Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21101503**

ID профиля: **172329**

Вариант 17

Чистовик. (Вар. 17)

№1.

1) $S = a_1 + a_1+d + a_1+2d + \ldots + a_1+9d = 10a_1 + 45d$

$a_6 = a_1 + 5d$

$a_7 = a_1 + 6d$ $\quad$ a_1 – первый член

$a_{11} = a_1 + 10d$ $\quad$ d – разность прогрессии.

$a_{12} = a_1 + 11d$

По условию:

$$\begin{cases} (a_1+5d)(a_1+11d) > 10a_1 + 45d + 1 \\ (a_1+6d)(a_1+10d) < 10a_1 + 45d + 17 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 16a_1d + 55d^2 - 10a_1 - 45d - 1 > 0 \\ a_1^2 + 16a_1d + 60d^2 - 10a_1 - 45d - 17 < 0 \end{cases} \quad 1$$

2) Т.к. все члены прогр. – целые числа $\Rightarrow$ $\left.\begin{matrix} a_1 \text{ – целое} \\ a_2 \text{ – целое} \\ a_3 \text{ – целое} \\ \ldots \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} a_1 \in \mathbb{Z} \\ a_1+d \in \mathbb{Z} \\ a_1+2d \in \mathbb{Z} \\ \ldots \end{matrix}\right\} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{matrix} a_1 \in \mathbb{Z} \\ d \in \mathbb{Z}. \end{matrix}$

3) Т.к. прогрессия возрастающая $\Rightarrow d > 0$

4) Вернемся к решению системы 1:

Пусть $a_1^2 + 16a_1d + 55d^2 - 10a_1 - 45d - 1 = t \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} t > 0 \\ t + 5d^2 - 16 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t > 0 \\ 16 - 5d^2 > t \end{cases} \Rightarrow$$

При всех d, которые нам подойдут в качестве решений, будет верно:

$16 - 5d^2 > 0$

$d^2 < \frac{16}{5}$

$d^2 < 3{,}2$

$\Downarrow$

$d \in (-\sqrt{3{,}2}; \sqrt{3{,}2}) \Rightarrow$

1

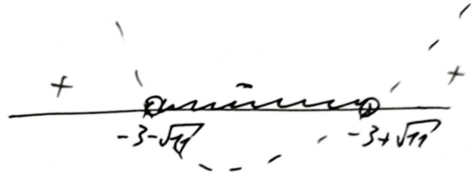
$\Rightarrow$ Т.к. $d \in \mathbb{Z}$: $d \in \{-1; 0; 1\}$ $\Rightarrow$ Т.к. $d > 0$: $\boxed{d = 1}$

5) Подставим d в (1):

$$\begin{cases} a_1^2 + 16a_1 + 55 - 10a_1 - 45 - 1 > 0 \\ a_1^2 + 16a_1 + 60 - 10a_1 - 45 - 17 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2 + 6a_1 + 9 > 0 \\ a_1^2 + 6a_1 - 2 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a_1+3)^2 > 0 \\ (a_1 - (-3-\sqrt{11}))(a_1 - (-3+\sqrt{11})) < 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1 \neq -3 \\ a_1 \in (-3-\sqrt{11}; -3+\sqrt{11}) \end{cases}$$

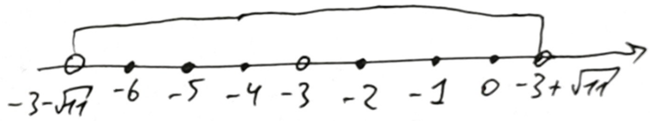


$\Downarrow$

$a_1 \in (-3-\sqrt{11}; -3+\sqrt{11})$

$\Downarrow$ Т.к. $a \in \mathbb{Z}$:

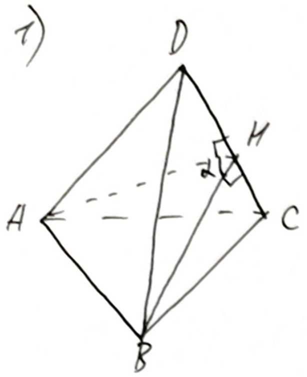
$a \in \{-6; -5; -4; -2; -1; 0\}$



Ответ: $a \in \{-6; -5; -4; -2; -1; 0\}$

Чистовик. (Вар. 17)

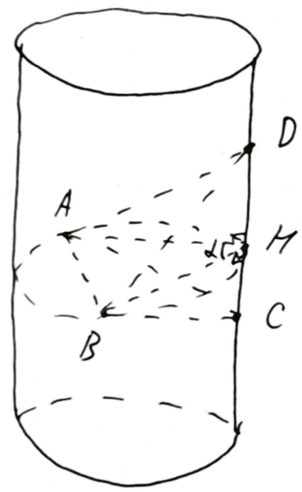
№2

1) 

$AB=2$
$AC=BC=5$
$AD=BD=6$

2) Т.к. $CD \parallel$ ~~бок~~ оси цилиндра, C и D лежат на бок. пов. цилиндра =>

=> CD лежит на образующей цилиндра!



