Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21102293**

ID профиля: **827613**

Вариант 17

Чистовик

1

№1

Пусть Δ - разность прогрессии, $\Delta > 0 \Leftrightarrow \Delta \geq 1$ (т.к. все члены прогрессии целые, то и разность целая)

Тогда $S = \sum_{k=0}^{9} a_1 + \Delta \cdot k = 10a_1 + \frac{9 \cdot 10}{2}\Delta = 10a_1 + 45\Delta$

$$a_6 a_{12} > S+1 \Leftrightarrow a_6 a_{12} \geq S+2 \Leftrightarrow (a_1+5\Delta)(a_1+11\Delta) \geq 10a_1 + 45\Delta + 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a_1^2 + 16a_1\Delta + 55\Delta^2 \geq 10a_1 + 45\Delta + 2 \Leftrightarrow 55\Delta^2 + (16a_1 - 45)\Delta + (a_1^2 - 10a_1 - 2) \geq 0 \quad (1)$$

$$a_7 a_{11} < S+17 \Leftrightarrow a_7 a_{11} \leq S+16 \Leftrightarrow (a_1+6\Delta)(a_1+10\Delta) \leq 10a_1 + 45\Delta + 16 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a_1^2 + 16a_1\Delta + 60\Delta^2 \leq 10a_1 + 45\Delta + 16 \Leftrightarrow 60\Delta^2 + (16a_1 - 45)\Delta + (a_1^2 - 10a_1 - 16) \leq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 55\Delta^2 + (16a_1 - 45)\Delta + (a_1^2 - 10a_1 - 2) \leq 14 - 5\Delta^2 \quad (2)$$

Тогда $\begin{cases} (1) \\ (2) \end{cases} \Leftrightarrow 14 - 5\Delta^2 \geq 55\Delta^2 + (16a_1 - 45)\Delta + (a_1^2 - 10a_1 - 2) \geq 0 \quad (*) \Rightarrow$

т.к. $1 < \sqrt{\frac{14}{5}} < \sqrt{\frac{20}{5}} = 2$

$$\Rightarrow 14 - 5\Delta^2 \geq 0 \Leftrightarrow \Delta^2 \leq \frac{14}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \leq \sqrt{\frac{14}{5}} \\ \Delta \geq -\sqrt{\frac{14}{5}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \leq 1 \\ \Delta \geq -1 \end{cases}$$, но $\Delta \geq 1$, значит, $\Delta = 1$

Тогда $(*) \Leftrightarrow 14 - 5 \geq 55 + 16a_1 - 45 + a_1^2 - 10a_1 - 2 \geq 0 \Leftrightarrow 9 \geq a_1^2 + 6a_1 + 8 \geq 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a+2)(a+4) \geq 0 \\ a_1^2 + 6a_1 - 1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} a_1 \geq -2 \\ a_1 \leq -4 \end{array}\right. \\ \begin{cases} a_1 \leq -3+\sqrt{10} \\ a_1 \geq -3-\sqrt{10} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow a_1 \in \left([-3-\sqrt{10}, -4] \cup [-2; -3+\sqrt{10}]\right) \cap \mathbb{Z} \Leftrightarrow$$

т.к. $3 < \sqrt{10} < 4$

$\Leftrightarrow a_1 \in \{-6, -5, -4, -2, -1, 0\}$

$\boxed{\text{Ответ: } \{-6, -5, -4, -2, -1, 0\}}$

Чистовик

(2)

№3

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 2\\ a^2+b^2\le \min(2a+2b,2)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le \sqrt{2}^2\\ a^2+b^2\le 2a+2b\\ a^2+b^2\le 2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2}\le\sqrt{2}\\ (a-1)^2+(b-1)^2\le 2\\ a^2+b^2\le 2\end{cases} \Leftrightarrow$$

т.к. $(x-a)^2+(y-b)^2\ge 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2}\le\sqrt{2}\\ \sqrt{(a-1)^2+(b-1)^2}\le\sqrt{2}\\ \sqrt{a^2+b^2}\le\sqrt{2}\end{cases} \quad (*)$$

