Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21100633**

ID профиля: **316076**

Вариант 17

№1 Чистовик

• Пусть $a_1 = x$, d - разность прогрессии ($d>0$ по условию)

1) Очевидно, $x, d \in Z$; $S = \frac{x + x + 9d}{2} \cdot 10 = 10x + 45d$

2) $$ⓞ \begin{cases} (x+5d)(x+11d) = a_6 a_{12} > 10x+45d+1, \\ (x+6d)(x+10d) = a_7 a_{11} < 10x+45d+17; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + (16d-10)x > 1-10d \\ x^2 + (16d-10)x < 17-15d; \end{cases} \Rightarrow 1-10d \le 17-15d \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5d \le 16 \Rightarrow d \le \frac{16}{5} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} d=1, \\ d=2, \\ d=3; \end{array}\right. \begin{array}{l} ① \\ ② \\ ③ \end{array}$$

① $d=1$: $$ⓞ \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+6x+9>0 \\ x^2+6x-2<0; \end{cases} \begin{cases} (x+3)^2>0 \\ x^2+6x-2<0; \end{cases} \begin{cases} x \ne -3, \\ x^2+6x-2<0; \end{cases}$$

$\mathcal{D} = 36+8 = 44$ $\quad x = \frac{-6 \pm 2\sqrt{11}}{2} = -3 \pm \sqrt{11} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=-6, \\ x=-5, \\ x=-4, \\ x=-3, \\ x=-2, \end{array}\right. \begin{cases} x=-1 \\ x=0; \end{cases}$ и $x \ne -3$

• $x \in [-6; 0] / \{-3\}$

② $d=2$: $$ⓞ \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+22x+19>0, \\ x^2+22x+13<0; \end{cases}$$ $\mathcal{D}_1 = 121-19 = 102$ $\quad x = -11 \pm \sqrt{102}$

$\mathcal{D}_1 = 121-13 = 108$ $\quad x = -11 \pm \sqrt{108}$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x < -11-\sqrt{102}, \\ x > -11+\sqrt{102}, \end{array}\right. \\ x \in (-11-\sqrt{108}; -11+\sqrt{108}); \end{cases}$$ → нет таких целых x;

• $x \in \varnothing$

см. прод.

№1 прод.

Чистовик

5 $d=3$:   6 $\Longleftrightarrow \begin{cases} x^2+38x > -29 \\ x^2+38x < -28 \end{cases}$ т.к. x - целое, то x^2+38x - тоже,

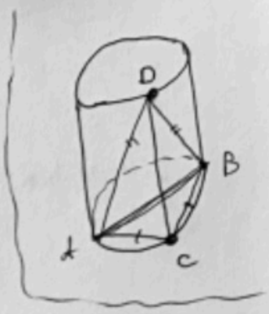
$\Rightarrow$ таких x нет, т.к. между -29 и -28 нет целых.

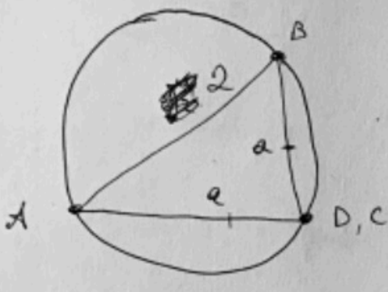
Ответ: $-6; -5; -4; -2; -1; 0$.

21100633 (U316076 M1300423)

$\sqrt{2}$ $\boxed{\text{Чистовик}}$ $AC = CB = 5$ $AD = DB = 6$ $AB = 2$

· Рассмотрим вид на цилиндр сверху:





1) Из симметрии $AB \perp CD$;

2) диаметр цилиндра $d_ц \geq AB \Rightarrow d_{min} = d = AB$

3) В этом случае $\angle ACD = 90°$ и $AC = CD \Rightarrow a = \sqrt{2}$;

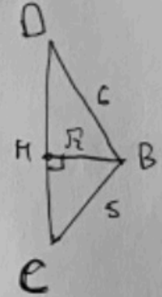
а) $\angle CDB$ - острый

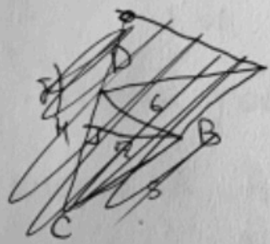
б) $\angle CDB$ - тупой

Опущу BH - высоту на CD:

$BH = a = \sqrt{2}$ в обоих случаях =>

а)



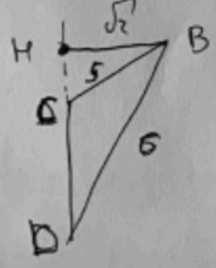


а) $CD = DH + HC = \sqrt{34} + \sqrt{23}$

б) ~~CD = DH + HC~~ $CD = CH - DH =$

$= -\sqrt{23} + \sqrt{34}$

б)



Ответ: $\sqrt{34} \pm \sqrt{23}$.

