Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21100826**

ID профиля: **891671**

Вариант 17

Вар. 17 $\boxed{№1}$ Чистовик

Дано:
$S_{10} = S$
$a_6 a_{11} > S+1$
$a_7 a_{11} < S+17$
$d > 0$

$a_1 - ?$

$S_{10} = \frac{a_1 + a_{10}}{2} \cdot 10 = 5(a_1 + a_1 + 9d) = 10a_1 + 45d$

$$\begin{cases} (a_1+5d)(a_1+11d) > S+1 \\ (a_1+6d)(a_1+10d) < S+17 \end{cases}$$

$$+\begin{cases} a_1^2 + 16a_1 d + 55d^2 - S - 1 > 0 \\ -a_1^2 - 16a_1 d - 60d^2 + S + 17 > 0 \end{cases}$$

$-5d^2 + 16 > 0 \Rightarrow d^2 < \frac{16}{5} \Rightarrow -\frac{4}{\sqrt{5}} < d < \frac{4}{\sqrt{5}}$.

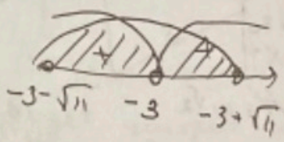
$2 < \sqrt{5} < 3 \Rightarrow \begin{cases} \frac{4}{\sqrt{5}} < 2 \\ -\frac{4}{\sqrt{5}} > -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = -1; 0; 1 \\ d > 0 \end{cases} \Rightarrow \underline{d = 1}$.

Подставим в исходную систему:

$$\begin{cases} a_1^2 + 16a_1 + 55 > 10a_1 + 45 + 1 \\ a_1^2 + 16a_1 + 60 < 10a_1 + 45 + 17 \end{cases} \begin{cases} a_1^2 + 6a_1 + 9 > 0 \\ a_1^2 + 6a_1 - 2 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a_1+3)^2 > 0 \\ a_1^2 + 6a_1 - 2 < 0 \end{cases}$$

$a_1^2 + 6a_1 - 2 = 0 \Rightarrow D = 9 + 2 = 11$



$a_1 = -3 \pm \sqrt{11}$

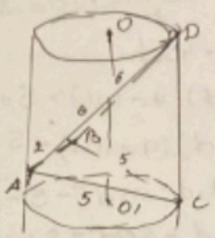
$3 < \sqrt{11} < 4 \Rightarrow \begin{cases} 0 < -3+\sqrt{11} < 1 \\ -7 < -3-\sqrt{11} < -6 \end{cases} \Rightarrow a_1 = -6; -5; -4; -2; -1; 0$

<u>Ответ:</u> $\{-6; -5; -4; -2; -1; 0\}$

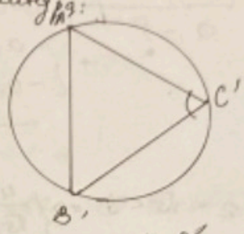
Вар. 17 | №2 | Чистовик

$AB = 2$
$AC = CB = 5$
$AD = DB = 6$
$ABCD$ - тетр. вп. в цил.
R - наим.

CD - ?

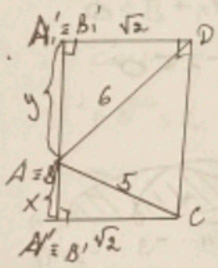


1). Рассмотрим проекцию $\triangle ABC$ на плоскость, параллельную основаниям цилиндра:



$A'B' = AB$; $A'C' = B'C' \Rightarrow \frac{A'B'}{\sin\angle A'C'B'} = 2R \Rightarrow R = \frac{2}{2\sin\angle A'C'B'} =$ (по т. синусов)
$= \frac{1}{\sin\angle A'C'B'}$. R наименьший $\Rightarrow \sin\angle A'C'B' = 1 \Rightarrow \triangle A'C'B'$ - пр-уг $\Rightarrow$
$\Rightarrow A'C' = B'C' = \sqrt{\frac{A'B'^2}{2}} = \sqrt{\frac{4}{2}} = \sqrt{2}$.

2).



По т. Пифагора: $x = \sqrt{BC^2 - B'C'^2} = \sqrt{25-2} = \sqrt{23}$
$y = \sqrt{BD^2 - B_1'D^2} = \sqrt{36-2} = \sqrt{34}$; $CD = x + y \Rightarrow$
$\Rightarrow CD = \sqrt{23} + \sqrt{34}$.

