Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21101741**

ID профиля: **205215**

Вариант 17

Чистовик

①

№1

a_1 - нй член прогрессии, r - разность прогрессии

$S = \frac{a_1 + a_1 + 9r}{2} \cdot 10 = (2a_1 + 9r) \cdot 5$ $(r > 0)$

т.к. прогрессия возрастает.

$a_6 = a_1 + 5r$, $a_{12} = a_1 + 11r$

$a_6 a_{12} > S + 1$

① $(a_1 + 5r)(a_1 + 11r) > (2a_1 + 9r) \cdot 5 + 1$.

$a_7 = a_1 + 6r$; $a_{11} = a_1 + 10r$

$a_7 \cdot a_{11} < S + 17$.

② $(a_1 + 6r)(a_1 + 10r) < (2a_1 + 9r) \cdot 5 + 17$

Система нер-в:

$$\begin{cases} (a_1 + 5r)(a_1 + 11r) < (2a_1 + 9r) \cdot 5 + 1. & (1) \\ (a_1 + 6r)(a_1 + 10r) < (2a_1 + 9r) \cdot 5 + 17 & (2) \end{cases}$$

(1): $a_1^2 + 16ra_1 + 55r^2 < 10a_1 + 45r + 1$

(2): $a_1^2 + 16ra_1 + 60r^2 < 10a_1 + 45r + 17$

(2) − (1): $5r^2 < 16$

$r^2 < \frac{16}{5}$,

с учетом $r > 0$; $r \in (0; \sqrt{\frac{16}{5}})$ $r \in (0; \frac{4}{\sqrt{5}})$

последовательность состоит из целых чисел => $r \in \mathbb{Z}$

$\frac{4}{\sqrt{5}} < \frac{4}{2}$ <=> $\frac{4}{\sqrt{5}} < 2$ => ~~$r \in (0; 2)$~~

$\underline{r = 1}$ - единственное

целое число в промежутке $(0; \frac{4}{\sqrt{5}})$.

Подставим r в ур-ия:

①: $a_1^2 + 16a_1 + 55 < 10a_1 + 45 + 1$

$a_1^2 + 6a_1 + 9 < 0$ $(a_1 + 3)^2 < 0$ $a \in \varnothing$.

②: $a_1^2 + 16a + 60 < 10a + 45 + 17$

$a_1^2 + 6a_1 - 2 < 0$

21101741 (U205215 M1301111)

Чистовик.

(2)

$D = 36+8=44$

$(a_1+3-\sqrt{11})(a_1+3+\sqrt{11})<0$

$a_1 \in (-3-\sqrt{11}; -3+\sqrt{11})$.

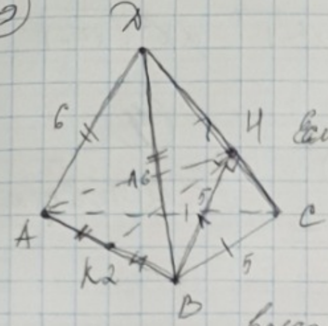
$\sqrt{11}>3$; $\sqrt{11}<4 \Rightarrow$ т.к $a \in \mathbb{Z}$:

$a_1 \in \{-6; -5; -4; -3; -2; -1; 0\}$.

Ответ: $a_1 \in \{-6; -5; -4; -3; -2; -1; 0\}$.

чистовик

③ №2.



$\triangle ADC = \triangle BDC$, по трем сторонам $\Rightarrow$ Если BH – высота $\triangle BDC$, то AH – высота $\triangle ADC$.

Проведем BH и AH – высоты $\triangle BDC$ и $\triangle ADC$.

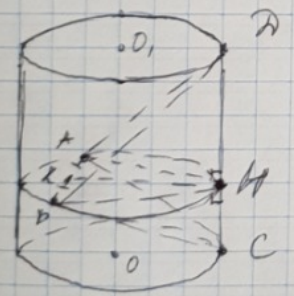
Дано: $ABCD$-тетраэдр.
$AB = 2$; $AC = CB = 5$,
$AD = DB = 6$;
цилиндр $(OO_1; R)$-опис.
$\{A; B; C; D\} \subset$ бок. пов.
$CD \parallel OO_1$
R – минимально.
Найти: CD.

$BH \perp DC$
$AH \perp DC$
$BH \cap AH = H$

По признаку перпендик. $DC \perp (AHB)$.

т.к. $\triangle ADC = \triangle BDC \Rightarrow AH = BH = x$ ($\triangle AHB$ - р/б, по опр.).

Если $CD \parallel OO_1$ и $CD \perp (AHB)$, то $OO_1 \perp (AHB) \Rightarrow$ Плоскость AHB параллельна плоскостям основания цилиндров.



Таким образом, радиус цилиндра равен радиусу окружности, описанной около $\triangle AHB$. Выразим его:

$BH = AH = x$; $CH = \sqrt{CB^2 - BH^2} = \sqrt{25 - x^2}$,

$DH = \sqrt{DA^2 - DH^2} = \sqrt{36 - x^2}$.

