Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21100904**

ID профиля: **199852**

Вариант 17

Вариант 17 Чистовик ①

№1.

Арифм. прогрессия $a_1,\ a_1+d,\ a_1+2d\ldots$

Состоит из целых чисел.

$\Rightarrow a_1$ – целое и a_1+d – целое

их разность тоже целая $\Rightarrow d$ – целое.

Прогрессия возрастает $\Rightarrow d>0$.

$\Rightarrow d$ – натуральное

S – сумма первых 10 членов

$S=10a_1+45d$

$a_6\cdot a_{12}>S+1$ (1)

$a_7\cdot a_{11}<S+17$ (2)

(1): $a_6\cdot a_{12}>S+1$

$(a_1+5d)(a_1+11d)>10a_1+45d+1$

$a_1^2+a_1(16d-10)+55d^2-45d+1>0$

(2): $a_7\cdot a_{11}<S+17$

$(a_1+6d)(a_1+10d)<S+17$

$a_1^2+a_1(16d-10)+60d^2-45d-17<0$

$\Rightarrow \cancel{a_1^2+a_1(16d-10)}+55d^2-45d+1>$

$>\cancel{a_1^2+a_1(16d-10)}+60d^2-45d-17$

(так как одно больше 0, другое меньше)

$\Rightarrow 16>5d^2$

А так как d – натуральное

Подходит только $d=1$ (если $d\geq 2$, то справа ≥ 20)

Подставим $d=1$ в (1) и (2)

$$\begin{cases} a_1^2+6a_1+9>0 \\ a_1^2+6a_1-2<0 \end{cases} \quad \begin{cases} (a_1+3)^2>0 \\ a_1\in(-3-\sqrt{11};\,-3+\sqrt{11}) \end{cases}$$

$a_1\neq -3$

так как a – целое, можем записать, найдя ближайшие целые

$a_1\in[-6;\,0]$

$\Rightarrow a_1$ может быть равно $\{-6;-5;-4;-2;-1;0\}$

Ответ: $a_1\in\{-6;-5;-4;-2;-1;0\}$

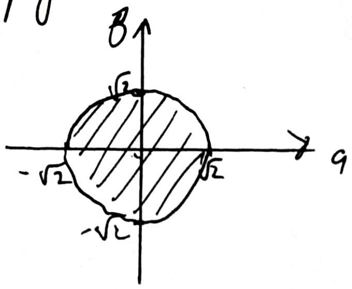
Вариант 17 Чистовик 2

№3.

$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 2 & (1) \\ a^2+b^2 \le \min(2a+2b, 2) & (2) \end{cases}$$

(2): Найдем возможные a и b

1) $a^2+b^2 \le 2$ – ~~окружность~~ круг с центром в т. $(0;0)$, радиуса $\sqrt{2}$



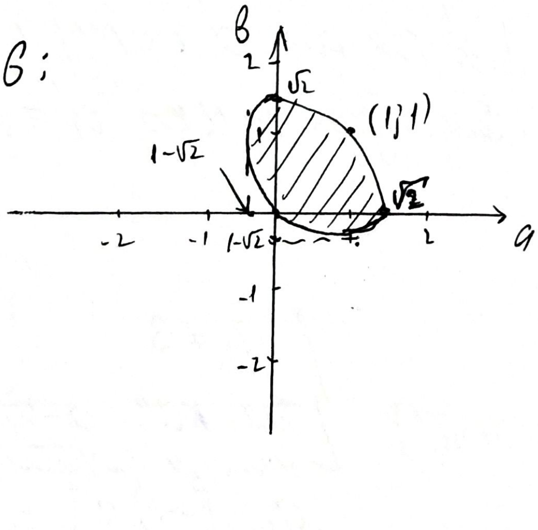
2) $a^2+b^2 \le \min(2a+2b, 2)$ это $a^2+b^2 \le 2$ без мн-ства $a^2+b^2 > 2a+2b$

$a^2+b^2 > 2a+2b$

$a^2-2a+1+b^2-2a+1 > 2$

$(a-1)^2+(b-1)^2 > 2$ – это вся плоскость кроме круга с центром $(1;1)$, радиуса $\sqrt{2}$

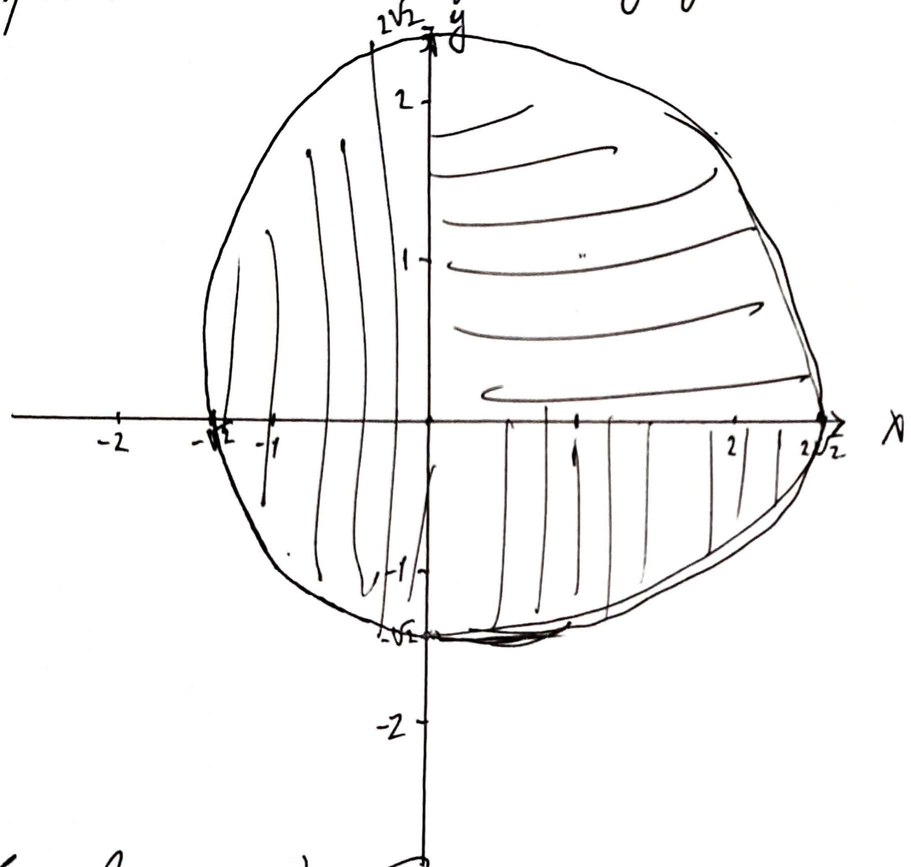
3) Тогда a и b:



Вар. 17 Чистовик. 3

№3. продолжение

4. Тогда x и y – это круги ~~описанный около~~ с центрами в точках $(a;b)$, радиуса $\sqrt{2}$



~~Мн-во $(x;y)$ – круг, диаметр~~

Тогда, площадь можно найти как сумму гор. штрих. и верт. штрих (см. рис)

$S = \frac{3}{4}\cdot\pi\cdot 8 + \frac{1}{4}\pi\cdot 2 = 6\pi + \frac{1}{2}\pi.$

Ответ: $6\frac{1}{2}\pi.$

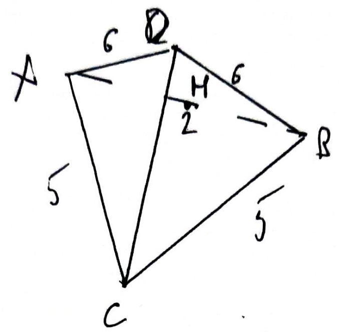
Вар 17 Черновик (4)

№2.

Дано:
AB=2
AC=CB=5
AD=DB=6

CD – ?

~~1.2 из~~



1. Из ΔCDB; ΔCAD
по нер-ству треуг.

$CD \in (1; 11)$

~~2. Из Δ~~

2. Пусть DH, CH – высоты на AB
~~DH~~ AH=BH, т.к. р/б треуг => высота, медиана.

AH=BH=1

=> по т. Пифагора, $DH=\sqrt{35}$; $CH=\sqrt{15}$

Из ΔCHD: по нер. треуг.

$CD \in (\sqrt{35}-\sqrt{15}; \sqrt{35}+\sqrt{15})$

3. Из 1), 2).

$CD \in (\sqrt{35}-\sqrt{11}; 11)$

1

№1 Черновик

$\cancel{8}$

$b_1 \quad b_2 \quad b_3 \quad b_4 \quad \dots \quad b_{10}$

$a_1 \quad a_1+d \quad a_1+2d \quad a_1+3d \quad \quad a_1+9d$

$S = 10a_1 + \frac{9\cdot 10}{2}d = 10a_1+45d \qquad d>0,\ d\in\mathbb{Z}$

$a_6a_{12} > S+1 \qquad (a_1+5d)(a_1+11d) > S+1 \quad (1)$

$a_7a_{11} < S+17 \qquad (a_1+6d)(a_1+10d) < S+17 \quad (2)$

(1): $a_1^2+5a_1d+11a_1d+55d^2 > S+1$

$a_1^2+16a_1d+55d^2 > 10a_1+45d+1$

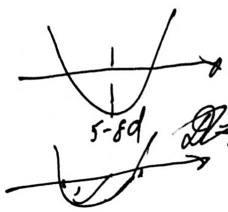
$a_1^2+a_1(16d-10)+55d^2-45d-1>0$

$a_1 = \frac{-16d+10 \pm \sqrt{36d^2-140d+104}}{2}$

(2): $a_1^2+6a_1d+10a_1d+60d^2 < 10a_1+45d+17$

$a_1^2+a_1(16d-10)+60d^2-45d-17<0$

$a_1 = \frac{-16d+10 \pm \sqrt{16d^2-140d+168}}{2}$



$5-8d$

$a_B = \frac{10-16d}{2} = 5-8d$

$\mathcal{D} = 256d^2-320d+100-220d^2+180d+4$

$= 36d^2-140d+104$

$\mathcal{D} = 256d^2-320d+100-240d^2+180d+68 = 16d^2-140d+168$

$a_1^2+16a_1+55 \geq 10a_1+45+1$

$a_1^2+6a_1+9>0 \qquad (a+3)^2>0$

$5(2a_1+5d)+1$

$-\begin{array}{r}168\\124\\\hline 44\end{array} \quad +\begin{array}{r}168\\16\\\hline 184\end{array} \quad 36-140 \quad \times\begin{array}{r}17\\4\\\hline 68\end{array} \quad -\begin{array}{r}140\\36\\\hline 104\end{array} \quad -\begin{array}{r}140\\16\\\hline 124\end{array} \quad 168 \mid 2 \quad \times\begin{array}{r}45\\4\\\hline 180\end{array}$

$140 \mid 4 \quad 12 \quad 35 \quad -\begin{array}{r}320\\180\\\hline 140\end{array} \quad \times\begin{array}{r}55\\4\\\hline 220\end{array} \quad d=0 \Rightarrow \mathcal{D}=0$

$-\begin{array}{r}320\\180\\\hline 140\end{array} \quad \times\begin{array}{r}16\\4\\\hline 64\end{array} \quad \times\begin{array}{r}16\\16\\\hline 96\\16\\\hline 256\end{array} \quad 140 \mid 5 \quad 10 \quad d=1 \Rightarrow \mathcal{D}_1=0$