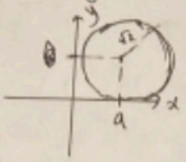
<u>Ответ:</u> $CD = \sqrt{23} + \sqrt{34}$

21100826 (U8

Вар 17 | №3 | Чистовик

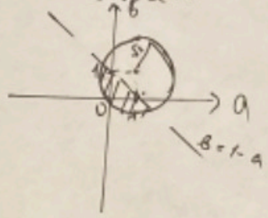
$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 2 \\ a^2+b^2 \le \min(2a+2b,\ 2). \end{cases} \quad \Big|\ S_M - ?$$

1). $(x-a)^2+(y-b)^2 \le 2$ – круг; т.) $O(a;b)$ – центр; $R=\sqrt{2}$



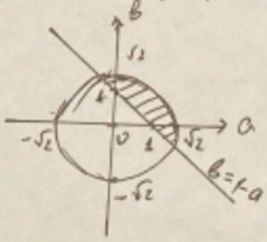
2). I случай: $2a+2b<2 \Rightarrow a+b<1 \Rightarrow b<1-a$

$a^2+b^2 \le 2a+2b \Rightarrow a^2-2a+1+b^2-2b+1 \le 2 \Rightarrow (a-1)^2+(b-1)^2 \le 2$



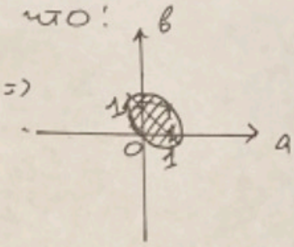
II случай: $a+b \ge 1 \Rightarrow b \ge 1-a$

$a^2+b^2 \le 2$

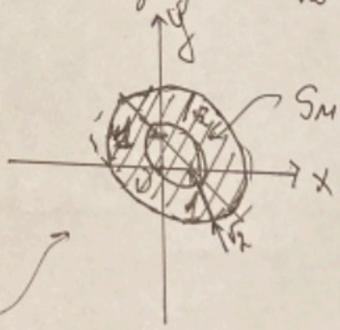


Условию удовлетворяют числа a и b такие, что:

$\Rightarrow$



Тогда каждая из данных точек будет центром окружности радиусом $\sqrt{2}$.



S_M - искомая площадь.

Ответ:

Вар 17 $N^\circ 1$ Черновик

S_{10}

a_1, a_2, a_3 ; $a \in Z$

$a_6 a_{12} > S+1$

$a_7 a_{11} < S+17$

$a_1 - ?$

$(a_1+5d)(a_1+11d) > \frac{a_1+a_1+9d}{2} \cdot 10+1$

$a_1^2+5a_1d+11a_1d+55d^2 > (2a_1+9d)5+1$

$(a_1+6d)(a_1+10d) < \frac{a_1+a_1+9d}{2}+17$

$S_{10} = \frac{a_1+a_{10}}{2} \cdot 10 = 5(a_1+a_1+9d) = 10a_1+45d$

$$\begin{cases} a^2+16ad+55d^2-10a-45d-1>0 \\ a^2+16ad+60d^2-10a-45d-17<0 \end{cases}$$

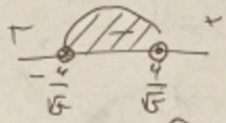
$$+\begin{cases} a^2+16ad-10a-45d+55d^2-1>0 \\ -a^2-16ad+10a+45d+17-60d^2>0 \end{cases}$$

$(55-60)d^2-1+17>0$

$-5d^2+16>0$

$d^2 < \frac{16}{5} \Rightarrow d = \frac{4}{\sqrt5}$

$d = -\frac{4}{\sqrt5}$



$\frac{32}{10} = 3,2$

d - цел. ч. $\Rightarrow d = 1; 0; -1$

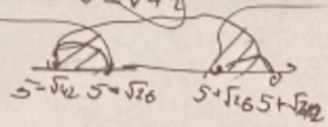
$-2 < d < 2$

① $d=0$: $\begin{cases} a^2-10a-1>0 \\ a^2-10a-17<0 \end{cases}$

$D_1 = 25+1 = 26 \Rightarrow a = 5 \pm \sqrt{26}$

$D_2 = 25+17 = 42 \Rightarrow a = 5 \pm \sqrt{42}$

7.6



$5 < \sqrt{26} < 6$

$10 < \dots < 11$

$0 > \sqrt{26} > -1$

$6 < \sqrt{42} < 7$

$11 < \sqrt{42} < 12$

$-1 > \sqrt{42}-2$

$a = 11$

$a = -1$

1

Вар 17 Черновик

$(a+3)^2 > 0$

② $d = 1$: $\begin{cases} a^2 + 16a + 55 - 10a - 45 - 1 > 0 \\ a^2 + 16a + 60 - 10a - 45 - 17 < 0 \end{cases}$ $\begin{cases} a^2 + 6a + 9 > 0 \\ a^2 + 6a - 2 < 0 \end{cases}$

$D = 9 + 2 = 11$

$a = -3 \pm \sqrt{11}$

-3

$-6 > \sqrt{11} - 7$

$3 < \sqrt{11} < 4$

$0 < \sqrt{11} < 1$

$a = -6; -5; -4; -2; -1; 0.$

③ $d = -5$: $\begin{cases} a^2 - 16a + 55 - 10a + 45 - 1 > 0 \\ a^2 - 16a + 60 - 10a + 45 - 17 < 0 \end{cases}$ $\begin{cases} a^2 - 26a + 99 > 0 \\ a^2 - 26a + 88 > 0 \end{cases}$

