Часть 1

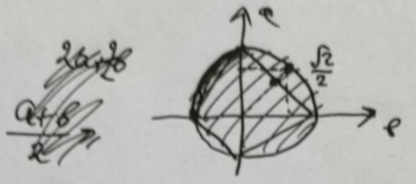
Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

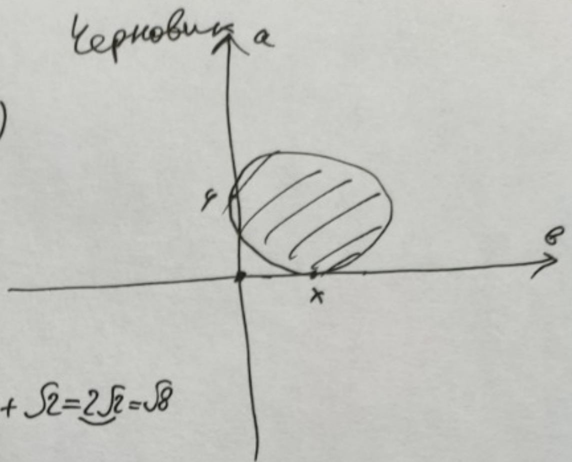
Шифр: **21101210**

ID профиля: **166879**

Вариант 17

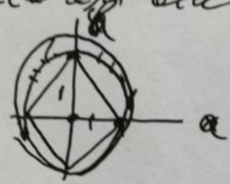
$\exists\, a, b$ $\quad \begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2 \le 2 \\ a^2+b^2 \le \min(2a+2b; 2)\end{cases}$ $\quad$ Черновик





$a^2+b^2 \le 2a+2b$ $\quad \sqrt{2}+\sqrt{2}=2\sqrt{2}=\sqrt{8}$

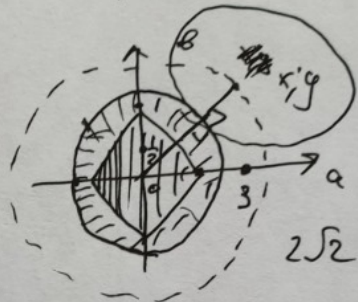
~~$a(a-2)+b(b-2)\le 0$~~



$y = 1-x = x$

$x = \frac{1}{2}$

$y=\frac{1}{2}$ $\quad 2$

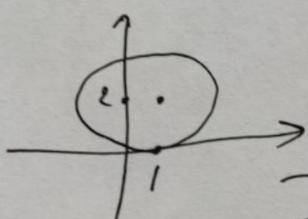


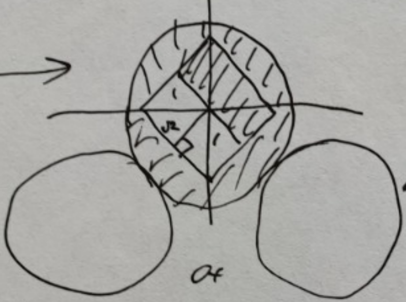
$(1-x)^2+(2-y)^2 \le 4$ $\quad y+x=1$ $\quad \min(2(a+b), 2)$

$a+b \le 1$

$0+0 \le 0$ $\quad S=\pi(8)=8\pi$

$\frac{1}{4} \le 1$





$\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

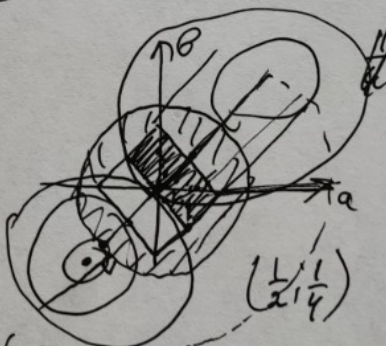
$0+2 \le 2$

$y+ \quad \le 2$

$a^2+b^2 \le 2a+2b$

$a(a-2)+b(b-2)\le 0$

$\frac{1}{2} \le 2$



$(\frac{1}{2}; \frac{1}{4})$ $\quad (-1; 0)$

$2 \le 4$

$a<0$

$ab<0$ X $\quad \frac{1}{2}\cdot\frac{-3}{2} \quad -\frac{1}{2}\,\frac{3}{2}$

$-\frac{3}{4}$

$1+0 \le -2+0$ $\quad b^2-2b+a^2-2a \le 0$

$a(a-2) \le b(b-2)$

$-\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2} + \frac{1}{4}\cdot\frac{9}{4}$ $\quad \frac{1}{2}\cdot\frac{-3}{2} + -\frac{1}{2}\cdot-\frac{3}{2}$

$-\frac{12}{16}+\frac{9}{16}<0$ $\quad -\frac{3}{4}$ -

21101210 (U166879 M1296861)

