Часть 1

Олимпиада: **Математика, 11 класс (1 часть)**

Шифр: **21100352**

ID профиля: **833944**

Вариант 17

Черновик

В 17.

№1

$S_{10} = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$

$a_6 a_{12} > S+1$ $\quad a_7 a_{11} < S+17$

$a_6 = a_1 + 5d$ $\quad a_7$

$a_{12} = a_1 + 11d$

$1, 2, 3$

$\frac{2+1(3-1)}{2} \cdot 3 = \cancel{3}$ $\quad \frac{12}{2} = 6$

$34 \cdot 9 = 306$

$2a_1 + 34$

$(a_1+5d)(a_1+11d) > \frac{2a_1+2+d\cancel{(n-1)}9}{2} \cdot 9$

$2(a_1^2 + 16da_1 + 55d^2) > 18a_1 + 18 + 81d$ $\quad 2a^2 + a_1(32d - 18) + 110d^2 - 81d - 18$

$(a_1+6d)(a_1+10d) <$ $\quad 2a_1^2 + a_1(32d - \cancel{306}\,18) + 120d^2 - 81d - \cancel{18}\,306 < 0$

$(a_1+6d)(a_1+10d) = a_1^2 + 16da_1 + 60d^2$

$a_6 a_{12} > S+1$

$-a_7 a_{11} > -S-17$

$a_6 a_{12} - a_7 a_{11} > -16$

$\cancel{(a_1+5d)}$

$-5d^2 > -16$

$d^2 < \frac{16}{5}$

$5 > 3$ $\quad 2x > 3$ $\quad x > \frac{3}{2}$

$2 < 7$ $\quad x < 7$

$-2 > -7$ $\quad -x > -7$ $\quad \frac{3}{2} \quad 7$

$3 > -4$ $\quad x > -4$

$-\frac{4}{\sqrt{5}} \qquad \frac{4}{\sqrt{5}}$

$d > 0$ $\quad d \in (0; \frac{4}{\sqrt{5}})$

$\frac{4}{\sqrt{5}} = \sqrt{3\frac{1}{5}}$

$4 = \sqrt{16}$

$5 = \sqrt{25} = \sqrt{\frac{125}{5}}$

$3 = \sqrt{\frac{45}{5}}$

$2 = \sqrt{\frac{20}{5}}$

$1 = \sqrt{\frac{5}{5}}$ целые

$d = 1$

$D = (32d - 18)^2 - 4(110d^2 - 81d - 18)$

$32 - 18 = 14$

1. $a_1 = \frac{-32d + 18}{4} = -8d + \frac{9}{2}$

$2a^2 + a \cdot 14 + 110 - 81 - 18$

$2a^2 + 14a + 11 > 0$

$D = 196 - 88 =$