-3-

$d \geq 0 \quad \cancel{\pm\mathcal{D}}$

(1): $a_1 \in \frac{-16d+10 - \sqrt{36d^2-140d+104}}{2}; \quad \frac{+\mathcal{D}}{2}$

$\cancel{a_1}$

(2) $\cancel{a_1 \in -16d}$ $\quad a_1 \in -8d+5-\sqrt{4d^2-35d+42}$

$\cancel{a_1^2+a_1(16d-10)}+55d^2-\cancel{45d}-1 > \cancel{a_1^2+a_1(16d-10)}+60d^2-\cancel{45d}-17$

$16>5d^2 \Rightarrow d=1$

$\cancel{a_1^2+6a_1+10}$

$a_1^2+a_1\cdot 6+60-45-17<0$

$a_1^2+6a_1-2<0$

$a_1^2+6a_1+9-11<0$

$(a+3)^2-11<0$

$d=1;2$

$\begin{cases}(a+3)^2>0\\(a+3)^2-11<0\end{cases} \qquad \begin{cases}a\neq -3\\a_1^2+6a_1-2<0\end{cases} \qquad \begin{cases}a\neq -3\\a\in(-3-\sqrt{11};-3+\sqrt{11})\end{cases}$

т.к. a-целое

$\begin{cases}a\neq -3\\a\in[-6;0]\end{cases}$

$\mathcal{D} = 36+8=44$

$a_1 = \frac{-6-\sqrt{44}}{2} = -3-\sqrt{11}$

$a_2 = \frac{-6+\sqrt{44}}{2} = -3+\sqrt{11}$

Ответ: $\cancel{a\in[-6;}$ $a=\{-6;-5;-4;-2;-1;0\}$

2

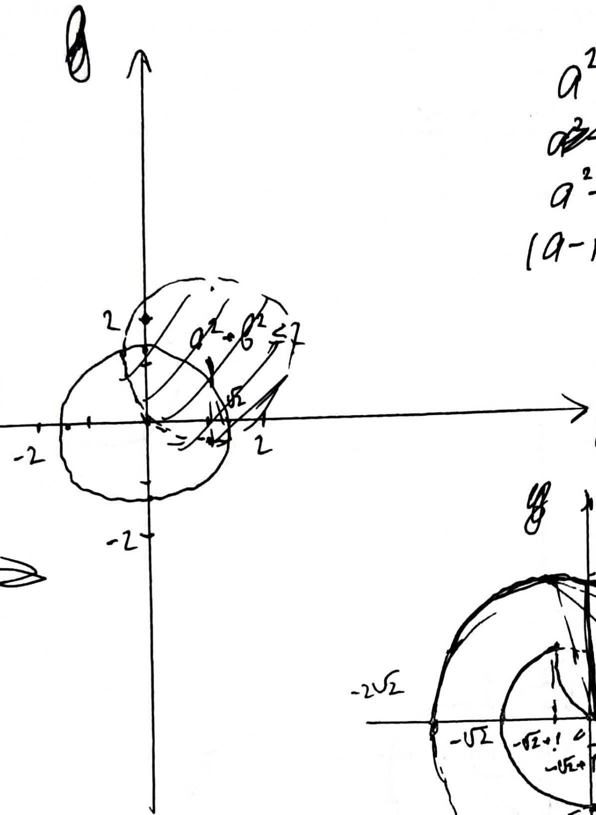
Черновик

$a^2+b^2 \leq \min(2a+2b; 2)$

$a^2+b^2 = 2a+2b$

$a^2-2a+1+b^2-2b+1=2$

$(a-1)^2+(b-1)^2 = 2$



$y=-\sqrt{2}+1$

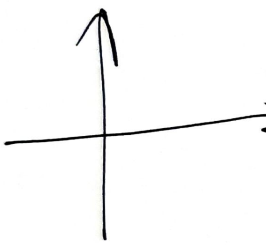
$x=$

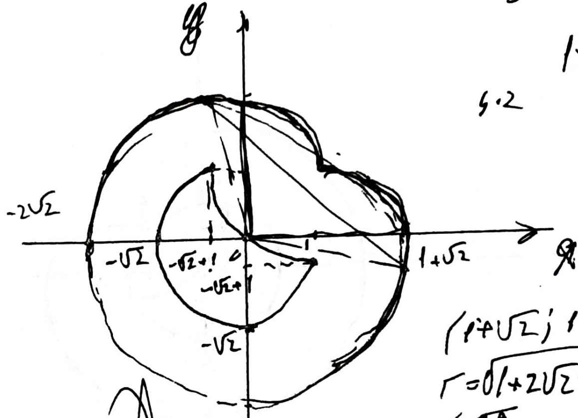
$-\sqrt{2}+1-\sqrt{2}$

$=-2\sqrt{2}+1$

$1+2\sqrt{2}+2+$

$y\cdot 2$

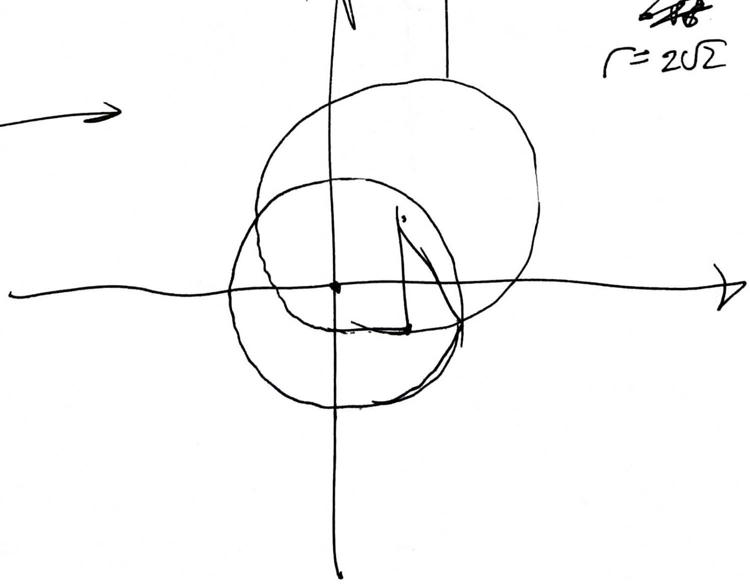