Черновик

1) $\begin{cases} a_6 \cdot a_{12} > S+1 \\ a_7 \cdot a_{11} < S+17 \end{cases}$ $\begin{cases} (a_1+5d)(a_1+11d) > \frac{(a_1+a_{10})}{2} 5+1 \\ \cancel{(a_1+6d)(a_1+10d) < (a_1+a_{10}) \cdot 5+17} \end{cases}$

$(a_6+d)(a_{12}-d) < S+17$ $a_1=1$

$\begin{cases} (a_1+5d)(a_1+11d) > 10a_1 + 45d+1 \\ (a_1+6d)(a_1+10d) < 10a_1 + 45d + 17 \end{cases}$ $(2a_1+9d)\cdot 5$

$a_1 \in \mathbb{Z}$ $d \in \mathbb{N}$

$a_1^2 + 11a_1 d + 5a_1 d + 55d^2 > 5a_1 + 45d+1$

$\begin{cases} 1+16d+55d^2 > 45d+1 \\ 1+16d+60d^2 < 45d+27 \\ 55d^2 - 29d - 10 > 0 \end{cases}$

$\begin{cases} a_1^2 + 16a_1 d + 55d^2 > \cancel{5a_1+45d+1} \\ a_1^2 + 16a_1 d + 60d^2 < \cancel{5a_1+45}d+17 \end{cases}$ $S+1$, $5a_1$, S

$5a_1+45d+1-55d^2 < x < 5a_1+45d+...$

$12 > 17-5d^2 > a_1^2 + 16a_1 d + 55d^2 - 5a_1 - 45d > 1$

$w + 55d^2 - 1 > S > w + 60d^2 - 17$ $w+1$

$a_1^2 + 16a_1 d + 55d^2 - 5a - 45d < 17 - 5d^2$

$\cancel{55d^2 - 1 - 60d^2}$

$55d^2 - 1 - 60d^2 - 17 > 1$

$12 > \ldots\ldots > 1$

$5d^2 + 18 + 1 < 0$

$(a_1 + 8d)^2 - 9d^2 - 5a - 45d$

$\cancel{a_1^2 + 16a_1 d + 55d^2 > 5a_1 + 45d}$

$5d^2 - 18 > 1$

$\begin{cases} a_6 \cdot a_{12} > S+1 \\ a_6 a_{12} - a_6 d + a_{12} d - d^2 < S+17 \end{cases}$

$S+1$ $\quad$ $S+1 - a_6 d + a_{12} d - d^2$

$\begin{cases} a_6(a_6+6d) > S+1 \\ (a_6+d)(a_6+5d) < S+17 \end{cases}$ $5d^2 > 19$ $d > \sqrt{\frac{19}{5}}$ $d^2 > \frac{19}{5}$ $d > 2$

$S+1+5d^2 < \begin{cases} a_6^2 + 6da_6 > S+1 \\ a_6^2 + 6a_6 d + 5d^2 < S+17 \end{cases}$ $a_6^2 + 6da_1 - 5a_1 - 45d - 1 > 0$

$a_6^2 + 6a_6 d + 5d^2 - 17$

$S < S < a_6^2 + 6da_6 - 1$

$S+1+5d^2$

$D = (6d-5)^2 + 180d + 4 =$

$S+1+5d^2 < a_7 \cdot a_{11} < S+17$

$S+1+5d^2$

$= 36d^2 - 60d + 25 + 180d + 4 =$

$5a_1 + 45d + 1 + 5d^2$

$-S-17 >$ $= 36d^2 + 120d + 29$

$51+5a_1 \leq 5a_1 + 5d(9+1) + 1 < a_7 \cdot a_{11} < 5a_1 + 45d + 17$

$a_1 = 5 - 6d \pm \sqrt{\ }$

≥ 51 $\quad 51+5a_1 \leq a_7 \cdot a_{11}$

Черновик

$-3\cdot(-5)+1\cdot-1\le 0$

$8-1>0$

$-1\cdot(-3)+2\cdot 0 \times$

$\frac{1\cdot 9}{4\cdot 4}+\frac{1}{4}\cdot\frac{-9}{5}$ $\frac{9}{16}$

0

$\frac{9}{16}-\frac{9}{20}$

-4

$-1(-3)+1\cdot 1$

$45-36\ge 0$

$1\ge 0$ $b=\frac{3}{2}$

$a(a-2) + b(b-2)$

≥ 0 -2

$-\frac{1}{2}\cdot-\frac{3}{2}+\frac{3}{2}\cdot-1{,}5=0$

$-\frac{1}{2}\cdot-\frac{5}{2}+1{,}5\cdot\frac{1}{2}$ $1+\frac{1}{4}=\frac{5}{4}$

