Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21101268**

ID профиля: **336450**

Вариант 17

Чистовик (1)

№1.

$$S = a_1 + a_2 + \ldots + a_{10} = \frac{2a_1 + 9d}{2} \cdot 10 = 10a_1 + 45d$$

$$a_6 a_{12} = (a_1 + 5d)(a_1 + 11d) = a_1^2 + 16a_1d + 55d^2$$

По условию:

$$a_1^2 + 16a_1d + 55d^2 > 10a_1 + 45d + 1$$

$$a_7 a_{11} = (a_1 + 6d)(a_1 + 10d) = a_1^2 + 16a_1d + 60d^2$$

По условию:

$$a_1^2 + 16a_1d + 60d^2 < 10a_1 + 45d + 17$$

Получаем систему:

$$\begin{cases} a_1^2 + 16a_1d + 55d^2 > 10a_1 + 45d + 1 \\ a_1^2 + 16a_1d + 60d^2 < 10a_1 + 45d + 17 \quad (\cdot(-1)) \end{cases}$$

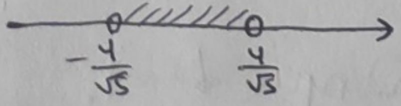
$$\begin{cases} a_1^2 + 16a_1d + 55d^2 > 10a_1 + 45d + 1 \\ -a_1^2 - 16a_1d - 60d^2 > -10a_1 - 45d - 17 \end{cases}$$

Сложим:

$$0 + 0 - 5d^2 > 0 + 0 - 16$$

$$-5d^2 > -16$$

$$d^2 < \frac{16}{5}$$



Целые d, входящие в $\left(-\frac{4}{\sqrt5}; \frac{4}{\sqrt5}\right)$ — $d=0$, $d=\pm1$, но $d \neq 0$, т.к. АП возрастающая.

1) $d = 1$, подставим в неравенства системы:

$$\begin{cases} a_1^2 + 16a_1 + 55 > 10a_1 + 46 \\ a_1^2 + 16a_1 + 60 < 10a_1 + 62 \end{cases}$$

21101268 (U3a64506M1302362)

$$\begin{cases} a_1^2+6a_1+9>0 \\ a_1^2+6a_1-2<0 \end{cases}$$

Чистовик (2)

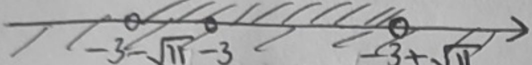
$$\begin{cases} (a_1+3)^2>0 \\ a_1+6a_1-2<0 \end{cases}$$ $\Rightarrow a_1 \neq -3$, остальные a_1 подходят

$a_1+6a_1-2=0$

$D_1=9+2=11$

$a_1=\underline{-3-\sqrt{11}}$ $\quad a_1=-3+\sqrt{11}$ $\quad -7<-3-\sqrt{11}<-6$

~~Наибольшее~~ $1>-3+\sqrt{11}>0$



Здесь целые a_1 – это:

$a_1=-6$, $a_1=-5$, $a_1=-4$, $\cancel{a_1=-3}$, $a_1=-2$, $a_1=-1$, $a_1=0$

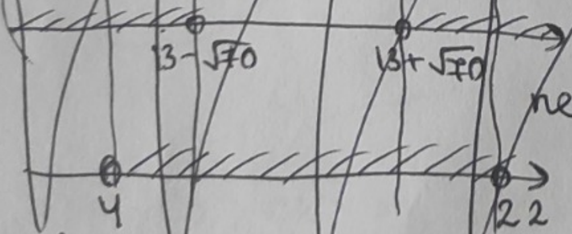
2) $d=-1$ не подходит по условию, т.к. АП возрастает.

$$\begin{cases} a_1^2-16a_1+55>10a_1-45+1 \\ a_1^2-16a_1+60<10a_1-45+17 \end{cases}$$

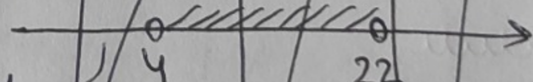
$$\begin{cases} a_1^2-26a_1+99>0 \\ a_1^2-26a_1+88<0 \end{cases}$$

1) $a_1^2-26a_1+99>0$ $\qquad$ 2) $a_1^2-26a_1+88<0$

$D_1=169-99=70$ $\qquad$ $D_1=169-88=81$



пересечем



~~$13-\sqrt{70}<5$~~ $\qquad$ ~~$13+\sqrt{70}<22$~~

~~$\sqrt{70}>8$~~ $\qquad$ ~~$13+\sqrt{70}>21$~~

~~$70>64$~~ $\qquad$ ~~$\sqrt{70}>8$~~

~~$70>64$~~

~~значит, здесь таких целых a_1 нет при $d=-1$.~~

Ответ: $a_1=\{-6;-5;-4;-2;-1;0\}$

21101268 (U336450 M1302362)

Чистовик 3

№3.

$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 2 \\ a^2+b^2 \le \min(2a+2b,\ 2) \end{cases}$$

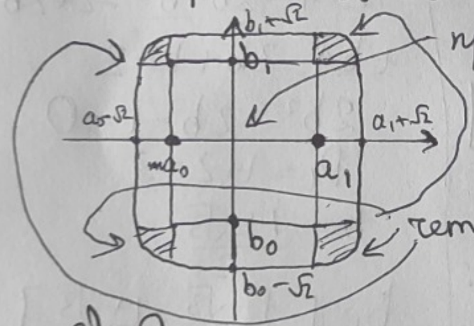
1) $(x-a)^2+(y-b)^2 \le 2$ – круг с центром $(a;b)$ и радиусом $\sqrt{2}$.