~~[illegible]~~

В $\triangle AHB$ проведем высоту-медиану-бис-су HK.

$S_{AHB} = \dfrac{HK \cdot AB}{2} = HK \cdot BK^{\left(=\frac{AB}{2}\right)}$, $HK = \sqrt{HB^2 - BK^2} = \sqrt{x^2 - 1}$

$S_{AHB} = HK \cdot BK = \sqrt{x^2 - 1} \cdot 1$

$S_{AHB} = \dfrac{abc}{4R} = \dfrac{AH \cdot HB \cdot AB}{4R} = \dfrac{x \cdot x \cdot \cancel{2}}{\cancel{4}2R} = \dfrac{x^2}{2R}$ $\Rightarrow$

$\sqrt{x^2 - 1} = \dfrac{x^2}{2R} \Rightarrow R = \dfrac{x^2}{2\sqrt{x^2 - 1}}$.

$R' = \dfrac{(x^2)' \cdot 2\sqrt{x^2 - 1} - x^2 \cdot \left(2\sqrt{x^2 - 1}\right)'}{2x^2 \cdot \sqrt{x^2 - 1}} = \dfrac{2x \cdot 2\sqrt{x^2 - 1} - x^2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot (x^2 - 1)^{-0.5} \cdot 2x}{2x^2 \cdot \sqrt{x^2 - 1}} =$

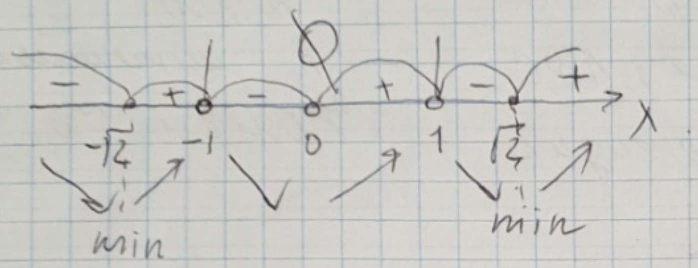
21101741 (U205215 M1301111)

$$= \frac{4x\sqrt{x^2-1} - 2x^3\cdot(x^2-1)^{-0,5}}{2x^2\sqrt{x^2-1}} = \frac{\overset{2}{\cancel{4x\sqrt{x^2-1}}}}{\cancel{2x^2\sqrt{x^2-1}}} - \frac{\cancel{2x^3}}{\sqrt{x^2-1}}\cdot\frac{1}{\cancel{2x^2}\sqrt{x^2-1}} =$$

$$= \frac{2}{x} - \frac{x}{x^2-1} = \frac{2x^2-2-x^2}{x(x^2-1)} = \frac{x^2-2}{x(x^2-1)}$$

(4) Чистовик

По ОДЗ: $x^2-1 \geq 0$ $\quad x^2 \geq 1$ $\quad \underline{|x| \geq 1}$



минимум для k достигается при $x^2 = 2$.

Найдем значения CD:

Если $\triangle BDC$ - остроугольный, то $CD = DH + CH =$
$= \sqrt{36-2} + \sqrt{25-2} = \underline{\sqrt{34} + \sqrt{23}}$

Если $\triangle BDC$ - тупоугольный, то $CD = DH - CH =$
$= \sqrt{34} - \sqrt{23}$

Ответ: $\left[\begin{array}{l} CD = \sqrt{34} - \sqrt{23} \\ CD = \sqrt{34} + \sqrt{23}. \end{array}\right.$

Чистовик. (5)

№3.

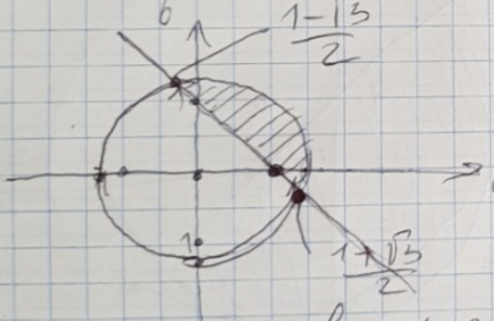
$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 2 \\ a^2+b^2 \le \min(2a+2b, 2) \end{cases}$$

Заметим, что первое ур-ие описывает окружность, с центром в т. $O(a, b)$ и радиусом $R=\sqrt{2}$.
С помощью второго ур-ия узнаем, какие значения могут принимать a и b.

$2a+2b \vee 2$

$a+b \vee 1$.