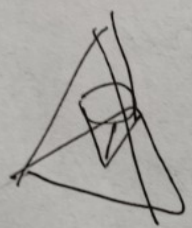
$\frac{5}{4}-\frac{3}{4}\ge 0$

$a^2+b^2\le 2(a+b)$ $2(a+b)>0$

$2(a+b)\ge 4\sqrt{ab}$ $b>-a$

$a^2+b^2)$

$b\le 1-a$



$b-2\le -a-1$

$b(b-2)\le(1-a)(1+a)\le -1+a^2$

$a^2-2a+b(b-2)\le a^2-2a-1+a^2$

$2a^2-2a-1$

$2(a-\frac{1}{2})^2-1{,}5$ $\frac{1}{2}$

$-1{,}5$

$x^2+y^2\le 2x+2y$

$(x-1)^2+(y-1)^2\le 2$

21101210 (U166879 M1296861)

Чистовик Вариант 17. Лист №1

№3

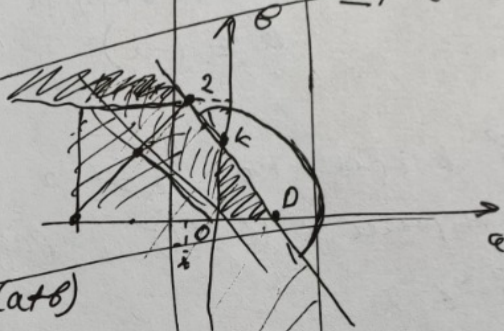
$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 2\\ a^2+b^2\le \min(2a+2b,2)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(a-x)^2+(b-y)^2\le 2\\ a^2+b^2\le \min(2(a+b);2)\end{cases}$$

$(x;y)-?:\ \exists(a;b)$ (Решение на листе №2)

1) Сравним $2(a+b)$ и 2, когда $2(a+b)\le 2$ $\quad a+b\le 1$

$b\le 1-a$

то есть в СК $(a;b)$



При $b\le 1-a$

вторая строка выглядит так

$$a^2+b^2\le 2(a+b)$$

$$a(a-2)+b(b-2)\le 0$$

Сначала ограничим $(a;b)$ усл. $b\le 1-a$

III коорд четверть не подходит т.к. $a(a-2)+b(b-2)>0$

$\triangle OKD$ подходит т.к здесь и a и b ≥ 0.

Рассмотрим II коорд четверть $\quad a(a-2)\ge 0$ т.к $a\le 0$

Она нам не подходит, т.к. $\quad$ Значит $b(b-2)\le 0$

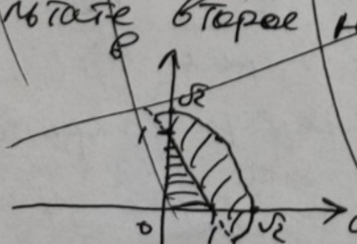
$a(a-2)$ будет по модулю больше $b(b-2)$ $\quad b\le 2$

в силу симметрии IV коорд четверть также не подходит

Заново решим на след. лист

2) Если $2(a+b)\ge 2$, то второе неравенство - это просто часть круга с центром в $(0;0)$ и радиусом $\sqrt{2}$

в результате второе неравенство даёт рисунок в СК $(a;b)$



3) тогда первое неравенство - это тоже круг с центров в $(x;y)$ и радиусом $\sqrt{2}$

4) тогда M - это множество знач. $(x;y)$ таких, что графики 2 нерав. пересекались

Чистовик Вар. № 17 Лист №2

При $2a+2b \le 2$ $b \le 1-a$

Я буду обозначать СК $(a;b)$ как система коорд. a и b

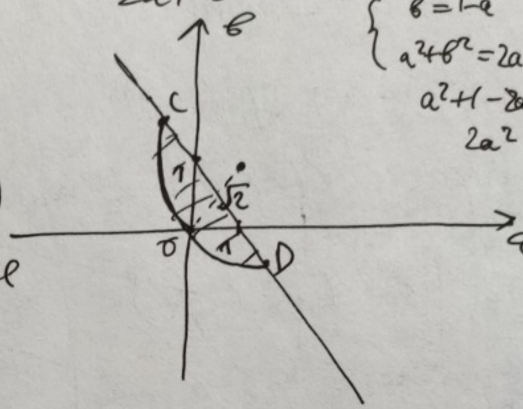
1) Нерав. второе – это $a^2+b^2 \le 2a+2b$

$(a-1)^2+(b-1)^2 \le 2$

в СК $(a;b)$

это окр. с центром в $(1;1)$

радиусом $\sqrt{2}$ (часть окр., где $b \le 1-a$)