№3

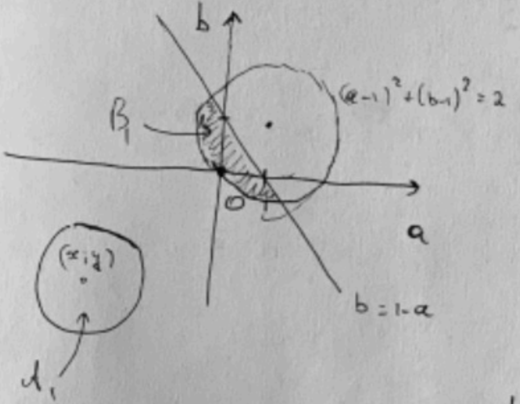
Чистовик

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 2\\ a^2+b^2\le \min(2,\ 2(a+b));\end{cases}$$

• Рассмотрим отн-но a и b:

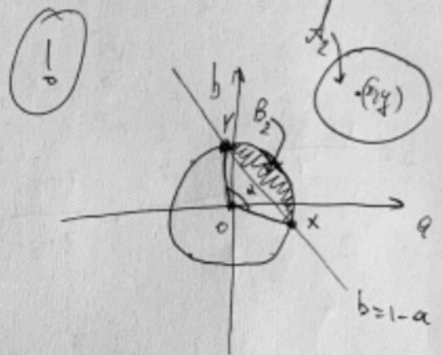
• $a+b<1$ $\quad (b<1-a)$

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 2\\ (a-1)^2+(b-1)^2\le 2;\end{cases}$$



• $a+b\ge 1$ $\quad (b\ge 1-a)$

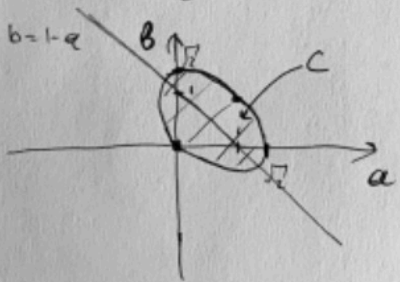
$$\begin{cases}(x-a)^2+(y-b)^2\le 2,\\ a^2+b^2\le 2;\end{cases}$$



A_i и B_i $\quad (i=1,2)$

Области должны перекрываться

Объединение B_1 и B_2 : C



~~Рассмотрим ΔXOY: Несложно найти, что $X(2;-1)$ и $Y(-1;2)$ - решение $\begin{cases}a^2+b^2=2,\\ b=1-a;\end{cases}$ Тогда $\cos(\alpha)=\frac{5+5-(9+9)}{2\sqrt5\sqrt5}=\frac{-8}{10}=-\frac{4}{5}$~~

⊙ Искомые $(x;y)$ - координаты центров окружностей радиуса $\sqrt2$, таких, что они пересекаются с C. Т.е. это та же фигура C, увеличенная в $\sqrt2$ раз => искомая площадь S в $(\sqrt2)^2=2$ раза больше S_C:

~~$S_C=2d$, где $d=S_{B_1}=S_{B_2}\overset{*}{=}\frac{(\sqrt2)^2}{2}(\alpha-\sin(\alpha)) \Rightarrow S=2S_C=4d=4\left(\arccos\left(-\frac45\right)-\frac35\right)$.~~

см. прод.

~~Ответ: $4\left(\arccos\left(-\frac45\right)-\frac35\right)$.~~

$\sqrt{3}$ прод

рассмотрим $\triangle XOY$ из ① (листа):

$$\begin{cases} a^2+b^2=2, \\ b=1-a; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{1\pm\sqrt{3}}{2}, \\ b=\frac{1\mp\sqrt{3}}{2}; \end{cases} \text{ т.е. } X\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}; \frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$Y\left(\frac{1-\sqrt{3}}{2}; \frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)$$

Отсюда $\cos(\alpha) = \dfrac{2\cdot\frac{1+3}{4} - \frac{6}{4}}{2\cdot\frac{1-3}{4}} = \dfrac{2-\frac{3}{2}}{-\frac{1}{2}\cdot 2} = \dfrac{\frac{1}{2}}{-\frac{1}{2}\cdot 2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3}$

$\sin(\alpha) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Тогда $S = 2S_c = 2\cdot\left(2\cdot\frac{(\sqrt{2})^2}{2}(\alpha - \sin(\alpha))\right) = 4\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) =$

$= \frac{4}{3}\pi - 2\sqrt{3}$

Ответ: $\frac{4}{3}\pi - 2\sqrt{3}$.