Заметим, что пара $(0;0)$ – a и b, подходит

$0+0 \le \min(0;2)$

$0 \le 0$

2) Заметим, что на плоскости Oxy данная система задаст следующую фигуру M с параметрами $a_0 \le a \le a_1$ и $b_0 \le b \le b_1$:



3) Разберем случаи во 2 неравенстве системы:

1) $2a+2b=2$

$a+b=1 \quad a=1-b$

$a^2+b^2 \le 2$

$1-2b+2b^2 \le 2$

$2b^2-2b-1 \le 0$

$D_1 = 1+2=3$

$\xrightarrow{\quad \frac{1-\sqrt{3}}{2} \qquad \frac{1+\sqrt{3}}{2} \quad} b$ тогда $a \in \left[1-\frac{1-\sqrt{3}}{2};\ 1-\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right]$

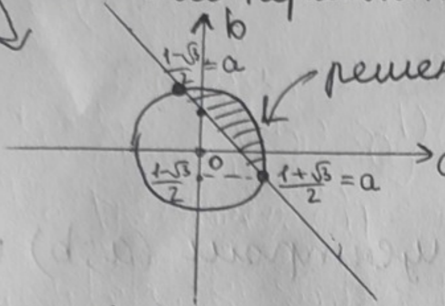
21101268 (U336450 M1302362)

2) $2a+2b\geq 2$ | Чистовик (4)

$a+b\geq 1$

$a^2+b^2\leq 2$

Решение неравенства в Oab



$\begin{cases} a+b=1 \\ a^2+b^2=2 \end{cases}$ ~~две пересечения, необходимо D>0~~

$a=1-b$

$1-2b+2b^2=2$

$2b^2-2b-1=0$

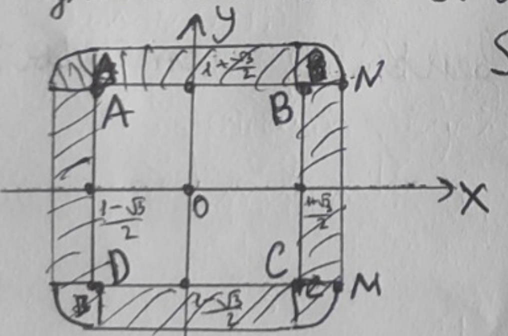
$D_1=1+2=3$

$b=\frac{1\pm\sqrt3}{2}$ $\qquad a=1-\frac{1+\sqrt3}{2}=\frac{1-\sqrt3}{2}$

$a=1-\frac{1-\sqrt3}{2}=\frac{1+\sqrt3}{2}$

$a\in\left[\frac{1-\sqrt3}{2};\frac{1+\sqrt3}{2}\right]$, $b\in\left[\frac{1-\sqrt3}{2};\frac{1+\sqrt3}{2}\right]$.

В итоге получаем необходимые значения a и b. Ищем площадь M:



$S_{ABCD}=AD\cdot CD=$

$=\left(\frac{1+\sqrt3}{2}-\frac{1-\sqrt3}{2}\right)\cdot$

$\cdot\left(\frac{1+\sqrt3}{2}-\frac{1-\sqrt3}{2}\right)=$

$\cancel{=\left(\frac{1-3}{2}\right)\left(\frac{1-3}{2}\right)=}$

$\cancel{=1}=\sqrt3\cdot\sqrt3=3$

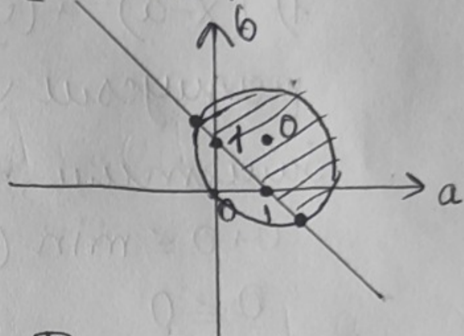
3) $2a+2b\leq 2$

$a+b\leq 1$

$a^2+b^2\leq 2(a+b)$

$a^2-2a+1+b^2-2b+1\leq 2$

$\begin{cases} (a-1)^2+(b-1)^2\leq 2 \\ a+b\leq 1 \end{cases}$



Пересечения:

$a^2-2a+1+b^2-2b+1\leq 2$

$a+b=1 \qquad 1-b=a$

$\cancel{1-2b+b^2-2+2b+1}+$

$+b^2-2b+1=2$

$2b^2-2b-1=0$

$D_1=1+2=3$

$b=\frac{1\pm\sqrt3}{2}$

$b\in\left[\frac{1-\sqrt3}{2};\frac{1+\sqrt3}{2}\right]$

$a=1-\frac{1-\sqrt3}{2}=\frac{1+\sqrt3}{2}$

$a=1-\frac{1+\sqrt3}{2}=\frac{1-\sqrt3}{2}$

$a\in\left[\frac{1-\sqrt3}{2};\frac{1+\sqrt3}{2}\right]$

Найдем S заштрихованной плоскости:

$S_{штр}=4S_{BNMC}+4S_{\text{четвертей круга}}=4\left(\sqrt2\cdot\left(\frac{1+\sqrt3}{2}-\frac{1-\sqrt3}{2}\right)\right)+4\cdot\left(\frac14\cdot\pi\cdot2\right)=$

$=4\sqrt6+2\pi$

$S(M)=S_{штр}+S_{ABCD}=3+4\sqrt6+2\pi$

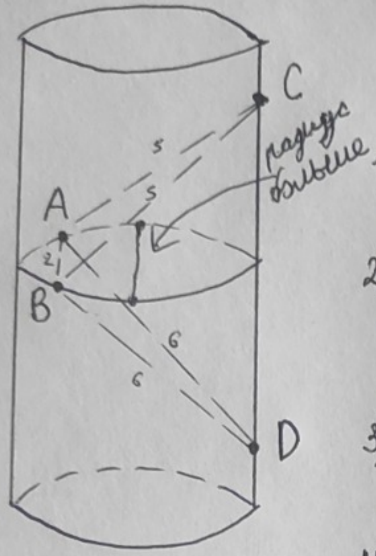
Ответ: $3+4\sqrt6+2\pi$

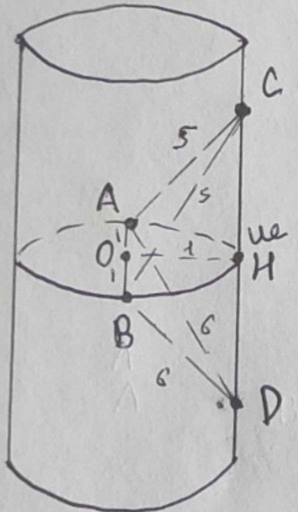
21101268 (U336450 M1302362)

Чистовик (5)

№2.

$AB=2 \quad AC=CB=5 \quad AD=DB=6$





Решение.

1) Заметим, что CD лежит на высоте цилиндра.

2) Радиус цилиндра будет наименьшим из полученных, если AB будет диаметром данного цилиндра.

3) Пусть O – центр окружности ие, AB – ее диаметр, $AB=2$

4) Проведем $OH \perp CD$.