Нахождение т. C

$\begin{cases} b=1-a \\ a^2+b^2=2a+2b \end{cases}$

$a^2+1-2a+a^2=2a+2-2a$

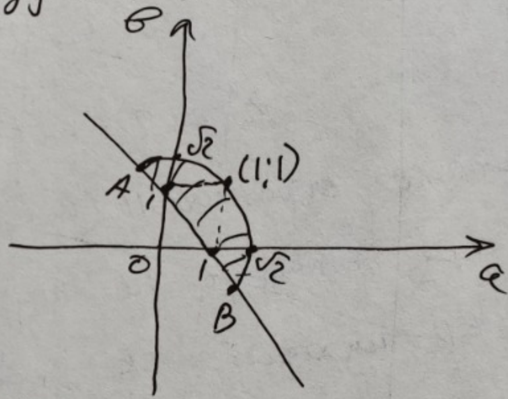
$2a^2-1-2a=0$

$C\left(\frac{1-\sqrt{3}}{2}; \frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)$

$D\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}; \frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)$

2) Нерав второе при $b>1-a$ – это часть окр. с центром в $(0;0)$ и радиусом $\sqrt{2}$

$a^2+b^2 \le 2$



3) Если совместить 2 графика

Нахождение т. A

$\begin{cases} a^2+b^2=2 \\ b=1-a \end{cases}$ $a^2+1-2a+a^2=2$ $2a^2-2a-1=0$

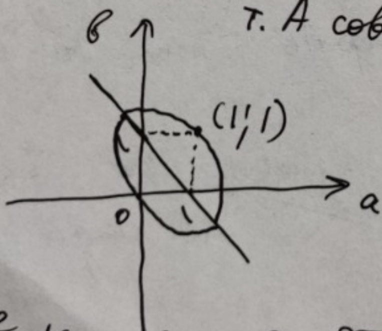
$D=4+8=12$

$a=\frac{2\pm\sqrt{12}}{4}=\frac{1\pm\sqrt{3}}{2}$ $b=\frac{2-(1\pm\sqrt{3})}{2}$

$A\left(\frac{1-\sqrt{3}}{2}; \frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)$

$B\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}; \frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)$; $|AB|=\sqrt{6}$

т. A совп. с т. C и т. B с т. D

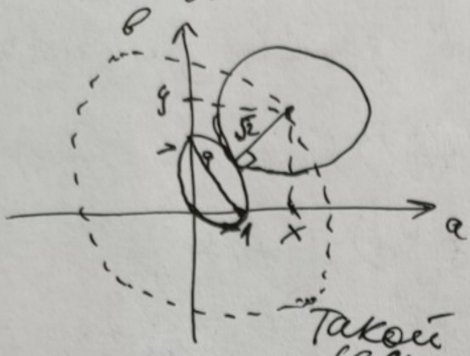


– это овал. т.к. то, что ниже $b=1-a$ симметр. тому, что выше $b=1-a$

Т.к. центр одной окр. совпадает с краем другой и наоборот то есть

4) первое неравенство – это круг с центром в т. $(x;y)$ на СК и радиусом $\sqrt{2}$. Можно переформулировать усл надо найти все $(x;y)$, чтобы овал из 2 нерав. пересекал круг из первого неравенства

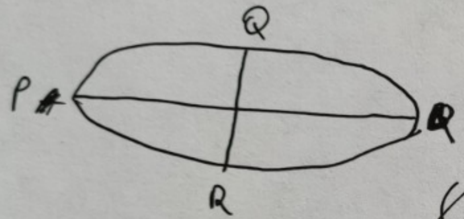
Чистовик Вар. №17 Лист №3

5) 

Необходимо, чтобы круг как мин касался овала. Тогда, если мы опишем все такие $(x;y)$, то это будет такой же овал, только увел. отрезок а (в СК ХОУ) (который явл. max диаметром овала) на $2\sqrt{2}$ и min диаметр на $2\sqrt{2}$

Внутри нового овала все точки вкл. и границы тоже. (Получиться овал т.к. каждой точке исход. овал ищем новую на расстоянии $2\sqrt{2}$)

6) Искомая S_M — площадь фигуры M — это овал



$QR = 3\sqrt{2}$

$PQ = \sqrt{6} + 2\sqrt{2}$

$S_M = PQ \cdot QR \cdot \pi = (\sqrt{6}+2\sqrt{2})3\sqrt{2} \cdot \pi =$

$= (12 + 6\sqrt{3})\pi$

Ответ: $S_M = (12+6\sqrt{3})\pi$

Задача №1

$$\begin{cases} a_6 \cdot a_{12} > S+1 \\ a_7 a_{11} < S+17 \end{cases} ; \begin{cases} a_6 \cdot a_{12} > S+1 \\ (a_6+d)(a_6+5d) < S+17 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_6 \cdot (a_6+6d) > S+1 \\ a_6^2 + 6a_6 d + 5d^2 < S+17 \end{cases} \begin{cases} a_6^2 + 6a_6 d > S+1 \\ a_6^2 + 6a_6 d + 5d^2 < S+17 \end{cases} ; \begin{cases} S < a_6^2 + 6a_6 d - 1 \\ S > a_6^2 + 6a_6 d + 5d^2 - 17 \end{cases}$$