3) Чтобы найти зависимость радиуса цилиндра от каких-либо параметров ~~таких~~ тетраэдра, построим сечение, проходящее через AB и $\perp CD$. => Опустим BH и AH – высоты в $\triangle ACD$ и $\triangle BCD$ =>

(высоты сойдутся в одной точке, т.к. $\triangle ACD = \triangle BCD$ по 3-м сторонам)

=> $(ABH) \perp CD$

4) ~~Пусть~~ Т.к. $\triangle ACD = \triangle BCD$ => $AH=BH$ => Пусть $AH=BH=x$

5) Построим окружность, описанную около $\triangle ABH$ => Радиус этой окр. равен радиусу цилиндра (т.к. плоскость $\perp$ образующей цилиндра)

6) ~~Т.к.~~ Теорема синусов для $\triangle ABH$:

$2R = \frac{AB}{\sin\alpha}$ => Т.к. $R \to min$ => ~~$\sin\alpha \to max$~~

$\frac{AB}{\sin\alpha} \to min$ => $\sin\alpha \to max$ => $\sin\alpha = 1$ => $\alpha = 90°$

Чистовик (Вар. 17)

№2 (продолжение)

7) Теорема Пифагора для $\triangle ABH$:

$x^2+x^2=4$

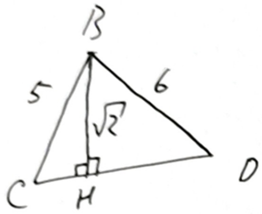
$x^2=2$

$x=\sqrt{2}$

$\Downarrow$

$AH=BH=\sqrt{2}$

8) Рассмотрим $\triangle BCD$ (в $\triangle ACD$ аналогично, т.к. они равны):



Th Пифагора для $\triangle BCH$:

$CH=\sqrt{25-2}=\sqrt{23}$

Th Пифагора для $\triangle BDH$:

$DH=\sqrt{36-2}=\sqrt{34}$

$\Rightarrow CD=CH+DH=\sqrt{23}+\sqrt{34}$

Ответ: $CD=\sqrt{23}+\sqrt{34}$

Чистовик (Вар. 17)

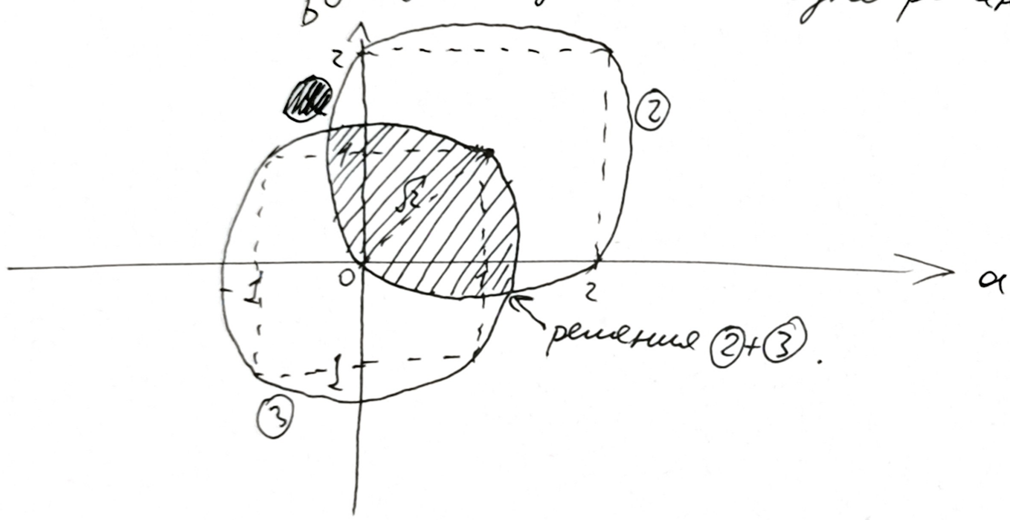
№3

1) $\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 2\\ a^2+b^2\le \min(2a+2b;\,2)\end{cases}$

$\Updownarrow$

$\begin{cases}(a-x)^2+(b-y)^2\le 2\\ \left[\begin{array}{l}\begin{cases}a^2+b^2\le 2a+2b\\ a+b\le 1\end{cases}\\ \begin{cases}a^2+b^2\le 2\\ a+b>1\end{cases}\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(a-x)^2+(b-y)^2\le 2\\ a^2+b^2\le 2a+2b\\ a^2+b^2\le 2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(a-x)^2+(b-y)^2\le 2 & (1)\\ (a-1)^2+(b-1)^2\le 2 & (2)\\ a^2+b^2\le 2 & (3)\end{cases}$