$110 - 99 = 11$

$14 \cdot 14 = 196$

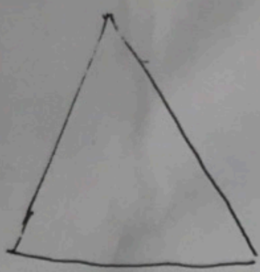
$196 - 88 = 108$

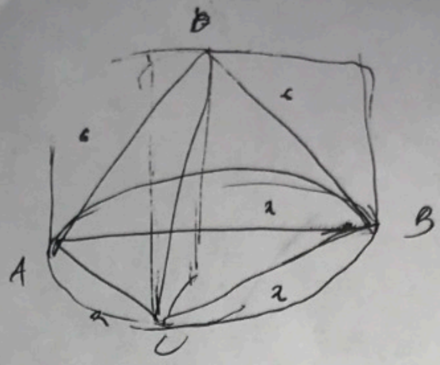
$-3 - 4$

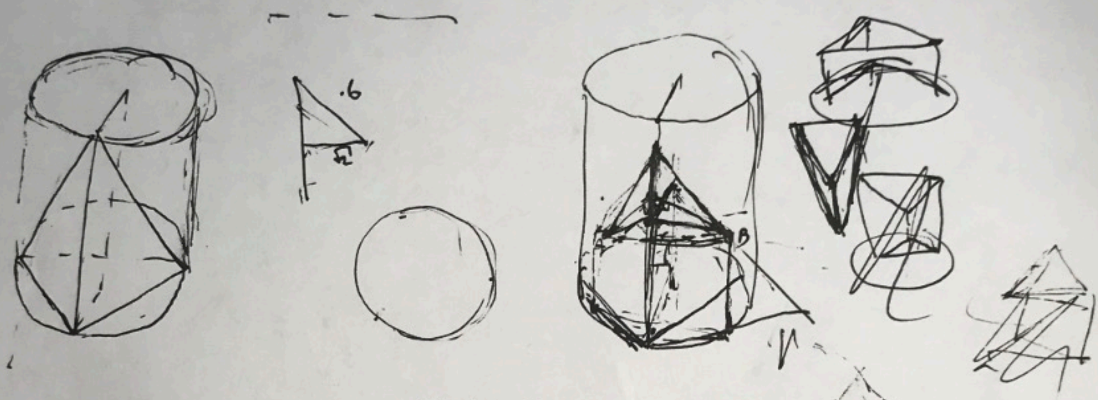
$-3 - 3$

$-3 + 3$

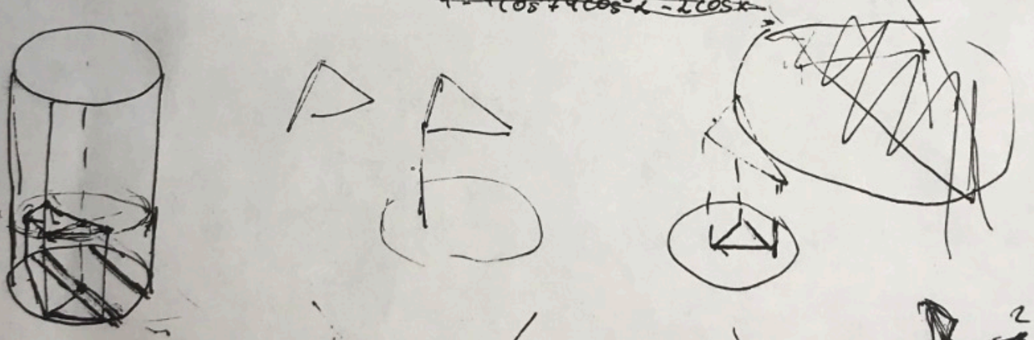
1 из 2





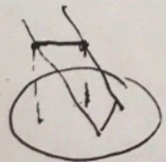


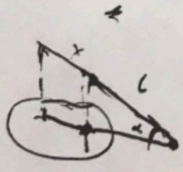
$\cancel{4 = 4\cos^2 + 4\cos^2\alpha - 2\cos\alpha}$



$\frac{2}{\cancel{\ }} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} =$

$= \sqrt{3}$





AB лежит в пл. ⊥ CD =>

AB ⊥ пл. осн.

$c\cos\alpha$

$(x+c)\cos\alpha$

Тр.: $2 \cdot \cos\alpha$

$$R = \frac{S}{4\, a \cdot b \cdot c} = \frac{S}{8\cos^2\alpha} =$$

$$= \sqrt{\frac{4\cos^2\alpha - 1}{64\cos^4\alpha}}$$

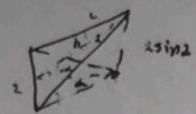
$$h' = \sqrt{4\cos^2\alpha - 1}$$

$$S = \frac{1}{2}\sqrt{4\cos^2\alpha - 1} \cdot c$$

$\cancel{64 \cdot 4\cos^2\alpha}$.

21100352 (U833944 M1298463)

Черновик



$S = \frac{1}{2} a \cdot h \cdot$

$S = \frac{1}{2} a \cdot h \cdot \cos\alpha$

$\sqrt{3}$

$\cos = $

$2\sin 2\alpha = \sqrt{3}\sin$

$\sqrt{3}\cos\alpha +$

$3\cos^2\alpha + 1$

$$\frac{\sqrt{3}\cos\alpha}{2\cdot(3\cos^2\alpha+1)} =$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f(x)'g(x) - g(x)'f(x)}{g(x)^2} =$$

$R = 1$

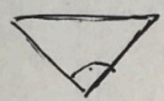
$\sqrt{2}$

$\sqrt{2} = 2\cos\alpha$

$\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$CD =$



$a^2 + b^2 - 2ab \le 2 -$

$(a+b)^2 <$

$2 <$

Чистовик

Вариант 17.

Часть 1.

№1.