$S \in \mathbb{Z}$ т.к. $a_1 \dots a_n \in \mathbb{Z}$

$$a_6^2 + 6a_6 d - 1 > \overbrace{10a_1 + 45d}^{S} > a_6^2 + 6a_6 d + 5d^2 - 17$$

$$\frac{a_6^2 + 6a_6 d - 1 - 45d}{10} > a_1 > \frac{a_6^2 + 6a_6 d + 5d^2 - 17 - 45d}{10}$$

$a_1 \in \mathbb{Z}$ Значит их разность больше 1

$$\frac{a_6^2 + 6a_6 d - 1 - 45d}{10} - \frac{(a_6^2 + 6a_6 d + 5d^2 - 17 - 45d)}{10} > 1$$

$\sqrt{\frac{6}{5}} > 1$

$\frac{-1 - 5d^2 + 17}{10} > 1$ $-5d^2 + 16 > 10$ $5d^2 < 6$ $d^2 < \frac{6}{5}$ т.к. $d > 0$ $d \in \left(0; \sqrt{\frac{6}{5}}\right)$, но

т.к. $a_1 \in \mathbb{Z}$ и $a_2 \in \mathbb{Z}$ $d \in \mathbb{Z}$ $d \in \mathbb{N}$

$\boxed{d = 1}$

Чистовик Вариант №17 Лист №4

$d=1$ Тогда исходное нерав. заново запишем

$$\begin{cases}(a_1+5d)(a_1+11d) > (2a_1+9d)5+1 \\ (a_1+6d)(a_1+10d) < (2a_1+9d)\cdot 5+17\end{cases}$$

$$\begin{cases}(a_1+5)(a_1+11) > 10a_1+46 \\ (a_1+6)(a_1+10) < 10a_1+62\end{cases}$$ $45+17=62$

$$\begin{cases}a_1^2+16a_1+55 > 10a_1+46 \\ a_1^2+16a_1+60 < 10a_1+62\end{cases}; \quad \begin{cases}a_1^2+6a_1+9>0 \\ a_1^2+6a_1-2<0\end{cases}$$

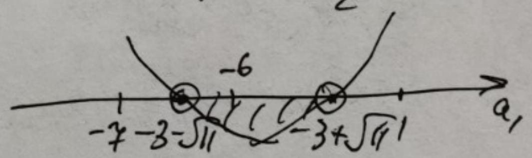
1ая строчка $(a_1+3)^2>0$ при $\forall a_1 \neq -3$

2ая строчка $D=36+8=44$

$$a_1=\frac{-6\pm\sqrt{44}}{2}=-3\pm\sqrt{11}$$

$-3-\sqrt{11} \ncong -7$

$4 \ncong \sqrt{11}$



$-6 > -3-\sqrt{11} > -7$

$-3+\sqrt{11} \ncong 1$ $\quad 0 < -3+\sqrt{11} < 1$

$\sqrt{11} \ncong 4$

$a_1 \in \mathbb{Z}$ $\quad a_1 \neq -3$ и $a_1 \in (-7;1)$ $\quad a_1=-6;-5;-4;-2;-1;0$

Ответ: $a_1 \in \{-6;-5;-4;\cancel{\;};-2;-1;0\}$

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21101210**

ID профиля: **166879**

Вариант 17

Черновик

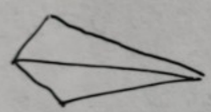
$$\frac{S_{APC}}{S_{APB}} = \frac{PC}{AP}$$

$$\frac{AK}{KC} = \frac{3}{2}$$

$\sin\alpha \cdot \cancel{AP} \cdot PC = \sin\alpha \cdot \cancel{AP} \cdot PB$

$$\frac{S_{\triangle TKC}}{\cancel{S_{\triangle ABK}}} = \frac{4}{9} \cdot 6 = \frac{24}{9}$$

$$\frac{S}{S_{APC}} = \frac{PC}{CB}$$



Чистовик Вар. №17 Лист №2

Сравним $\frac{2}{7} \vee \frac{1}{5}$

$10 \vee 7$

A: $2\log_{\frac{20}{7}-1}\left(\frac{8}{7}+1\right) =$

$= 2\log_{\frac{3}{7}}\frac{15}{7}$

B: $2\log_{\frac{8}{7}+1}\left(\frac{1}{7}+2\right) = 2\log_{\frac{15}{7}}\frac{15}{7} = 2$

C: $\log_{\frac{1}{7}+2}\left(\frac{10}{7}-1\right) = \log_{\frac{15}{7}}\frac{3}{7}$

