# Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21101071**

ID профиля: **837835**

Вариант 17

Черновик. Вариант №17.

$S_{10} = S. = a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d \ldots \overset{+a_1+9d}{=} 10a_1 + 45d.$

$d$ - целое, $d > 0$

$\sqrt{\frac{16}{5}}$

$(a_6 \cdot a_{12}) = (a_6 \cdot (a_6 + d + d + d + d + d + d))$

$y < 0$
$x < 0$

$a_6^2 + 6d \cdot a_6$

$S > x$ $(x; y)$ $y = -5$ $x = -10$ $a_1^2 + 16da_1 + 55d^2 > S + 1$

$S < y.$ $a_1^2 + 16da_1 + 55d^2 < S + 17 - 5d^2$

$a_1^2 + 5da_1 + 11da_1 + 55d$ $(a_1 + 5d)(a_1 + 11d) > S + 1$

$a^2 + 6da_1 + 10da_1 + 60d^2$ $(a_1 + 6d)(a_1 + 10d) < S + 17$

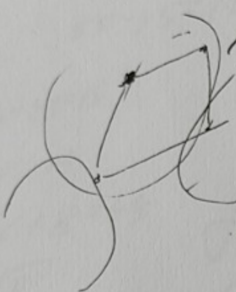
$a_1^2 + 16da_1 + 55d^2 = p$

$\begin{cases} p > S + 1 \\ p < S + 17 - 5d^2 \end{cases}$

$S+1 \quad S+17-5d^2 \quad p$

$d \geq 1$

$a_1$ - целое



$S + 17 - 5d^2 > S + 1$

$16 > 5d^2$

$d^2 < \frac{16}{5}$

$d^2 - \frac{16}{5} < 0$

$0 < d < \frac{4}{\sqrt{5}}$

$\frac{4}{\sqrt{5}}$ $\frac{4\sqrt{5}}{5} = \sqrt{5} \cdot 0,8$

$\sqrt{\frac{16 \cdot 5}{25}} = \sqrt{\frac{16}{5}}$

7
14
21
28
35
42
49
56
63
70

$S + 17 - 5d^2 < S + 1$

$16 < 5d^2$

$5d^2 - 16 > 0$

$d > \frac{4}{\sqrt{5}}$

$d > 2$

$d \geq 1,5$

$\frac{15}{5} < \frac{16}{5} < \frac{20}{5}$ $\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$

$3 < \quad < 4$ $2 < \quad < 3$

$\sqrt{3} < \sqrt{\ } < 2$ $\frac{4}{3} < \frac{4}{\sqrt{5}} < \frac{4}{2}$

$1\frac{1}{3} < \quad < 2$

$\approx 1,5$

$\begin{cases} a_1^2 + 16da + 55d^2 - 17 > S = f \\ a^2 + 16da + 60d^2 - 17 < S = g \end{cases}$

$g \quad f \quad 0 \quad f \quad g \quad S$

$a^2 + 16da + 55d^2 - 17 < a^2 + 16ad + 60d^2 - 17$

$16 < 5d^2$

$g > 0$

$-60$, $-17$, $43$; $43 \cdot 4 = 172$; $172 + 256 = 428$

$428 | 2$
$214 | 2$
$107$

$a^2 + 16a + 60 - 17 > 0$

$a^2 + 16a - 43 < 0$ $g < 0$ $-8 \pm \sqrt{107}$ $d > 2$ $-\sqrt{107} - 8 <$ $< \sqrt{107} - 8$

$D = 256 + 172 = 428$ $g < f$

$a^2 + 16ad + 60d^2 - 17 < a^2 + 16ad + 55d^2 - 1$

$5d^2 < 16$ $d < \frac{4}{\sqrt{5}}$ $d = 1$

21101071 (U837835 M1297599)