5) В равнобедренных $\triangle CAB$ и $\triangle DAB$ CO и DO – высоты. $OH=1$ как радиус цилиндра.

6) По теореме Пифагора ~~из~~:

из $\triangle COB$:

$$CO=\sqrt{CB^2-OB^2}=\sqrt{25-1}=2\sqrt{6}$$

из $\triangle DOB$:

$$DO=\sqrt{DB^2-OB^2}=\sqrt{36-1}=\sqrt{35}$$

из $\triangle OHD$: (т.к. радиус перпендикулярен высоте цилиндра, то $\triangle OHD$ – прямоуг.)

$$HD=\sqrt{DO^2-OH^2}=\sqrt{35-1}=\sqrt{34}$$

$\cancel{CH=\sqrt{CO^2-OH^2}=\sqrt{24-1}=\sqrt{23}}$

из $\triangle COH$: (по тем же соображениям)

$$CH=\sqrt{CO^2-OH^2}=\sqrt{24-1}=\sqrt{23}$$

7) $CD=CH+HD=\sqrt{34}+\sqrt{23}$

Ответ: $CD=\sqrt{34}+\sqrt{23}$.

8) Объяснение, почему именно так рассматривается положение точек A и B: $CA=CB=5$, $DB=DA=6$, значит, точки A и B симметричны относительно плоскости, проходящей через CD и осевое сечение цилиндра.

21101268 (U336450 M1302362)

$(x-a)^2+(y-b)^2 \le 2$ $(a;b)$ – круг

$a^2+b^2 \le \min(2a+2b, 2)$ ~~$x^2-2ax+a^2+y^2-2yb+b^2 \le 2$~~

~~$a^2+b^2 \le 2$~~

1) ~~$2a+2b=2$~~ ~~$x^2-2ax+y^2-2yb \le 0$~~

~~$a+b=1$~~ ~~$(a^2+b^2+2ab) = 1$~~

~~$2 \le$~~ ~~1) $a^2+b^2 \le$~~

$a^2+b^2 \le a^2+b^2+2ab$

(пара 0;0) подходит

Черновик

$x^2+y^2 \le 2$

$0 \le 2$

1) $2a+2b \le 2$ ~~2) $2a+2b > 2$~~

$\boxed{a+b \le 1}$ $a+b \le 1$

~~$a^2+b^2 \le 2$~~

~~$a^2+2ab+b^2 \le 1$~~

~~$a^2+b^2 \le 2$~~

~~$-2ab \le 1$~~

~~$ab \ge -\frac{1}{2}$~~ ~~$b \le 1-a$~~

~~$b \le -\frac{1}{2a}$~~

~~$a+b \le 1$~~

$a^2+b^2 \le 2(a+b)$

$a^2+b^2 \le 2$

1) $2a+2b \le 2$ $b=1-a$

$\boxed{a+b \le 1}$, но нам надо максимум значений a и b, значит, это при рав

$a^2+b^2 \le 2(a+b)$

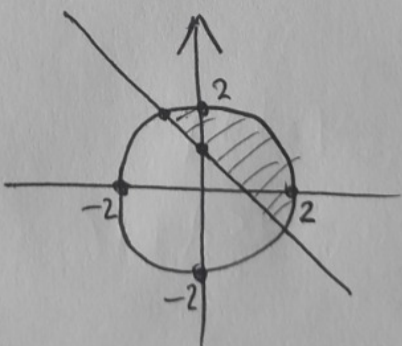
$a^2+1-2a+a^2 < 2a+2-2a$

$2a^2-2a-1<0$

$D_1 = 1+2=3$

$x+y=1$

$y=-x+1$



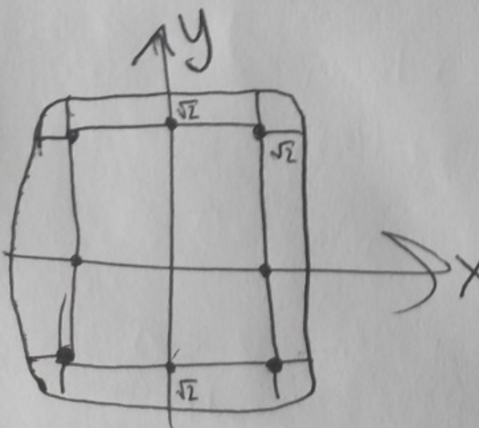
$x^2+y^2 \le 4$

$y=-x+1$

$x^2+x^2-2x+1=4$

$2x^2-2x-3=0$

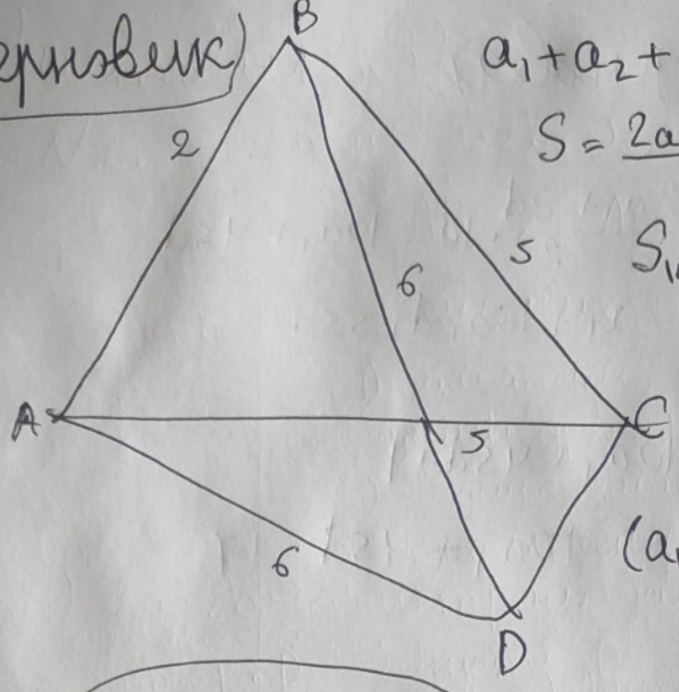
$D_1=7$



$\frac{1-\sqrt{3}}{2}+\frac{1+\sqrt{3}}{2}=1$

21101268 (U336450 M1302362)