$A \neq 1$
$A \neq 2$
$C \neq 1$
$C \neq 2$

$\Rightarrow x = \frac{2}{7}$ не подходит $A \neq B \neq C$

III) $C = \cancel{B} = A+1$ $\quad C \cdot C \cdot (C-1) = 4$

$C^3 - C^2 - 4 = 0$

$(C-2)(C^2+C+2) = 0$

$C = 2$ $\quad \log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1) = 2$

$5x - 1 = \frac{x^2}{4} + 2x + 4 \quad | \times 4$

$x^2 + 8x + 16 = 20x - 4$

$x^2 - 12x + 20 = 0$

$D = 144 - 80 = 64$

$x = \frac{12 \pm 8}{2} = 10;\ 2$

$x = 2$ уже проверили V

$x = 10$

A: $2\log_{49} 41 = \log_7 41$

B: $2\log_{41} 7 = \log_{41} 49$

C: $\log_7 49 = 2$

$\log_7 41 \vee \log_{41} 49$

$\log_7 41 \vee \frac{1}{\log_{49}\sqrt{41}}$

$\sqrt{41} < \sqrt{49} = 7$

$\underbrace{\underset{2}{\overset{}{\log_7 41}}}_{\vee\ 1} \cdot \underbrace{\log_7\sqrt{41}}_{\wedge\ 1} \vee 1$

$\underbrace{\frac{1}{2}\underbrace{\log_7 41}_{\wedge\ 2}}_{\wedge\ 1} \vee 1 \longleftarrow$

~~Умножая число от (1; 2) на число от (0; 1) получается < 1~~

Ответ: $x = 2$

Чистовик Лист № 3 Вар № 17

№ 4) $(a;b;c)$ - ?

$$\begin{cases} НОД(a,b,c)=6 \\ НОК(a,b,c)=2^{15}\cdot 3^{16} \end{cases}$$

$НОД(a,b,c)\cdot НОК(a,b,c)=a\cdot b\cdot c$

$a\cdot b\cdot c=2^{16}\cdot 3^{17}$

То есть

$b=2^{g}\cdot 3^{h}$

$c=2^{k}\cdot 3^{m}$ $a=2^{e}\cdot 3^{f}$

потому что, если $abc=2^{16}\cdot 3^{17}$ то в разложении на простые множители каждого числа a, b и c могут быть только „1", „2" и „3"

тогда

$$\begin{cases} e+g+k=16 \\ f+h+m=17 \end{cases}$$

e, g, k, f, h, m больше или равны 0 и натуральные

Как набрать сумму из 3 чисел равную 16

1) $e=16$ $g=0$ $k=0$ - 1 способ

Если мы выберем e и g, то однозначно опред. k

и если f и h выберем, однозначно m

2) $e=15$ $g \to 0, 1$ $k \to 0, 1$ - 2 способа

3) $e=14$ $g: \begin{pmatrix}0\\1\\2\end{pmatrix}$ $k: \begin{pmatrix}0\\1\\2\end{pmatrix}$ - 3 способа

4) $e=13$ $g: \begin{pmatrix}0\\1\\2\\3\end{pmatrix}$ k: -3, -2, -1, -0 - 4 способа

...

17) $e=0$ g: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16 - 17 способов

но т.к. $НОД(a,b,c)=6$

$e\geq 1;\ g\geq 1;\ k\geq 1$

$f\geq 1;\ h\geq 1;\ m\geq 1$

т.к. $НОК(a,b,c)=2^{15}\cdot 3^{16}$

$e\leq 15;\ g\leq 15;\ k\leq 15$

$f\leq 16;\ h\leq 16;\ m\leq 16$

Здесь все способы без усл., записанного справа.

21101210 (U166879 M1296862)

Чистовик Лист №4 Вар №17

с учетом $e \geq 1$; $g \geq 1$; $k \geq 1$ $e \leq 15$; $g \leq 15$; $k \leq 15$

$f \geq 1$; $h \geq 1$; $m \geq 1$ ~~f~~ $f \leq 16$; $h \leq 16$; $m \leq 16$

~~для выбора (e; g; k) нужно убрать первую строку, последнюю и сделать~~ Определим заново кол-во наборов $(e; g; k)$

1) $e = 15$ $g = 1$; $k = 1$ – 1 способ

2) $e = 14$ $g = \binom{1}{2}$; ~~k=~~ $k = \binom{1}{2}$ – 2 способа

⋮

Всего: $\frac{16 \cdot 15}{2} = 8 \cdot 15 = 120$ вариантов

15) $e = 1$ – 15 способов

Аналог опред кол-во наборов (h, f, m)