Пусть, d - разность арифметической прогрессии.

$a_n = a_1 + d(n-1)$

$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} n$

$S = \frac{2a_1 + 9d}{2} \cdot 10 = 10a_1 + 45d$

$\begin{cases} a_6 a_{12} > S+1 \\ a_7 a_{11} < S+17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a_1+5d)(a_1+11d) > 10a_1+45d+1 \\ (a_1+6d)(a_1+10d) < 10a_1+45d+17 \end{cases} \Leftrightarrow$

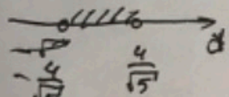
$\Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2+16da_1+55d^2 > 10a_1+45d+1 \\ a_1^2+16da_1+60d^2 < 10a_1+45d+17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -(a_1^2+16da_1+55d^2) < -(10a_1+45d+1) \quad (1) \\ a_1^2+16da_1+60d^2 < 10a_1+45d+17 \quad (2) \end{cases}$

$(1)+(2)$:

$60d^2 - 55d^2 < 17-1$

$5d^2 < 16$

$d^2 < \frac{16}{5}$ - полученное ~~выр~~ неравенство обозначает лишь, то, что d не может лежать за пределами интервала $(-\frac{4}{\sqrt{5}}; \frac{4}{\sqrt{5}})$



Так как по условию прогрессия $a_1, a_2, a_3, \dots$ возрастающая и состоит из целых чисел, то $d>0$ и $d \in \mathbb{Z}$ (т.к. $a_1 \in \mathbb{Z}$, $a_n \in \mathbb{Z}$)

На промежутке $(0; \frac{4}{\sqrt{5}})$ находится только одно целое число: 1. $(2 = \sqrt{4} = \sqrt{\frac{20}{5}} > \sqrt{\frac{16}{5}}$ $\Rightarrow d = 1$. Подставим это значение d в систему.

$\begin{cases} a_1^2+16a_1+55-10a_1-45-1>0 \\ a_1^2+16+60-10a_1-45-17<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2+6a_1+9>0 \quad (1) \\ a_1^2+6a_1-2<0 \quad (2) \end{cases}$

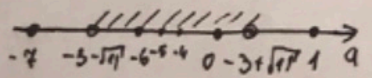
1) $a_1^2+6a_1+9>0 \Leftrightarrow (a_1+3)^2>0 \Leftrightarrow a_1 \neq -3$

2) $a_1^2+6a_1-2<0$

$D = 36+8 = 44$

$a_{11} = \frac{-6+2\sqrt{11}}{2} = -3+\sqrt{11}$

$a_{12} = -3-\sqrt{11}$



$\Rightarrow a_1 \in (-3-\sqrt{11}; -3+\sqrt{11})$. Т.к. $a_1 \in \mathbb{Z}$, $\left[\begin{array}{l} a_1=-6 \\ a_1=-5 \\ a_1=-4 \\ a_1=-3 \\ a_1=-2 \\ a_1=-1 \\ a_1=0 \end{array}\right.$, однако из (1) $a_1 \neq -3$

Ответ: -6; -5; -4; -2; -1; 0

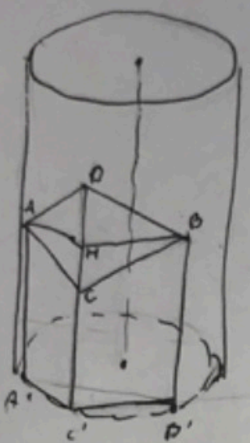
1 из 3

Чистовик

В. 17.

I Часть

№2



Дано: $AB=2$, $AC=CB=5$, $AD=DB=6$

Найти: CD

Решение:

Рассмотрим $\triangle BDC$ и $\triangle ADC$:

1) DC - общая
2) $BD=AD=6$
3) $AC=CB=5$

$\Rightarrow \triangle BDC = \triangle ADC \Rightarrow$ их высоты равны $\Rightarrow$ т.к. треугольники равны основания высот - H.

$AH=BH$ - высоты

$\Rightarrow$ Плоскость $ABH \perp CD$ ($AH \perp CD$, $BH \perp CD$)

$\Rightarrow$ т.к. $CD \perp$ плоскостям оснований цилиндра

$ABH \parallel$ плоскостям основания. Пусть, A' ~~проек~~, B' - проекции A и B на плоскость нижнего основания соответственно. $\Rightarrow AB \parallel A'B'$, $AB = A'B'$

C' - проекция т. C на пл. нижнего основания

$\triangle A'C'B'$ вписан в окр. нижнего основания т.к. $ABC \in$ бок поверхн.