• Если $a+b \ge 1$, то $a^2+b^2 \le 2$ - ур-ие окружности с центром в т. $(0,0)$ и $R=\sqrt{2}$:



$$\begin{cases} a+b \ge 1 \\ (x-a)^2+(y-b)^2 \le 2 \\ a^2+b^2 \le 2 \end{cases}$$

$b=1-a$

$b^2=2-a^2$

$(1-a)^2=2-a^2$

$1-2a+a^2=2-a^2$

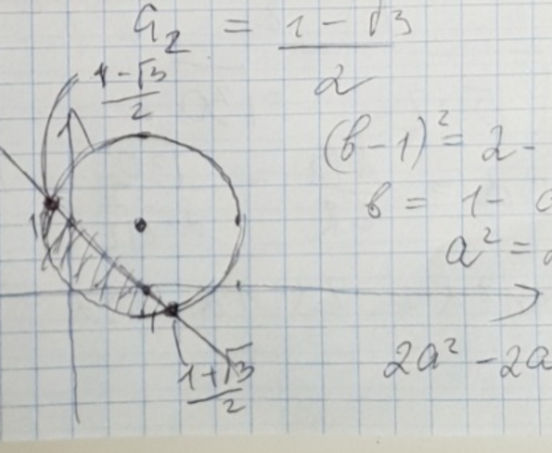
$2a^2-2a-1=0$

$a_1=\frac{2+\sqrt{12}}{4}=\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

$a_2=\frac{1-\sqrt{3}}{2}$

• Если $a+b<1$:

$$\begin{cases} a+b<1 \\ (x-a)^2+(y-b)^2 \le 2 \\ (a-1)^2+(b-1)^2 \le 2 \end{cases}$$



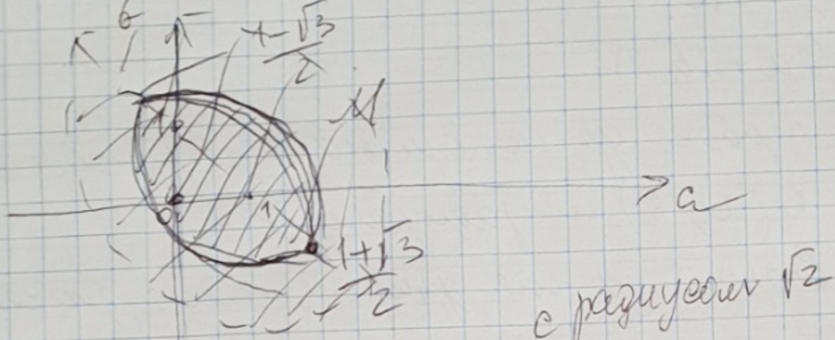
$(b-1)^2=2-(a-1)^2$

$b=1-a$

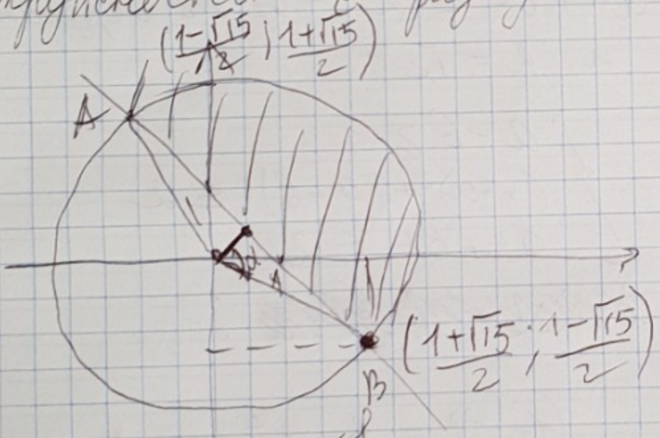
$a^2=2-a^2+2a-1$

$2a^2-2a-1=0$.

Получаем, что множество т. a и b выглядит следующим образом: чистовик (6)



Построив окружность с радиусом $\sqrt{2}$ из каждой точки этого множества мы получим искомую фигуру M. Фактически, фигура M состоит из двух сегментов окружностей с радиусом $\sqrt{2}+\sqrt{2}=2\sqrt{2}$



$$\begin{cases} a^2+b^2=(2\sqrt{2})^2 = 8 \\ a+b=1 \end{cases} \quad \begin{aligned} b^2 &= 8-a^2 \\ b &= 1-a \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 1-2a+a^2=8-a^2 \\ 2a^2-2a-7=0. \\ \begin{cases} a=\frac{1\pm\sqrt{15}}{2} \\ b=\frac{1\mp\sqrt{15}}{2} \end{cases} \end{cases}$$

$$AB=\sqrt{\left(\frac{1+\sqrt{15}}{2}-\frac{1-\sqrt{15}}{2}\right)^2\cdot 2}=$$

$$=\sqrt{15\cdot 2}=\sqrt{30}.$$

$$\sin\alpha=\frac{AB}{2R}=\frac{\sqrt{30}}{2\cdot 2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{15}}{4};\ \cos\alpha=\sqrt{1-\frac{15}{16}}=\frac{1}{4}$$

$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha=\frac{2\sqrt{15}}{4}\cdot\frac{1}{4}=\frac{2\sqrt{15}}{8}.$$

угол тупой

Тогда $S_{\text{сегмента}} = \dfrac{\pi - \arcsin\frac{2\sqrt{15}}{8}}{2\pi} \cdot \pi \cdot R^2 - \frac{1}{2} \cdot R^2 \cdot \sin\alpha =$