$D_1 = 169 - 99 = 70 \Rightarrow a = 13 \pm \sqrt{70}$

$D_2 = 169 - 88 = 81 \Rightarrow a = \left[\begin{array}{l} 13 + 9 = 22 \\ 13 - 9 = 4 \end{array} \right.$

$8 < \sqrt{70} < 9$ $4 < \sqrt{70} < 3$

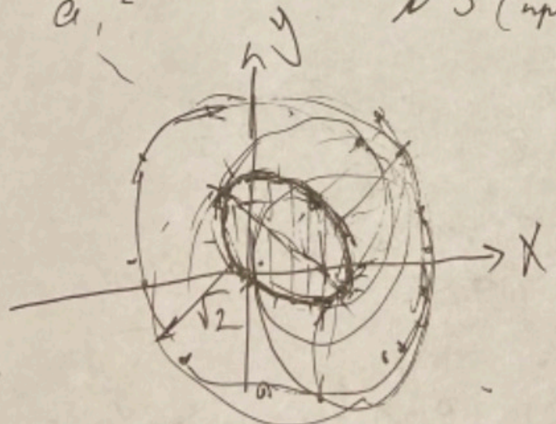
$21 < \sqrt{70} < 22$

4 $13-\sqrt{70}$ $13+\sqrt{70}$ 22

нет целых чисел

Ответ: $\{-6; -5; -4; -2; -1; 0\}$

a, ^{2} №3 (продолж.)

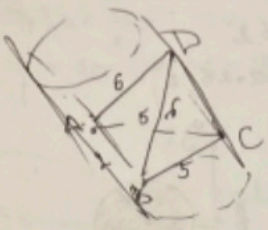


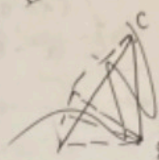
2

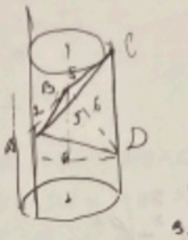
Вар 17 №2. Черновик

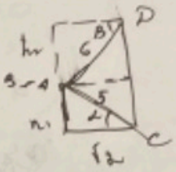
$AB=2$
$AC=CB=5$
$AD=DB=6$
R – наим.

CD – ?





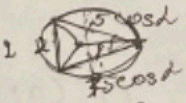




$h_1 = 5\cdot\sin\alpha$

$4 = 25\cos^2\alpha + 25\cos^2\alpha - 25\cos^2\alpha\cdot\cos\gamma$

$4 = 25\cos^2\alpha(2-\cos\gamma)$



$\frac{2}{\sin\gamma} = 2R \Rightarrow$

$\Rightarrow R = \frac{1}{\sin\gamma}$

$R_{min} - \sin\gamma = 1 \Rightarrow$

$h_2 = 6\sin\beta$

$CD = 5\sin\alpha + 6\sin\beta$

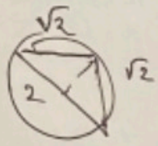
$h_1 = \sqrt{25-2} = \sqrt{23}$

$h_2 = \sqrt{36-2} = \sqrt{34}$

$CD = \sqrt{23} + \sqrt{34}$

$a^2 + a^2 = 4$

$a^2 = 2 \Rightarrow a = \sqrt{2}$



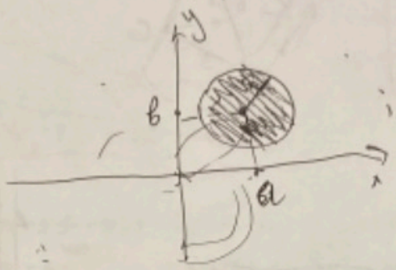
3

21100826 (U891671 M1

Вар 17 №3. (Черновик)

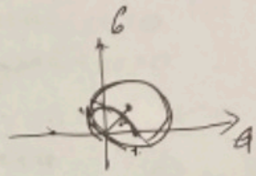
$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 2 \\ a^2+b^2 \le \min(2a+2b;\, 2) \end{cases}$$

$S_{M}-?$



if $2(a+b)<2$

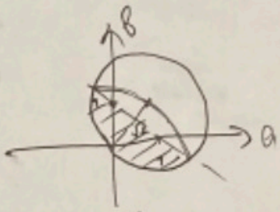
$\Rightarrow a+b<1$



$a^2+b^2 \le 2a+2b$

$a^2-2a+1+b^2-2b+1 \le 2$

$(a-1)^2+(b-1)^2 \le 2$



if $(a+b) \ge 1$:

$a^2+b^2 \le 2 \Rightarrow$

$a+b<1 \Rightarrow$

$\Rightarrow b<1-a$

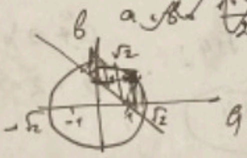
$b=1-a$

$a^2=0,5$

$0,25+b^2=2$

$b^2=1,75$

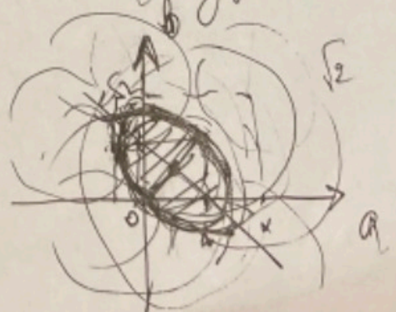
$a+b$



$a+b \ge 1$

$b \ge 1-a$

$(a-x)^2+(b-y)^2 \le 2$



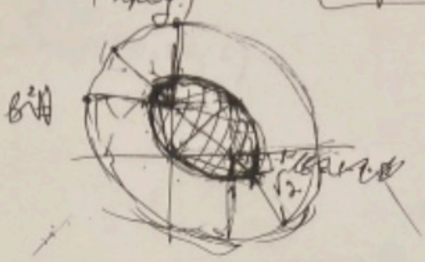
4

Вар 17

№3

Черновик

1 непр.)



$S_1 = \alpha R =$

$= \frac{90°}{360} \cdot R = \frac{\pi}{2} R^2$

$S = \frac{\pi R^2}{2 \cdot \pi} =$

$= \frac{\pi}{4} R^2 =$

$= \frac{\pi \cdot 2}{4} = \frac{\pi}{2}$

$S_2 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow S_1 - S_2 = \frac{\pi}{4}$

$S_3 = 1 \Rightarrow S = \frac{\pi}{4} - 1$

$(b-1)^2 = 2 - (a-1)^2$

$b = \sqrt{2-(a-1)^2} + 1$

$b^2 = 2 - a^2$

$b = \sqrt{2-a^2}$

$$\int_{1-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} \left(\sqrt{2-(a-1)^2} + 1 - \sqrt{2-a^2} \right) da$$

$t = \sqrt{2-(a-1)^2}$

$dt = da \cdot \frac{2(a-1)}{2 \cdot \sqrt{2-(a-1)^2}}$

5

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21100826**

ID профиля: **891671**

Вариант 17

Вар 17 $\boxed{№5}$ Чистовик

$$\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1) = \frac{\ln(4x+1)}{\ln\sqrt{5x-1}} = \frac{a}{b}$$
$$\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2 = \frac{2\ln\left(\frac{x}{2}+2\right)}{\ln(4x+1)} = \frac{2c}{a}$$
$$\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1) = \frac{2\ln\sqrt{5x-1}}{\ln\left(\frac{x}{2}+2\right)} = \frac{2b}{c}$$

$$* \begin{cases} x > \frac{1}{5} \\ x \neq \frac{2}{5} \end{cases}$$

$* \;]\; \ln(4x+1) = a$, $\ln\sqrt{5x-1} = b$, $\ln\left(\frac{x}{2}+2\right) = c$

1 случай: $\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1) = \log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{b} = \frac{2c}{a} \Rightarrow a^2 - 2bc = 0 \\ \frac{2b}{c} = \frac{a}{b} - 1 \Rightarrow 2b^2 = ac - bc \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = \frac{a^2}{2c} \\ 2\cdot\frac{a^4}{4c^2} = ac - \frac{a^2\cdot c}{2c} \end{cases} \Rightarrow \frac{a^4}{2c^2} = ac - \frac{a^2}{2} \Rightarrow a^4 = 2ac^3 - a^2c^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a^2(a^2 - 2ac + c^2) = 0$$

$a^2 = 0$ (но $a \neq 0$) $\quad (a-c)^2 = 0$

$a = c \Rightarrow \ln(4x+1) = \ln\left(\frac{x}{2}+2\right) \Rightarrow$

$$\Rightarrow 4x - \frac{x}{2} = 2 - 1 \Rightarrow x = \frac{1}{3{,}5} = \frac{2}{7} > \frac{1}{5} \Rightarrow x = \frac{2}{7}.$$

2 случай: $\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1) = \log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)$

$$\cancel{\begin{cases} \frac{a}{b} = \frac{2b}{c} \\ \frac{2c}{a} = \frac{a}{b} - 1 \end{cases} \begin{cases} ac = 2b^2 \\ 2bc = a^2 - ab \end{cases} \begin{cases} c = \frac{2b^2}{a} \\ \frac{4b^3}{a} = a^2 - ab \end{cases} \begin{cases} c = \frac{2b^2}{a} \\ a^3 - a^2b - 4b^3 = 0 \end{cases}}$$

$$\begin{cases} \frac{a}{b} = \frac{2b}{c} \\ \frac{2c}{a} = \frac{2b}{c} - 1 \end{cases} \begin{cases} ac = 2b^2 \\ 2c^2 = 2ab - ac \end{cases} \begin{cases} c = \frac{2b^2}{a} \\ \frac{8b^4}{a^2} = 2ab - 2b^2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 8b^4 - 2a^3b + 2a^2b^2 = 0 \Rightarrow 2b(4b^3 - a^3 + a^2b) = 0 \;|:a^3$$

1

Рег. №: М11-С-0620
Класс участия: 11 класс
Дата проведения: 20 февраля 2021г.
Время начала (по московскому времени): 10:00