Черновик Вариант №17

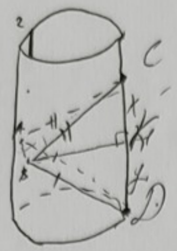
$HC_1=\sqrt{24-x^2}$

$(a_1+5)(a_1+11)$

$p=6+1=7$

$7\cdot 1\cdot 1\cdot 5$

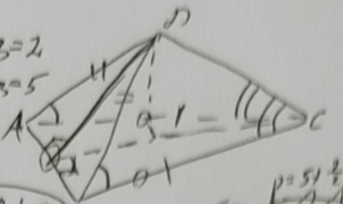
$\sqrt{35}$



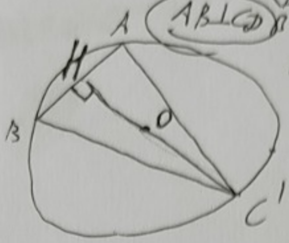
AB=2

AC=CB=5

AD=DB=6



AB⊥CD



$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}=2\sqrt{6}$

$b=\frac{4\sqrt{6}}{6}$

$25-x^2=36-y^2$

$(y-x)(y+x)=11$

$55-45=10$

$60-45=15$

$15-17$

$D=36+8=44$

$2\sqrt{11}$

$a\geq 1-b$

$a^2-2a+b^2-2b\leq 0$

$(a-1)^2+(b-1)^2\leq 2$

$a^2+b^2\leq 2$

$2\leq 2a+2b$

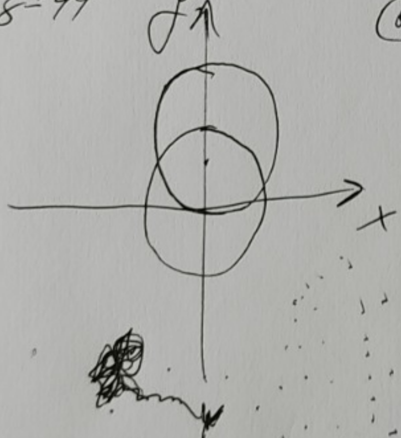
$a+b\geq 1$

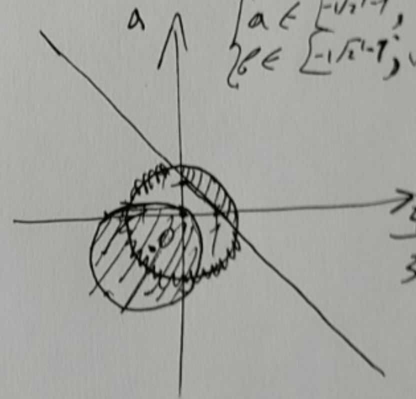
$2\geq 2a+2b$

$a+b\leq 1$

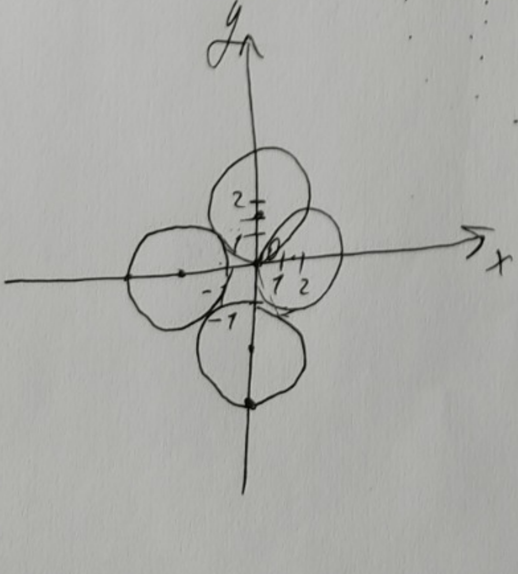
$a^2+b^2\leq 2a+2b$

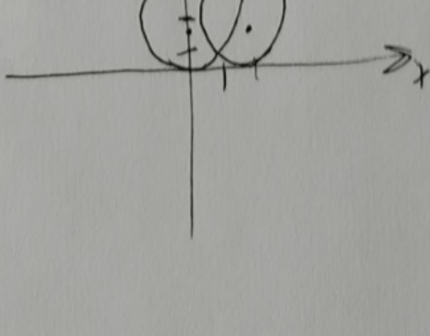
$\begin{cases} a\in[-\sqrt{2}-1;\sqrt{2}] & a\leq 1-b \\ b\in[-\sqrt{2}-1;\sqrt{2}] \end{cases}$





$5{,}5\cdot 5{,}5$: 275, 275, $30{,}25$





21101071 (U837835 M1297599)

Чистовик Вариант №17 (3)