Черновик



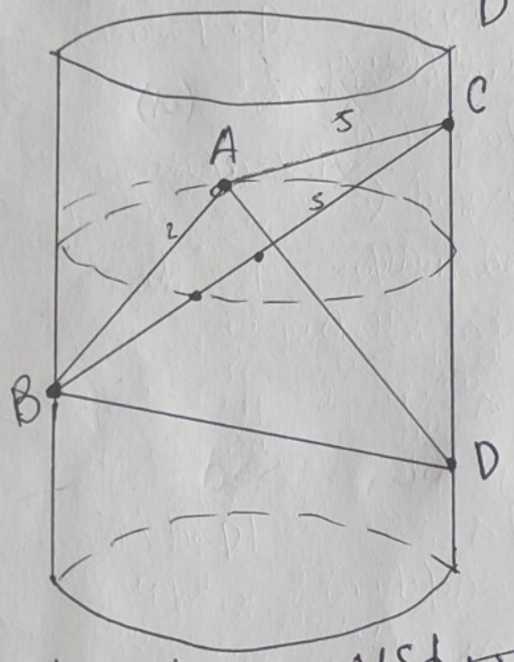
$a_1+a_2+a_3=3a_1+3d$

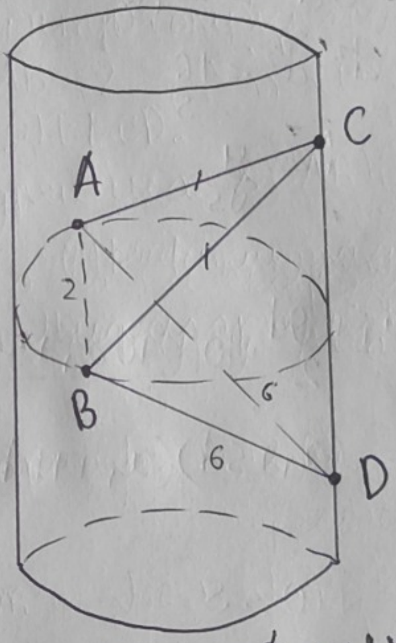
$S=\frac{2a_1+2d}{2}\cdot 3=$

$S_{10}=\frac{2a_1+9d}{2}\cdot 10=\underline{10a_1+45d}$

$a_6 a_{12}=a_1^2+16d+55d^2$

$(a_1+5d)(a_1+11d)$





$(a_1+6d)(a_1+10d)$

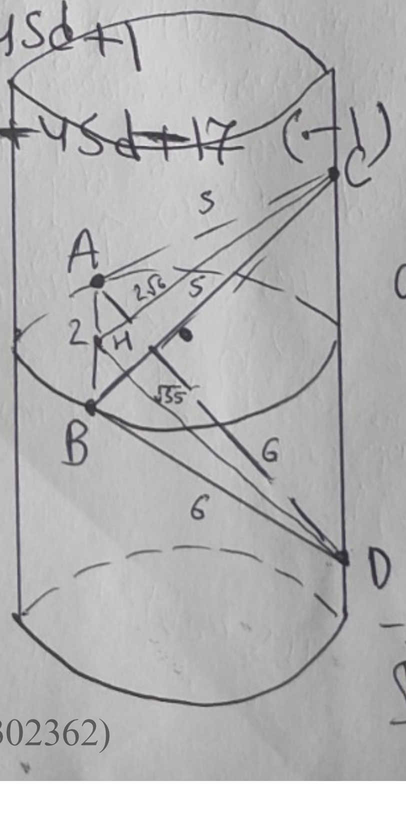
$a_1^2+16\overset{a_1}{d}+55d^2>10a_1+45d+1$

$a_1^2\cancel{+16\overset{a_1}{d}+60d^2}\geq 10a_1\cancel{+45d+17}$ (-1)

$-5d^2>-16$

$d^2<\frac{16}{5}$

$d=1$



$a_1^2+16a_1+55>10a_1+46$

$a_1^2+16a_1+60<10a_1+62$

$a_1^2+6a_1+9>0$ $(a_1+3)^2>0$

$a_1\neq-3$

$a_1^2+6a_1-2<0$

$D_1=9+2=11$

$a_1=\underline{-3-\sqrt{11}}$ $a=-3+\sqrt{11}$

$-3-\sqrt{11}<-6$

$\boxed{\{-6,-5,-4,-3,-2,-1,0\}}$

~~Черновик.~~

№1.

Черновик

$S = a_1 + a_2 + \ldots + a_{10} = \frac{2a_1 + 9d}{2} \cdot 10 = \underline{10a_1 + 45d}$

$a_6 a_{12} = (a_1 + 5d)(a_1 + 11d) = a_1^2 + 16a_1 d + 55d^2$

$a_1^2 + 16a_1 d + 55d^2 > 10a_1 + 45d + 1$

$-a_1^2 - 16a_1 d - 60d^2 > -10a_1 - 45d - 17$

$-5d^2 > -16$

$d^2 < \frac{16}{5}$

$d < \frac{4}{\sqrt{5}}$

$x > 3 \quad (\cdot -1)$

$-x < -3$

$\frac{2a_1 + 9d}{2} \cdot 10 = \underline{10a_1 + 45d}$

$a_6 a_{12} = (a_1 + 5d)(a_1 + 11d) = a_1^2 + 16a_1 d + 55d^2$

$13 - \sqrt{70} > 5$

$8 > \sqrt{70}$

21101268 (U336450 M1302362)