МФТИ

Вар 17 — №5 (продолжение) — Чистовик

$$\begin{cases} 4\frac{b^3}{a^3} + \frac{a^2 b}{a^2 a} - 1 = 0 \\ \frac{b}{a} = z \end{cases} \Rightarrow 4z^3 + z - 1 = 0 \Leftrightarrow \left(z - \frac{1}{2}\right)\cdot \underbrace{(4z^2 + 2z + 2)}_{D<0} = 0$$

$$\Rightarrow z = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{1}{2}a \Rightarrow a = 2b$$

$4x+1 = 2\cdot\sqrt{5x-1}$

$4(5x-1) = 16x^2 + 8x + 1$

$20x - 4 = 16x^2 + 8x + 1$

$16x^2 - 12x + 5 = 0$

$D = 36 - 16\cdot 5 < 0$

$\Rightarrow x \notin R.$

3 случай: $\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2 = \log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)$

$$\begin{cases} \frac{2c}{a} = \frac{2b}{c} \\ \frac{a}{b} = \frac{2b}{c} - 1 \end{cases} \begin{cases} c^2 = ab \\ ac = 2b^2 - bc \end{cases} \begin{cases} a = \frac{c^2}{b} \\ \frac{c^3}{b} = 2b^2 - bc \end{cases} \begin{cases} a = \frac{c^2}{b} \\ c^3 + b^2 c - 2b^3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2\frac{b^3}{c^3} - \frac{b^2 c}{c^3} - 1 = 0 \\ \frac{b}{c} = z \end{cases} \Rightarrow 2z^3 - z^2 - 1 = 0$$

$z = 1 \Rightarrow b = c \Rightarrow \ln\sqrt{5x-1} = \ln\left(\frac{x}{2}+2\right)$

$\Rightarrow 5x - 1 = \frac{x^2}{4} + 2x + 4$

$\frac{x^2}{4} - 3x + 5 = 0 \Rightarrow x^2 - 12x + 20 = 0$

$x = \left[\begin{array}{l} 10 \\ 2. \end{array}\right.$

Ответ: $\left\{\frac{2}{7};\ 2;\ 10\right\}.$

Рег. №: М1
Класс участия: 11
Дата проведения: 20 ф
Время начала (по московс
времени): 10:00

Вар. 17 №4 Чистовик

$\begin{cases} НОД(a, b, c) = 6 \\ НОК(a, b, c) = 2^{15} \cdot 3^{16}. \end{cases}$ Для того, чтобы числа удовлетворяли системе, нужно, чтобы они были вида $2^m \cdot 3^n$, при этом хотя бы 1 из чисел должно равняться $2^{15} \cdot 3^{16}$, другие – ~~...~~ не превышать его

I случай: хотя бы 1 из чисел равно 6.

$16 \begin{cases} a = 2 \cdot 3 & b = 2^{15} \cdot 3^{16} & c = 2 \cdot 3 \text{ – 3 перестановки} \\ a = 2 \cdot 3 & b = 2^{15} \cdot 3^{16} & c = 2 \cdot 3^2 \text{ – 6 перестановок} \\ \vdots \\ a = 2 \cdot 3 & b = 2^{15} \cdot 3^{16} & 15 \begin{cases} c = 2 \cdot 3^{16} \\ \vdots \\ c = 2^{15} \cdot 3^{16} \text{ – 3 перест.} \end{cases} \\ \vdots \\ a = 2 \cdot 3 & b = 2^{15} \cdot 3^{16} & \end{cases}$

$N = 15 \cdot 16 \cdot 3! =$
$= 30 \cdot 8 \cdot 6 = 1440$

Мы учитываем дважды случаи: $(6; 6; 2^{15} \cdot 3^{16})$; $(6; 2^{15} \cdot 3^{16}; 2^{15} \cdot 3^{16})$; $(6; 2^{15} \cdot 3^{16}; 6)$; $(2^{15} \cdot 3^{16}; 6; 2^{15} \cdot 3^{16})$; $(2^{15} \cdot 3^{16}; 6; 6)$; $(2^{15} \cdot 3^{16}; 2^{15} \cdot 3^{16}; 6)$

$\Rightarrow N_1 = 1440 - 6 = 1434.$

II случай: все числа больше 6; тогда в 1 из них должна содержаться только 2 и 3, в другом – 2 и 3!

$15 \begin{cases} a = 2 \cdot 3^2; & b = 2^2 \cdot 3; & c = 2^{15} \cdot 3^{16} \\ a = 2 \cdot 3^3; & b = 2^2 \cdot 3; & c = 2^{15} \cdot 3^{16} \\ \vdots \\ a = 2 \cdot 3^{16}; & 14 \begin{cases} b = 2^2 \cdot 3; & c = 2^{15} \cdot 3^{16} \\ \vdots \\ b = 2^{15} \cdot 3; & c = 2^{15} \cdot 3^{16} \end{cases} \\ \vdots \\ a = 2 \cdot 3^2; \end{cases}$

Все числа различны, т.е. $N_2 = 15 \cdot 14 \cdot 3! =$
$= 30 \cdot 7 \cdot 6 = 1260$

$\Sigma N = N_1 + N_2 = 1434 + 1260 = 2694$

Ответ: 2694.