1) $f = 16$ $h = 1$ $m = 1$ – 1 способ

2) $f = 15$ $h = \binom{1}{2}$ $m = \binom{1}{2}$ – 2 способа

Всего $\frac{17 \cdot 16}{2} = 8 \cdot 17 = 136$ вариантов

⋮

16) $f = 1$ – 16 способов

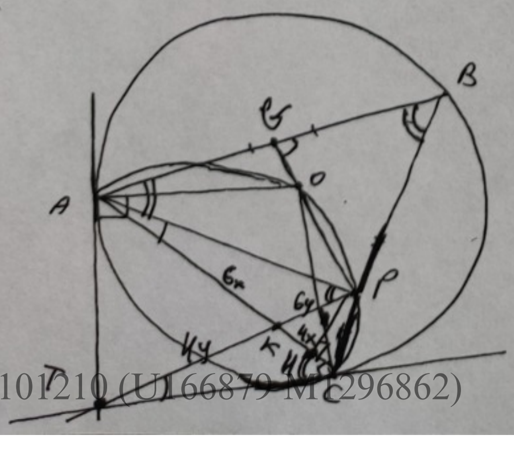
Учитывая, что каждому набору $(e; g; k)$ соотв. любой набор (f, h, m) всего вариантов выбора $(a; b; c)$ – S,

$S = 136 \cdot 120 = 16320$

$$\begin{array}{r} 136 \\ \times 120 \\ \hline 2720 \\ +136 \\ \hline 16320 \end{array}$$

Ответ: 16320

№6



Дано: $S_{APK} = 6$

$S_{CPK} = 4$

Найти: а) S_{ABC} – ?

б) $\angle ABC = \operatorname{arctg} \frac{4}{5}$ AC – ?

Чистовик Лист №5 Вар №17

1) $OA \perp AT$ и $OC \perp TC$ (как касательные), то OT - диаметр. и $AOCT$ - впис. ч-уг т.к. $\angle TAO = \angle TCO = 90°$ опир. на TO

2) т.к. $P \in$ окр. около $AOCT$ $\angle AOC = \angle APC$ (как вписанные, опир. на ~~AC~~ дугу $\overset{\frown}{ATC}$)

3) $\angle AOC = \overset{\frown}{AC}$ (как центральный в окр. ω)

$\angle ABC = \frac{\overset{\frown}{AC}}{2}$ (как вписанный в окр ω) $\angle AOC = 2\angle ABC = \angle APC$

$\angle APC = \angle ABC + \angle PAB$ (как внешний)

$\angle APC = 2\angle ABC \Rightarrow \angle PAB = \angle ABC$ $\triangle APB$ - р/б

4) $S_{APC} = S_{APK} + S_{CPK} = 10$

$S_{APC} = \frac{\sin APC \cdot AP \cdot PC}{2}$ $S_{APB} = \frac{\sin(180° - APC) \cdot AP \cdot PB}{2}$

5) $\frac{AK}{KC} = \frac{3}{2}$ т.к. высота из т. P на AC общая у $\triangle APK$ и $\triangle KCP$

6) ~~$\angle APC$~~ $\angle ABC = \frac{\overset{\frown}{AC}}{2}$ (как вписанный в ω)

$\angle ACT = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AC}$ (как угол между кас. и хордой в ω)

в окр., описанной около $TAOC$ $\angle ACT = \angle APT$ (как вписанные опир. на 1 дугу)

тогда $\angle ABC = \frac{\angle APC}{2} = \angle ACT = \angle APT$

$\Rightarrow \angle APT = \frac{1}{2}\angle APC \Rightarrow PK$ - биссектр.

7) по т. о биссект. $\frac{AP}{PC} = \frac{AK}{KC} = \frac{3}{2}$ т.к. $AP = PB$ $\frac{BP}{PC} = \frac{3}{2}$

8) из 4 $\frac{S_{APC}}{S_{APB}} = \frac{PC}{PB} = \frac{2}{3}$ $S_{APB} = \frac{S_{APC} \cdot 3}{2} = 15$

тогда $S_{ABC} = S_{APC} + S_{APB} = 25$ Ответ: а) $S_{ABC} = 25$

Чистовик Лист № 6 Вар. №17.

б) 1) $\angle APK = \angle ABC = \angle KPC = \operatorname{arctg}\frac{7}{5}$ $AC - ?$

2) $\angle ACT = \operatorname{arctg}\frac{7}{5}$

~~$\angle ACO = 30^\circ$ $\operatorname{arctg}\frac{7}{5}$ пот. о су~~

3) P и O – лежат на сер. пер. к AB т.к. O – центр ω, а P – вершина р/б $\triangle APB$ GP – мед./биссектр./высота

$\operatorname{tg} GBP = \frac{7}{5}$

$\cos GBP = \frac{5}{\sqrt{74}}$

$\frac{GP}{GB} = \frac{7}{5}$ т.к. G – середина $\frac{GP}{AG} = \frac{7}{5}$

$$S_{APB} = \frac{GP \cdot AB}{2} = \frac{GP \cdot 2AG}{2} = GP \cdot \frac{5}{7} GP$$