т.к. $a^2+b^2\ge 0$ и $(a-1)^2+(b-1)^2\ge 0$

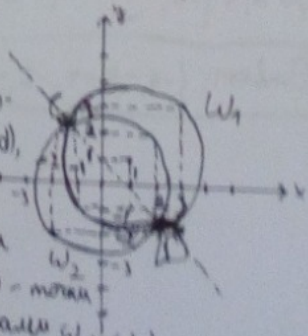
Пусть $\rho((x_1,y_1),(x_2,y_2))$ − расстояние между точками (x_1,y_1) или и (x_2,y_2). Тогда $(*)$ примет вид $\begin{cases}\rho((x,y),(a,b))\le\sqrt{2}\\ \rho((a,b),(1,1))\le\sqrt{2}\\ \rho((a,b),(0,0))\le\sqrt{2}\end{cases} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}\rho((x,y),(a,b))\le\sqrt{2}\\ \rho((a,b),(1,1))\le\sqrt{2}\end{cases}\\ \begin{cases}\rho((x,y),(a,b))\le\sqrt{2}\\ \rho((a,b),(0,0))\le\sqrt{2}\end{cases}\end{array}\right.$$

По неравенству треугольника $\rho((x_1,y_1),(x_2,y_2))+\rho((x_2,y_2),(x_3,y_3))\ge\rho((x_1,y_1),(x_3,y_3))$. Тогда $(*)\Leftrightarrow \begin{cases}\rho((x,y),(1,1))\le 2\sqrt{2}\ (\omega_1)\\ \rho((x,y),(0,0))\le 2\sqrt{2}\ (\omega_2)\end{cases}$ (равенство достигается, если $(x,y),(a,b)$ и $(0,0)$ или $(1,1)$ соответственно лежат на одной прямой)

$\rho((x,y),(a',b'))\le c$ задаёт круг с центром в (a',b') и радиусом c.

Значит, $(*)$ задаёт пересечение кругов с центрами в $(0,0)$ и $(1,1)$ и радиусами $2\sqrt{2}$.



Заметим, что фигура M симметрична относительно прямой $x+y=1$ (проходит через $(0,1)$ и $(1,0)$), т.к. центры симметричны и радиусы равны.

Значит, площадь M равна удвоенной площади сегмента ω_1, стягиваемого дугой CD (где C и D − точки пересечения окружностей, являющихся границами ω_1 и ω_2)

Чистовик

№3 (продолжение)

~~Найдём точки C и D~~

Покажем, что $C=\left(\frac{1-\sqrt{15}}{2}, \frac{1+\sqrt{15}}{2}\right)$, $D=\left(\frac{1+\sqrt{15}}{2}, \frac{1-\sqrt{15}}{2}\right)$.

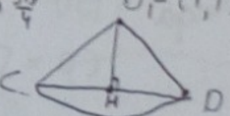
$$C:\begin{cases}\sqrt{\left(\frac{1-\sqrt{15}}{2}\right)^2+\left(\frac{1+\sqrt{15}}{2}\right)^2}=\sqrt{2\left(\frac{1}{2}\right)^2+2\left(\frac{\sqrt{15}}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{2\cdot 16}{4}}=2\sqrt{2}\\ \sqrt{\left(\frac{1-\sqrt{15}}{2}-1\right)^2+\left(\frac{1+\sqrt{15}}{2}-1\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{1+\sqrt{15}}{2}\right)^2+\left(\frac{1-\sqrt{15}}{2}\right)^2}=2\sqrt{2}\end{cases}$$

$$D:\begin{cases}\sqrt{\left(\frac{1+\sqrt{15}}{2}\right)^2+\left(\frac{1-\sqrt{15}}{2}\right)^2}=2\sqrt{2}\\ \sqrt{\left(\frac{1+\sqrt{15}}{2}-1\right)^2+\left(\frac{1-\sqrt{15}}{2}-1\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{1-\sqrt{15}}{2}\right)^2+\left(\frac{1+\sqrt{15}}{2}\right)^2}=2\sqrt{2}\end{cases}$$

Тогда $|CD|=\sqrt{\left(\frac{1-\sqrt{15}}{2}-\frac{1+\sqrt{15}}{2}\right)^2+\left(\frac{1+\sqrt{15}}{2}-\frac{1-\sqrt{15}}{2}\right)^2}=\sqrt{15+15}=\sqrt{30}$

$\angle CO_1D=2\angle CO_1H=2\arcsin\left(\frac{\frac{CD}{2}}{CO_1}\right)=2\arcsin\left(\frac{\sqrt{30}}{4\sqrt{2}}\right)=2\arcsin\frac{\sqrt{15}}{4}$