3

Вар A №4. Черновик

$$\begin{cases} \text{НОД}(a; b; c) = 6 \\ \text{НОК}(a; b; c) = 2^{15} \cdot 3^{16} \end{cases}$$

Кол-во $(a; b; c)$ - ?

I вар. хотя бы 1 из чисел = 6.

Пусть $a = 6$. =>

=> $b \cdot c = 2^{14} \cdot 3^{15}$

в каждом ≥ 1, 2^1 / 1, 3^1.

~~$b = 2 \cdot 3^{14}$, $c = 2^{13} \cdot 3$~~

~~$b = 2^2 \cdot 3^{13}$~~

14 $\begin{cases} b = 2 \cdot 3 \\ b = 2 \cdot 3^2 \ldots \\ \ldots \\ b = 2 \cdot 3^{14} \end{cases}$ $c = 2^{13} \cdot 3^{14}$

$b = 2^2 \cdot 3$

$\vdots$

$b = 2^{13} \cdot 3$

$\frac{14 \cdot 13}{2} = 7 \cdot 13 = 91$ ($\cdot 36$)?

$+91 \cdot 6 = 546$

все $\cdot 36$.

$b = 2^6 \cdot 3$ $c = 2^8 \cdot 3^{14}$

$b = 2^7 \cdot 3$ $c = 2^7 \cdot 3^{14}$

$b = 2^7 \cdot 3^7$ $c = 2^7 \cdot 3^8$

$b = 2^7 \cdot 3^8$ $c = 2^7 \cdot 3^7$

6; 6; 6

6; ... 6

$6 = 2 \cdot 3$ $2^? \cdot 3$, $2^? \cdot 3$, $2^? \cdot 3$

$2^n \cdot 3$, $2 \cdot 3^n$, $2^n \cdot 3^n$ => $2 \cdot 3$.

$2^n \cdot 3^n$, $2^n \cdot 3^n$, $2 \cdot 3$ => $2 \cdot 3$

$S = 546 + 792 = 1358$

12; 24; 18

II вар. в 1 из чисел 1, 2^1; в др - 1, 3^1.

~~$a = 2 \cdot 3$ $b = 3 \cdot 2$ $c = 2^{13} \cdot 3^{14}$~~

~~$a = 2 \cdot 3^2$ $b =$~~

12 $\begin{cases} a = 2 \cdot 3^2 & b = 3 \cdot 2^2 & c = 2^{12} \cdot 3^{13} \\ a = 2 \cdot 3^3 & b = 3 \cdot 2^2 & c = 2^{12} \cdot 3^{12} \\ \vdots \\ a = 2 \cdot 3^{13} & b = 3 \cdot 2^2 & c = 2^{12} \cdot 3^2 \end{cases}$

$N = 12 \cdot 11 \cdot 6 = 792$

$a = 2 \cdot 3^2$, $b = 3 \cdot 2^3$ } 11

$a = 2 \cdot 3^2$ $b = 3 \cdot 2^{12}$ $c = 3^{?} \cdot 2^{?}$

$a = 2 \cdot 3^{13}$ $b = 3 \cdot 2^{12}$

$c = 3^2 \cdot 2^2$ 1

$2^2 \cdot 3$, $2 \cdot 3^?$, $2^? \cdot 3$

Вар 17 №5. Черновик

$\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)$

$\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2$

$\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)$

$a=b;\ c=b-1$

$5x-1>0$

$x>\frac{1}{5}$

$5x-1\neq 1$

$x\neq\frac{2}{5}$

$4x+1>0$

$x>-\frac{1}{4}$

$4x+1\neq 1$

$x\neq 0$

$\frac{x}{2}+2>0$

$\frac{x}{2}>-2$

$x>-4$

$\frac{x}{2}+2\neq 1$

$\frac{x}{2}\neq -1$

$x\neq -2$

$*\ x>\frac{1}{5}$

$x\neq\frac{2}{5}$

$\sqrt{5x-1}=a$

$\frac{x}{2}+2=b$

$4x+1=c$

$c=\frac{2b^2}{a}$

$\frac{a}{b}=\frac{2b}{c}\Rightarrow ac=2b^2$

$\frac{2c}{a}=\frac{2b}{c}-1$

$\Rightarrow 2c^2=2ab-ac$

$\frac{8b^4}{a^2}=2ab-\frac{2b^2}{a}\cdot a$

$4b^4=a^3b+2ba^2=0$

$2b^2(2b^2+ab+a^2)$

$D=1-4\cdot 2$

$\log_a c-$

$2\log_c b$

$2\log_b a^3$

①] $2\log_c b^1=2\log_b a$

$\frac{\ln\left(\frac{x}{2}+2\right)}{\ln(4x+1)}=2\frac{\ln\sqrt{5x-1}}{\ln\left(\frac{x}{2}+2\right)}$