21100633 (U316076 M1300423)

Черновик

$a_1 = x$

$S = \frac{x+x+9d}{2}\cdot 10 = 10x+45d$

$$\begin{cases}(x+5d)(x+11d) > 10x+45d+1\\(x+6d)(x+10d) < 10x+45d+17\end{cases}$$

$$\begin{cases}x^2+16dx+55d > 10x+45d+1\\x^2+16dx+60d < 10x+45d+17\end{cases}\quad\begin{cases}x^2+(16d-10)x+10d-1>0\\x^2+(16d-10)x+15d-17<0\end{cases}$$

$\boxed{d>0}$

$D_1 = 256d^2-320d+100-40d+4 = 256d^2-360d+104$

$D_2 = 256d^2-320d+100-60d+68 = 256d^2-380d+168$;

$1-10d < 17-15d$

$5d<16$

$\boxed{d<\frac{16}{5}}$

$d>0$ $\quad d=1,\ d=2,\ d=3$;

$x^2+6x+9>0 \quad (x+3)^2>0 \quad x\neq-3$

$x^2+6x-2<0$

$D_1 = 9+2=11$

$$\begin{cases}x = 3+\sqrt{11}\\x = 3-\sqrt{11} < 0\end{cases}$$

$x=0\ x=1\ x=2\ x=3\ x=4\ x=5$

$x=6$

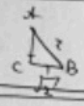
21100633 (U316076 M1300423)

[redacted] ⓪ $AB \perp CD$ из симметрии (и о равных)

сверху

(1) AB CD - точка

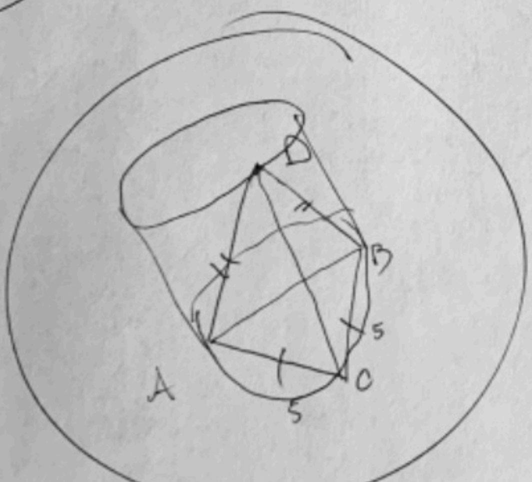
[redacted]

(2) C $\angle ACB = \frac{\pi}{2}$  [redacted]

(3) высота из B на $CD = \sqrt{2}$ $\xrightarrow[\text{стороны}]{6 \text{ и } 5}$ BH ($\perp$ из B)

Черновик

[redacted]



BH =

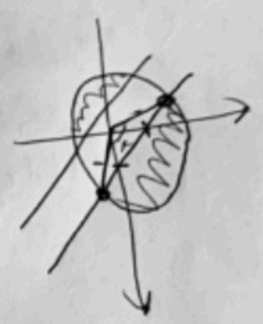
Черновик

$$\begin{cases} S = \frac{a_1 + a_1 + 9d}{2} \cdot 10, \\ a_6 a_{12} > S + 1, \\ a_7 a_{11} < S + 17; \end{cases}$$

$a_1 = x$

$$\begin{cases} 5x + 45d + 1 < (x+5d)(x+11d) \\ 5x + 45d + 17 > (x+6d)(x+10d) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x + 45d + 1 < x^2 + 16dx + 55d^2, \\ 5x + 45d + 17 > x^2 + 16dx + 60d^2; \end{cases}$$

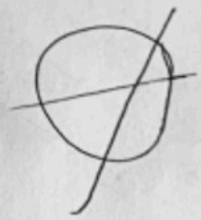


$$\begin{cases} x^2 + (16d-5)x + 55d^2 - 45d - 1 > 0, \\ x^2 + (16d-5)x + 60d^2 - 45d - 17 < 0; \end{cases}$$

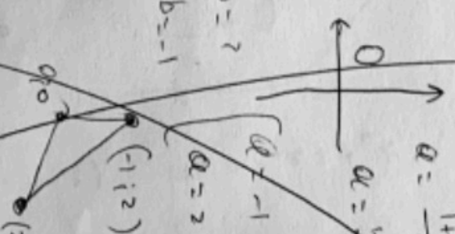
$D_1 = 16^2 d^2 - 160d + 25 - 220d^2 + 180d + 4 =$

$= 36d^2 + 20d + 29$

$x_1 = \frac{5 - 16d}{}$



$$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 2, \\ a^2 + b^2 \leq \min(2(a+b), 2); \end{cases}$$



$(b-y)^2 + (a-x)^2 \leq 2$

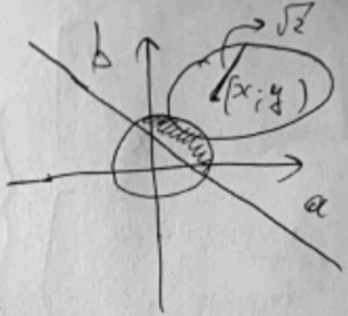
$a^2 + b^2 \leq \min(2; 2(a+b))$

$\nearrow a+b < 1 \to 2(a+b),$

$\searrow a+b \geq 1 \to 2;$

21100633 (U316076 M1300423)

21100633 (U316076 M1300423)



$b=1-a$ - кас.

