Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21101737**

ID профиля: **863621**

Вариант 17

Чистовак

Вариант-17

Задача 2.

$AB=2$

1) $CD \parallel$ оси цилиндра, а также B и A находятся от C и D равно удалённо. Соответственно $AB \parallel$ основанию цилиндра.

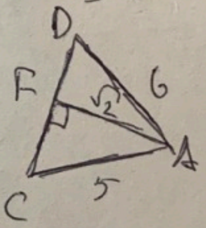
2) Значит $AF=BF$ – высоты (так как $\triangle DAC=\triangle DBC$).

3) ABF – сечение параллельное основанию, BA – хорда, длины которой не больше диаметра окружности. Следовательно $R \geq 1$.

4) $R=1 \Rightarrow BF=AF=\sqrt{2}$.

$DF=\sqrt{36-2}=\sqrt{34}$

$FC=\sqrt{25-2}=\sqrt{23}$



5) Также, когда F не на стороне DC

Ответ: $DC=\sqrt{34}\pm\sqrt{23}$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21101737**

ID профиля: **863621**

Вариант 17

Чистовик

Вариант-17

(1)

Задача.

Так как НОК – это произведение двух и трёх, значит каждое из чисел можно представить так:

$$a = 2^{a_a} 3^{\beta_a}$$
$$b = 2^{a_b} 3^{\beta_b}$$
$$c = 2^{a_c} 3^{\beta_c}$$

Так как их НОД $= 6$, значит каждая из степеней не меньше 1.

Выразим НОК:

$$НОК(a,b,c) = 2^{\max(a_a, a_b, a_c)} 3^{\max(\beta_a, \beta_b, \beta_c)}$$

Посчитаем количество вариантов. Так как их НОД $=6$, то хотя бы в одном числе тройка только одна и хотя бы в одном числе двойка только одна. Следовательно, в каждой тройке a, b, c в разложении одного из чисел точно есть степень прост множителя равная степени числа их НОК и точно есть хотя бы одно число, где степень простого множителя $=1$

Выберем число с максимальной степенью 2. Это можно сделать тремя способами. Затем 2 варианта числа со степенью 2 равной 1 и оставшееся число может иметь степень 2 от 2 до 14.

Способов выбрать степени для двойки – $6 \cdot 13$, теперь пусть 2 варианта совпадают $\Rightarrow$ есть 3 варианта для выбора двух максимальных и 3 варианта для выбора двух минимальных, значит всего вариантов выбрать степень 2: $6 \cdot 14$

Также вариантов для 3 – $6 \cdot 15$

Ответ: $6 \cdot 15 \cdot 6 \cdot 14 = 7560$

21101737 (U863621 M1303843)

Чистовик

Задача 5.

$\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)$ $\log_{4x+1}(\frac{x}{2}+2)^2$ $\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)$

$4x-1>0 \Rightarrow x>\frac{1}{4}$

$\frac{x}{2}+2>0 \Rightarrow x>-4 \Rightarrow x>\frac{1}{4}$

$5x-1=0 \Rightarrow x>\frac{1}{5}$

Образуем исходное выражение

$\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)=2\log_{5x-1}(4x+1)$

$\log_{4x+1}(\frac{x}{2}+2)^2=2\log_{4x+1}(\frac{x}{2}+2)$

Перемножим ~~Перемножим~~ все логарифмы

$2\log_{5x-1}(4x+1)\cdot 2\log_{4x+1}(\frac{x}{2}+2)\cdot\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)=A$

Основание одного логарифма является аргументом другого, если $5x-1\neq 1$, $4x+1\neq 1$, $\frac{x}{2}+2\neq 1$, что верное условие.

$A=4$ (все сократится так как приводим к натуральному логарифму). ?

Тогда если 2 логарифма равны, то пусть они равны a:

$a^2(a-1)=4$

$\Updownarrow$

$a^3-a^2-4=0$

$\Updownarrow$

$(a-2)(a^2+a+2)=0$

$\Updownarrow$ $D=1-4<0$

$a=2$

Тогда $2\log_{5x-1}(4x-1)=\left[\begin{array}{l}2\\1\end{array}\right.$

1) $\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)=1$

$x+2=10x-2$

$9x=4$

$x=\frac{4}{9}$

2) $\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)=2$

$4(5x-1)=(x+4)^2$

$\Downarrow$

$20x-4=x^2+8x+16$

$\Downarrow$

$x^2-12x+20=0$

$\Downarrow$

$(x-10)(x-2)=0$

$\Downarrow$

$\left[\begin{array}{l}x=2\\x=10\end{array}\right.$

1) $2\log_{5x-1}(4x+1)=2\log_{\frac{11}{9}}\left(\frac{25}{9}\right)\Rightarrow x=\frac{4}{9}$ не подходит

2) $2\log_{5x-1}(4x+1)=2\log_{49}(41)\Rightarrow x=10$ не подходит

3) $2\log_{5x-1}(4x+1)=2\log_{9}(9)=2$

$2\log_{4x+1}(\frac{x}{2}+2)=2\log_9 3=1$

Ответ: $x=2$

21101737 (U863621 M1303843)