$\overbrace{\ln^2\left(\frac{x}{2}+2\right)}^{t}=\overbrace{\ln\sqrt{5x-1}}^{k}\cdot\overbrace{\ln(4x+1)}^{p}$

$4x^2+2x+\frac{1}{4},5x-1$

$4x^2-3x+\frac{5}{4}$

$\log_a c=2\log_b a-1\Rightarrow\frac{\ln(4x+1)}{\ln\sqrt{5x-1}}=2\frac{\ln\sqrt{5x-1}}{\ln\left(\frac{x}{2}+2\right)}-1$

$\ln(4x+1)\cdot\ln\left(\frac{x}{2}+2\right)=2\ln^2\sqrt{5x-1}-\ln\sqrt{5x-1}\cdot\ln\left(\frac{x}{2}+2\right)$

②

Вар 17

Черновик

(3) $\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1) = \log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2$

$\frac{\ln 4x+1}{\ln\sqrt{5x-1}} = \frac{2\ln\left(\frac{x}{2}+2\right)}{\ln 4x+1}$

$\ln^2\overbrace{(4x+1)}^{p} = 2\overbrace{\ln\left(\frac{x}{2}+2\right)}^{t}\cdot\overbrace{\ln\sqrt{5x-1}}^{k}$

$\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1) = \frac{2\ln\left(\frac{x}{2}+2\right)}{\ln(4x+1)} - 1$

$= \frac{\ln 5x-1}{\ln\left(\frac{x}{2}+2\right)}$

$2\ln(\sqrt{5x-1})\cdot\ln(4x+1) =$

$= 2\ln^2\left(\frac{x}{2}+2\right)^2 - \ln(4x+1)\ln\left(\frac{x}{2}+2\right)$

$t^2 = kp \Rightarrow p = \frac{t^2}{k}$

$pt = 2k^2 - kt$

$\frac{t^3}{k} = 2k^2 - kt$

$t^3 = 2k^3 - k^2t$

$2k^3 - k^4 - t^3 = 0 \quad | : t^3 \quad (t \neq 0)$

$2\frac{k^3}{t^3} - \frac{k^2}{t^2} - 1 = 0$

$2z^3 - z^2 - 1 = 0$

$$\begin{array}{c|cccc} & 2 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \end{array}$$

$2z^2 + z + 1 = 0$

$D = 1 - 4\cdot 2 < 0$

$\Rightarrow \frac{k}{t} = 1 \Rightarrow \ln\sqrt{5x-1} = \ln\left(\frac{x}{2}+2\right)$

$\sqrt{5x-1} = \frac{x}{2}+2$

$5x-1 = \frac{x^2}{4} + 4\cdot\frac{x}{2} + 4$

$\frac{x^2}{4} + 2x + 4 - 5x + 1 = 0$

$x^2 - 3x + 5$

$x^2 - 12x + 20 = 0$

$D = 36 - 20 = 16$

$x = \left[\begin{array}{l} 10 \\ 2 \end{array}\right. \Rightarrow \begin{array}{l} x = 10 \\ x = 2 \end{array}$