$(1-a-y)^2+(a-x)^2=2$

$(1-a)^2-2y(1-a)+y^2+a^2-2ax+x^2-2=0$

$1-2a+a^2-2y+2ya+y^2+a^2-2ax+x^2-2=0$

$2a^2+2(y-x-1)a+y^2-2y+x^2-1=0$

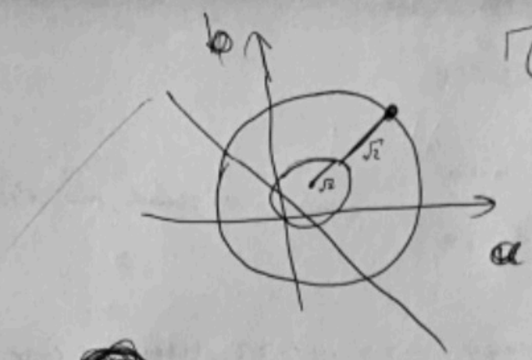
$D_1=(y-(x+1))^2-2y^2+4y-2x^2+2=0$

$y^2-2yx-2y+x^2+2x+1-2y^2+4y-2x^2+2=0$

$-y^2-x^2-2y+2x+3-2xy=0$

Черновик

Черновик



$\cancel{x^2+y^2-2ax-2ay}+a^2+b^2=2$

$2\sqrt{2}$

$(a-1)^2+(b-1)^2 = 8$

↑

$a(x;y)$

~~b=kd+c~~ $b=ka+c$

~~$(x-a)^2+(ka+c-b$~~

$(a-x)^2+(ka+c-y)^2 \le 2$

$(a-1)^2+(ka+c-1)^2 \le 2$

$(k^2+1)a^2-2a+2k(c-1)a+(c-1)^2-1\le 0$

$(k^2+1)a^2+2(k(c-1)-1)a+(c-1)^2-1\le 0$

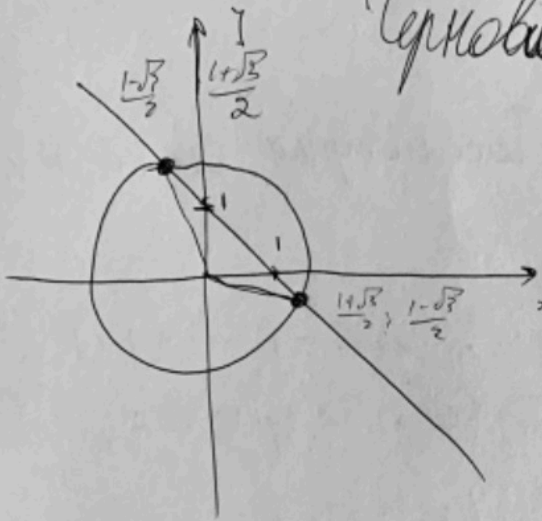
$D_1 = (k(c-1)-1)^2-(c-1)^2(k^2+1)+(k^2+1)=0$

$\cancel{k^2(c-1)^2}-2k(c-1)+1-\cancel{k^2(c-1)^2}-(c-1)^2+(k^2+1)=0$

$(c-1)^2+2k(c-1)-(k^2+2)=0$

$D_1=k^2+4k^2+8=5k^2+8$

Черновик



$x^2+y^2=2$

$y=1-x$

$2x^2-2x-1=0$

~~$D=1+4$~~ $D_1=1+2=3$

$$\begin{cases} x=\frac{1\pm\sqrt{3}}{2}, \\ y=\frac{1\mp\sqrt{3}}{2}; \end{cases}$$

$\frac{1+\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}-1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\frac{6}{4}$

$$\cos(a)=\frac{2\cdot\frac{1+3}{4}-\frac{6}{4}}{2\,\frac{1-3}{4}}=\frac{2-\frac{3}{2}}{2\cdot\frac{1}{2}}=-\frac{1}{2}$$

21100633 (U316076 M1300423)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21100633**

ID профиля: **316076**

Вариант 17

$\sqrt{5}$ Чистовик

· Пусть $\begin{cases} a = \sqrt{5x-1}, \\ b = 4x+1, \\ c = \frac{x}{2}+2; \end{cases}$ => есть набор $\log_a(b)$; $\log_b(c^2)$; $\log_c(a^2)$

Рассмотрим О.Д.З. трёх логарифмов: $\begin{cases} x > \frac{1}{5}, \\ x > -\frac{1}{4}, \\ x > -4; \end{cases}$ и $\begin{cases} 5x \neq 2, \\ 4x \neq 0, \\ \frac{x}{2} \neq -1; \end{cases}$

$$\Updownarrow$$

$$\boxed{\begin{cases} x > \frac{1}{5}, \\ x \neq \frac{2}{5}; \end{cases} - \text{О.Д.З.}}$$