$O_1=(1,1)$



Площадь сектора CO_1D равна $\frac{2\arcsin\frac{\sqrt{15}}{4}}{2\pi}\cdot\pi\cdot(2\sqrt{2})^2=$

$=8\arcsin\frac{\sqrt{15}}{4}$

$S_{CO_1D}=\frac{O_1H\cdot CD}{2}=\sqrt{O_1C^2-CH^2}\cdot CH=\sqrt{8-\left(\frac{\sqrt{30}}{2}\right)^2}\cdot\frac{\sqrt{30}}{2}=\sqrt{\frac{32-30}{4}}\cdot\frac{\sqrt{30}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{30}}{2}=$

$=\frac{\sqrt{15}}{2}$

Значит, площадь M равна $2\left(8\arcsin\frac{\sqrt{15}}{4}-\frac{\sqrt{15}}{2}\right)=16\arcsin\frac{\sqrt{15}}{4}-\sqrt{15}$

Ответ: $16\arcsin\frac{\sqrt{15}}{4}-\sqrt{15}$

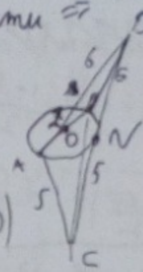
~~и~~ ~~l...~~

Чистовик

(4)

№ 2

CD параллелен оси, C лежит на боковой поверхности ⇒ CD лежит на боковой поверхности

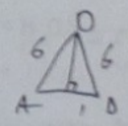


$AB \nparallel CD$ ⇒ ~~т.е~~ AB не может полностью лежать на боковой поверхности цилиндра

ABCD – симметричный относительно (CDO) (где O – середина AB), т.к. $\triangle ADB$ и $\triangle ACB$ – равнобедренные ⇒ AB лежит в перпендикулярном сечении цилиндра (~~углы~~ углы наклона (AO) и (BO) равны и противоположены ⇒ равны 0)

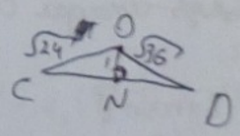
Значит, $AB \leq 2R$, где R – радиус цилиндра ⇒ наименьший радиус равен $\frac{AB}{2} = 1$ (~~т.р.~~ если AB – диаметр.

Тогда $DO = \sqrt{DB^2 - BO^2} = \sqrt{35}$,



$CO = \sqrt{CB^2 - BO^2} = \sqrt{24}$.

$CD = CN + ND = \sqrt{CO^2 - ON^2} + \sqrt{DO^2 - ON^2} =$



$= \sqrt{14} + \sqrt{23}$

$\boxed{\text{Ответ: } \sqrt{14} + \sqrt{23}}$

Черновик

$$\sum_{i=0}^{9} a_1 + \Delta \cdot i = 10a_1 + \frac{9 \cdot 10}{2}\Delta = 10a_1 + 45\Delta = S \qquad a_1, \Delta \in \mathbb{Z}$$

$$(a_1 + 5\Delta)(a_1 + 11\Delta) = a_1^2 + 16a_1\Delta + 55\Delta^2 \geq 10a_1 + 45\Delta + 2 \quad (1)$$

$$(a_1 + 6\Delta)(a_1 + 10\Delta) = a_1^2 + 16a_1\Delta + 60\Delta^2 \leq 10a_1 + 45\Delta + 16 \quad (2)$$

$16 \geq 5\Delta \Leftrightarrow \Delta \leq 3$

$(55\Delta^2 - 45\Delta - 2)$

$a_1^2 + a_1(16\Delta - 10) + (20\Delta - 2) \geq 0$

$16 - 5\Delta^2 \geq 55\Delta^2 + \ldots$

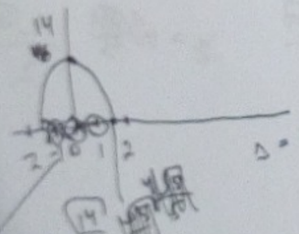
$55\Delta^2 + \Delta(16a_1 - 45) + (a_1^2 - 10a_1 - 2) \geq 0$

$60\Delta^2 + \Delta(16a_1 - 45) + (a_1^2 - 10a_1 - 16) \leq 0$

$9\Delta^2 + 125\Delta + 27$

$$\frac{-16a_1 + 45 \pm \sqrt{(16a_1 - 45)^2 - 220(a_1^2 - 10a_1 - 2)}}{110}$$

$\Delta \geq$



$\Delta = \pm \sqrt{\frac{14}{5}}$

Возрастает $\sqrt{\frac{14}{5}}$

$(256 - 220)a_1^2 - a_1(16 \cdot 45 \cdot 2 - 220 \cdot 10) + 45^2 + 220 \cdot 2$