$A'B'$ - хорда. $A'B' = 2$. $\Rightarrow \underset{\text{диаметр н. осн.}}{D} \geq 2 \quad \Rightarrow \min R = 1$

$\triangle A'B'C'$ - прямоугольный. $A'C' = C'B' = \sqrt{2}$

~~$\angle = \angle(BC, C'B')$~~

~~$\cos$~~ $B'C' = BC \cos\alpha$ ~~$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{B'C'}{BC} = \frac{\sqrt{2}}{2}$~~

~~$\Rightarrow \angle = 45°$~~

$BH \parallel C'B' \Rightarrow$ ~~$\angle(BH, BC) = 45°$~~ $BH = C'B' = \sqrt{2}$

$CD = DH + HC = \sqrt{BD^2 - BH^2} + \sqrt{BC^2 - BH^2} = \sqrt{36-2} + \sqrt{25-2} = \sqrt{34} + \sqrt{23}$

или $CD = DH - HC = \sqrt{34} - \sqrt{25}$

при $HC' < CC'$

Ответ: $\sqrt{34} + \sqrt{23}$; $\sqrt{34} - \sqrt{25}$

Чистовик.

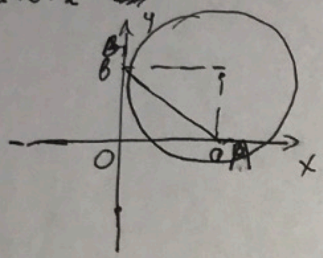
B. 17

№3

$$\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 2 \\ a^2+b^2 \le \min(2a+2b; 2) \end{cases}$$

1) $\begin{cases} (x-a)^2+(y-b)^2 \le 2 \\ a^2+b^2 \le 2 \\ 2a+b>2 \end{cases}$ – окружность с ц. $(a; b)$

– $a^2+b^2 = AB^2$ – гипотенуза $\triangle ABO$



Черновик

В 17

№1

$S_{10} = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$

$a_6 a_{12} > S+1$ $\quad a_7 a_{11} < S+17$

$a_6 = a_1 + 5d$ $\quad a_7$

$a_{12} = a_1 + 11d$

1, 2, 3

$\frac{2+1(3-1)}{2} \cdot 3 = \frac{12}{2} = 6$

34 · 9 = 306

$2a_1 + 34$

$(a_1+5d)(a_1+11d) > \frac{2a_1+2+d\cancel{(n-1)}9}{2} \cdot 9$

$2(a_1^2 + 16da_1 + 55d^2) > 18a_1 + 18 + 81d$ $\qquad 2a^2 + a_1(32d - 18) + 110d^2 - 81d - 18$