1) Первый случай: $\log_a(b) = \log_b(c^2) = \log_c(a^2)+1$, т.к. $\log_a(b)\log_b(c^2) = \log_a(c^2)$, то $(\log_c(a^2)+1)^2 = \log_a(c^2)$, что на О.Д.З. $\Leftrightarrow$ $4\log_c^2(a) + 4\log_c(a)+1 = 2\cdot\frac{1}{\log_c(a)}$ Пусть $\log_c(a) = t$, тогда $4t^2+4t+1 = \frac{2}{t}$ $\Leftrightarrow$ $4t^3+4t^2+t-2=0$ $\Leftrightarrow$ $\left[\begin{array}{l} t = \frac{1}{2}, \\ 2t^2+3t+2=0; \end{array}\right.$ $\Leftrightarrow$ $t = \frac{1}{2}$,

т.е. $\log_c(a) = \frac{1}{2}$ => $a = \sqrt{c}$ $\Leftrightarrow$ $10x-2 = x+4$ $\Leftrightarrow$ $\boxed{x = \frac{2}{3}}$;

2) Второй случай $\log_a(b) = \log_c(a^2) = \log_b(c^2)+1$, т.к. $2\log_a(b)\log_c(a) = 2\log_c(b)$, то $2\log_c(b) = 4\log_b^2(c) + 4\log_b(c)+1$ Пусть $\log_b(c) = t$, тогда

$\frac{2}{t} = 4t^2+4t+1$ $\Leftrightarrow$ $t = \frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow$ $c = \sqrt{b}$ $\Leftrightarrow$ $4x+1 = \frac{1}{4}(x^2+8x+16)$ $\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow$ $16x+4 = x^2+8x+16$ $\Leftrightarrow$ $x^2-8x+12=0$ $\Leftrightarrow$ $\boxed{\left[\begin{array}{l} x = 6; \\ x = 2; \end{array}\right.}$; см. прод.

$D = 16-12 = 4$

$x = 4 \pm 2 = \left[\begin{array}{l} 6, \\ 2; \end{array}\right.$

√4 Чистовик

· Пусть $\begin{cases} a = 2^{\alpha_2} \cdot 3^{\alpha_3}, \\ b = 2^{\beta_2} \cdot 3^{\beta_3}, \\ c = 2^{\gamma_2} \cdot 3^{\gamma_3}; \end{cases}$ где α_i, β_i, C_i $(i = 2,3) \in N$, т.к. ①

1) Каждое из чисел делится на 6, а НОК чисел не имеет в разложении простых, кроме 2 и 3.

2) Какое-то из $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$ равно 1, а какое-то – 15 и для $\alpha_3, \beta_3, \gamma_3$ аналогично какое-то – 1, какое-то – 16, ~~.~~ а третье лежит в пределах от 1 до 15 и 1 до 16 соотв, т.к. иначе или НОК был бы меньше, или НОД больше, или и то, и другое;

3)а Тогда на $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$ есть 3! вариантов, чтобы расставить 3 числа, 2 из которых 1 и 15, а на третье есть 15 вариантов: Это $3! \cdot 1 \cdot 1 \cdot 15 = 15 \cdot 6 = 90$;

3)б аналогично для $\alpha_3, \beta_3, \gamma_3$: $3! \cdot 1 \cdot 1 \cdot 16 = 6 \cdot 16 = 96$;

4) В итоге имеем $90 \cdot 96$ вариантов

Ответ: $90 \cdot 96$.

21100633 (U316076 M1300424)

№5 прод. Чистовик

3)

$\log_b(c^2) = \log_c(a^2) = \log_a(b)+1$, т.к. $4\log_b(c)\log_c(a) = 4\log_b(a)$, то

$4\log_b(a) = \log_a^2(b) + 2\log_a(b) + 1$ Пусть $\log_a(b) = t$, тогда

$\frac{4}{t} = t^2+2t+1 \Leftrightarrow t^3+2t^2+t-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1, \\ t^2+3t+4=0; \end{array}\right.$ $D=9-16<0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow t=1 \Leftrightarrow a=b \Leftrightarrow 5x-1 = 16x^2+8x+1 \Leftrightarrow 16x^2+3x+2=0$

$D=9-2^7<0$

$\Leftrightarrow \boxed{x \in \varnothing}$

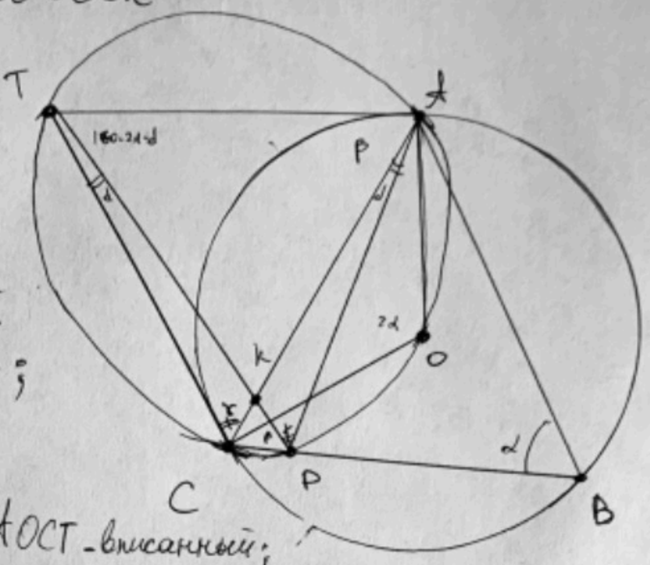
• Сделаю проверку корней и О.Д.З. $\frac{2}{3}$ и 6 не подходят.