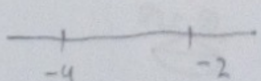
$36 \qquad 1440 \qquad 2200 \qquad -760 \qquad 2465$

$a_1 = \frac{-3 \pm \sqrt{9+1}}{2}$

$55\left(\frac{45 + 16a_1}{110}\right)^2 -$

$\frac{45 - 16a_1}{110} \qquad 110\left(\frac{45 - 16a_1}{110}\right)^2 + a_1^2 - 10a_1 - 2$

$45 \cdot 45 = 225 + 180 = 2025$



$5 \pm \sqrt{25 + 2}$

$13 \pm \sqrt{169 + 12}$

1) 1 $\quad 55 + 16a_1 - 45 + a_1^2 - 10a_1 - 2 \geq 0$

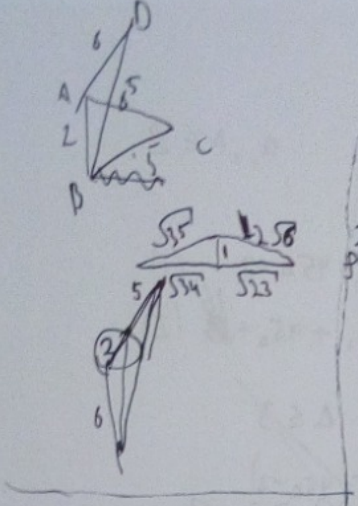
$a_1^2 + 6a_1 + 8 \geq 0 \; - \; (a+2)(a+4) \qquad \boxed{(-\infty; -4] \cup [-2; +\infty)}$

2) 0 $\quad a_1^2 - 10a_1 - 2 \geq 0 \; - \; 5 \pm 3\sqrt{3}$

3) $-1 \quad -55 - 16a_1 + 45 + a_1^2 - 10a_1 - 2 \geq 0 \Leftrightarrow a_1^2 - 26a_1 - 12 \geq 0$

$13 \pm \sqrt{181}$

Черновик

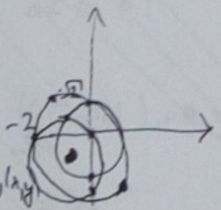


$\rho^2((a,b),(x,y))$

$\rho^2((a,b),(0,0))$

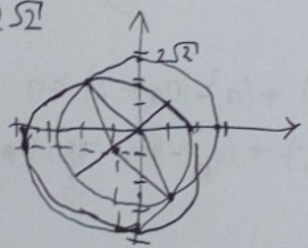
$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le \sqrt{2}^2 \ (1) \\ a^2+b^2 \le 2(a+b) \Leftrightarrow (a+1)^2+(b+1)^2 \le \sqrt{2}^2 \ (2) \\ a^2+b^2 \le \sqrt{2}^2 \ (3) \end{cases}$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} (1) \\ (2) \end{cases} \\ \begin{cases} (1) \\ (3) \end{cases} \end{array}\right.$



$\rho((a,b),(x,y)) + \rho((0,0),(a,b)) \le \rho((0,0),(x,y))$

$\sqrt{2} \qquad \sqrt{2} \qquad 2\sqrt{2}$



$x+y=1$

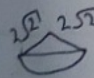
$x^2+y^2=8$

$(x-1)^2+(y-1)^2=8 \Leftrightarrow$

$x^2+(x-1)^2=8 \Leftrightarrow 2x^2-2x-7=0$

$x=\frac{1\pm\sqrt{1+14}}{2}$

$\frac{1+\sqrt{15}}{2} \qquad y=\frac{1-\sqrt{15}}{2}$



Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21102293**

ID профиля: **827613**

Вариант 17

Чистовик

1

№4

$$\begin{cases} НОК(a,b,c) = 2^{15}\cdot 3^{16} \\ НОД(a,b,c) = 6 = 2^1\cdot 3^1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2^{1+a_2}\cdot 3^{1+a_3} \\ b = 2^{1+b_2}\cdot 3^{1+b_3} \\ c = 2^{1+c_2}\cdot 3^{1+c_3} \\ 1+a_2+b_2+c_2 = 15 \\ 1+a_3+b_3+c_3 = 16 \end{cases}$ (где $a_2, a_3, b_2, b_3, c_2, c_3 \in \mathbb{N} \cup \{0\}$)