2) ~~Найдём~~ Чтобы найти площадь фигуры M, нам необходимо найти, при каких x и y существует хотя бы одно решение (a; b)

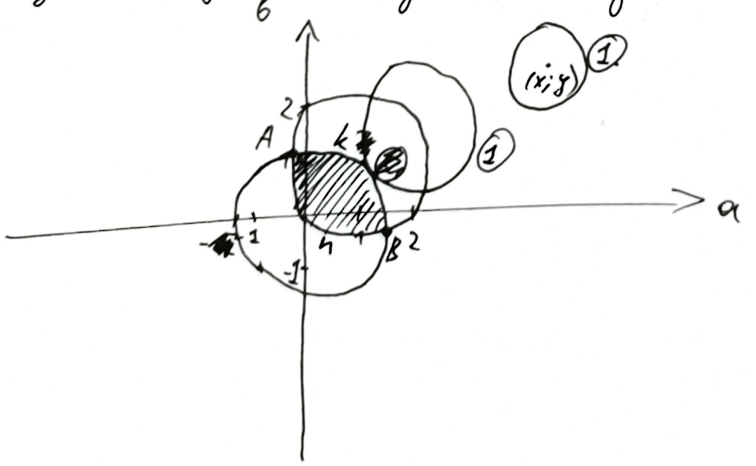
3)


(1) – ~~окр.~~ круг с центром (x; y) и радиусом $\sqrt{2}$

(2) – круг с центром (1; 1) и радиусом $\sqrt{2}$

(3) – круг с центром (0; 0) и радиусом $\sqrt{2}$

4) Найдём, когда есть одно реш. у системы: (1) касается ((2) ∩ (3)):



~~Окр. (1) может касаться~~ ~~область~~

Окр. (1) может касаться область реш. в нескольких случаях:

1) ~~Круг~~ Касается на участке k:

~~(A)~~ $(x-0)^2+(y-0)^2=(2\sqrt{2})^2$ – расст. между точками (x; y) и (0; 0)

$x^2+y^2=8 \Rightarrow$ Если $x^2+y^2\le 8 \Rightarrow$ Есть решения, т.к. круг (1) будет стремиться к кругу (3)

(5)

Чистовик (Вар. 17)
№3 (продолжение)

~~1.г) Найдём точки касания:~~

$$\cancel{\begin{cases}(a-x)^2+(b-y)^2=2\\ a^2+b^2=2\end{cases}}$$

г) Касается на участке и:

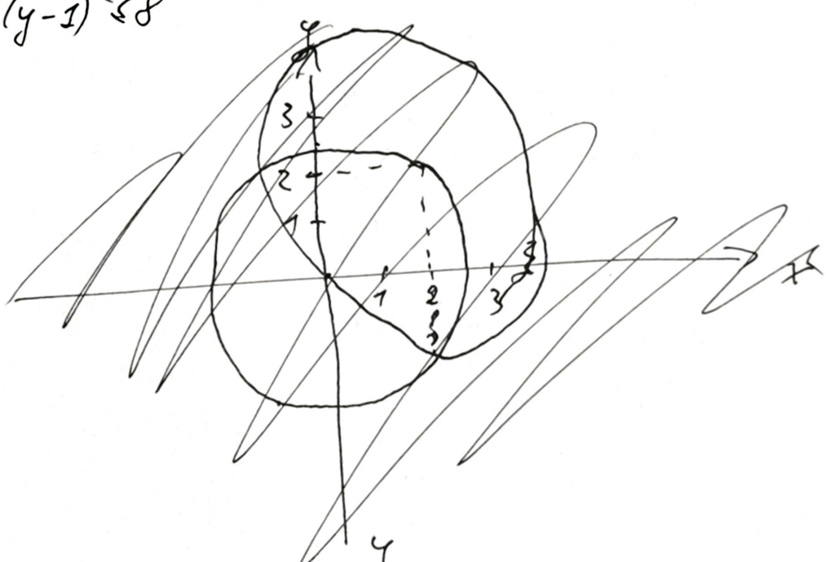
$(x-1)^2+(y-1)^2=(2\sqrt{2})^2$

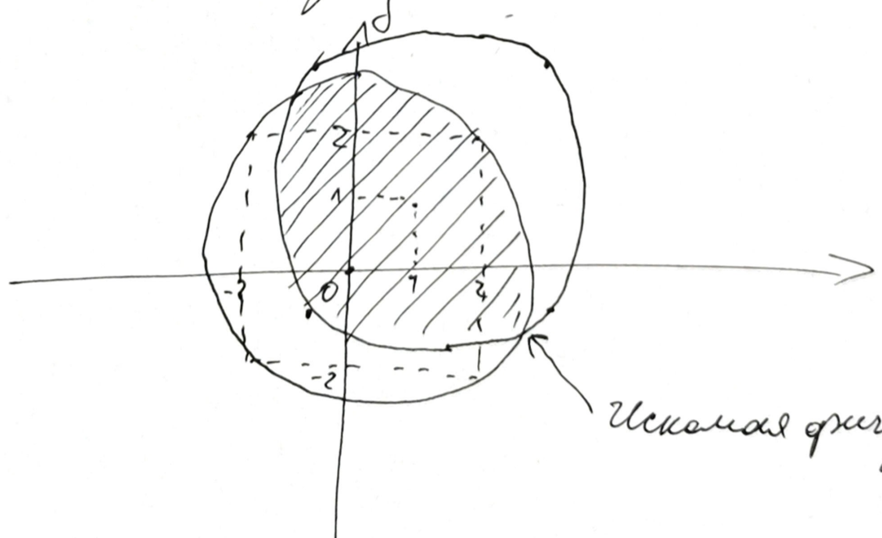
$(x-1)^2+(y-1)^2=8 \Rightarrow$ При $(x-1)^2+(y-1)^2<8$ – есть решения, т.к. круг 1 будет стремится к кругу 2

5) Из п.4 : $\cancel{\begin{cases}x^2+y^2\le 8\\ (x-1)^2+(y-1)^2\le 8\end{cases}}$ ~~$\Rightarrow$ есть хотя бы решения~~

Хотябы одно решения $(a;b)$ существует при выполнении:

$$\begin{cases}x^2+y^2\le 8\\ (x-1)^2+(y-1)^2\le 8\end{cases}$$





Искомая фигура M.

Черновик.

№1.

$a_1, a_2, a_3 \dots$

$a_6 \cdot a_{12} > S+1$

$a_7 \cdot a_{11} < S+17$

$S = a_1 + a_1+d + a_1+2d + a_1+3d = 10a_1 + d+2d+3d+4d+5d+6d+7d+8d+9d =$

$= 10a_1 + 45d$

$a_6 = a_1+5d$

$a_{12} = a_1+11d$

$a_7 = a_1+6d$

$a_{11} = a_1+10d$

$$\begin{cases} (a_1+6d)\cdot(a_1+10d) < 10a_1+45d+17 \\ (a_1+5d)\cdot(a_1+11d) > 10a_1+45d+1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1^2+16a_1d+60d^2-10a_1-45d-17<0 \\ \underbrace{a_1^2+16a_1d+55d^2-10a_1-45d-1}_{t}>0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t>0 \\ t+5d^2-16<0 \end{cases}$$

$0<t<16-5d^2$

$0<16-5d^2$

$d^2<\frac{16}{5}$

$d^2<\sqrt{3,2}$

$d=-1$

$d=0$

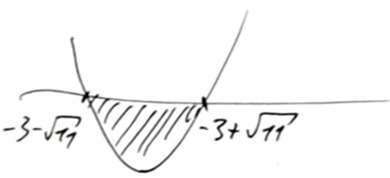
$d=1$

$\cancel{D=36+8=4}$

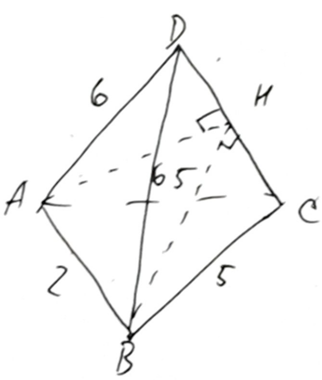
$\frac{D}{4}=9+2=11$

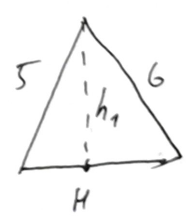
$a_1=-3-\sqrt{11}$

$a_1=-3+\sqrt{11}$

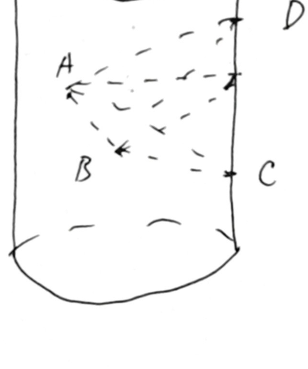


$\sqrt{25-2}+\sqrt{36-2}=$
$=\sqrt{23}+\sqrt{34}.$



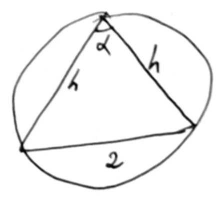


$2=x\sqrt{2}$
$x=\sqrt{2}$



$-3+3$

$-3-3$



$[-6;0]$

$2R=\frac{2}{\sin\alpha}$

$R\to\min \Rightarrow \sin\alpha\to\max$
$\Downarrow$
$\sin\alpha=1 \Rightarrow \alpha=90^\circ$

Черновик.