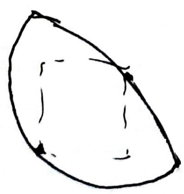


$(1+\sqrt{2}; 1-\sqrt{2})$

$r=\sqrt{1+2\sqrt{2}+2+1-2\sqrt{2}+2}$

$r=2\sqrt{2}$





Черновик 2

$$y^2+x^2=2$$

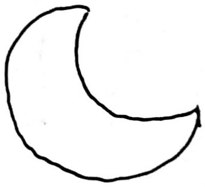
$$y^2+1-2\sqrt{2}+\cancel{2}=\cancel{2}$$

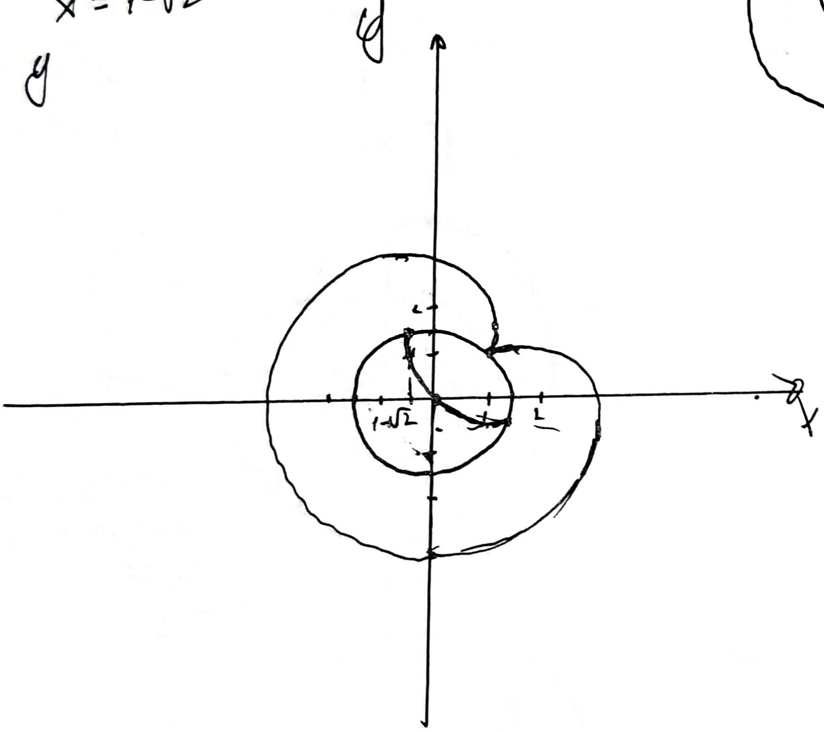
$\cancel{x \neq 1}$ $\quad y^2=+2\sqrt{2}-1$

$\cancel{x=2\sqrt{2}-1}$

$x=1-\sqrt{2}$

y

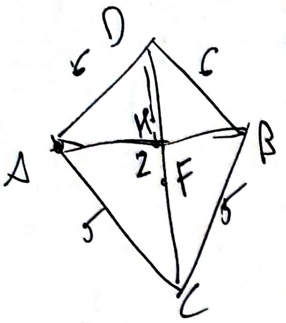


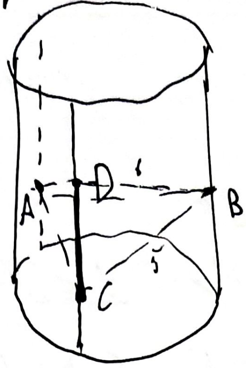


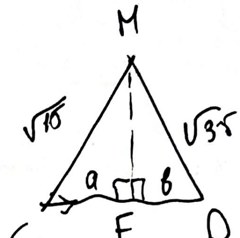
Черновик

3

36-1







~~мин при a=0~~

$\triangle CDB$, $\triangle ACD$

$CD \in (1; 11)$

$DH = \sqrt{35}$

$CH = \sqrt{15}$

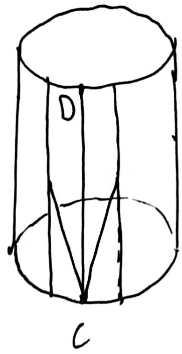
$\triangle CHD$:

$CD \in (\sqrt{35} - \sqrt{15}; \sqrt{35} + \sqrt{15})$

$CD \in (\sqrt{35} - \sqrt{15}; 11)$

FH – мин

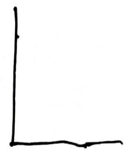
$HF^2 = 15 - a^2 = 35 - b^2$ – мин



$15 - a^2 = 35 - b^2$

$20 = b^2 - a^2$

$a + b = CD$



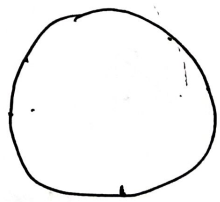
$15 - a^2$ – мин

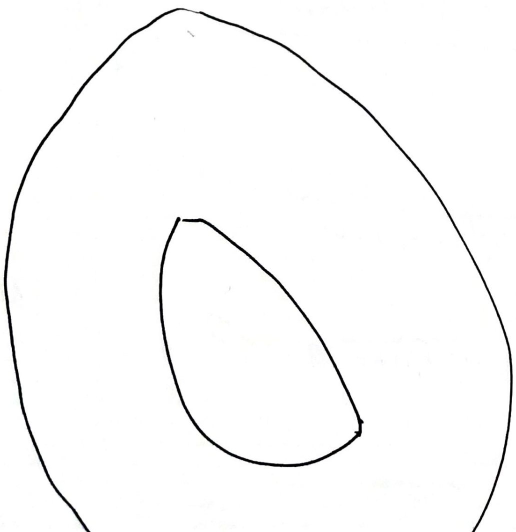
$b = CD - a$

$b^2 = CD^2 - 2a \cdot CD + a^2$

$20 = CD^2 - 2a \cdot CD + \cancel{a^2} - \cancel{a^2}$

$CD^2 - 2a \cdot CD - 20 = 0$





Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21100904**

ID профиля: **199852**

Вариант 17

Вариант 17 Чистовик 1

№1.