Часть 2

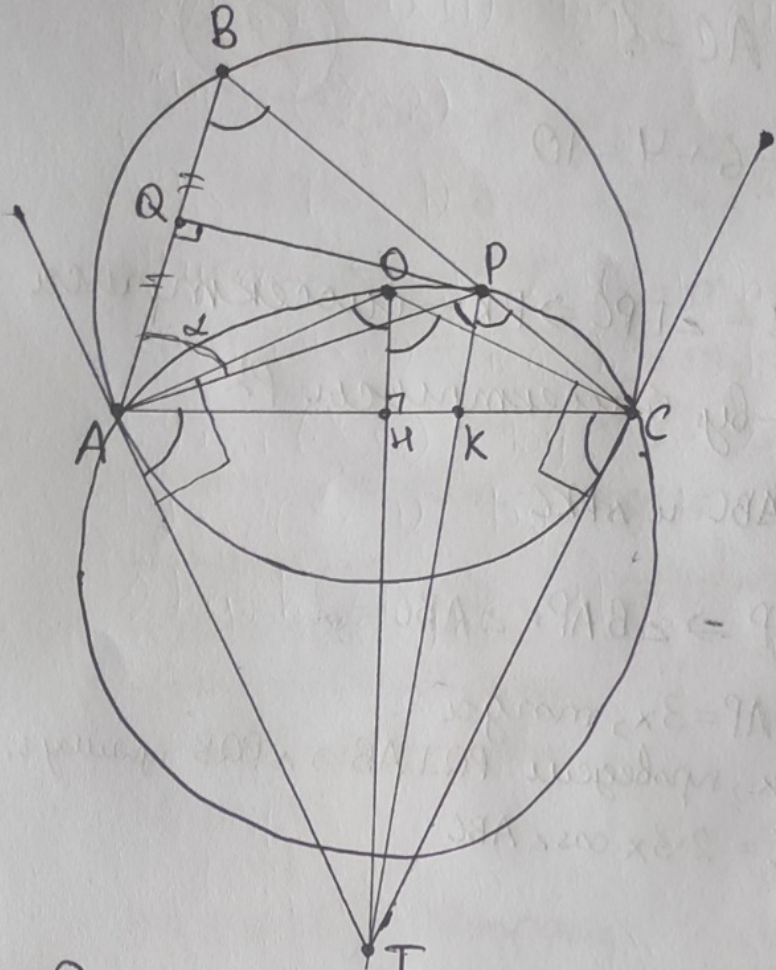
Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21101268**

ID профиля: **336450**

Вариант 17

№6. Чистовик (1)



а) $S_{\triangle CPK} = 4$

$S_{\triangle APK} = 6$

б) $\angle ABC = \operatorname{arctg} \frac{7}{5}$

Решение.

а) 1) $\angle CAT = \angle ACT$ (по свойству касательных $AT = CT \Rightarrow \triangle ACT$ - р/б)

$\angle CAT = \alpha$

2) По теореме об угле между хордой и касательной:

$\angle CAT = \angle ABC = \alpha$

3) $\angle OAT = \angle OCT = 90^\circ \Rightarrow \angle ATO = 90^\circ - \alpha = \angle CTO \Rightarrow \angle AOT = \angle COT =$

$= 90^\circ - (90^\circ - \alpha) = \alpha$

4) $\angle CAT = \angle TPC = \alpha$, как вписанные на 1 дугу

5) $AB \parallel PT$, в частности, $AB \parallel PK$, т.к. $\angle ABC = \angle KPC = \alpha$ как соответственные при $AB \parallel PK$ и секущей BC.

6) Т.к. $\frac{S_{\triangle APK}}{S_{\triangle CPK}} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$, то $\frac{AK}{KC} = \frac{S_{\triangle APK}}{S_{\triangle CPK}} = \frac{3}{2}$, т.к. высоты равны

7) $\triangle CPK \sim \triangle ABC$ по двум углам ($\angle C$ - общий, $\angle KPC = \angle ABC$ по доказанному), $k = \frac{2}{5}$ (коэф. подобия)

8) $\frac{S_{\triangle CPK}}{S_{\triangle ABC}} = k^2 = \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25} \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{S_{\triangle CPK} \cdot 25}{4} = \frac{4 \cdot 25}{4} =$

21101268 (U336450 M1302363)

$= 25$, ответ на пункт а) Чистовик

2

б) 1) $\angle ABC = \operatorname{arctg}\frac{7}{5} = \alpha$ $AC - ?$

2) $S_{\triangle APC} = S_{\triangle APK} + S_{\triangle CPK} = 6 + 4 = 10$

~~$S_{\triangle APC} = AC \cdot h$~~

3) ~~$\angle AKC$~~ $\angle APK = \angle AOT = \alpha = \angle TPC \Rightarrow PK$ — биссектриса

4) $\frac{AP}{PC} = \frac{AK}{KC} = \frac{3}{2}$ по св-ву биссектрисы PK

5) $\frac{BP}{PC} = \frac{3}{2}$ из подобия $\triangle ABC$ и $\triangle PKC$

$\frac{BP}{PC} = \frac{AP}{PC} = \frac{3}{2} \Rightarrow BP = AP \Rightarrow \angle BAP = \angle ABC = \alpha$

6) Пусть ~~$AK = 3x$, $CK = 2x$~~ $AP = 3x$, тогда

из п. 4 $PC = 2x$, $BP = 3x$, проведем $PQ \perp AB \Rightarrow \triangle PQB$-прямоуг.

7) $AB = 2 \cdot BQ = 2 \cdot BP \cos\angle ABC = 2 \cdot 3x \cos\angle ABC$

$\frac{1}{\cos^2\angle ABC} = 1 + \operatorname{tg}^2\angle ABC$

$\frac{1}{\cos^2\angle ABC} = 1 + \frac{49}{25}$

$\cos^2\angle ABC = \frac{25}{74}$

$\cos\angle ABC = \frac{5}{\sqrt{74}}$, т.к. $\angle ABC < 90°$. $\Rightarrow \sin\angle ABC = \sqrt{1 - \frac{25}{74}} = \frac{7}{\sqrt{74}}$

8) $AB = \frac{6x \cdot 5}{\sqrt{74}} = \frac{30x}{\sqrt{74}}$

9) $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \sin\angle ABC$

$25 = \frac{1}{2} \cdot \frac{30x}{\sqrt{74}} \cdot \frac{5x}{1} \cdot \frac{7}{\sqrt{74}}$

$25 = \frac{75 \cdot 7x^2}{74} \Rightarrow$ ~~$7x^2 = 74$~~ $74 = 21x^2$

$x = \sqrt{\frac{74}{21}}$

$AB = \frac{30 \cdot \frac{\sqrt{74}}{\sqrt{21}}}{\sqrt{74}} = \frac{30}{\sqrt{21}}$

$BC = \frac{5 \cdot \sqrt{74}}{\sqrt{21}}$

10) По теореме косинусов из $\triangle ABC$:

$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2\,AB \cdot BC \cdot \cos\angle ABC$

$AC^2 = \frac{900}{21} + \frac{25 \cdot 74}{21} - 2 \cdot \frac{30 \cdot 5 \cdot \sqrt{74} \cdot 7}{21\sqrt{74}}$

$AC^2 = \frac{2750 - 210}{21} = \frac{2540}{21} \Rightarrow AC = \frac{2\sqrt{635}}{\sqrt{21}} = \frac{2\sqrt{13335}}{21}$

Ответ:

а) 25

б) $AC = \frac{2\sqrt{13335}}{21}$

21101268 (U336450 M1302363)

Чистовик (3)

№4.

$$\begin{cases} НОД(a;b;c) = 6 = 2\cdot 3 \\ НОК(a;b;c) = 2^{15}\cdot 3^{16} \end{cases}$$

Пусть $a = 2^{p}\cdot 3^{q}\cdot m_1\cdot m_2\ldots$

$b = 2^{s}\cdot 3^{t}\cdot m_3\cdot m_4\ldots$

$c = 2^{x}\cdot 3^{y}\cdot m_5\cdot m_6\ldots$

1) Чтобы в НОК входило число 2^{15} и в НОД входила 2, необходимо:

~~1) $p=15$~~ ~~2) аналогично с $s=15$ и $x=15$:~~

~~$0\le s\le 15$ 16 знач~~ ~~$16\cdot 16+16\cdot 16=512$ троек~~

~~$0\le x\le 15$ 16 знач~~

~~$16\cdot 16=256$ троек~~

1) $p=15$, $x=1$, $0\le s\le 15$ — 16 троек

2) $s=15$, $x=1$, $0\le p\le 15$, 16 троек

3) $s=15$, $p=1$, $0\le x\le 15$ — 16 троек

4) $p=15$, $s=1$, $0\le x\le 15$ — 16 троек

5) $x=15$, $p=1$, $0\le s\le 15$ — 16 троек

6) $x=15$, $s=1$, $0\le p\le 15$ — 16 троек

Для двоек всего 96 троек

2) Чтобы в НОК входило число 3^{16} и в НОД входила 3:

1) $q=16$, $t=1$, $0\le y\le 16$

2) $q=16$, $y=1$, $0\le t\le 16$

3) $t=16$, $p=1$, $0\le y\le 16$

4) $t=16$, $y=1$, $0\le p\le 16$

5) $y=16$, $p=1$, $0\le t\le 16$

6) $y=16$, $t=1$, $0\le p\le 16$

В каждом случае 17 троек.
Всего $17\cdot 6=102$ тройки

3) Т.к. из 1 и 2 случаев тройки подходят под условие, то по правилу умножения:

$102\cdot 96 = 9792$

Ответ: 9792

21101268 (US36450 M1302363)

Чистовик 4

№5.

$\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1) = 2\log_{5x-1}(4x+1)$

$\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2$

$\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)$

Пусть $5x-1=a$, $4x+1=b$, $\frac{x}{2}+2=c$, тогда

$2\log_{5x-1}(4x+1) = 2\log_a b$

$\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2 = 2\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right) = 2\log_b c$

$\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1) = \log_c a$

1) $2\log_a b = 2\log_b c$ и $2\log_a b = \log_c a + 1$

$\log_a b = \log_b c$ $\qquad 2\log_b c = \log_c a + 1$

$\frac{2\log_c b}{\log_c a} = \log_c a + 1$

$\frac{2\log_c b}{\log_c a} = 2\log_b c$

$\frac{\log_c b}{\log_c a} = \frac{1}{\log_c b}$ $\qquad \frac{2}{\log_c b} = \log_c a + 1$

$\log_c^2 b = \log_c a$

$\log_c^2 b - \frac{2}{\log_c b} + 1 = 0$

$\log_c b = t$

$t^2 - \frac{2}{t} + 1 = 0$

$t^3 + t - 2 = 0$

$$\begin{array}{l|l} t^3+0t^2+\cancel{0}t-2 & t-1 \\ \hline -\,t^3-t^2 & t^2+t+2 \\ \quad t^2+\cancel{0}t & \\ \quad -\,t^2-t & \\ \qquad 2t-2 & \\ \qquad -\,2t-2 & \\ \qquad\quad 0 & \end{array}$$

$(t^2+t+2)(t-1)=0$

корней нет $D<0$ $\qquad t=1 \rightarrow$ $\boxed{\log_c b = 1}$

Чистовик 5

2) $2\log_a b = \log_c a$

$\log_a b^2 = \log_c a$

$\frac{\log_c b^2}{\log_c a} = \log_c a$

$\log_c b^2 = \log_c^2 a$

$2\log_c b = \log_c^2 a$

$\frac{2}{\log_b c} = \log_c^2 a$

$\cancel{\frac{2}{\log_c b} = \log_c^2 a}$

$\log_b c = \frac{2}{\log_c^2 a}$

$\cancel{\log_c b = \frac{2}{\log_c^2 a}}$

$\log_c a = \frac{4}{\log_c^2 a} + 1$

$\log_c^3 a - \log_c^2 a - 4 = 0$

$\boxed{\log_c a = t}$

$t^3 - t^2 - 4 = 0$

$t = 2$ – корень

$(t^2 + t + 2)(t - 2) = 0$
корней нет $\quad t = 2$

$\boxed{\log_c a = 2}$

$2\log_a b = 2\log_b c + 1$

$\log_c a = 2\log_b c + 1$

$\frac{2\log_c b}{\log_c a} = 2\log_b c + 1$

$\cancel{\log_c a = 2\log_b c + 1}$

$\cancel{\frac{2\log_c b}{\sqrt{\log_c b^2}} = \frac{2}{\log_c b} + 1}$

$\cancel{\log_c a = \frac{2}{\log_c b} + 1}$

$\cancel{\log_c a = \frac{2\log_c^2 a}{2} + 1}$

$\cancel{\log_c a - \log_c^2 a - 1 = 0}$

$\cancel{\log_c a = s}$

$\cancel{s^2 - s + 1 = 0}$

~~$D<0$, корней нет~~

3) $2\log_b c = \log_c a$

$\cancel{\frac{2}{\log_c b} = \log_c a}$

$\frac{2\log_a c}{\log_a b} = \log_c a$

$\frac{2}{\log_c a \log_a b} = \log_c a$

$\frac{2}{\log_a b} = \log_c^2 a$

$\log_a b = \frac{2}{\log_c^2 a}$

$2\log_b c = 2\log_a b + 1$

$\log_c a = 2\log_a b + 1$

$\log_c a = \frac{4}{\log_c^2 a} + 1$

$\boxed{\log_c a = t}$ $\quad \log_c^3 a - \log_c^2 a - 4 = 0$

$t^3 - t^2 - 4 = 0$ $\quad \boxed{t = 2 \text{ – корень}}$ т.к. делитель числа -4.

