}}{S_{\triangle PKC}} = \frac{AP}{PC}$

$\boxed{\frac{AP}{PC} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}}$

7) Рассм. $\triangle TPC$ и $\triangle APK$
$\angle TPC = \angle APK = \alpha$
$\angle PTC = \angle PAK$
(опир. на одну дугу)
$\Rightarrow$ $\triangle TPC \sim \triangle APK$ по 2 углам
$\Downarrow$
$\frac{PC}{PK} = \frac{TC}{AK} \Rightarrow \boxed{TC = \frac{PC \cdot AK}{PK}}$

8) Рассм. $\triangle TKC$ и $\triangle AKP$
$\angle AKP = \angle TKC$ как верт.
$\angle KCT = \angle APK = \alpha$
$\Rightarrow$ $\triangle TKC \sim \triangle AKP$
$\Downarrow$
$\boxed{\frac{KC}{PK} = \frac{TC}{AP}}$

Подставим в это равенство TC из 7 п.

$\boxed{\frac{KC}{PK} = \frac{PC \cdot AK}{PK \cdot AP}}$

Но $\boxed{\frac{PC}{AP} = \frac{2}{3}}$. (из 6 п.)

Тогда:

$\frac{KC}{PK} = \frac{2AK}{3PK}$

$3KC = 2AK$

$\boxed{\frac{KC}{AK} = \frac{2}{3}}$

4

Чистовик.

а) $\left.\begin{matrix} \frac{KC}{AK} = \frac{2}{3} \\ AC = KC + AK \end{matrix}\right| \Rightarrow \frac{KC}{AC} = \frac{2}{5}.$

Значит: $\frac{S_\triangle ABC}{S_\triangle PKC} = \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$

$\frac{S_\triangle ABC}{4} = \frac{25}{4} \Rightarrow \boxed{S_\triangle ABC = 25}$

Ответ на а): $S_\triangle ABC = 25.$

Пункт б: Пусть $AP = 3x$, тогда $PC = 2x$.

1) $S_\triangle APC = \frac{1}{2} \cdot 3x \cdot 2x \cdot \sin 2\alpha$;

$\boxed{3x^2 \cdot \sin 2\alpha = 10}$;

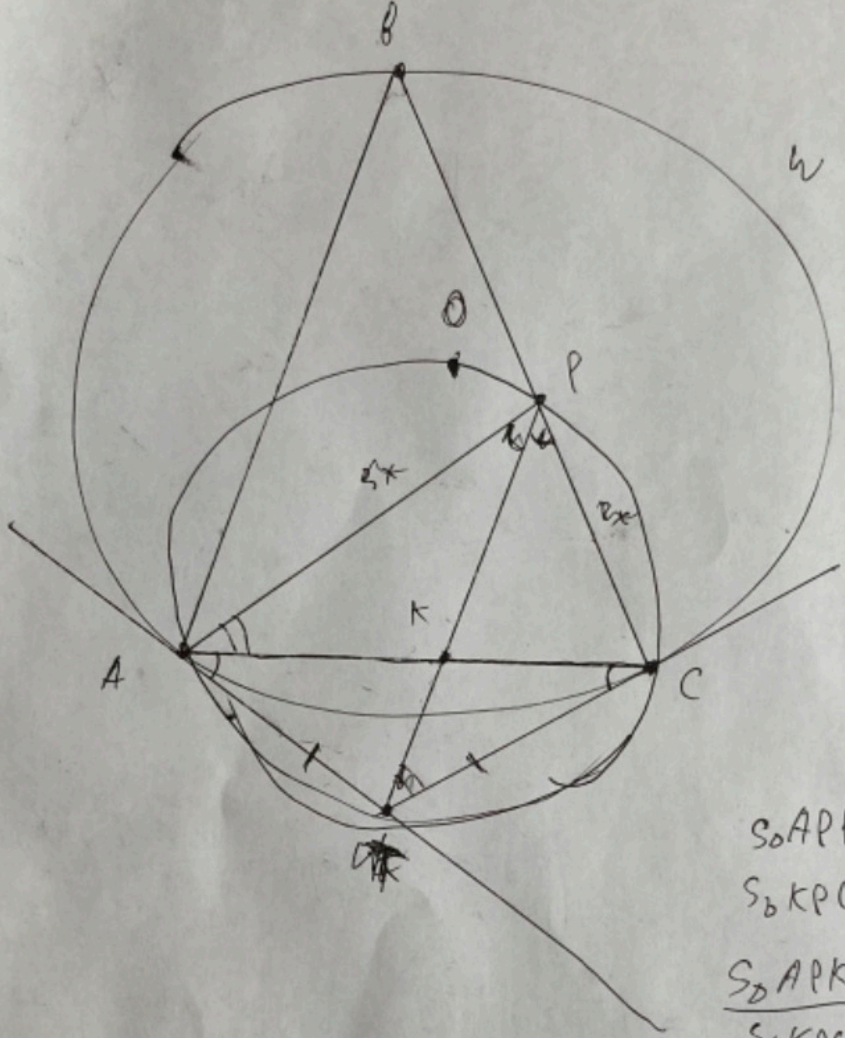
2) Т. о т. косинусов в $\triangle APC$.