$= \dfrac{\pi - \arcsin\frac{2\sqrt{15}}{8}}{2\pi} \cdot \pi (2\sqrt{2})^2 - \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}\sqrt{15}}{\cancel{8}} \cdot \cancel{8} =$

$= \left(\pi - \arcsin\frac{2\sqrt{15}}{8}\right) \cdot 4 - \sqrt{15}$

$S_{л} = 2 S_{\text{сегмента}} = 8 \cdot \left(\pi - \arcsin\frac{\sqrt{15}}{4}\right) - 2\sqrt{15}$

Ответ: $S_{л} = 8 \cdot \left(\pi - \arcsin\frac{\sqrt{15}}{4}\right) - 2\sqrt{15}$.

чистовик 7

$a_1^2 + 5ra_1 + 11ra_1 + 55r^2 < 10a_1 + 45r + 1.$

$$\begin{cases} a_1^2 + 16ra + 55r^2 < 10a + 45r + 1 \\ a_1^2 + 16ra + 60r^2 < 10a_1 + 45r + 17 \end{cases}$$

$5r^2 < 16.$

$r^2 < \frac{16}{5}$ Черновик.

$r < \frac{4}{\sqrt{5}}$ $a_1; a_2; a_3 \in \mathbb{Z}$

$\sqrt{5} > 2 \Rightarrow$ $\left.\begin{matrix} a_1 + r \in \mathbb{Z} \\ a_1 + 2r \in \mathbb{Z} \end{matrix}\right| \Rightarrow a \in \mathbb{Z}$

$\frac{4}{\sqrt{5}} < 2 \Rightarrow$

$\underline{r = 1}$

$\cancel{a^2 + 5a + 11a}$

$a_1^2 + 16a + 55 < 10a + 45 + 1.$

① $a_1^2 + 6a + 9 < 0$

$a_1^2 + 16a + 60 < 10a + 45 + 17$

② $a_1^2 + 6a - 2 < 0$

$(a_1 + 3)^2 < 0$ $D = 36 + 8 = 44.$

$a_1 = \frac{-6 + 2\sqrt{11}}{2} = -3 + \sqrt{11}$

$a_{2_1} = -3 - \sqrt{11}$

$1 - 16$

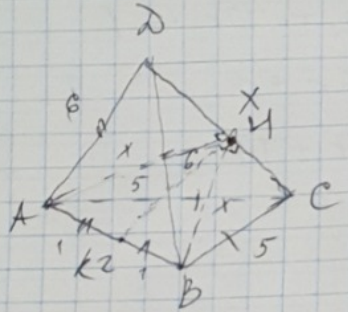
$a_1^2 + 16ra + 55r^2 + 5r^2 - 10a - 45r - 17 < 0.$

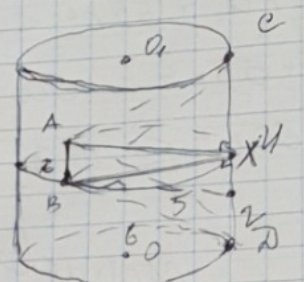
$a_1^2 + 16ra + 55r^2 - 10a - 45r - 1 < 0$

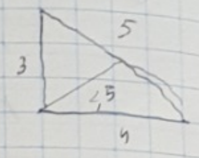
$$\begin{cases} a_1^2 + 16ra + 55r^2 - 10a - 45r - 1 < 16 - 5r^2 \\ a_1^2 + 16ra + 55r^2 - 10a - 45r - 1 < 0 \end{cases}$$

21101741 (U205215 M1301111)

$AB = 2;\ AC = CB = 5,\quad AD = DB = 6$







$BH = AH = x$, тогда

$CH = \sqrt{25 - x^2}$

$DH = \sqrt{36 - x^2}$

$CD = \sqrt{25 - x^2} + \sqrt{36 - x^2}$

$\cancel{\dfrac{3 \cdot 5 \cdot 4}{4 \cdot 2{,}5} = \dfrac{60}{10} = 6}$

$HK = \sqrt{x^2 - 1}$

$S_{\triangle AHB} = HK \cdot KB = \sqrt{x^2 - 1}.$

$S_{AHB} = \dfrac{abc}{4R}$; $\dfrac{2x^2}{4R} = \sqrt{x^2 - 1}. \Rightarrow$

$R = \dfrac{2x^2}{4\sqrt{x^2 - 1}}.\qquad x^2 - 1 \geqslant 0 \qquad x^2 \geqslant 1$