$p^2 = 2tk \Rightarrow k = \frac{p^2}{2t}$

$2kp = 2t^2 - pt$

$2\frac{p^3}{2t} = 2t^2 - pt$

$2p^3 = 4t^3 - 2pt^2$

$2t^3 - pt^2 - p^3 = 0 \quad | : p^3$

$2z^3 - z^2 - z = 1$

$z = 1, \quad t = p \Leftrightarrow$

$\Rightarrow \ln\left(\frac{x}{2}+2\right) = \ln(4x+1)$

$\frac{x}{2} + 2 = 4x + 1$

$x + 4 = 8x + 2$

$7x = 2$

$x = \frac{2}{7}$

$p = k$

$\sqrt{5x-1} = 4x+1$

$5x - 1 = 16x^2 + 8x + 1$

$16x^2 + 3x + 2 = 0$

$D = 9 - 4 < \varnothing$

3

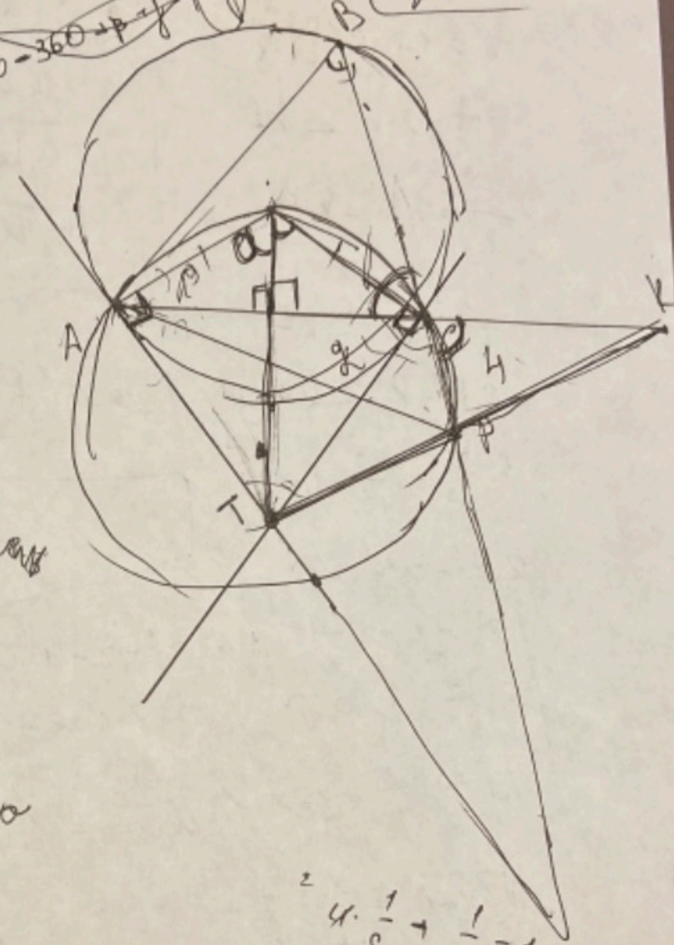
Ответ: $\left\{\frac{2}{7};\ 2;\ 10\right\}$.

Вар 17

№6

Черновик

$360-360$



$2\cdot3$

$2^2\cdot3$

$2\cdot3$

$2\cdot9$

$2^{15}\cdot2^{16}$

z^3-z^2-0

	1	-1	0	-4
		2	2	4
2	1	1	2	0

$\frac{b}{a}=$

$\frac{a}{b}=2$

$4\cdot\frac{1}{8}+\frac{1}{2}-1$

$4z^3+z-1=0$

	4	0	1	-1
		2	1	1
$\frac{1}{2}$	4	2	2	0

$D<0$

$2z^2+z+1=0$

2

8   12

$2\cdot4$ $2\cdot3\cdot2$ $4\cdot2\cdot3=24$

4

Вар 17 $\boxed{№4}$ Червяк

$$\begin{cases} НОД(a;b;c)=6 \\ НОК(a;b;c)=2^{15}\cdot 3^{16} \end{cases}$$

I случай: хотя бы 1 из чисел равно 6.

$\exists a=6=2\cdot 3 \Rightarrow$ $b=2^n\cdot 3^m$; $c=2^{14-n}\cdot 3^{15-m}$; тогда количество комбинаций: $14\cdot 13=182$; также существуют случаи, когда b и $c=6 \Rightarrow N=182\cdot 3=546$. Дважды повторяется случай с 2 „6": $(6;6;n)|(n;6;6)|(6;n;6) \Rightarrow N_1=546-3=$
$=543$.

II случай: $a,b,c>6$. Тогда хотя бы 1 из чисел должно содержать только 1 „2", хотя бы 1 из чисел - только 1 „3".

$a=2\cdot 3^2$ $b=2^2\cdot 3$ $c=2^{12}\cdot 3^{13}$
$a=2\cdot 3^3$ $b=2^2\cdot 3$ $c=2^{12}\cdot 3^{12}$
⋮
$a=2\cdot 3^{14}$ $b=2^2\cdot 3$ $c=2^{12}\cdot 3^{2}$
⋮
$a=2\cdot 3^2$ $b=2^{12}\cdot 3$ $c=2^{2}\cdot 3^{13}$
⋮
$a=2\cdot 3^{13}$ $b=2^{12}\cdot 3$ $c=2^{2}\cdot 3^{2}$

$N_2=12\cdot 11\cdot 3!=$
$=132\cdot 6=792$

$S=N_1+N_2=543+792=1335$

Ответ: 1335.

5

Вар 17 №4 Черновик

$a = 2\cdot 3$ $\quad b = 2^{15}\cdot 3^{16}$

$c = 2\cdot 3$
$c = 2\cdot 3^2$ $\Big\}$ 16
$\vdots$
$c = 2\cdot 3^{16}$
$\vdots$ $\Big\}$ 15
$c = 2^{15}\cdot 3^{16}$

$240\cdot 6 = 1440$
$8\cdot 30$
$16\cdot 15\cdot 3!$
$= 1440 - 6 =$
$= \underline{1434}$

15 $\left\{ \begin{array}{lll} a = 2\cdot 3^2 & b = 2^2\cdot 3 & c = 2^{15}\cdot 3^{16} \\ a = 2\cdot 3^3 & b = 2^2\cdot 3 & c = 2^{15}\cdot 3^{16} \\ \vdots & & \\ a = 2\cdot 3^{16} & b = 2^2\cdot 3 & c = 2^{15}\cdot 3^{16} \end{array} \right.$

$a = 2\cdot 3^2$ $\quad b = 2^3\cdot 3$ $\quad c = 2^{15}\cdot 3^{16}$
14 $\vdots$
$a = 2\cdot 3^2$ $\quad b = 2^{15}\cdot 3$ $\quad c = 2^{15}\cdot 3^{16}$
$\vdots$

210
$30\cdot 7$
$15\cdot 14\cdot 6 = 1260$

5