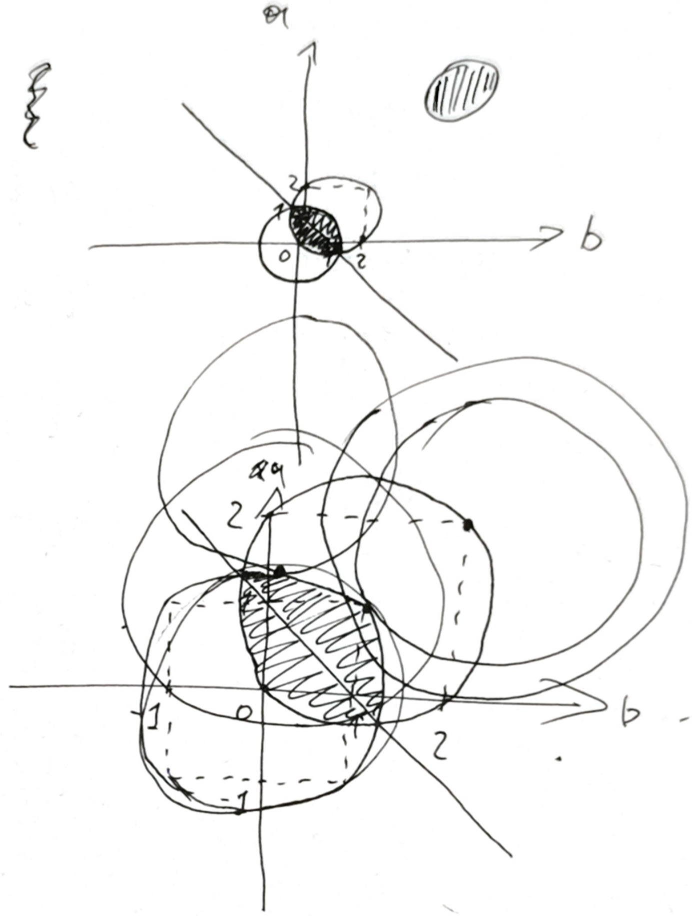
$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 2\\ a^2+b^2\le \min(2a+2b,2)\end{cases}$$

$2a+2b\le 2$

$a+b\le 1$

$(a-1)^2+(b-1)^2\le 2$

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 2\\ \left[\begin{array}{l}\begin{cases}a^2+b^2\le 2a+2b\\ a+b\le 1\end{cases}\\ \begin{cases}a^2+b^2\le 2\\ a+b>1\end{cases}\end{array}\right.\end{cases}$$



$x^2+y^2=8$

~~$x^2-2ax-a^2$~~

$(a-x)^2+(b-y)^2\le 2$

$a^2+b^2=2$

$b=1-a$

$a^2+1-2a+a^2=2$

$2a^2-2a-1=0$

~~$\frac{D}{4}=1+2=3$~~

$\frac{D}{4}=1+2=3$

$a_1=\frac{1-\sqrt{3}}{2} \Rightarrow b_1=\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

$a_2=\frac{1+\sqrt{3}}{2} \Rightarrow b_2=\frac{1-\sqrt{3}}{2}$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21101503**

ID профиля: **172329**

Вариант 17

Чистовик (Вар. 17)

№4

1) $\begin{cases} НОД(a;b;c)=6 \\ НОК(a;b;c)=2^{15}\cdot 3^{16} \end{cases}$

* $\begin{cases} НОД(a;b;c)=2\cdot 3 \\ НОК(a;b;c)=2^{15}\cdot 3^{16} \end{cases}$

2) ~~Пусть $a=2^m$~~ Т.к. $НОК=2^{15}\cdot 3^{16}$ => a, b и c состоят только из простых дел 2 и 3

3) Пусть $a=2^x\cdot 3^y$

$b=2^z\cdot 3^k$ => Систему можно представить в другом виде:

$c=2^m\cdot 3^n$

$\begin{cases} \min(x;z;m)=1 \\ \min(y;k;n)=1 \\ \max(x;z;m)=15 \\ \max(y;k;n)=16 \end{cases}$ => Среди $x;z;m$ одно число − 1
одно число − 15
одно число $\in[1;15]$

Среди $y;k;n$ одно число − 1
одно число − 16
одно число − $[1;16]$

~~4) Найдём количество всех возможных троек x~~

4) Найдём кол-во всех возможных троек $x;z;m$:

~~$15\cdot C$~~ $15\cdot C_3^1\cdot C_2^1=15\cdot 3\cdot 2=90$

5) Найдём кол-во всех возможных троек $y;k;n$:

$16\cdot C_3^1\cdot C_2^1=16\cdot 3\cdot 2=96$

6) Найдём кол-во всех возможных чисел a,b,c:

$90\cdot 96=8640$

7) Но в п. ~~4~~6 мы дважды посчитали некоторые случаи, такие как:

1 $\left[\begin{array}{l} a=b \\ b=c \\ a=c \end{array}\right.$ => ~~$x=z$, $y=k$~~

Чистовик (Вар. 17)

~~продолжения~~

№4 (продолжение)

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=\cancel{y}\ z \\ y=k \end{cases} \\ \begin{cases} x=m \\ y=n \end{cases} \\ \begin{cases} z=m \\ k=n \end{cases} \end{array}\right.$$

$\Rightarrow$ Мы дважды посчитали 12 случаев $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ кол-во троек $(a;b;c)$: $8640-12=8628$

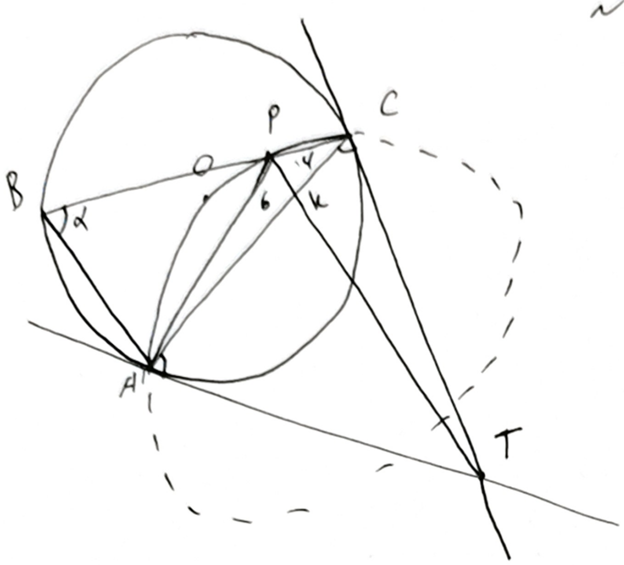
Ответ: 8628

Чистовик (Вар. 17)

№6

$\angle ABC = \operatorname{arcctg} \frac{7}{5}$

$AC - ?$



а) 1) Т.к. CT и AT – касательные
$\angle CBA$ – впис., опир. на AC $\Big\} \Rightarrow \angle CBA = \angle TAC = \angle TCA$

2) Т.к. $\frac{S_{\triangle CPK}}{S_{\triangle APK}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{CK}{AK} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{CK}{AC} = \frac{2}{5}.$

3) Т.к. $\angle CKP = \angle AKT$ (вертикальные)
$\angle BCA = \angle PTA$ $\Big\} \Rightarrow \angle CPK = \angle KAT = \angle CBA$

4) Т.к. $\angle CPK = \angle CBA$
$\angle PCK$ – общ. $\Big\} \Rightarrow \triangle CPK \sim \triangle CBA \Rightarrow \frac{S_{\triangle CBA}}{S_{\triangle CPK}} = \left(\frac{AC}{CK}\right)^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \left(\frac{5}{2}\right)^2 \cdot S_{\triangle CPK} = \left(\frac{5}{2}\right)^2 \cdot 4 = 25$

б) 5) Т.к. $\operatorname{tg}\alpha = \frac{7}{5} \Rightarrow \operatorname{ctg}\alpha = \frac{5}{7}$

6) $\operatorname{ctg}^2\alpha = \frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha} = \frac{1-\sin^2\alpha}{\sin^2\alpha}$

$\operatorname{ctg}^2\alpha + 1 = \frac{1}{\sin^2\alpha}$

$\frac{1}{\sin^2\alpha} = \frac{74}{49}$

$\sin\alpha = \frac{7}{\sqrt{74}}$

Черновик

№4

$$\begin{cases} НОД(a; b; c) = 6 \\ НОК(a; b; c) = 2^{15} \cdot 3^{16}. \end{cases}$$

$a = 2^x \cdot 3^y$

$b = 2^z \cdot 3^k$

$\cancel{c = 2^{15-x-z} \cdot 3^{16-y-k}}$

$c = 2^m \cdot 3^n$

$$\begin{cases} \min(x; z; m) = 1 \\ \min(y; k; n) = 1 \\ \max(y; k; n) = 16 \\ \max(x; z; m) = 15. \end{cases}$$

15. 14 13 12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2

$x = 1$, $z = 1$, $m = 15$

y, $k = 1$, $n = 16$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16.