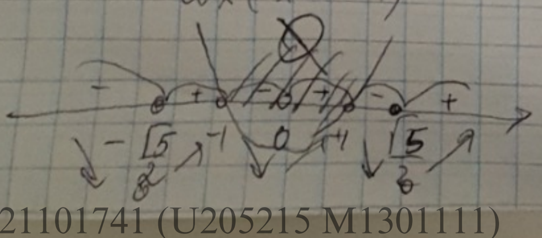
$$R' = \frac{2 \cdot 2x \cdot 4\sqrt{x^2 - 1} - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot (x^2 - 1)^{-0.5} \cdot 2x \cdot 2x^2}{2x^2 \cdot 4\sqrt{x^2 - 1}} =$$

$$= \frac{16x\sqrt{x^2 - 1} - 4x(x^2 - 1)^{-\frac{1}{2}}}{8x^2\sqrt{x^2 - 1}} =$$

$$= \frac{16x\sqrt{x^2 - 1}}{8x^2\sqrt{x^2 - 1}} = \frac{2}{x} - \frac{4x}{\sqrt{x^2 - 1}} \cdot \frac{1}{8x^2\sqrt{x^2 - 1}} =$$

$$= \frac{2}{x} - \frac{1}{2x \cdot (x^2 - 1)} = \frac{2}{x} - \frac{1}{2x^3 - 2x} =$$

$$= \frac{2 \cdot (2x^2 - 2) - 1}{2x(x^2 - 1)} = \frac{4x^2 - 4 - 1}{2x(x^2 - 1)} = \frac{4x^2 - 5}{2x(x^2 - 1)}$$

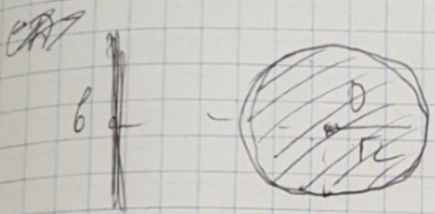


$x^2 = \dfrac{5}{4}. \Rightarrow CD$

$$CD = \sqrt{25-\frac{5}{4}} + \sqrt{36-\frac{5}{4}} = \sqrt{\frac{100-5}{4}} + \sqrt{\frac{144-5}{4}} =$$

$$= \frac{\sqrt{95}}{2} + \frac{\sqrt{141}}{2} = \frac{\sqrt{95}+\sqrt{141}}{2}.$$

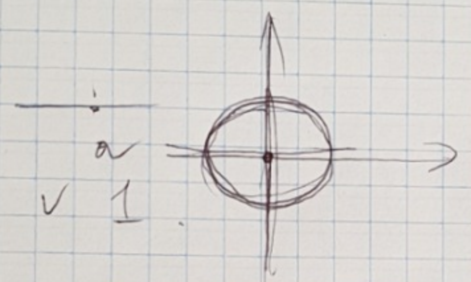
$$(x-a)^2+(y-b)^2 \leq 2.$$



$a^2+b^2 \leq \min(2a+2b;\ 2)$

$2(a+b) \vee 2$

$a+b \vee 1$



$2a+b \vee 1$

$a^2+b^2 \geq 2ab$

$\left[\begin{array}{l} 2a+2b > 2ab \\ 2 > 2ab \end{array}\right.$

$a+b > ab$

$2a+2b \vee 2$

$a+b \vee 1$

$a+b \geq 1$:

$a^2+b^2 \leq 2$

$a+b \leq 1$

$a^2+b^2 \leq 2a+2b$

Если $a+b \geq 1$:

$a^2+b^2 \leq 2$

$ab \leq 1$

$a+b > 1$

$a^2+b^2+2ab > 1$

$a^2+b^2 > -2ab+1$

$2 \geq a^2+b^2 \geq 1-2ab$

$2 \geq 1-2ab$

$\cancel{a^2 \cdot 2a \leq 2b - b^2}$

$\frac{a^2+b^2}{2} \leq a+b$

$\cancel{ab \leq a+b}$

21101741 (U205215 M1301111)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21101741**

ID профиля: **205215**

Вариант 17

Чистовик

(1)

№4.

$$\begin{cases} НОД(a,b,c) = 6 \\ НОК(a,b,c) = 2^{15}\cdot 3^{16} \end{cases}$$

$НОД(a,b,c)\cdot НОК(a,b,c) = a\cdot b\cdot c \Rightarrow$

$a\cdot b\cdot c = 2\cdot 3\cdot 2^{15}\cdot 3^{16} = 2^{16}\cdot 3^{17}.$

Необходимо найти число способов представить число $2^{16}\cdot 3^{17}$ в виде произведения трех чисел.