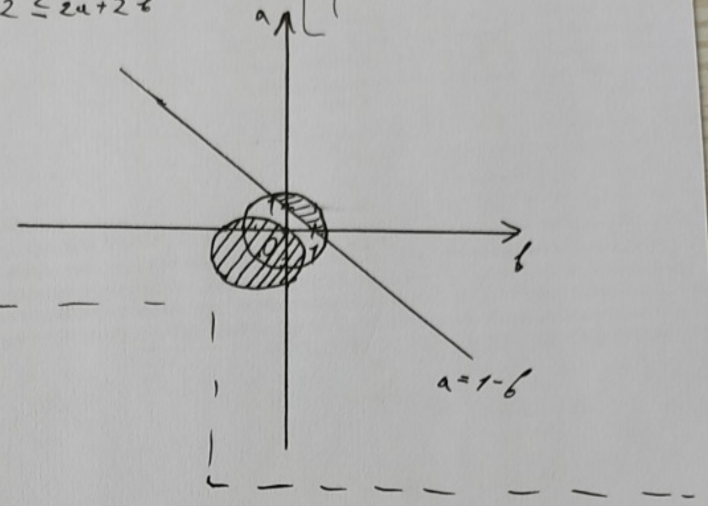
№3

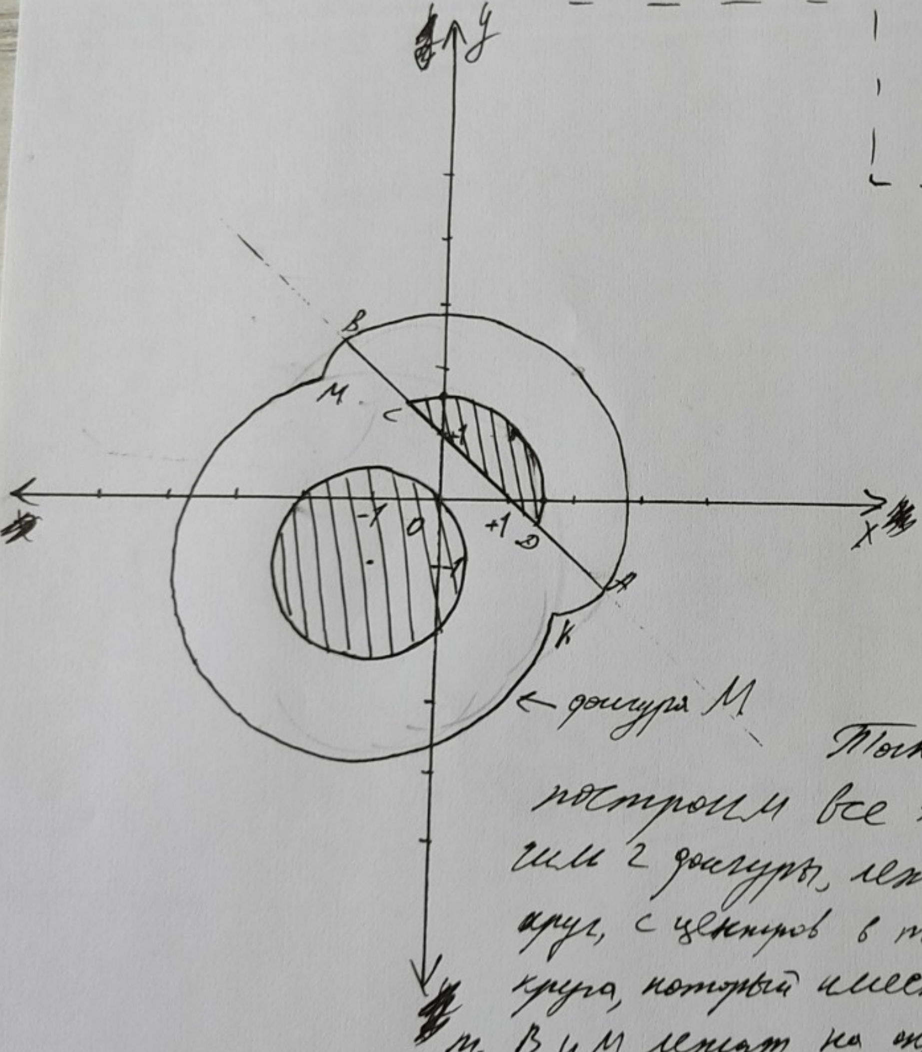
$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 2\\ a^2+b^2\le \min(2a+2b;2)\end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}2\ge 2a+2b\\ a^2+b^2\le 2a+2b\end{cases}\\ \begin{cases}a^2+b^2\le 2\\ 2\le 2a+2b\end{cases}\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a+b<1 \quad a<1-b\\ (a-1)^2+(b-1)^2\le 2\end{cases}\\ \begin{cases}a+b\ge 1\\ a^2+b^2\le 2\end{cases}\end{array}\right.$$

$\Rightarrow a\in[-\sqrt{2}-1;\sqrt{2}]$

$b\in[-\sqrt{2}-1;\sqrt{2}]$




Заштрихована область точек, являющихся центрами радиусов окр-тей $(x-a)^2+(y-b)^2\le 2$

Совокупность этих окружностей и есть фигура M.