$$\begin{cases} НОД(a;b;c) = 6 \\ НОК(a;b;c) = 2^{15} \cdot 2^{16} \end{cases}$$

Тогда, разбиение чисел на простые множители a, b, c может состоять только из чисел 2 и 3.

При этом в одном из чисел 2 должна быть в степени 1, а в еще одном в степени 15. Аналогично с тройкой.

Переберем все варианты поставить 2.

1) Перестановка вида

$a=2\cdot\ldots$
$b=2\cdot\ldots$
$c=2^{15}\cdot\ldots$

Таких перестановок $\frac{3!}{2!}=3$

2) Перестановка вида, где $x\in\mathbb{Z}$; $x\in[2;14]$

$a=2\cdot\ldots$
$b=2^x\cdot\ldots$
$c=2^{15}\cdot\ldots$

Таких $13\cdot3!=13\cdot6=78$

3) Перест. вида

$a=2\cdot\ldots$
$b=2^{15}\cdot\ldots$
$c=2^{15}\cdot\ldots$

Таких 3.

Переберем все варианты поставить 3:

1) $a=3\cdot\ldots$
$b=3\cdot\ldots$
$c=3^{16}\cdot\ldots$

Таких 3

2) $a=3\cdot\ldots$
$b=3^y\cdot\ldots$
$c=3^{16}\cdot\ldots$

Таких $14\cdot3!=84$

$y\in\mathbb{Z}$; $y\in[2;15]$

3) $a=3\cdot\ldots$
$b=3^{16}\cdot\ldots$
$c=3^{16}\cdot\ldots$

Таких 3.

Вар 17 Чистовик ②

№ 4. Продолжение.

Заметим, что то как мы поставим 3 не будет зависеть от того как мы ставим 2. (НОК и НОД не изменятся)

То есть можно перемножить количество способов поставить двойки на кол-во способов поставить тройки.

$(3+78+3)\cdot(3+84+3) = 84\cdot 90 = 7560$

Ответ: 7560

№5

$A = \log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1) \overset{\text{на ОДЗ}}{=\!=} 2\cdot\frac{\ln(4x+1)}{\ln(5x-1)}$

$B = \log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2 \overset{\text{на ОДЗ}}{=\!=} 2\frac{\ln(\frac{x}{2}+2)}{\ln(4x+1)}$

$C = \log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1) = \frac{\ln(5x-1)}{\ln(\frac{x}{2}+2)}$

ОДЗ: $4x+1>0 \quad \neq 1$
$5x-1>0 \quad \neq 1$
$\frac{x}{2}+2>0 \quad \neq 1$

Пусть $a = \ln(4x+1)$
$b = \ln(\frac{x}{2}+2)$
$c = \ln(5x-1)$
$\Rightarrow A = 2\frac{a}{c}$, $B = 2\frac{b}{a}$, $C = \frac{c}{b}$

($a, b, c > 0$, случай, когда a или b или $c = 0$ рассм. потом)

Рассмотрим 3 случая:

1) $A = B$
$C = A - 1 = B - 1$

$\begin{cases} 2\frac{a}{c} = 2\frac{b}{a} \\ \frac{c}{b} = \frac{2a}{c} - 1 \end{cases}$ $\begin{cases} a^2 = bc \\ c^2 = 2ab - bc \end{cases}$ $\begin{cases} c = \frac{a^2}{b} \\ \frac{a^4}{b^2} = 2ab - a^2 \end{cases}$

$a^3 = 2b^3 - ab^2$

$a\cdot a^2 = b^2(2b - a)$

Вар. 17 Чистовик 3

№5 продолж.

а) Пусть ~~в~~ $a > b$

$a^3 = b^2(2b-a)$ $\Rightarrow$ противоречие

$> b^3$ $< b^3$

б) Пусть $a < b$ $\Rightarrow$ противоречие

$a^3 = b^2(2b-a)$

$< b^3$ $> b^3$

Значит $a = b$

$a^2 = bc$

$a^2 = ac$

$a = c$

$a = b = c$

$\ln(4x+1) = \ln(\frac{x}{2}+2)$ монотон.

$4x+1 = \frac{x}{2}+2$

$3{,}5x = 1$ $\Rightarrow \varnothing$

$\ln(4x+1) = \ln(5x-1)$

$x = 2$

2) $A = C$

$B = A-1 = C-1$

$\begin{cases} 2\frac{a}{c} = \frac{c}{b} \\ \frac{2b}{a} = \frac{2a}{c} - 1 \end{cases}$ $\begin{cases} c^2 = 2ab \\ 2b^2 = ac - ab \end{cases}$ $a = \frac{c^2}{2b}$

$2b^2 = \frac{c^2}{2b}\cdot c - \frac{c^2}{2}$

$4b^3 = c^3 - c^2 b$

$4b^3 = c^2(c-b)$

а) Допустим $c < 2b$

$4b^3 = c^2(c-b)$ $\Rightarrow$ противор.