Заметим, что каждой шестёрке $(a_2, a_3, b_2, b_3, c_2, c_3)$ соответствует равно одна тройка (a,b,c), причём разным шестёркам - разные тройки. Значит количество троек (a,b,c) равно количеству решений $\begin{cases} 1+a_2+b_2+c_2=15 \\ 1+a_3+b_3+c_3=16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_2+b_2+c_2=14 & (1) \\ a_3+b_3+c_3=15 & (2) \end{cases}$

Пусть есть n одинаковых шариков, которые разделены $\cdots|\cdots\cdots|\cdots$ 2 перегородками, a', b', c' - количество шариков до первой перегородки, между перегородками и после второй. Тогда множество троек (a', b', c') при $n=14$ - это множество решений (1), при $n=15$ - (2).

Найдём количество способов расставить перегородки: первую перегородку можно поставить $n+1$ способами (в т.ч. перед шариками и после них), тогда вторую - $n+2$ (в т.ч. рядом с первой). Значит всего есть $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$ способов (т.к. перегородки одинаковые, каждый случай был посчитан дважды - сначала 1, затем 2 и наоборот)

Чистовик

2

№1 (продолжение)

Значит, всего решений (1) – $\frac{15 \cdot 15}{2}$, (2) – $\frac{16 \cdot 17}{2}$.

Т.к. a_2, b_2, c_2 и a_3, b_3, c_3 – независимы, то всего решений

$\frac{15 \cdot 15}{2} \cdot \frac{16 \cdot 17}{2} = \frac{16^2 \cdot 15 \cdot 17}{4} = \frac{16^2 \cdot (16^2-1)}{4} = 64 \cdot (256-1) = 64 \cdot 255 = 16320$

$\boxed{\text{Ответ: } 16320}$

Чистовик

3

№5

Пусть $a = \sqrt{5x-1}$, $b = 4x+1$, $c = \frac{x}{2}+2$.

~~Тогда условие~~ Тогда данные числа примут вид

$$\log_a b \quad , \log_b c^2 \quad , \log_c a^2$$

. Данные числа определены, значит,

$$\log_b c^2 = 2\log_b c, \qquad \log_c a^2 = 2\log_c a$$

$$\begin{cases} \sqrt{5x-1} \neq 1 \\ 4x+1 \neq 1 \\ \frac{x}{2}+2 \neq 1 \\ 4x+1 > 0 \\ 5x-1 > 0 \\ \left(\frac{x}{2}+2\right)^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{1}{5} \\ x \neq 0 \\ x \neq -2 \\ x > -\frac{1}{4} \\ x > \frac{1}{5} \\ x \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left(\frac{1}{5}; +\infty\right)$$

~~Разберём случаи:~~

~~1) $\log_a b = 2\log_b c = (2\log_c a) + 1$~~

~~$\Leftrightarrow \frac{\log_c b}{\log_c a} = 2\frac{1}{\log_c b} = 2\log_c a + 1$~~

Пусть $A = \log_c a$, $B = \log_c b$. Тогда данные числа примут вид

$$\frac{B}{A}, \quad \frac{2}{B}, \quad 2A.$$

(если $\left[\begin{array}{l} \log_c a = 0 \\ \log_c b = 0 \end{array}\right.$, то $\left[\begin{array}{l} a=1 \\ b=1 \end{array}\right.$, значит или $\log_a b$, или $\log_b c$ не определён)

Разберём случаи:

1) $\frac{B}{A} = \frac{2}{B} = 2A+1$

$\Leftrightarrow$

$$\begin{cases} 2A = B^2 \\ 2A+1 = \frac{B}{A} \end{cases}$$

$\Leftrightarrow$

$$\begin{cases} A = \frac{B^2}{2} \\ 2\cdot\frac{B^2}{2}+1 = \frac{B}{\frac{B^2}{2}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = \frac{B^2}{2} \\ B^2 - 2B + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = \frac{1}{2} \\ B = 1 \end{cases}$$

Вернёмся к a, b, c: $\begin{cases} \log_c a = \frac{1}{2} \\ \log_c b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = c \\ b = c \end{cases}$

Вернёмся к x: $5x-1 = 4x+1 = \frac{x}{2}+2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 7x = 2 \end{cases}$ – нет решений.