$AC^2 = 9x^2 + 4x^2 - 12x^2 \cdot \cos 2\alpha$

$\boxed{AC^2 = 13x^2 - 12x^2 \cdot \cos 2\alpha}$

Заметим, что т.к. $\sin 2\alpha$ и $\cos 2\alpha$ - известные величины, то мы сможем найти x, и подставив во второе найти AC.

5



$S_{\triangle APK} = \cancel{15} = 6$

$S_{\triangle CPK} = 4$

$\boxed{S_{\triangle ABC} - ?}$

$S_{\triangle APK} = AP \cdot PK \cdot \sin\alpha \cdot \frac{1}{2}$

$S_{\triangle KPC} = PK \cdot PC \cdot \sin\alpha \cdot \frac{1}{2}$

$$\frac{S_{\triangle APK}}{S_{\triangle KPC}} = \frac{AP}{PC}$$

$$\boxed{\frac{AP}{PC} = \frac{3}{2}}$$

3) $tg\alpha = \frac{7}{5}$ | $\frac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + tg^2\alpha$ | $\cos^2\alpha = \frac{25}{74}$

$tg^2\alpha = \frac{49}{25}$ | $\frac{1}{\cos^2\alpha} = \frac{74}{25}$;

т.к. $\angle ABC < 90°$, то $\cos\alpha > 0$

$\cos\alpha = \frac{5}{\sqrt{74}}$

Тогда $\sin\alpha = \frac{7}{\sqrt{74}}$;

$\sin 2\alpha = 2 \cdot \frac{7}{\sqrt{74}} \cdot \frac{5}{\sqrt{74}} = \frac{70}{74} = \frac{35}{37}$; $\boxed{\sin 2\alpha = \frac{35}{37}}$

$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = \frac{25}{37} - 1 = -\frac{12}{37}$; $\boxed{\cos 2\alpha = -\frac{12}{37}}$

4) $3x^2 \cdot \frac{35}{37} = 10$; $x^2 = \frac{\cancel{10}^{2} \cdot 37}{\cancel{35}_{7} \cdot 3} = \boxed{\frac{74}{21}}$

Тогда:

$AC^2 = 13x^2 + 12x^2 \cdot \frac{12}{37}$; $AC^2 = \frac{481x^2 + 144x^2}{37} = \frac{625x^2}{37}$

$AC^2 = \frac{625 \cdot \cancel{74}^{2}}{\cancel{37}_{1} \cdot 21}$; $\boxed{AC = 25\sqrt{\frac{2}{21}}}$

Ответ: $AC = 25\sqrt{\frac{2}{21}}$

Чистович.