Ответ: [redacted] 2.

№6 Чистовик

$[APK]=6$

$[CPK]=4$



а) 1) $\frac{[APK]}{[CPK]}=\frac{6}{4}=\frac{AK}{CK}$;

2) $\angle OAT=\angle OCT=90° \Rightarrow AOCT$ - вписанный;

3) Тогда $\angle ATC=180-\angle AOC$; Пусть $\angle ABC=\alpha$, тогда $\angle AOC=2\alpha$,

Пусть $\angle TPC=\beta$, а $\angle TPA=\gamma$, тогда $\beta+\gamma=2\alpha$; ~~из $\triangle TPA$ и $\triangle TCA$~~:

~~$\angle CTP+\gamma+180-2\alpha+\beta=\angle TPA+\gamma+180-2\alpha$~~ $\angle TPC=\angle TAC=\beta$;

отсюда несложно получить, что $\beta=\alpha$, тогда $AB\parallel TP$

4) значит, $\triangle CPK \sim \triangle CAB$ (~~шапх.~~ $\frac{CP}{CB}=\frac{2}{5}$) $\Rightarrow \frac{S_{ABC}}{4}=\left(\frac{5}{2}\right)^2 \Rightarrow S_{ABC}=25$.

(т.к. $\frac{CK}{KA}=\frac{2}{3}$ и $KP\parallel AB$)

Ответ(а): 25.

б) угол $\angle APK=\angle ACP=\angle TCA=\angle TPC \Rightarrow PT$ - биссектриса $\Rightarrow \frac{AP}{PC}=\frac{AK}{KC}=\frac{BP}{BC} \Rightarrow$

$\Rightarrow AP=BP \Rightarrow \triangle ABP$ - равноб.

• $[APB]=25-10=15$; $\angle\alpha=\operatorname{arctg}\left(\frac{7}{5}\right) \Rightarrow \frac{PM}{AM}=\frac{7}{5} \Rightarrow$

$=\frac{PM}{AB}=\frac{7}{10}$ и $\frac{PM\cdot AB}{2}=[APB]=15 \Rightarrow AB=\sqrt{\frac{300}{7}}$ M - середина AB

• см прод.

21100633 (U316076 M1300424)

№6 прод.

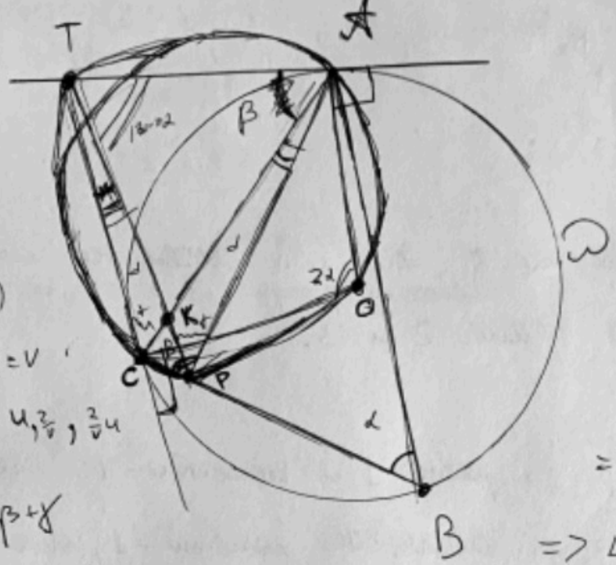
$$[ABC] = 25 = AB \cdot BC \cdot \sin(\alpha) \,;\, \sin(\alpha) = \frac{7}{5} \cdot 5 \cdot \frac{1}{\sqrt{74}} = \frac{7}{\sqrt{74}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BC = \frac{25}{AB \sin(\alpha)} = \frac{25 \cdot \sqrt{74}}{7 \cdot \sqrt{\frac{300}{7}}}$$

по т. кос. $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 AB BC \cos(\alpha) \Rightarrow AC^2 =$ $=$

$$= \frac{300}{7} + \frac{25 \cdot 74}{49 \cdot 300} \cdot 7$$

$\sqrt{6}$ $[APK] = 6$ $[CPK] = 4$ ~~Чистовик~~ Черновик



$\sqrt{29}(25)$

$25(25)$

$5(29)$

$\log_{\sqrt{29}}(25)$

$\log_{29}(25)$

$\log_5(29)$

$\log_{\frac{x}{3}+2}(4x+1) = V$

$\log_{\frac{x}{3}+2}$ $4, \frac{3}{4}, \frac{3}{4}4$

$2\alpha = \beta + \gamma$

a) 1) $\frac{[APK]}{[CPK]} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = \frac{AK}{CK}$;