$x - [1; 15]$ 15

$z = 1$ 2

$m = 15$ 2

$y - (1; 16]$ 16

$k = 1$ 2

$k = 16$ 2

$\cancel{C_6^2 = \frac{6!}{2! \cdot 4!} = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15}$

$\underbrace{15 \cdot 2}_{=30} \cdot 2 \cdot \underbrace{16 \cdot 2}_{=30} \cdot 2 \cdot 9 =$

$\cancel{= 1800 \cdot 4 \cdot 9 = 8100 \cdot 4 =}$

$\cancel{= 32400 - 12 =}$

C_3^1

$$\begin{array}{r} 32400 \\ - \quad 12 \\ \hline \boxed{32388} \end{array}$$

ОДЗ:

$x > -\frac{1}{4}$

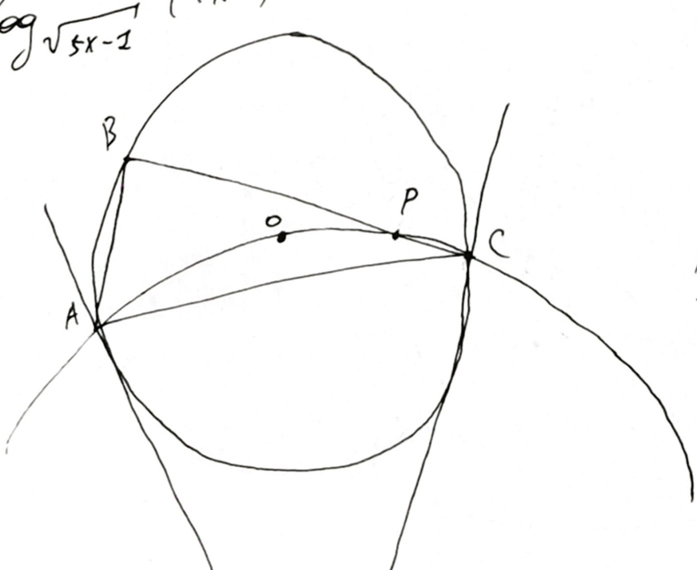
$\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)$

$15 \cdot C_3^1 \cdot C_2^1 \cdot 16 \cdot C_3^1 \cdot C_2^1$

$15 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 16 \cdot 3 \cdot 2$

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times \; 3 \\ \hline 96 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 96 \\ \times \; 90 \\ \hline 8640 \end{array}$$



Черновик. ОДЗ:

$x > -\frac{1}{4} \quad x \neq 0$

$x > -4 \quad x \neq -2$

$x > \frac{1}{5} \quad x \neq \frac{2}{5}$

$\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1) = \log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2 \qquad x \in \left(\frac{1}{5}; \frac{2}{5}\right) \cup \left(\frac{2}{5}; +\infty\right)$

$\log_{5x-1}(4x+1) = \log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right) \qquad \frac{7}{35} \quad \frac{10}{35}$

$\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right) - \frac{1}{\log_{4x+1}(5x-1)} = 0$

$$\frac{\lg\left(\frac{x}{2}+2\right)}{\lg(4x+1)} - \frac{\lg(4x+1)}{\lg(5x-1)} = 0$$

$\log_{5x-1}(4x+1) = \log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)$

$\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right) \cdot \log_{4x+1}(5x-1) = 1.$

$\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1) = \log_{5x-1}\left(\frac{4x+1}{5x-1}\right)$

$5x-1 = 4x+1$

$x = 2$

$\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1) = \log_{4x+1}\left(\frac{\frac{x}{2}+2}{4x+1}\right)$

~~$\frac{x}{2}+2 = 4x+1$~~

~~$x+4 = 8x+2$~~

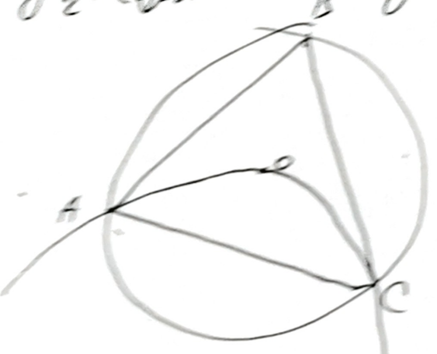
~~$2 = 7x$~~

~~$\frac{2}{7} = x$~~

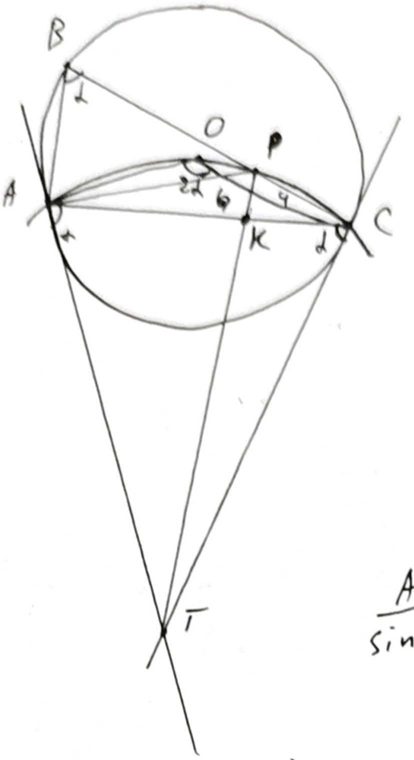
~~$(>1)\cdot(<1) \quad (<1)\cdot(<1)$~~

~~$\frac{2}{7} \quad 2$~~

$$\begin{cases} \log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1) = \log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1) - 1 \\ \log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1) = \log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2 - 1. \end{cases}$$