Чистовик

④

№5 (продолжение)

2) $\frac{B}{A} = \frac{2}{B} + 1 = 2A$

$\Updownarrow$

$$\begin{cases} B = 2A^2 \\ \frac{2}{2A^2} + 1 = 2A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B = 2A^2 \\ 1 + A^2 = 2A^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B = 2A^2 \\ 2A^3 - A^2 - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$D = 1 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = -5 < 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} B = 2A^2 \\ (2A^2 + A + 1)(A - 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B = 2 \\ A = 1 \end{cases}$$

Вернёмся к a, b, c: $\begin{cases} \log_c a = 1 \\ \log_c b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = c \\ b = c^2 \end{cases} \Leftrightarrow a^2 = c^2 = b$

Вернёмся к x! $5x - 1 = \left(\frac{x}{2} + 2\right)^2 = 4x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 5 \cdot 2 - 1 = \left(\frac{2}{2} + 2\right)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 9 = 3^2 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \boxed{x = 2}$

3) $\frac{B}{A} + 1 = \frac{2}{B} = 2A$

$\Updownarrow$

$$\begin{cases} B = 2A^2 - 1 \\ \frac{2}{2A^2 - 1} = 2A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B = 2A^2 - 1 \\ 1 = A(2A^2 - 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B = 2A^2 - 1 \\ 2A^2 - A - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B = 2A^2 - 1 \\ (A - 1)(A - (-\frac{1}{2})) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} A = 1 \\ B = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} A = -\frac{1}{2} \\ B = -\frac{1}{2} \end{cases} \end{array}\right.$$

Вернёмся к a, b, c: $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \log_c a = 1 \\ \log_c b = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} \log_c a = -\frac{1}{2} \\ \log_c b = -\frac{1}{2} \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a = c \\ b = 1 \end{cases} \\ \begin{cases} a^2 = \frac{1}{c} \\ b^2 = \frac{1}{c} \end{cases} \end{array}\right.$

Вернёмся к x: $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \sqrt{5x-1} = \frac{x}{2} + 2 \\ 4x + 1 = 1 \end{cases} \\ \begin{cases} 5x - 1 = \frac{1}{\frac{x}{2} + 2} \\ (4x+1)^2 = \frac{1}{\frac{x}{2} + 2} \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 0 < \frac{1}{5} \\ \sqrt{5x-1} = \frac{x}{2} + 2 \end{cases} \text{— нет реш.} \\ \begin{cases} (5x-1)(x+4) = 2 \\ (4x+1)^2 = 5x - 1 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow$

Чистовик

5

№5 (продолжение)

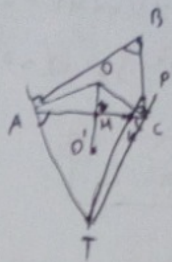
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 15x-1)(x+4)=2 \\ 16x^2+3x+2=0 \end{cases} - D = 9 - 4\cdot16\cdot2 < 0 \text{ - нет реш.}$$

Ответ: 2

Чистовик

№3

а) $\dfrac{S_{PCK}}{S_{PAK}} = \dfrac{4}{6} \Rightarrow KC : KA = \dfrac{2}{3}$



По теореме о касательной и хорде

$\angle ACT = \angle ABC$

(в окружность через AOC, т.к. $\angle OAT = \angle OCT = 90°$ ⇒ $\angle OAT + \angle OCT = 180° \Rightarrow AOCT$ – впис.)

$APCT$ – вписанный $\Rightarrow \angle TAC = \angle TPC$

Из симметрии касательных TA и TC относительно TO

$\triangle ATC$ – равнобедренный, $\angle ACT = \angle CAT$

Значит, $\angle ABC = \angle ACT = \angle CAT = \angle TPC \Rightarrow (AB) \parallel (PT) \Rightarrow$

$\Rightarrow \dfrac{BP}{PC} = \dfrac{AK}{KC} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow \quad S_{ABC} = \dfrac{5}{2} S_{APC} = \dfrac{5}{2} \cdot \dfrac{5}{2} S_{PKC} = 25$