$< 4b^2$ $< b$

б) Допустим $c > 2b$

$4b^3 = c^2(c-b)$ $\Rightarrow$ противоречие

$> 4b^2$ $> b$

Вар 17

Чистовик (4)

№5 прод.

Когда $c=2b$

$c^2=2ab$

$4b^2=2ab$

$a=2b$

$a=c=2b$

а) $\ln(4x+1)=\ln(5x-1)$

$x=2$

б) $\ln(4x+1)=\ln\left(\frac{x}{2}+2\right)^2$

$4x+1=\frac{x^2}{4}+2x+4$

$x^2-8x+12=0$

$x_1=2$

$x_2=6$ (не подходит из а))

в) подставим $x=2$

$5x-1=\frac{x^2}{4}+2x+4$

$9=9$

Из п. 2) ответ 2

3) $B=C$

$A=B-1=C-1$

Аналогично пункту 2, $b=c=2a$

а) $b=c$

$\frac{x}{2}+2=5x-1$

$4,5x=3$

$x=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$

б) подставим $x=\frac{2}{3}$

$b=2a$

$\frac{x}{2}+2=(4x+1)^2$

$\frac{7}{3}\neq\left(\frac{11}{3}\right)^2$

Значит из п. 3 ответов нет.

Вар 17 Чистовик (5)

№5.

Случай $a=0$

$4x+1=1$

$x=0$

Не подходит по ОДЗ

Случай $b=0$

$\frac{x}{2}+2=1$

$\frac{x}{2}=-1$

$x=\cancel{4}\ -2$

Не подходит по ОДЗ

Случай
$c=0$

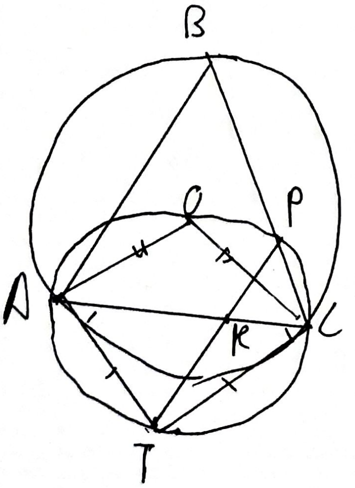
$5x-1=1$

$5x=2$

$x=\frac{2}{5}$

Не подходит по ОДЗ $(5x-1\neq 1)$

Ответ: $x=2$



№6.

1. $\angle OAT=90^\circ$ касательные
$\angle OCT=90^\circ$

$\angle ATC=360^\circ-90^\circ-90^\circ-\angle AOC=180^\circ-\angle AOC$

$\Rightarrow$ Сумма противоположных углов $AOCT=180^\circ$

$\Rightarrow$ точка T лежит на одной окр. с точками AOC.

2. $\angle OCT=90^\circ \Rightarrow OT$ – диаметр.

3. $\angle ACT=\angle TAC=\angle ABC$, св-во касательных

$\Rightarrow AT=CT \Rightarrow AO=CO$

Черновик

№4

НОД $(a;b;c) = 2\cdot3$

НОК $(a;b;c) = 2^{15}\cdot3^{16}$

$a = 2\cdot3$
$b = 2\cdot3$
$c = 2^{15}\cdot3^{16}$

$a = 2\cdot3$
$b = 2^{1..15}\cdot3^{1..16}$
$c = 2^{15}\cdot3^{16}$

$2\cdot3^{16}$
$2^{15}\cdot3$
$\cancel{2^{15}3^{16}}$ $2\cdot3$

①

2	2	2^{15}
2	2^{15}	2
2^{15}	2	2

$\times$ 84 · 9

$\times$ 84 · 90 = 7560

$15\cdot16\cdot3$

2	3
2^{15}	3^{16}
2^x	3^{16}

1) $a = 2\cdot3^x$

1.1) $b = 2^{15}\cdot3^y$

$c = 2^k\cdot3^z$

2	3
2^{15}	3^{16}
2^x	3^y

$x \in [1;15]$
$y \in [1;16]$

$3!\cdot3!\cdot15\cdot16$

$\times$ 13 · 6 = 78

$\times$ 14 · 6 = 84

1) $x = 1$;

3 пер.

2) $x \in 2..14$

$13\cdot3! = 6$ пер $\cdot13 = 78$

3) $x = 15$

3 пер.

Итого 84

а) $y = 1$

3 пер

б) $y = 2..15$

$14\cdot3! = 6$ пер $\cdot14 = 84$

в) $x = 16$

3 пер

Итого $3+3+84 = 90$

Ответ: $90\cdot84 = 7560$

Черновик (2) №6

$A = \log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1) = \frac{\ln 4x+1}{\ln\sqrt{5x-1}} \overset{\text{на одз}}{\Rightarrow} 2\frac{\ln 4x+1}{\ln 5x-1}$

$B = \log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2 = \frac{\ln\left(\frac{x}{2}+2\right)^2}{\ln 4x+1} \overset{\text{на одз}}{\Rightarrow} 2\frac{\ln\frac{x}{2}+2}{\ln 4x+1}$

$C = \log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1) = \frac{\ln 5x-1}{\ln\frac{x}{2}+2} \Rightarrow \frac{\ln 5x-1}{\ln\frac{x}{2}+2}$

1) ~~$A=B$~~

~~$C = A-1 = B-1$~~

Пусть $a = \ln(4x+1)$ $\quad A = 2\frac{a}{c}$

$b = \ln\left(\frac{x}{2}+2\right) \Rightarrow B = 2\frac{b}{a}$

$c = \ln(5x-1) \Rightarrow C = \frac{c}{b}$

$\ln^2(4x+1) = \ln\left(\frac{x}{2}+2\right)\cdot\ln(5x-1)$

1) $A=B$

$C = A+1 = B+1$

$\begin{cases} 2\frac{a}{c} = 2\frac{b}{a} \\ \frac{c}{b} = \frac{2a}{c}+1 \\ \cancel{\frac{c}{b} = 2\frac{b}{a}+1} \end{cases}$ $\quad a^2 = bc \quad a^2 = bc$