6

5) $\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)$

$5x-1>0$

$\boxed{x>\frac{1}{5}}$

$\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2$

$\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)$

1) $\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)=\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2=\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)-1$

$\log_{5x-1}(4x+1)=\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)=\log_{\frac{x}{2}+2}\left(\frac{5x-1}{\frac{x}{2}+2}\right)$

$\frac{1}{\log_{4x+1}5x-1}=\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)$

4) НОД$(a; b; c; d) = 6$

НОК$(a; b; c; d) = 2^{15} \cdot 3^{16}$

a = какое-то в 1 степени 3-ки.

какое-то в 1 сте. 2)

$a = 2^{x} \cdot 3^{y}$

$b = 2^{x_1} \cdot 3^{y_1}$

$c = 2^{x_2} \cdot 3^{y_2}$

① $\boxed{x = 1 \quad y = 1}$

$\boxed{x_2 = 15 \quad y_2 = 16}$

$\frac{?}{x} \; \frac{}{x_1} \; \frac{}{x_2}$

$3 \cdot 2 \cdot$

(1) 15 (1-15)

$\boxed{1/15/1-15}$

$\frac{1}{x} \; \frac{15}{x_2} \; \frac{1-15}{x_3}$ (15)

$\frac{1}{x} \; \frac{1-15}{x_2} \; \frac{15}{x_3}$ (14)

$\frac{15}{x} \; \frac{1-15}{x_2} \; \frac{1}{x_3}$ (15)

$\frac{15}{x} \; \frac{1}{x_2} \; \frac{1-15}{x_3}$ (14)

$\frac{1-15}{x} \; \frac{1}{x_2} \; \frac{15}{x_3}$ (13)

$\frac{1}{x} \; \frac{15}{x_2} \; \frac{1-15}{x_3}$ (15)

$\boxed{-1}$

$\frac{1}{x} \; \frac{1-15}{x_2} \; \frac{15}{x_3}$ (15)

$\frac{15}{x} \; \frac{1}{x_2} \; \frac{1-15}{x_3}$ (15)

$\frac{15}{x} \; \frac{1-15}{x_2} \; \frac{1}{x_3}$ (14)

$\frac{1-15}{x_1} \; \frac{15}{x_2} \; \frac{1}{x_3}$ (14) (13)

1-15 15 1

(14/13)

$$\begin{array}{r} 27 \\ +15 \\ \hline 42 \end{array}$$

$2 \cdot 14 + 2 \cdot 15 + 2 \cdot 13 =$

$= 2(15 + 14 + 13) =$

$= 2 \cdot (42) = 2 \cdot 42$

$\operatorname{tg} \alpha = \frac{7}{5}$

$\operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{49}{25}$

$\cancel{1+} \frac{1}{\cos^2 \alpha} \cancel{+} \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha$

$\frac{1}{\cos^2 \alpha} = \cancel{74}, \quad \frac{74}{25}, \quad \cos^2 \alpha = \frac{25}{74}$

$\boxed{\cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{74}}}$

~~$\sin^2 2\alpha =$~~

~~$\sin^2 \alpha = \frac{49}{25}$~~ ~~$\sin^2 \alpha = \frac{49}{74}$~~

~~$\sin 2\alpha = 2\cdot$~~

$\boxed{\sin \alpha = \frac{7}{\sqrt{74}}}$

$\sin 2\alpha = \frac{35 \cdot 2}{74} = \frac{70}{74}$

$$\begin{array}{r} 49 \\ +25 \\ \hline 74 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 28 \\ +6 \\ \hline 34 \end{array} \qquad 37 \cdot 2$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ \cdot 7 \\ \hline 343 \end{array}$$

$\frac{35}{37}$

$$\begin{array}{r} 37 \\ -25 \\ \hline 12 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 37 \\ \cdot 2 \\ \hline 74 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 49 \\ +25 \\ \hline 74 \end{array}$$

$\frac{25}{34}$

$$\begin{array}{r} 37 \\ \cdot 13 \\ \hline \cancel{10} \; 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 35 \\ \cdot 3 \\ \hline 105 \end{array}$$

$x^2 = \frac{370}{105}$

$$\begin{array}{r} 37 \\ \cdot 13 \\ \hline +111 \\ 37 \\ \hline 481 \end{array}$$

$\frac{481x^2 + 144x^2}{37} =$