~~Для поиска числа этих комбинаций будем рассматривать следующие комбинации:~~

~~$\underbrace{2\cdot 2\cdot 2\ldots 2\cdot 2}_{16}\cdot\underbrace{3\cdot 3\cdot 3\ldots 3\cdot 3}_{17}$~~

~~Возьмем 1 двойку. С ней можно составить 17 различных произведений с 3-ми~~

Заметим, что каждое из чисел больше или равно 6 (т.к. $НОД = 6$). Тогда:

$$\begin{cases} a = 2\cdot 3 \\ b = 2^{15}\cdot 3^{16} \\ c - \text{любое} \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} a = 2\cdot 3^{16} \\ b = 3\cdot 2^{15} \\ c - \text{любое.} \end{cases}$$

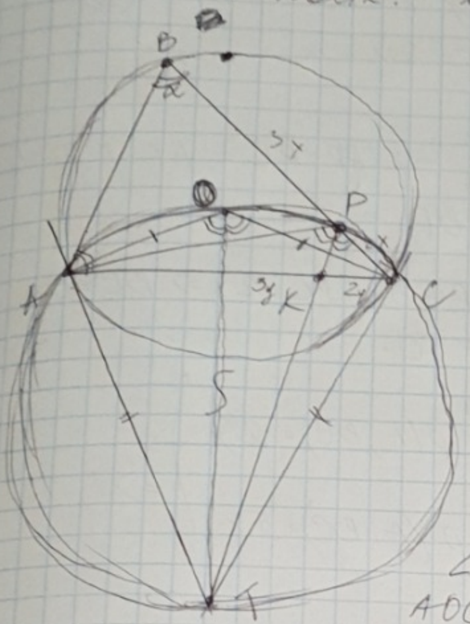
Рассмотрим все возможные случаи для c. Их будет $15\cdot 16 - 2$ (исключая 2 варианта a и b)

При этом, a, b и c могут меняться местами $\Rightarrow$ Общее число: $3!\cdot(15\cdot 16-2)\cdot 2.$

Ответ: 7560.

21101741 (U205215 M1301112)

Чистовик. №6. (2)



Дано: $\triangle ABC$; окр $\omega(O; R)$ - опис.
$\triangle AOC$ впис. в окр. $\gamma(K; r)$
$\gamma(Q; r) \cap BC = P$
$TP \cap AC = K$
AT и CT - кас. к ω
$S_{APK} = 6$; $S_{CPK} = 4$.

а) Найти: S_{ABC}

б) $\angle ABC = \operatorname{arctg} \frac{7}{5}$, Найти: AC.

$\angle OAT = \angle OCT = 90^\circ \Rightarrow \angle OAT + \angle OCT = 180^\circ \Rightarrow$
$AOCT$ - вписс. четырёхуг. $\Rightarrow T \in \gamma(Q; r)$.

$S_{APK} = \dfrac{\rho(P; AC) \cdot AK}{2} = 6$; $S_{PKC} = \dfrac{\rho(P; AC) \cdot KC}{2} = 4$.

$$\frac{S_{PKC}}{S_{APK}} = \frac{\cancel{\rho(P; AC)} KC}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}}{\cancel{\rho(P; AC)} AK} = \frac{KC}{AK} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow$$

$AK : KC = 3 : 2$

$\angle ABC = \frac{1}{2} \smile AC$, как впис. $= \alpha$ | $\angle ABC = \alpha$
$\angle AOC = \smile AC$, как центральный $= 2\alpha$ | $\angle AOC = 2\alpha$.

$\angle AOC = \frac{1}{2} \smile ATC = \angle APC = 2\alpha$.

$\angle BPA = 180^\circ - \angle APC = 180^\circ - 2\alpha$, как смежные.
По св-ву суммы углов треуг.: $\angle BAP = 180^\circ - \angle ABP - \angle BPA =$
$= 180^\circ - \alpha - 180^\circ + 2\alpha = \alpha \Rightarrow \angle BAP = \angle ABP = \alpha \Rightarrow$
По призн. $\triangle BPA$ - р/б. $BP = AP$.
$AO = OC \Rightarrow \triangle AOC$ - р/б, по опр. $AT = CT$, как отр. касат $\Rightarrow$
$\triangle ATC$ - р/б. $\angle OAT = \angle OCT = 90^\circ \Rightarrow OT$ - диаметр.
$\triangle OAT = \triangle OCT$, по трем сторонам $\Rightarrow \angle AOT = \angle COT$, из р-ва
$\angle AOT = \angle COT = \angle AOC : 2 = \frac{2\alpha}{2} = \alpha$.

21101741 (U205215 M1301112)

чистовик ③

$\angle AOT = \frac{1}{2} \cup AT = \angle APT \overset{=\alpha}{,}$ по св-ву впис.

$\angle APT = \alpha \Rightarrow \angle CPT = \angle APC - \angle APT = 2\alpha - \alpha = \alpha \Rightarrow$

PT - бис-са $\angle APC$

По св-ву бис-сы: $\frac{KC}{AK} = \frac{PC}{PA} \Rightarrow AP : PC = AK : KC = 3:2 \Rightarrow$

$AP = 3x$; $PC = 2x$; но $AP = BP = 3x \Rightarrow$

$BP : PC = 3 : 2$; $BP = 3x$; $PC = 2x \Rightarrow BC = 5x$

$S_{\triangle APC} = S_{APK} + S_{CPK} = 6 + 4 = 10$

$S_{\triangle APC} = \frac{1}{2} \rho(A; BC) \cdot PC = \frac{1}{2} \rho(A; BC) \cdot 2x$