Таким образом, если мы построим все эти окр-ти то получим 2 фигуры, лежащие в нахлёст круг, с центров в т. $(-1;-1)$ и сегмента круга, который имеет ц. в т. $(0;0)$ $AD=BC=\sqrt{2}$ т. B и M лежат на окр-ти с $r=\sqrt{2}$ и ц. в т. C т. K и A лежат на окр-ти с $r=\sqrt{2}$ и ц. в т. D

Найдём M и K.

$$\begin{cases}x^2+y^2=2\\ (x+1)^2+(y+1)^2=2\end{cases}$$

$2x+2y=-2$

$x+y=-1$

$x=-y-1$

$y^2+2y+1+y^2=2$

$2y^2+2y-1=0$

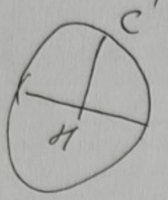
$D=4+8=12=2\sqrt{3}$

$y_1=\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$

$y_2=\frac{-1-\sqrt{3}}{2}$

Черновик. Вариант 517.

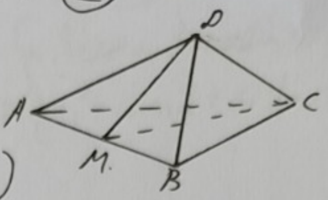
$AB = D$




$HC' = 1$

Чистовик Вариант №17 (2)

№2.




AB=2. AD=DB=6

AC=BC=5.

М-середина AB ⇒ DM-высота (равнобедр. Δ)

⇒ MC-высота

D-равноудалена от A и B ⇒ D проецируется на MC ⇒ MC-проекция

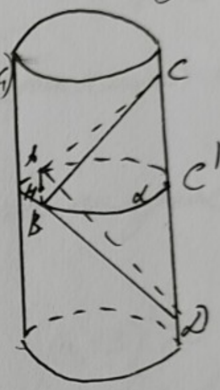
DC на (ABC) ⇒ AB ⊥ DC по т. о 3⊥.

D и C ∈ боковой поверхности ⇒ DC -

DC ∥ оси цилиндра; т.к.

часть образующей цилиндра ⇒ AB (т.к. AB⊥CD) лежит в сече-

нии цилиндра α, где α - плоскость, ∥ основаниям цилиндра.




$CC' = x$  $C'$-проекция $C$ на $\alpha$  $AC' = BC'$ ($\Delta ACC_1 = \Delta BCC_1$)

$DC' = y$

$AC' = BC' = \sqrt{AC^2 - CC'^2} = \sqrt{25 - x^2}$    $AC' = \sqrt{36 - y^2}$

по т. Пифагора

H-середина AB   $CH \perp CD$ т.к. $CD \perp \alpha$

$S_{ACB} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$   $p=6$

$S_{ACB} = \sqrt{6 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 4} = 2\sqrt{6}$   $CH \cdot \frac{1}{2} \cdot AB = S_{ACB}$   $CH = 2\sqrt{6}$

$CD = x+y.$

$p_{BCD} = 5{,}5 + \frac{x+y}{2} = 5{,}5 + \frac{a}{2}$

аналогично найдём HD  $HD = \sqrt{35}$

$S_{BCD} = \sqrt{\left(5{,}5 + \frac{a}{2}\right)\left(0{,}5 + \frac{a}{2}\right)\left(\frac{a}{2} - 0{,}5\right)\left(5{,}5 - \frac{a}{2}\right)}$

$HC_1' = \sqrt{HC^2 - CC_1^2} = \sqrt{24 - x^2}$

$S_{BCD} = \sqrt{\left(30{,}25 - \frac{a^2}{4}\right)\left(\frac{a^2}{4} - 0{,}25\right)}$

$HC_1' = \sqrt{AC'^2 - AH^2} = \sqrt{25 - x^2 - 1}.$

$S_{BCD} = BC_1 \cdot \frac{1}{2} \cdot CD$

Т.к. нам необходим цилиндр

наименьшего радиуса ⇒ AB - диаметр

$\Rightarrow HC_1' = \frac{1}{2}AB = 1 \Rightarrow AC_1' = \sqrt{2}! \Rightarrow \begin{cases} 25 - x^2 = 2 \\ 36 - y^2 = 2 \end{cases}$   $\begin{cases} x^2 = 23 \\ y^2 = 34 \end{cases}$   $x = \sqrt{23}$  $y = \sqrt{34}!$

Ответ: $CD = \sqrt{23} + \sqrt{34}!$

Чистовик Вариант №17 1

$S = S_{10}$ $\begin{cases}(a_6 \cdot a_{12}) > S+1 \\ (a_7 \cdot a_{11}) < S+17\end{cases}$ $\begin{cases}(a_1+5d)(a_1+11d) > S+1 \\ (a_1+6d)(a_1+10d) < S+17\end{cases}$ $\begin{cases}a_1^2+16a_1d+55d^2-1 > S \\ a_1^2+16a_1d+60d^2-17 < S\end{cases}$