$\frac{c}{b} = \frac{2a-c}{c} \quad c^2 = 2ab - bc \quad c^2 = 2ab - a^2$

$\cancel{\frac{c}{b} = \frac{2b-a}{a}} \quad \cancel{a^2 = 2b^2 ab} \quad \cancel{c^2+a^2 = 2ab}$

$\ln^2(5x-1) = \ln(4x+1)\left(\ln\frac{(\frac{x}{2}+2)^2}{4x-1}\right) \quad c^2 = a(2b-a)$

2) $A=C$

$B = A-1 = C-1$

$\begin{cases} 2\frac{a}{c} = \frac{c}{b} \\ \frac{2b}{a} = \frac{2a}{c}-1 = \frac{c}{b}-1 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} c^2 = 2ab \\ \frac{2b}{a} = \frac{c}{b}-1 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} c^2 = 2ab \\ \frac{2b}{a} = \frac{2a}{c}-1 \end{cases}$ $\quad \{$

a b c

$\sqrt{6}$ 2 3

5 5 5

7 7 7

$a \neq b$

$a\cdot a = bc$

$\frac{2b}{a} = \frac{c-b}{b}$

$a = 6 = 6$

$c = 4\sqrt{2}-6$

1;1;1

$1 = 1$

$1 = 2-1$

2 2 2

$4 = 2\cdot 2$

4

$c = \frac{a^2}{b}$

$2b^2 = ac - ab$

$2b^2 = a(c-b)$

$\frac{a^4}{b^2} = 2ab - a^2$

$1+\cancel{2}$

1) $\begin{cases} a^2 = bc \\ c^2 = 2ab - bc \end{cases}$

$a^4 = 2ab^3 - a^2b^2$

$a^3 = 2b^3 - ab^2$

$a\cdot a^2 = b^2(2b-a)$

$a \neq b$:

$a < b$

$< b^3 = b^3$

$a > b$

$\cancel{b^3} = < b^3$

$c^2 + a^2 = 2ab$

$c^2 + bc = 2ab$

$a = b \Rightarrow a = b = c$

$\frac{x}{2}+2 = 4x+1$

$a^2 = ac$

$a = c$

$\ln 4x+1 = \ln\frac{x}{2}+2 = \ln 5x-1$

~~$4x+1 = 5x+1$~~

$5x+1 = 5x-1$

$2 = x$

$\varnothing$

Черновик ③

$a \ b \ c$
$4 \ 2 \ 4$

$2\cdot 1 = 2$

$1 = 2 - 1$

$\frac{1}{2}b = \cancel{2}c$

$\cancel{1}\ 2$

$\cancel{16}\ 2\ 4$

1) $2\frac{\ln 4x+1}{\ln 5x-1} = 2\frac{\ln\frac{x}{2}+2}{2\ln 4x+1}$

$\frac{\ln 5x-1}{\ln\frac{x}{2}+2} = 2\frac{\ln \cancel{4x+1}}{\ln 5x-1} - 1$

$2\cdot\frac{1}{8} = 4$

2) $\begin{cases} 2\frac{a}{c} = \frac{c}{b} \\ \frac{2b}{a} = \frac{2a}{c} - 1 \end{cases}$ $\begin{cases} c^2 = 2ab \\ \frac{2b}{a} = \frac{c-b}{b} \end{cases}$ $\begin{cases} \cancel{a = \frac{c^2}{2b}} \\ 2b^2 = ac - ab \end{cases}$ $\cancel{2b = \frac{c^2}{a}}$ $a = \frac{c^2}{2b}$

$2b^2 = \frac{c^3}{2b} - \frac{c^2}{2}$

$4b^2 = \frac{c^3}{b} - c^2$

$4b^3 = c^2 - c^3 b$

$4b^2\cdot b = c^2(c-b)$

$\cancel{4 = 4\cdot 1}$

$\cancel{32 = 216\cdot 2}$

$c^2 = 2ab$

$\cancel{c^2 = 2a\cdot 2c}$

$c = 4a$

$b = 2c = 8a$

$2c = 8a$

$\cancel{b = 2c}$

$c = 2b$

$c^{\cancel{2}} = 2a\cdot\frac{\cancel{c}}{2}$

$c = a$

$\cancel{b = a}$ $a = b = \cancel{2}c$

3) $b = c$
$a = b - 1 = c - 1$

$\begin{cases} 2\frac{b}{a} = \frac{c}{b} \\ 2\frac{a}{c} = \frac{c}{b} - 1 \end{cases}$