$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \rho(A; BC) \cdot BC = \frac{1}{2} \rho(A; BC) \cdot 5x$ $\Rightarrow$

$S_{ABC} = \frac{5}{2} S_{APC} = \frac{5}{2} \cdot \cancel{10}^{5} = 25.$

Ответ: $S_{ABC} = 25.$

$\times \frac{24}{12}$

2) $\operatorname{tg} \angle ABC = \frac{7}{5} \Rightarrow \alpha = \operatorname{arctg} \frac{7}{5}$

$\operatorname{tg} \alpha = \frac{7}{5}$. $\operatorname{tg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$

$\frac{49}{25} + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{\frac{25}{49+25}} = \frac{5}{\sqrt{74}}$,

$\sin \alpha = \frac{7}{\sqrt{74}}$.

$S_{APC} = \frac{AP \cdot PC \cdot \sin 2\alpha}{2} = AP \cdot PC \cdot \sin\alpha \cos\alpha = 3x \cdot 2x \cdot \frac{5 \cdot 7}{74} =$

$= \cancel{6}^{3} x^2 \cdot \frac{35}{\cancel{74}\,37} = \frac{105}{37} x^2 = 10 \Rightarrow x = \sqrt{\frac{370}{105}} = \sqrt{\frac{74}{21}}.$

$\cos 2\alpha = \frac{25}{74} - \frac{49}{74} = -\frac{24}{74}$

По т. косинусов для $\triangle APC$ =

$AC = \sqrt{AP^2 + PC^2 - 2 AP \cdot AC \cdot \cos 2\alpha} = \sqrt{3 \cdot \frac{74}{21} + 2 \cdot \frac{74}{21} + 2 \cdot \frac{24}{\cancel{74}} \cdot 6 \cdot \frac{\cancel{74}}{21}} =$

$= \sqrt{\frac{3 \cdot 74 + 2 \cdot 74 + 2 \cdot 24 \cdot 6}{21}} = \sqrt{\frac{370 + 288}{21}} = \sqrt{\frac{658}{21}} =$

$= \sqrt{\frac{94}{3}}$

Ответ: $AC = \sqrt{\frac{94}{3}}$.

21101741 (U205215 M1301112)

$3x \cdot \frac{7}{\sqrt{74}}$ Черновик $2^a \cdot 3^b \cdot 2^c \cdot 3^d \cdot 2^{16-a-c} \cdot 3^{17-d-b}$.

$\begin{cases} НОД(a, b, c) = 6 \\ НОК(a, b, c) = 2^{15} \cdot 3^{16} \end{cases}$

2 24
6 8

$1 \cdot \underbrace{2 \cdot 2 \ldots 2}_{16}, \underbrace{3 \cdot 3 \ldots 3}_{17}$

$\frac{25}{49+25} = \cos^2\alpha$

$\cos\alpha = \frac{5}{\sqrt{74}}$ $\sin\alpha = \frac{49}{74}$

~~НОД(a, b)~~ и НОД · НОК = a · b · c =>

$2^{15} \cdot 3^{16} \cdot 6 = a \cdot b \cdot c$

$tg^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$

$\frac{AC}{2\sin\alpha} = R$

$2^{16} \cdot 3^{17} = a \cdot b \cdot c$

$\frac{49}{25} + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$ $\frac{7}{\sqrt{74}}$

$\frac{AC}{2\sin\alpha} = 2R$ $2 \cdot 2^{15} \cdot 3^{17}$

$AH = tg\alpha \cdot BK$ $\cos = \frac{5}{...}$ $\sin = \frac{7}{\sqrt{74}}$

$2^2 \cdot 2^{14} \cdot 3^{17}$. $\frac{25}{74}$

~~$\log_2 8 \cdot \log_{8} 2 = \log_2 2 = 1$~~

1

$(1 \cdot 2^{16} \cdot 3)^{17} - 1$. $2 \cdot 2^{15} \cdot 3^{17}$, $2^2 \cdot 2^{14} \cdot 3^{17}$,

$2^3 \cdot 2^{13} \cdot 3^{17}$, … $2^8 \cdot 2^8 \cdot 3^{17}$

№1.

$\begin{array}{r|l} 74 & 2 \\ \hline -6 & 37 \\ 14 & \end{array}$

$\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)$, $\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)$, $\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)$

$\log_a b$ $\log_b c$ $\log_c a$

$2^{15} = 1 \cdot 2^{15} = 2^n \cdot 2^{15-n}$

$n \in (0; 7)$

$2^{14} = 2^n \cdot 2^{14-n}$

$2^3 = 2^3$

$1 + 8 + 8 +$

$2^{16} \cdot 3^1 \cdot 3^{16}$, $2^{16} \cdot 3^2 \cdot 3^{15}$, $2^{16} \cdot 3^8 \cdot 3^9$

$8 = 8 \cdot 1$

$8 = 4 \cdot 2$

$2^4 = 2 \cdot 8 =$

$\underbrace{2, 2, 2 \ldots 2}_{16}$ $\underbrace{3, 3, 3 \ldots 3}_{17}$ 72 · 17