$(a_1+6d)(a_1+10d) <$ $\qquad 2a_1^2 + a_1(32d - 18) + 120d^2 - 81d - 306 < 0$

$a_6 a_{12} > S+1$

$-a_7 a_{11} > -S-17$

$(a_1+6d)(a_1+10d) = a_1^2 + 16da_1 + 60d^2$

$a_6 a_{12} - a_7 a_{11} > -16$

$\cancel{(a_1+5d)}$

$-5d^2 > -16$

$d^2 < \frac{16}{5}$

5 > 3 $\quad 2x > 3 \quad x > \frac{3}{2}$

2 < 7 $\quad x < 7$

-2 > -7 $\quad -x > -7 \quad \frac{3}{2} \quad 7$

3 > -4 $\quad x > -4$

$-\frac{4}{\sqrt{5}} \quad \frac{4}{\sqrt{5}}$

$\frac{4}{\sqrt{5}} = \sqrt{3\frac{1}{5}}$

$d > 0 \quad d \in (0; \frac{4}{\sqrt{5}})$

$4 = \sqrt{16}$

$5 = \sqrt{25} = \sqrt{\frac{125}{5}}$

$D = (32d-18)^2 - 4(110d^2 - 81d - 18)$

$3 = \sqrt{\frac{45}{5}}$

$32 - 18 = 14$

$2 = \sqrt{\frac{20}{5}}$

1. $a_1 = \frac{-32d + 18}{4} = -8d + \frac{9}{2}$

$1 = \sqrt{\frac{2}{5}}$ целые

$d = 1$

$2a^2 + a14 + 110 - 81 - 18$

110 − 99 = 11

$2a^2 + 14a + 11 > 0$

$D = 216 - 88 =$

14 · 14 = 216

216 − 88 = 128

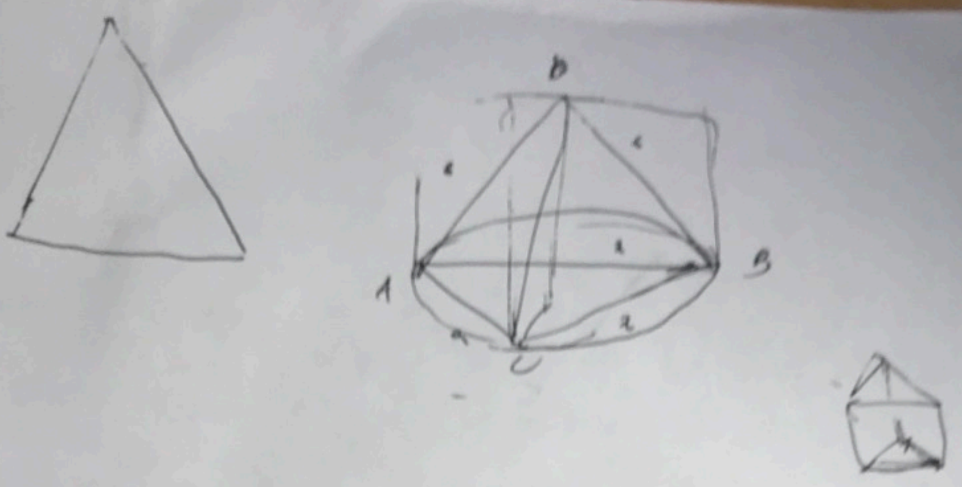
-3 - 4

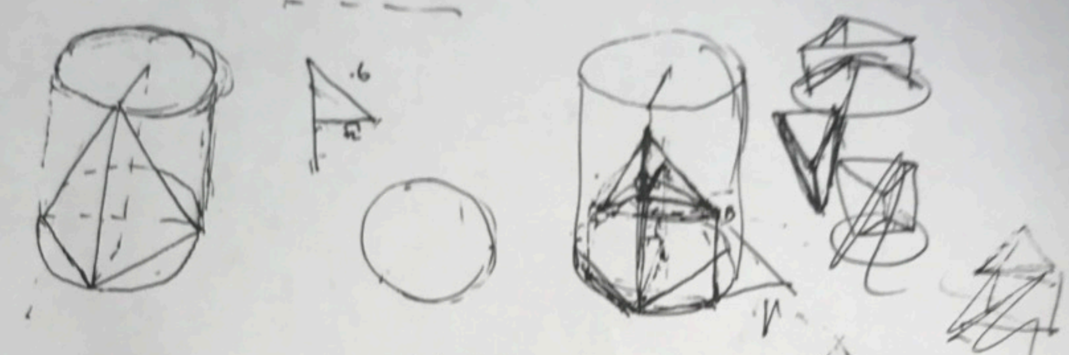
-3 - 3

-3 + 3

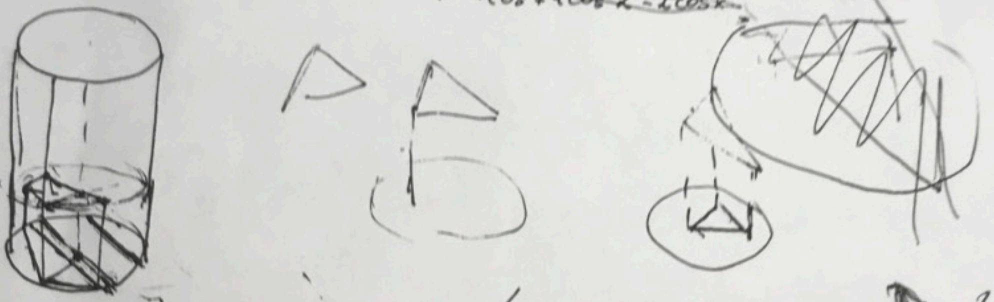
1 из 3

21100352 (U833944 M1298463)