$AG = \frac{5}{7} GP$

$$\cancel{15}^{3} = \frac{5}{7} GP^2$$

$$GP = \sqrt{21}$$

$GB = \frac{5\sqrt{21}}{7}$

по т. Пиф $\triangle BGP$

$$BP = \sqrt{21 + \frac{25 \cdot 21}{49}} = \sqrt{\frac{21 \cdot 74}{49}} = \sqrt{\frac{7 \cdot 3 \cdot 74}{49_7}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 74}{7}}$$

4) $BP = AP$ $PC = \frac{2}{3} BP = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{3 \cdot 74}{7}}$

~~PH $PH \perp AC$ по т. Пифагора~~

~~$PH = \sqrt{AP^2 - AH^2} = \sqrt{PC^2 - HC^2}$, $HC = (AC - AH)$~~

~~$AP^2 - PC^2 = AH^2 - HC^2$~~

~~$(AP - PC)(AP + PC) = (AH - AC + AH)$~~

$$\cos\angle GBP = \cos\angle APK = \frac{5\sqrt{3 \cdot 74}\cdot\sqrt{7}}{7\sqrt{3 \cdot 74}} = \frac{5}{\sqrt{74}}$$

$$\cos\angle APC = 2\cos^2 APK - 1 = \frac{50}{74} - 1 = \frac{-24}{74}$$

по т. косинусов $\triangle APC$

$$AC = \sqrt{AP^2 + PC^2 - 2AP \cdot PC \cdot \cos APC} = \sqrt{\frac{3 \cdot 74}{7} + \frac{4}{9_3} \cdot \frac{3 \cdot 74}{7} + \frac{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 74}{3 \cdot 7} \cdot \frac{24}{74}} =$$

$$= \sqrt{\frac{3 \cdot 74}{7} + \frac{4 \cdot 74}{21} + \frac{4 \cdot 24}{7}}$$

Чистовик Лист № 7 Вар №17

$$AC = \sqrt{\frac{9\cdot 74 + 3\cdot 74 + 12\cdot 24}{21}} = \sqrt{\frac{666 + 222 + 288}{21}} =$$

$$\begin{array}{r} \times\, 144 \\ 2 \\ \hline 288 \end{array}$$

$$= \sqrt{\frac{888 + 288}{21}} = \sqrt{\frac{\cancel{1176}\ \cancel{392}\ 56}{\cancel{21}\ \cancel{7}\ 1}} = \sqrt{56}$$

$$\begin{array}{r} 888 \\ +\, 288 \\ \hline 1176 \end{array}$$

Ответ: б) $AC = \sqrt{56} = 2\sqrt{14}$

21101210 (U166879 M1296862)

Чистовик Вар. №17 Лист №1

№5 $\overset{A}{\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)}$; $\overset{B}{\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2}$; $\overset{C}{\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)}$ $x-?$

$$\begin{cases} 5x-1>0 \\ 4x+1>0 \\ \frac{x}{2}+2>0 \\ 5x-1\neq 1 \\ 4x+1\neq 1 \\ \frac{x}{2}+2\neq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x>\frac{1}{5} \\ x>-\frac{1}{4} \\ x>-4 \\ x\neq \frac{2}{5} \\ x\neq 0 \\ x\neq -2 \end{cases} \quad \begin{cases} x>\frac{1}{5} \\ x\neq \frac{2}{5} \end{cases}$$

I)

$A=C=B+1$, тогда $A=C$, $B=A-1$

$A: 2\log_{5x-1} 4x+1$

$B: 2\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)$

$C: \log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)$

$A\cdot B\cdot C=4$

$A^2(A-1)=4$

$A^3-A^2-4=0$

$$\begin{array}{r|l} A^3-A^2-4 & A-2 \\ \cline{2-2} -\ A^3-2A^2 & A^2+A+2 \\ \cline{1-1} A^2-4 & \\ -\ A^2-2A & \\ \cline{1-1} 2A-4 & \\ -\ 2A-4 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

$(A-2)\underbrace{(A^2+A+2)}_{>0}=0$ т.к. $D=1-8<0$

$A=2$

$\cancel{2}\log_{5x-1} 4x+1=\cancel{2}$

$4x+1=5x-1$ $x=2$

Проверим

$A: 2\log_9 9=2$

$B: 2\log_9 3=1$

$C: \log_3 9=2$

V

II) , тогда

$A=B=C+1$ $B=C+1 \Leftrightarrow C=B-1$

$A=B$

$B\cdot B\cdot(B-1)=4$

Аналог. I

$(B-2)\underbrace{(B^2+B+2)}_{>0}=0$

$B=2$ $2\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)=2$

$4x+1=\frac{x}{2}+2$ $7x=2$

$8x+2=x+4$ $x=\frac{2}{7}$