$4 = 2 \cdot 2$

$2^3 = 1 \cdot 2^3$ $4 = 2 \cdot 1$

$2^3 = 2 \cdot 2^2$ $2^1 = 1 \cdot 2$

$17 \cdot 7 + 17 \cdot 7 + 17 \cdot 6 + 17 \cdot 6 + \ldots =$

$= 17(8 + 8 + 7 + 7 + 6 + 6 + 5 + 5 + 4 + 4 + 3 + 3 + 2 + 2 + 1 + 1)$

2^{15} 2^{14} 2^{13} 2^{12} 2^{11} 2^{10} 2^9 2^8 2^7 2^6 2^5 2^4 2^3 2^2 2^1 2^0

$\frac{1+8}{2} \cdot 8 \cdot 2 = 9 \cdot 8 \cdot 17 = 1224$?

$\begin{array}{r} 72 \\ \times 17 \\ \hline 504 \\ 72 \\ \hline 1224 \end{array}$

21101741 (U205215 M1301112)

$\log_a b$ $2\log_b c$ $\log_c a$
1 2 3

$4x+1>0$ $\frac{x}{2}+2>0$

$x>-0{,}25$

$\frac{x}{2}>-2$ $3x\cdot 2x\cdot$

$5x-1>0$ $x>-4$

$x>0{,}2$ $x\neq-2$

$x\neq0{,}4$

$$\begin{cases} x>0{,}2 \\ x\neq 0{,}4 \end{cases}$$

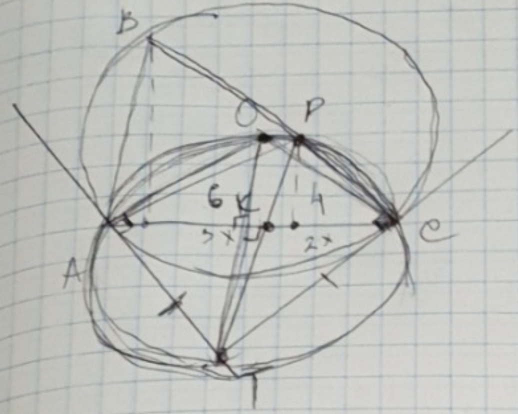
~~$2\log_b c \geq \log_c a$~~

Если $1=2$:

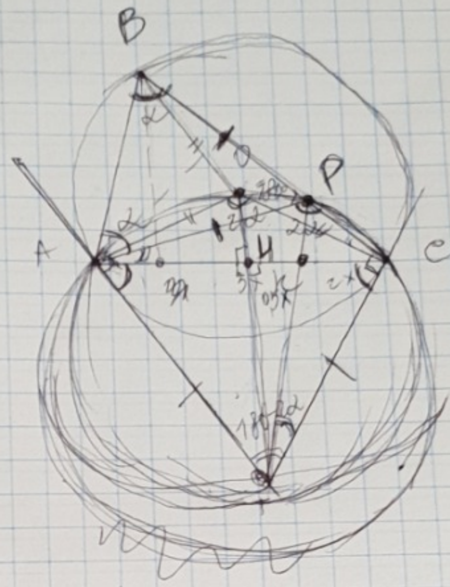
$$\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)=\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2$$

$$\left(\sqrt{5x-1}\right)^{4x+1}=(4x+1)^{\left(\frac{x}{2}+2\right)^2}$$

21101741 (U205215 M1301112)



$S_{APK} = 6; S_{CPK} = 4$



$AC = 5x$

$KC = 2x$

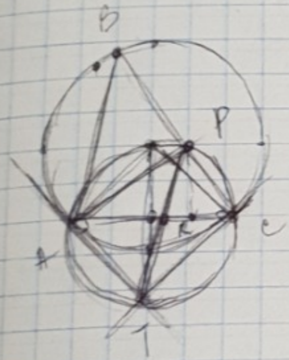
$AK = 3x$

$h \cdot 3x = 6$

$h \cdot 2x = 4$

$hx = 2$

$h = \frac{2}{x}$



$\alpha + 90 - 2\alpha$

$90 - \alpha$

$OT = R$

$3x \cdot 2x =$
$PK \cdot KT$

$2{,}5x \cdot 2{,}5x =$
$= 6{,}25x^2 =$
$= OL \cdot LT$

$6x^2 = PK \cdot KT$

$tg\ ABC = \frac{7}{5} = 1{,}2$

$2x \cdot h \quad 3x \cdot h \quad 5x$

$\cancel{180°} - \alpha - \cancel{180°} + 2\alpha = \alpha$

$\frac{h_1 \cdot AC}{2} = 10.$

$h_1 AC = 20.$

$h_2 AC = 50.$

$\frac{h_1}{h_2} = \frac{2}{5}.$

$180° - \alpha - 180° + 2\alpha =$
$= \alpha.$