$a_1^2+16a_1d+55d^2-1 = y$

$a_1^2+16a_1d+60d^2-17 = x$

0   x   y   S

$\Rightarrow y > x$

$\underline{a_1^2+16a_1d}+55d^2-1 > \underline{a_1^2+16a_1d}+60d^2-17$

$16 > 5d^2$

$5d^2-16 < 0$

$d \in \left[-\frac{4}{\sqrt5}; \frac{4}{\sqrt5}\right]$

$\sqrt{\frac{15}{5}} < \frac{4}{\sqrt5} < \sqrt{\frac{20}{5}}$

$\sqrt3 < \frac{4}{\sqrt5} < 2$

$a_n$ – возрастающая арифм. прогрессия, состоящая из целых чисел $\Rightarrow d \in \mathbb{N} \Rightarrow d = 1$

По формуле суммы членов арифм прогрессии, получаем, что $S = 10a_1 + 45d$ т.к. $d=1$, получаем $S = 10a_1 + 45$.

получаем $\begin{cases}a_1^2+16a_1+55-1-10a_1-45 > 0 \\ a_1^2+16a_1+60-17-10a_1-45 < 0\end{cases}$ $\begin{cases}a_1^2+6a_1+9 > 0 \\ a_1^2+6a_1-2 < 0\end{cases}$ $\begin{cases}(a_1+3)^2 > 0 \Rightarrow a_1 = -3 \\ a_1 \in [-3-\sqrt{11}; -3+\sqrt{11}]\end{cases}$

$D = 36+8 = 44$

$\left[\begin{array}{l}a_1 = -3+\sqrt{11} \\ a_1 = -3-\sqrt{11}\end{array}\right.$

$\sqrt9 < \sqrt{11} < \sqrt{16}$    $-4 < -\sqrt{11} < -3$

$3 < \sqrt{11} < 4$    $-7 < -\sqrt{11} < -6$

$0 < \sqrt{11}-3 < 1$

$\Rightarrow \begin{cases}a_1 \in (-7; 1) \\ a_1 = -3\end{cases}$ $\Rightarrow$ Ответ: $\left[\begin{array}{l}a_1 = -6 \\ a_1 = -5 \\ a_1 = -4 \\ a_1 = -2 \\ a_1 = 1 \\ a_1 = 0\end{array}\right.$

21101071 (U837835 M1297599)

# Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21101071**

ID профиля: **837835**

Вариант 17

Черновик $\quad$ 55. $\quad$ Вариант 517

$5x-1=a \quad 2\log_a b \quad \frac{2\ln b}{\ln a}=\cancel{x}\ \alpha \quad \frac{y}{2}\ \frac{2}{y}$

$4x+1=b \quad 2\log_b c \quad \frac{2\ln c}{\ln b}=y\ \beta$

$\frac{x}{2}+2=c \quad \log_c a \quad \frac{\ln a}{\ln c}=z\ \gamma$

$$\begin{cases} xy=\frac{4}{z} \\ xz=\frac{4}{y} \\ yz=\frac{4}{\cancel{x}} \end{cases}$$

$2\cdot\frac{\ln a}{\ln b} \quad \frac{2\ln b}{2\ln c}$

$x(y-z)=\frac{4y-4z}{zy}$

$y=z \quad x=\frac{4}{zy}$

$\log_c a=x$

$2\frac{1}{\log_c b}=y \quad \log_c b\ \frac{2}{y}$

$2\frac{\log_c b}{\log_c a}=\frac{4}{[illegible]}$

$x-\frac{4}{x^2}=1$

$t=y \quad x-\frac{4}{yx}=1$

$\alpha=\beta$

$\alpha-\gamma=1$

$\alpha=\cancel{\gamma}$

$\alpha-\beta=1$

21101071 (U837835 M1297600)

Черновик Вариант 517

$\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1) \Rightarrow 2\log_a b$

$\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2 \Rightarrow 2\log_b c$

$\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1) \Rightarrow \log_c a = p$ $c^p = a$ $a = c^p$