2) $\frac{CK}{AC} = \frac{2}{5}$ (из ①);

3) $\angle OAT = \angle OCT = 90^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow AOCT$ - вписанный $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle CTP = \angle CAP \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle$ ~~CAP = ∠ABC (т.к. ∠ABC = ∠CTP)~~ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ ~~△ABC ∾ △CAP по двум углам ⇒~~ S_{ABC}

~~∠TPC = ∠ABC~~

~~α + γ + 180 − 2α = α + β + 180 − 2α~~

$\beta = \gamma \Rightarrow 2\alpha = 2\beta \Rightarrow \alpha = \beta$

б) $ABC = \alpha$ $AOC = 2\alpha$

$APC = AOC = 2\alpha$

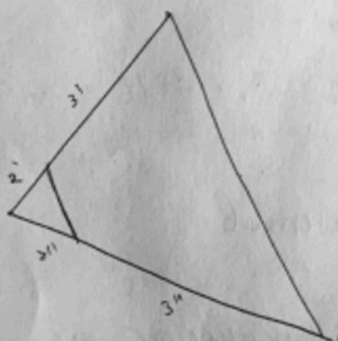
$\beta + \gamma = 2\alpha$ $TPC = \beta$

$TPA + \gamma =$

$\triangle TPA$ и $\triangle TCA$:

$\alpha + \gamma + 180 - 2\alpha = \alpha + \beta + 180 - 2\alpha$

$\gamma = \alpha$



$\frac{4}{5}$

$AC = 2$

$\sqrt{9}$ 9 9 9 1 2

$2(180 - \beta - \gamma - \alpha)$

Черновик

$НОД(a;b;c) = 6$

$НОК(a;b;c) = 2^{15} \cdot 3^{16}$

~~$\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1) = \log_{4x+1}\left(\left(\frac{x}{2}+2\right)^2\right) = \log_{\frac{x}{2}+5}$~~

$a = \log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)$; $b = \log_{4x+1}\left(\left(\frac{x}{2}+2\right)^2\right)$; $c = \log_{\frac{x}{2}+2}$

$a = \sqrt{5x-1}$ $\quad a > 0 \quad \neq 1 \quad 5x-1>0 \quad x > \frac{1}{5}$

$b = 4x+1$ $\quad b > 0 \quad \neq 1 \quad x > -\frac{1}{4}$ $\quad x > \frac{1}{5}$

$c = \left(\frac{x}{2}+2\right)$ $\quad c > 0 \quad \neq a \quad x > -4$ $\quad x \neq \frac{2}{5}$

$x \neq 0$

$x \neq -2$

$\boxed{x > \frac{1}{5};\ x \neq \frac{2}{5};}$ О.Д.З.

1) $\log_a(b) = \log_b(c^2) = \log_c(a^2) + 1$

~~$\log_a(b)$~~ $\frac{\ln(b)}{\ln(a)} = \frac{2\ln(c)}{\ln(b)} = \frac{2\ln(a) + \ln(c)}{\ln(c)}$

$\ln(c) = \frac{\ln^2(b)}{2\ln(a)} \Rightarrow \frac{\ln^2(b)}{\ln(a)\cancel{\ln(b)}} = \frac{4\ln^2(a)}{\ln^2(b)} + 1$

$\frac{\ln^3(b) - 4\ln^3(a) - \ln(a)\ln^2(b)}{\ln(a)\ln^2(b)} = 0$

$a^3 - 4b^3 = ab^2$

21100633 (U316076 M1300424)