$\boxed{\text{Ответ: 25}}$

~~б) $AOCO'$ – ромб $\Rightarrow OO' = 2OH$~~

64-15.17

16 3 20 Черновик

$a_2+b_2+c_2=15$

$a_3+b_3+c_3=16$

$\frac{15\cdot16}{2}$ $\frac{16\cdot17}{2}$

$\frac{8\cdot 8}{2}=8\cdot 8$

$a_2+b_2+c_2=14$

$a_3+b_3+c_3=15$

$\log_a b$ | $2\log_b c$ | $2\log_c a$

$x \quad x \quad x-1$

$x^2 \quad x(x-1) \quad x(x-1)$

$\left(b^{\log_b c}\right)^{\log_c a} = a$

$2\log_a c \quad 4\log_b a \quad 2\log_c b$

$2\log_b c - \log_a b$

$\frac{\log_c b}{\log_c a}$ $2\frac{1}{\log_c b}$ $2\log_c a$

$2\log_c a - 2\log_b c$

$-3\pm\sqrt{9-4\cdot2\cdot16}$

$\frac{B}{A}$ $\frac{2}{B}$ $2A$

1) $\frac{A}{B}=\frac{2}{B}=2A+1$

$A=2$ $\frac{A}{B}=5$ $B=\frac{2}{5}$

1 -2 +2

1 -2 +2

2) $\frac{A}{B}=2A=\frac{2}{B}+1$

$\frac{1\pm\sqrt{1+8}}{4}=\frac{1\pm3}{4}=\left[\begin{array}{l}1\\ -\frac{1}{2}\end{array}\right.$

2 -2 +1   2 1 1

-2   -2 -1 -1

$B=\frac{1}{2}$ $A=\frac{5}{2}$

$(2a^2+a+1)(a-1)$

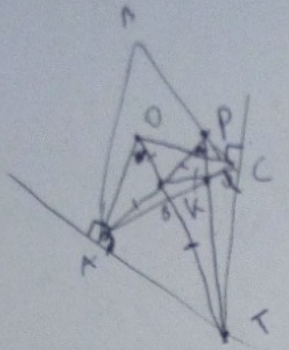
3) $\frac{A}{B}+1=\frac{2}{B}=2A$

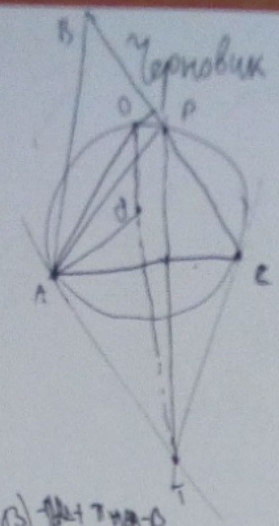
$(x-1)(2x+1)=2x^2-2x+x-1$

$A+B=2$ $A-B=\sqrt{2^2-4\cdot1}=0$

$AB=1$ $A=B=1$

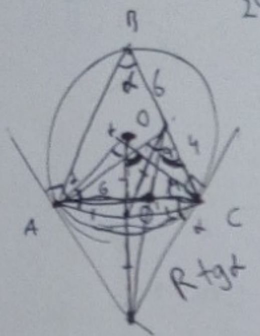
Черновик

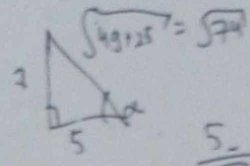




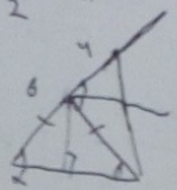
$\frac{1}{2}(\alpha+\beta)$ [illegible] $+\pi$ [illegible] $-\beta$

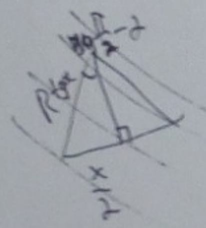
$\pi + \frac{\alpha-\beta}{2} = \pi$





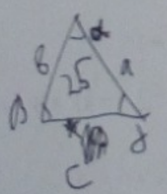
$\frac{5}{\sqrt{74}}$





$x = 2R\,tg\alpha \sin(\frac{\pi}{2}-\alpha) = 2R\,tg\alpha\cos\alpha = 2R\cdot\frac{7}{5}\cdot$ [illegible] ...

$R\cdot\frac{14}{\sqrt{74}}$



$ab\sin\alpha$

$a = c\,\frac{\sin\beta}{\sin\alpha}$

$b = c\,\frac{\sin\gamma}{\sin\alpha} = c\,\frac{\sin(\pi-\alpha-\beta)}{\sin\alpha} = c\,\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin\alpha} = c(\cos\beta+\sin\beta\,ctg\alpha)$

$S = c^2\left(\frac{\sin\beta\cos\beta}{\sin\alpha} + \frac{\sin^2\beta}{\sin\alpha}\cdot\frac{tg\alpha}{\cos\alpha}\right)$