$5x-1=a$
$4x+1=b$
$\frac{x}{2}+2=c$

$\begin{cases} a,b,c>0 \\ a\neq 1 \\ b\neq 1 \\ c\neq 1 \end{cases}$

① $2y$

② $\frac{2}{py}$

③ $p$

$\frac{2}{p}\log_c b = \frac{2}{py}$

$2\log_b c = 2y$

$2\frac{\lg c}{\lg b} - \left(\frac{\lg a}{\lg b}\right)^2 \cdot \frac{1}{c^2}$

$2\lg b \cdot \lg c - \lg^2 a = 1$

$2\log_b c - \log_b^2 a = 1$

$\log_b c = p$

$2p - \frac{p^2}{p} = 1$

$2\log_a b - \log_c a = 1$

$2\frac{\lg b}{\lg a} - \frac{\lg a}{\lg c} = 1$

$5x-1=4x+1$

$-8+1=-7$

$5x-1=4x+1$
$x=2$

$2p^3-1=p^2$

$2p^3-p^2-1=0$

$8x+2=x+4$ $p=1$

$7x=2$

$\alpha\ \gamma$ $\alpha\ \gamma\ x$
$\gamma\ \alpha$ $\gamma\ \alpha\ x$
$\alpha\ x\ \gamma$
$\alpha\ \alpha\ x$

⑥

$\begin{cases} 2y=p \\ 2y-\frac{2}{py}=1 \end{cases}$

$\begin{cases} p=2y \\ \left|2y-\frac{1}{y^2}\right|=1 \end{cases}$

$\begin{cases} 2y=\frac{2}{py} \\ 2y-p^2=1 \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{1}{p}=y \\ |2y-p|=1 \end{cases}$

$2p^2+p=0$
$p=0$ $p=-1$

НОД – наиб. общ. делит.

НОК – наим. общ. кратное

$a=2^x\cdot 3^y$

$b=2^\alpha\cdot 3^\beta$

$c=2^\gamma\cdot 3^\varphi$

$\begin{cases} \frac{2}{py}=p \\ \cancel{2y-p} \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{1}{y}=\frac{p^2}{2} \\ |2y-p|=1 \end{cases}$

$p-2y=1$

$2-x=1$

$x=1$

$1 \ldots 15$ 15 вар-ов

$p^2+p+1$

$1 \ldots 16$ 16 вар-ов

$x, \alpha, \gamma$ – наибольшее число 15, наименьшее 1

$y, \beta, \varphi$ – наибольшее 16, наименьшее 1

$2\log_a b = 2\log_b c$

$15\cdot 6 = 80$

$\frac{\lg b}{\lg a} = \frac{\lg c}{\lg b}$

$16\cdot 6 = 86$

$\lg b^2 = \lg a\cdot\lg c$

$86\cdot 80 = 3680$

54

1 -1 0 -4

2 1. 1. 2 0

$p^2+p+4$

$2\log_a b = \log_b c$

$2\frac{\lg b}{\lg a} = \frac{\lg a}{\lg b}$

21101071 (U837835 M1297600)

Черновик

$2\log_{5x-1}(4x+1)$

$2\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)$

$\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)$

$\log_{(4x+1)}(5x-1) = \frac{1}{\log_{(4x+1)}\left(\frac{x}{2}+2\right)}$

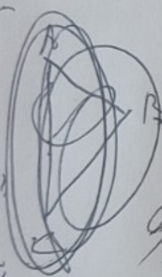
$\left[\begin{array}{l} \log_a b = \log_b c \Leftrightarrow 2\log_a b - \log_c a = 1 \\ 2\log_b c = \log_c a \Leftrightarrow \log_c a - 2\log_a b = 1 \\ 2\log_a b = \log_c a \Leftrightarrow \log_c a - 2\log_b c = 1 \end{array}\right.$

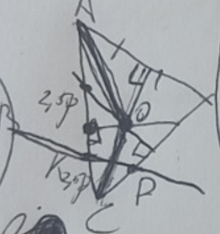
$\begin{cases} 4x+1>0 & >1 \\ \frac{x}{2}+2>0 & >2 \\ 5x-1>0 & >0 \end{cases}$