$b = c = 2a$

$\ln\left(\frac{x}{2}+2\right) = \ln(5x-1) = 2\ln(4x+1)$

$a = c = 2b$

$\ln(4x+1) = \ln(5x-1)$

$x = 2$

$4x+1 = \left(\frac{x}{2}+2\right)^2$

$4x+1 = \frac{x^2}{4} + 2x + 4$

$16x + 4 = x^2 + 8x + 16$

$x^2 - 8x + 12 = 0$ $D = 64 - 48 = 16 = 4^2$

$x_1 = \frac{8-4}{2} = 2$

$x_2 = \frac{8+4}{2} = 6$

$D = 144 - 80 = 64 = 8^2$

$5x - 1 = \frac{x^2}{4} + 2x + 4$

$20x - 4 = x^2 + 8x + 16$

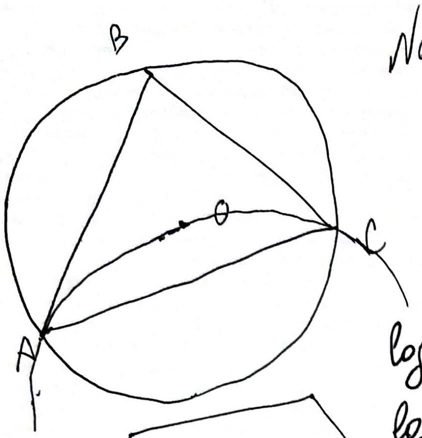
$x^2 - 12x + 20 = 0$

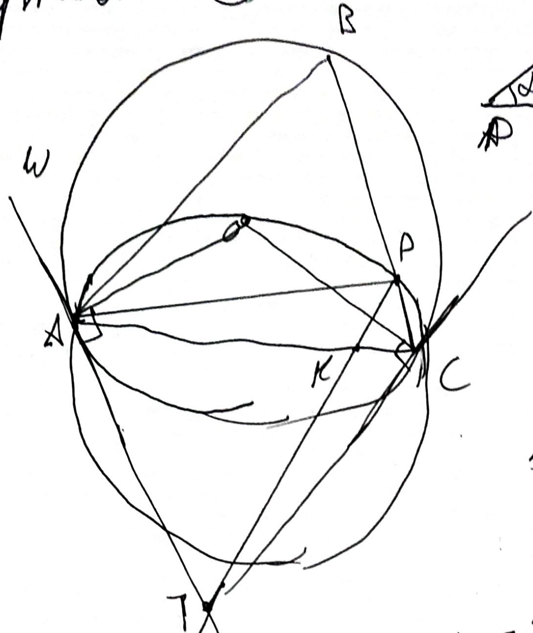
$x = \frac{12-8}{2} = 2$

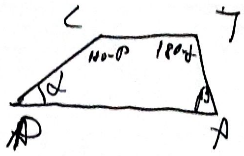
$x = \frac{12+8}{2} = 10$

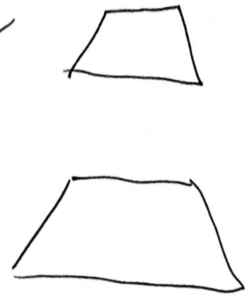
$\Rightarrow 2$

№6. Черновик (7)





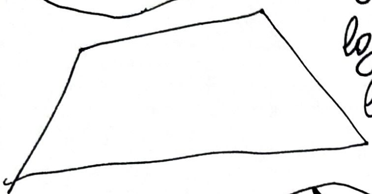


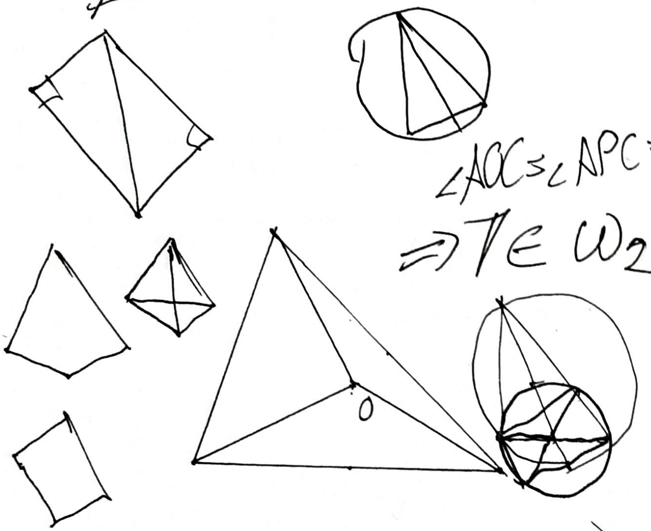


$\log_3 9 = \cancel{\log}$

$\log_8 9$

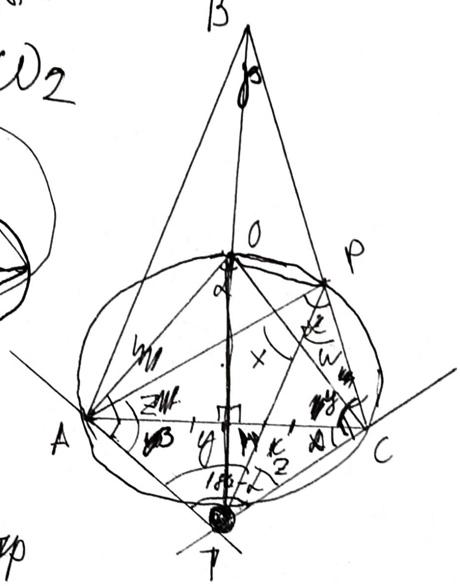
$\log_3 9$



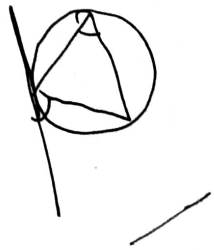


$\angle AOC = \angle APC = 180 - \angle ACT$ (из $\triangle OCT$)

$\Rightarrow T \in \omega_2$



$x + y + \alpha - ?$



$$\begin{cases} y + z = 180 - \alpha \\ \cancel{y+}\, x + w = \alpha \end{cases}$$

OT − диаметр

$\angle OPT = 90^\circ$

$\angle PCT = 90^\circ$

$\angle CAT = 90^\circ$

$\triangle \cancel{AOH} =$

$\triangle OHC$

log

$\log_2 x = 0$

$\times \begin{array}{r} 13 \\ 6 \\ \hline 78 \end{array}$

$\times \begin{array}{r} 84 \\ 90 \\ \hline 7560 \end{array}$

$\frac{8}{3} + 1$

$\frac{11}{3}$

$c - b < b$

$\frac{7}{3} =$

$\frac{1}{3} + 2 = \frac{10}{3} - 1$