$t^3 - t^2 + 0t - 4 \;|\; t - 2$

$-\,t^3 - 2t^2 \quad\quad t^2 + t + 2$

$t^2 + 0t$

$-\,t^2 - 2t$

$2t - 4$

$-\,2t - 4$

0

$(t^2 + t + 2)(t - 2) = 0$
корней нет $\quad t = 2$
$D < 0$

$\boxed{\log_c a = 2}$

Чистовик 6

Получаем из 3 случаев:

1) $\log_c b = 1$ 2) $\log_c a = 2$

$c = b$ $c^2 = a$

$\frac{x}{2} + 2 = 4x + 1$ $\left(\frac{x}{2} + 2\right)^2 = 5x - 1$

$x + 4 = 8x + 2$ $\frac{x^2}{4} + 2x + 4 = 5x - 1$

$7x = 2$ $x^2 + 8x + 16 = 20x - 4$

$\boxed{x = \frac{2}{7}}$ $x^2 - 12x + 20 = 0$

По т. Виета:

$\boxed{x = 2 \quad x = 10}$

Проверим, подходят ли данные x под ОДЗ:

1) $x = \frac{2}{7}$

$5 \cdot \frac{2}{7} - 1 = \frac{3}{7} \neq 0$

$4 \cdot \frac{2}{7} + 1 > 1$

$\frac{\frac{2}{7}}{2} + 2 = 2\frac{1}{7} > 1$

Подходит

2) $x = 2$

$5 \cdot 2 - 1 > 1$

$4 \cdot 2 + 1 > 1$

$1 + 2 > 1$

Подходит

3) $x = 10$

$50 - 1 > 1$

$40 + 1 > 1$

$7 > 1$

Подходит

Ответ: $x = \frac{2}{7}$, $x = 2$, $x = 10$

~~Чистовик~~ Черновик

№5.

1) $\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1) = 2\log_{5x-1}(4x+1) = \log_{5x-1}(4x+1)^2$