$a \cdot b = c + 1$

$\log_a(b) = \log_b(c^2) = \log_c(a^2)+1$

$\log_a(b)\log_b(c^2) = \log_a(c^2) = \log_c(a^2)+1$

$2t = \frac{2}{t}+1$ $\quad (t-1)(t^2+3t+4)=$

$t^3+2t^2+t-4 \,|\, t-1$

$-t^2+t^2 \quad t^2+3t+4$

$3t^2+t$

$-3t^2+3t$

$2t^2-t-2=0 \quad 2t^3+2t^2+t-4$

$D=$

$a;b;c$

ab

ac

bc

$4t^3+4t^2+t-2 \,|\, t-\frac{1}{2}$

$-4t^3+2t^2 \quad 4t^2+6t+4$

$6t^2$

$-6t^2+3t$

$4t-2$

$(4t^2+6t+4)(t-\frac{1}{2})$

$-\frac{1}{2}+1-\frac{1}{2}-2$

$4t^3+(-2+6)t^2+(-3+4)t-2$

$\frac{1}{2}+1+\frac{1}{2}-2$

$4t^3+4t^2+t-2$

$t=\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}+1+\frac{1}{2}-2$

1 15 x

D

$x=\frac{2}{3}$ $\quad 2t^2+3t+7$

$9x=6$

$D=9-16$

Черновик

$\sqrt{5x-1} = \sqrt{\frac{x}{2}+2}$ $\quad \sqrt{c}=a$ $\quad 1+2+1=4$

$a^2=c$

$10x-2=x+4$

[APK] = 6   [CPK] = 4   Чорновик

$180 - (\beta + \gamma) = \cancel{180} - 180 + 2\alpha - \beta$

1) $\frac{[APK]}{[CPK]} = \frac{AK}{PK} = \frac{3}{2}$ 2) $\frac{CK}{CA} = \frac{2}{5}$ $\alpha = \beta$

$2\alpha + \alpha = 180$

$2\alpha +$

$2\alpha = \beta + \gamma$

3) $\angle OAC = 90° = \angle OCT$

CPOA - вписаний

$\angle CPP = \angle CAP$

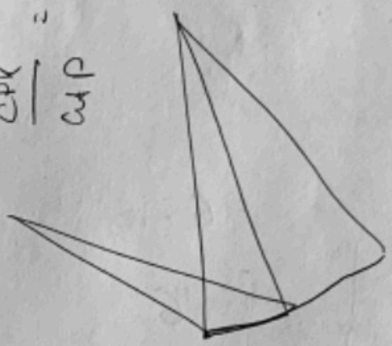
$\angle CAP = \angle ABC$

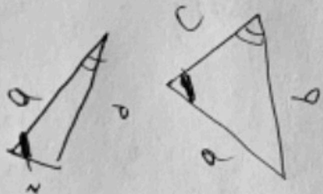
$\Rightarrow AB \parallel AP$

$[ABC] = \frac{25}{4} \cdot 4$

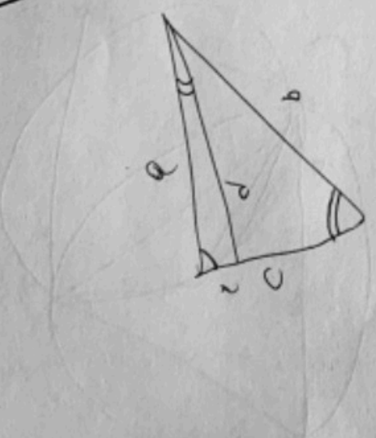
$\frac{S}{S} = \frac{a}{b} =$

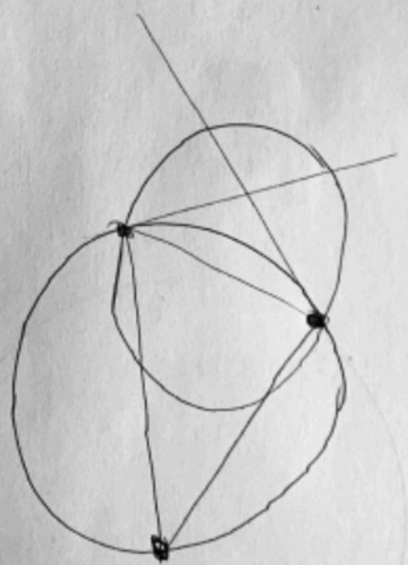
$\frac{CPK}{CAP} = \frac{4}{x} = \frac{4}{5}$ CAP = 5





$\frac{25}{4} \cdot 4$





2β

$\angle TAC = \angle TAP = \alpha + \angle APC$

TAC = TAC

TAD = TAC + α =

[ATK] = 6 [CPK] = 4 ~~Чистовик~~

Черновик

a, b, c

$$\begin{cases} a = 2^{x} 3^{y} \\ b = 2^{k} 3^{l}, \\ c = 2^{m} 3^{n}; \end{cases}$$

y, l, n

НОД - min степеней

НОК - max степеней

---

x, k, m

одно из $\left[\begin{matrix} x \\ k \\ m \end{matrix} \vdots 1\right.$ одно из $\left[\begin{matrix} x \\ k \\ m \end{matrix} = 15\right.$

$(3!)^2 - 13 \cdot 14 + 36$

2 - $3! \cdot 15$

\+ крайние $6 \cdot 2$

3 - $3! \cdot 14$

$$\begin{cases} a = 2^{\alpha_2} \cdot 3^{\alpha_3}, \\ b = 2^{\beta_2} \cdot 3^{\beta_3}, \\ c = 2^{\gamma_2} \cdot 3^{\gamma_3}; \end{cases} \qquad \begin{cases} \alpha_2 = 1, \\ \beta_2 = 1, \\ \gamma_2 = 1; \end{cases}$$

12 13
21 23
31 32

2)

		не max
α_2	β_2	γ_2

$\frac{3!}{2!1!} = 3$

12 21
13 31
23 32

$= 6 \cdot 15$

$3! \cdot 16$