Черновик



$S_{APK} = 6$

$S_{CPK} = 4$

$S_{APC} = 10$

$\frac{CK}{AC} = \frac{4}{10}$

$\frac{CK}{AK} = \frac{4}{6}$

$S_{ABC} - ?$

$\frac{AC}{\sin 2\alpha} =$

$\lg^2(4x+1) = \lg(5x-1)\cdot\left(\frac{x}{2}+2\right)$

$\frac{2\lg(4x+1)}{\lg(5x-1)} = \frac{\lg(5x-1)}{\lg\left(\frac{x}{2}+2\right)}$

$\cancel{\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2}$

$\frac{\lg\left(\frac{x}{2}+2\right)^2}{\lg(4x+1)} = \frac{\lg(5x-1)}{\lg\left(\frac{x}{2}+2\right)}$

$\cancel{\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)}$ $\cancel{\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2 = \log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)}$

$\cancel{2\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right) = \log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)}$

$\cancel{2\log_{4x+1}(5x-1) = \log^2_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)}$

$2\lg^2\left(\frac{x}{2}+2\right) = \lg(5x-1)\cdot\lg(4x+1)$

$\cancel{\frac{2\ln^2\left(\frac{x}{2}+2\right)}{\ln^2 10}}$

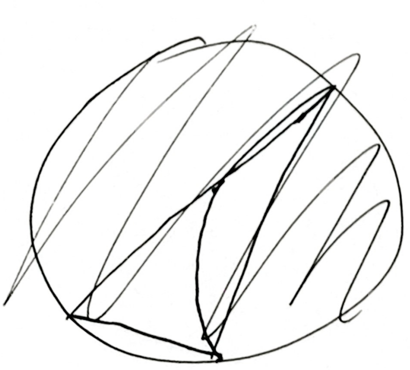
$\cancel{2\log_{5x-1}(4x+1) = 2\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right) = \log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)\left(\frac{x}{2}+2\right)}$

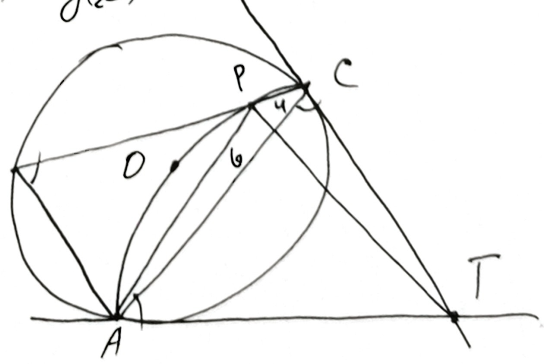
$2\lg^2\left(\frac{x}{2}+2\right) = \lg(5x-1)\cdot\lg(4x+1)$

$\cancel{\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)+1 = \log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)\left(\frac{x}{2}+2\right)}$ $\cancel{\frac{1}{\log_{5x-1}\left(\frac{x}{2}+2\right)}+1}$

$\cancel{2\log_{5x-1}(4x+1)\left(\frac{x}{2}+2\right) = \frac{2}{\log_{\left(\frac{x}{2}+2\right)}(4x+1)\,\log_{\left(\frac{x}{2}+2\right)}(5x-1)}}$

$\frac{10}{25} = \frac{2}{5}$





$$\left[\begin{array}{l} 2\lg(4x+1)\cdot\lg\left(\frac{x}{2}+2\right) = \lg^2(5x-1) \\ \lg^2(4x+1) = \lg(5x-1)\cdot\lg\left(\frac{x}{2}+2\right) \\ 2\lg^2\left(\frac{x}{2}+2\right) = \lg(5x-1)\cdot\lg(4x+1) \end{array}\right.$$

Черновик.

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\operatorname{tg}^2\alpha = \frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \cancel{\frac{1-\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha}}$$

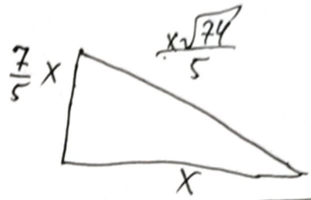
$$\cancel{\operatorname{tg}^2\alpha+1} \quad \frac{1}{\operatorname{tg}^2\alpha} = \frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha},$$

$$\frac{1}{\operatorname{tg}^2\alpha} + 1 = \frac{1}{\sin^2\alpha}$$

$$\frac{1}{\sin^2\alpha} = \frac{25}{49} + 1 = \frac{74}{49}$$

$$\sin^2\alpha = \frac{49}{74}$$

$$\sin\alpha = \frac{7}{\sqrt{74}}.$$



$$\sqrt{x^2 + \frac{49}{25}x^2} = x\sqrt{\frac{74}{25}}$$