2) $\log_{4x+1}(\frac{x}{2}+2)^2$

3) $\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)$

1) $\log_{5x-1}(4x+1)^2 = \log_{4x+1}(\frac{x}{2}+2)^2$

$\cancel{\frac{1}{2\log_{4x+1}(5x-1)} =}$ ~~1) 5x−1 = 4x+1 — основания~~

~~x = 2~~

$\cancel{(4x+1)^2 = (\frac{x}{2}+2)^2}$

~~Подставим x = 2~~

~~$9^2 = 3^2$, неверно~~

$$\frac{1}{2\log_{4x+1}(5x-1)} = \log_{4x+1}(\frac{x}{2}+2)^2$$

$$1 = 2\log_{4x+1}(\frac{x}{2}+2)\cdot 2\log_{4x+1}(5x-1)$$

$$\frac{1}{4} = \log_{4x+1}(\frac{x}{2}+2)\log_{4x+1}(5x-1)$$

~~Пусть~~

НОД$(a,b,c) = 6 = 2\cdot 3$

$a = 2^a\cdot 3^b\ldots$

$b = 2^c\cdot 3^d\ldots$

$c = 2^e\cdot 3^f\ldots$ Пусть $b \le d \le f$, $a \le c \le e$

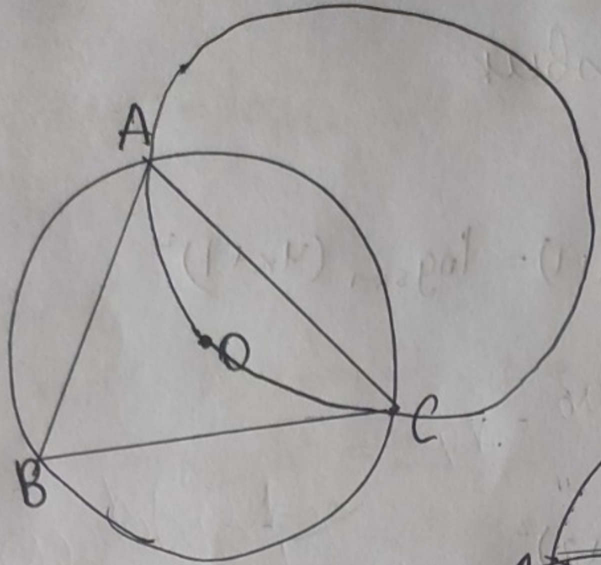
НОК$(2^{15}\cdot 3^{16}) =$

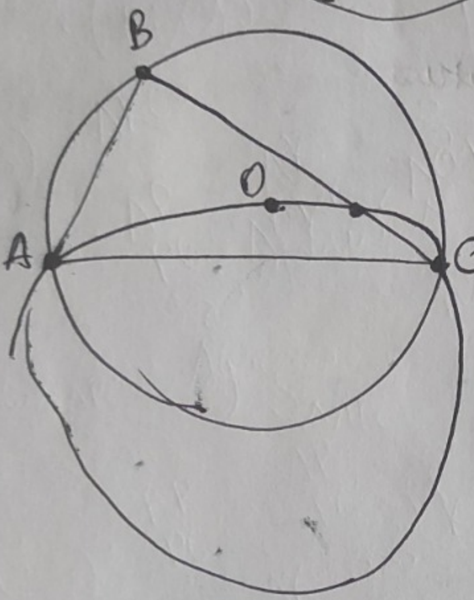
$2^a\cdot 3^b\ldots$

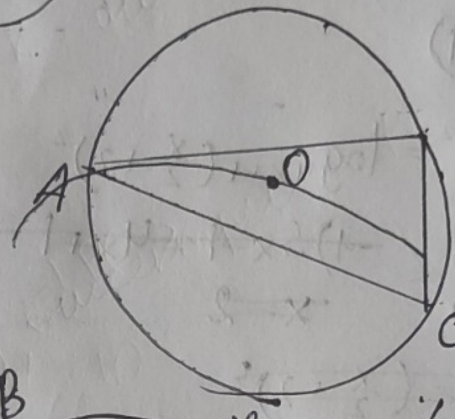
$2^c\cdot 3^d\ldots$

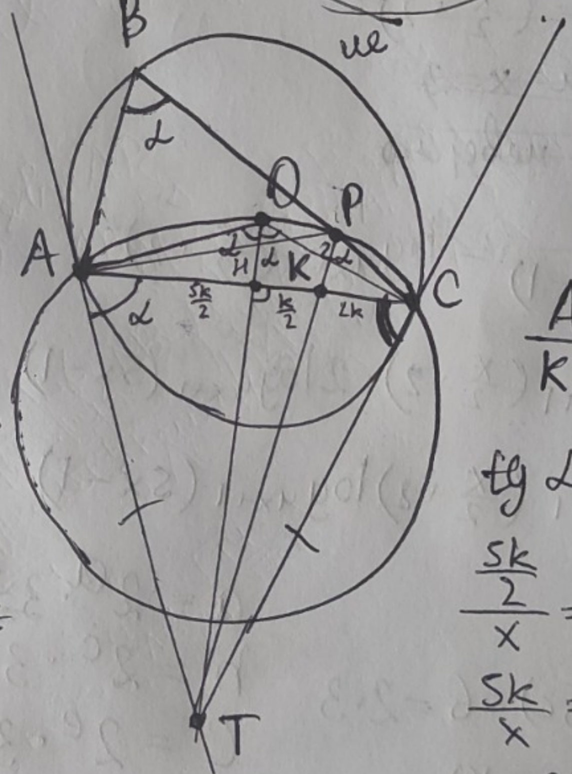
$2^e\cdot 3^f\ldots$

$$\begin{array}{r} 102 \\ \times\ 96 \\ \hline 612 \\ 918\ \ \\ \hline 9792 \end{array}$$









$S_{APK} = \cancel{S_{CPK}} = 6$

$S_{CPK} = 4$

$\frac{AK}{KC} = \frac{3}{2}$

$S_{\Delta\ ABP} = 15$

а) $S_{\Delta ABC}$ – ? $S_{\Delta APC} = 10$

$tg\ \alpha = \frac{7}{5}$

$\frac{\frac{5k}{2}}{x} = \frac{7}{5}$

Пусть $AH = HC = \cancel{x}$ $= x$

$\frac{5k}{x} = \frac{14}{5}$

$\frac{AC \cdot OH}{2}$

$x = \frac{25k}{14}$

$$\begin{array}{r} 635 \\ \times\ 21 \\ \hline 635 \\ 1270\ \ \\ \hline 13335 \end{array}$$

12700
635

1270

635

107

$$\begin{array}{r} 74 \\ \times\ 25 \\ \hline 370 \\ 148\ \ \\ \hline 1850 \end{array}$$

21101268 (U336450 M1302363)

№5.

$\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1) = \log_{5x-1}(4x+1)^2$

$\log_{4x+1}(\frac{x}{2}+2)^2$

$\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)$

Пусть $5x-1=a,\ 4x+1=b,\ c=\frac{x}{2}+2$

$\log_{5x-1}(4x+1)^2 = \log_a b^2 = 2\log_a b$

$\log_{4x+1}(\frac{x}{2}+2)^2 = \log_b c^2 = 2\log_b c$

$\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1) = \log_c a$

$2\log_a b \cdot 2\log_b c = 4\log_a c = \frac{4}{\log_c a}$

$\log_3 9 \quad \log_9 9 \quad \log_8 9$

$\log_{\cancel{49}\ 7} 41 \quad \log_{41} 49 \quad \log_7 49 = 2$

$\frac{\log_{49} 7}{\log_{41} 49}$

$2\log_b c = \log_c a$

$\frac{2}{\log_c b} = \log_c a$

$\frac{2\ \cancel{\log_a c}}{\log_a b \log_c a} = \log_c a$

$\frac{2}{\log_a b} = \log_c^2 a$

$\log_a b = \frac{2}{\log_c^2 a}$

$\log_c a = 2\log_a b + 1$

$2\log_b c = 2\log_a b + 1$

$\log_c a = \frac{4}{\log_c^2 a} + 1$

$t^3 - t^2 - 4 = 0$

$t = 2$

$\log_c a = 2$

$c^2 = a$

Черновик.

~~№4~~

$c+1$

$a=b=c+1$

№5.

$\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)$ $\boxed{\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2 \quad \log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)}$

$=\log_{5x-1}(4x+1)^2$

1) $\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2-1=\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)$

$\log_a b^2 \quad \log_b c^2 \quad \log_c a$

$\log_2 4\cdot\log_4 16=$

$=4$

$4\log_a b^2\cdot\log_b c=\frac{1}{\log_a c}$

$\frac{x}{2}+2=c$

$4\log_a c=\frac{1}{\log_a c}$

$5x-1=a$

$\boxed{a=49 \quad c=7}$

$\log_4 64=\frac{\log_2 64}{\log_2 4}=$

$c^2=a$

$2\log_a b \quad 2\log_b c \quad \log_c a$

$\frac{2\lg b}{\lg a}\cdot \quad \frac{2\lg c}{\lg b} \quad \frac{\lg a}{\lg c}$

$2\log_{49} b=2\log_b 7+1$

$2=2\log_b 7+1$

$\log_{49} b=1$

$b=49$

$\frac{2\lg b}{\lg a}=\frac{2\lg c}{\lg b}$

$\lg^2 b=\frac{\lg a}{\lg c}+1$

$\lg^2 b=\lg a\cdot\lg c$

$4x+1=49$

$x=12$

$\lg a\cdot\lg c=\frac{\lg a}{\lg c}+1$

$\lg^2 c\lg a-\lg c-\lg a=0$

$\left(\frac{x}{2}+2\right)^2=5x-1$

$\lg c\,(\lg c$

НОК $(8;12)=24$

$8=2^{\boxed{3}}$

$12=2^2\cdot\boxed{3}$

21101268 (U336450 M1302363)

Черновик

$\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)$ $\log_{4x+1}\left(\frac{x^5}{2}+2\right)^2$ $\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)$

$\log_a b^2$ $\log_b c^2$ $\log_c a$

$2\log_a b$ $2\log_b c$ $\log_c a$

1) $2\log_a b = 2\log_b c$

$\log_a b = \log_b c$

$\log_a b = 1 + \log_c a$

$\log_b c = 1 + \log_c a$

$\frac{\log_c b}{\log_c a} = 1 + \log_c a$

$\frac{1}{\log_c b} = 1 + \log_c a$

$\frac{\log_c b}{\log_c a} = \frac{1}{\log_c b}$

$\log_c$

$\log_c b = \sqrt{\log_c a}$

$\log_c$

$\log_c^2 b + 1 = 2\frac{1}{\log_c b}$

21101268 (U336450 M1302363)