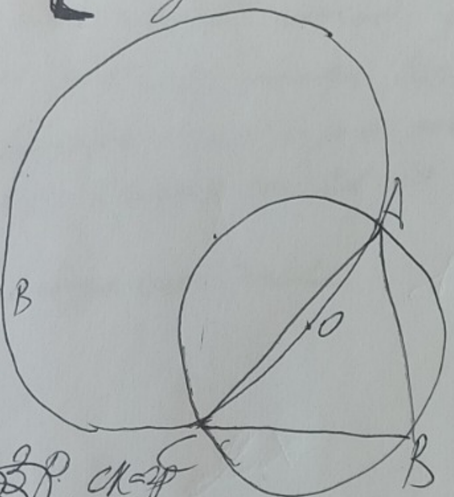
$x>\frac{1}{5}$

$x\neq\frac{2}{5}$

$TK=\frac{t\cdot KP}{2}$







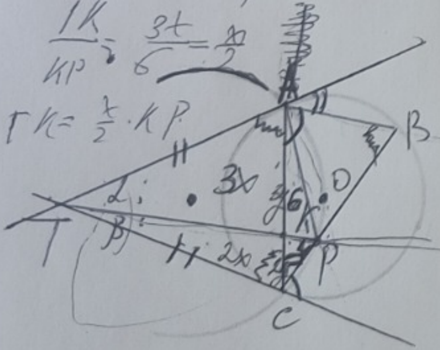
$AT^2=\frac{1}{2}\cdot KP^2$

$AT=KP\cdot\sqrt{\frac{1}{2}}$

$AT^2=TK\cdot KP$

$\frac{TK}{KP}=\frac{3t}{6}=\frac{t}{2}$

$TK=\frac{1}{2}\cdot KP$



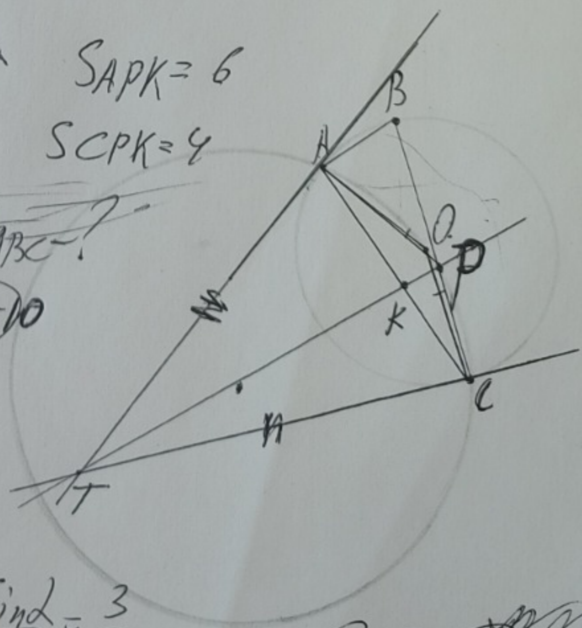
$S_{APK}=6$

$S_{CPK}=4$

$\frac{CK}{AK}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

$S_{ABC}-?$

$\Rightarrow S_{APC}=10$



ACT - равнобедр

$\frac{CP}{PB}=?$

$3x=\frac{1}{2}\sin\alpha\cdot z\cdot y$

$2x=\frac{1}{2}\sin\beta\cdot z\cdot y$

$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{3}{2}$

21101071 (U837835 M1297600)

Чистовик Вариант 517 (1)

54

$$\begin{cases} НОД(a;b;c)=6 \\ НОК(a;b;c)=2^{15}\cdot 3^{16} \end{cases}$$

распишем каждое число на множители

$6=2^1\cdot 3^1$

$$\begin{cases} a=2^x\cdot 3^y \\ b=2^\alpha\cdot 3^\beta \\ c=2^\gamma\cdot 3^\varphi \end{cases}$$

других цифр в разложении не будет, иначе они были бы в НОКе

$x;\alpha;\gamma$. – наименьшее из чисел равно 1 (в НОДе 2 в 1 степ.)

– наибольшее из чисел равно 15 (в НОКе 2 в 15 степ)

, а среднее – любое целое из промежутка $[1;15]$

расположить числа $x,\alpha,\gamma$ в наим, наиб. и среднее можно 6 способами, на каждый способ среднее число имеет 15 вар-ов своего значения, тогда всего способов $15\cdot 6=80$

для каждого из 80 способов есть вар-ы расположения 3-к, по аналогии, их $6\cdot 16=86$. Итого чисел $80\cdot 86=3680$

$$\begin{array}{r} \times\,86 \\ 80 \\ \hline 3680 \end{array}$$

Ответ: 3680 троек натуральных чисел.

Чистовик Вариант 17 (2)

№5.

$\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1) = 2\log_{5x-1}(4x+1) = 2\log_a b$

$\log_{(4x+1)}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2 = 2\log_{(4x+1)}\left(\frac{x}{2}+2\right) = 2\log_b c$

$\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1) = \log_c a$

$5x-1=a$

$4x+1=b$

$\frac{x}{2}+2=c$

I случай

$\log_a b = \log_b c = p$

$\frac{\lg b}{\lg a} = \frac{\lg c}{\lg b}$ $\quad \lg^2 b = \lg c \cdot \lg a$

$\log_a b = 1 \Rightarrow a=b$

$5x-1=4x+1$

$x=2$

$\log_b c = 1 \Rightarrow b=c$ $\quad 8x+2=x+4$ $\quad x=\frac{2}{7}$ $\quad \varnothing$

$2\log_a b - \log_c a = 1$

$\frac{2\lg b}{\lg a} - \frac{\lg a}{\lg c} = 1$

$\frac{2\lg b \cdot \lg c - \lg^2 a}{\lg^2 b} = 1$

$2\frac{\lg c}{\lg b} - \left(\frac{\lg a}{\lg b}\right)^2 = 1$

$2p - \frac{1}{p^2} = 1$

$2p^3 - p^2 - 1 = 0$

$p=1$

II случай $\quad 2\log_a b = \log_c a = y$

$2\frac{\lg b}{\lg a} = \frac{\lg a}{\lg c}$

$\lg^2 a = 2\lg b \cdot \lg c$

$\log_c a - 2\log_b c = 1$

$\frac{\lg a}{\lg c} - \frac{2\lg c}{\lg b} = 1$

$2\frac{\lg a \cdot \lg b - 2\lg^2 c}{\lg^2 a} = 1$

$2\log_a b - \frac{4}{\log_c^2 a} = 1$

$y - \frac{4}{y^2} = 1$

$y^3 - y^2 - 4 = 0$

$y=2$

$\begin{cases} \log_a b = 1 \Rightarrow a=b \quad x=2 \\ \log_c a = 2 \\ \log_b c = \frac{1}{2} \\ x=2 \text{ - удовлет.} \end{cases}$

III случай $\quad \log_b c = \frac{z}{2}$

$2\log_b c = \log_c a = z$

$2\frac{\lg c}{\lg b} = \frac{\lg a}{\lg c}$

$2\lg^2 c = \lg a \cdot \lg b$

$2\log_b c - 2\log_a b = 1$

$\frac{\lg c}{\lg b} - \frac{\lg b}{\lg a} = \frac{1}{2}$

$\frac{\lg c \cdot \lg a - \lg^2 b}{\lg^2 c} = 1$

$\log_c a - \left(\frac{1}{\log_b c}\right)^2 = 1$

$z - \left(\frac{2}{z}\right)^2 = 1$

$z^3 - z^2 - 4 = 0$

$z=2.$

$\begin{cases} \log_b c = 1 \\ \log_c a = 2 \\ \log_a b = \frac{1}{2} \end{cases}$ $\Rightarrow b=c \Rightarrow x=\frac{2}{7}$

$a=\frac{3}{7}$ $\quad c=\frac{15}{7}$ $\quad b=\frac{15}{7}$

$\log_{\frac{3}{7}}\left(\frac{3}{7}\cdot 5\right) = 1 + \log_{\frac{3}{7}} 5 \neq \frac{1}{2}$

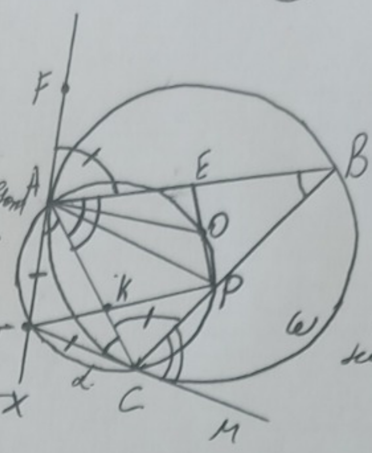
$\Rightarrow$ Ответ: $x=2.$

21101071 (U837835 M1297600)

Чистовик Вариант 517 (3)

$S_{APK}=6$ $S_{CPK}=4$ $S_{ABC}$? $=6$

$AT$ и $TC$ - касат. к $\omega$




T не лежит на окр-ти $\alpha$.

$S_{ABC}=10$ $\frac{S_{APC}}{S_{APB}}=\frac{PC}{PB}$ т.к. Δки имеют общую высоту.

$AT=TC$ (отрезки касат.)

$\frac{S_{APK}}{S_{CPK}}=\frac{AK}{CK}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$ $AK=3x$ $CK=2x \Rightarrow AC=5x$

Около $AOPC$ описана окр-ть $\alpha \Rightarrow \angle AOP+\angle ACP=180^\circ$

$\angle OAC+\angle OPC=180^\circ$

$\angle$ между хордой и кас $\Rightarrow \frac{1}{2}\cup$, заключ в этом угле $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle TAC=\angle TCA=\frac{1}{2}\cup AC=\angle ABC$

аналогично $\angle BCM=\angle CAB$

$\angle TAO=90^\circ$ ($AO$ — радиус, проведённый в т. касания).

$\angle FAB=\angle ACB$ $O$ — т. $\cap$ средин. $\perp$ $\Delta$-ка $ABC$

Продлим $OP$ до $\cap$ с $AB$; $OP\cap AB=E$

$TO$ — биссектр. $\angle ATC$. $AO=OC=OB=R$ по т. синусов $R=\frac{AC}{2\sin ABC}$