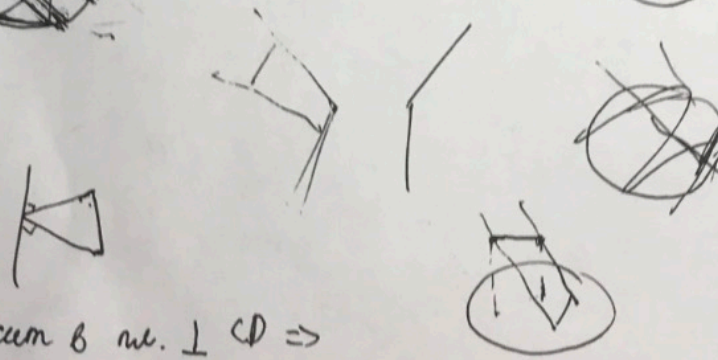


$\cancel{4 = 4\cos^2 + 4\cos^2\alpha - 2\cos\alpha}$



$\cancel{\ldots}^{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} =$

$= \cancel{\ldots}\sqrt{3}$



$l\cos\alpha$

$(x+l)\cos\alpha$

ΔB лежит в пл. ⊥ CD =>

ΔB ⊥ пл. осн.

Тр.: $2\cdot\cos\alpha$

$$R = \frac{S}{\cancel{4}\, a\cdot b\cdot c} = \frac{S}{8\cos^2\alpha} =$$

$$= \sqrt{\frac{4\cos^2\alpha - 1}{64\cos^4\alpha}}$$

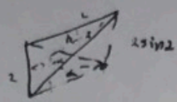
$h' = \sqrt{4\cos^2\alpha - 1}$

$S = \frac{1}{2}\sqrt{4\cos^2\alpha - 1}\cdot l$

$64 \cancel{\ldots} 4\cos^3\alpha.$

2 из 3

Черновик



$S = \frac{1}{2} a \cdot h.$

$S = \frac{1}{2} a \cdot h \cdot \cos\alpha$

$\sqrt{3}$

$\cos = $ —

$2\sin\alpha = \sqrt{3} \sin$

$\sqrt{3} \cos\alpha +$

$3\cos^2\alpha + 1$

$$\frac{\sqrt{3} \cos\alpha}{2 \cdot (3\cos^2\alpha + 1)} =$$

$3 - 3\sin$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f(x)' g(x) - g(x)' f(x)}{g(x)^2} =$$

$R = 1$

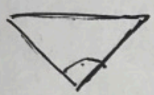
$\sqrt{2}$

$\sqrt{2} = 2\cos\alpha$

$\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$CD =$



$2 <$

$a^2 + b^2 - 2ab \leq 2 -$

$(a+b)^2 <$

3 из 3

21100352 (U833944 M1298463)

Часть 2

Олимпиада: **Математика, 11 класс (2 часть)**

Шифр: **21100352**

ID профиля: **833944**

Вариант 17

~~h~~ $\frac{1}{2} h \cdot AC = 10$ черновик

$h = \frac{20}{AC}$

$TH = \frac{3}{2} h = \frac{30}{AC}$

$\boxed{tg\alpha = \frac{AC \cdot AC}{2 \cdot 30} = \frac{AC^2}{60}}$

$1 + tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2 \beta}$

$1 + \frac{AC^4}{3600} = \frac{1}{1-\sin^2}$

$\triangle ABC \sim \triangle KPC \Rightarrow S_{ABC} = S_{KPC} \cdot k^2$

$k = \frac{2}{5}$

$\frac{AC^2}{60} = \frac{7}{5}$

$AC^2 = \sqrt{\frac{7 \cdot 60}{5}} = \sqrt{7 \cdot 12} = 2\sqrt{21}$

$\log_a b^2, \log_b c^2$

$\log_c b$

$a = b^2 \quad b = c^2$

$c^2 = \cancel{}\, b$

5) $\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1) = \cancel{\log} \cancel{\log(5x-1)}$

~~$\log_{4x+1}(4x+1) \cdot 2\log_{5x+1}$~~

$\cancel{4\log}$ $4\log_{5x-1}\left(\frac{x}{2}+2\right) \cdot \log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1) = 4$

$2a \cdot (a+1) = 4$

$2a^2 + 2a - 4 = 0$

$a^2 + a - 2 = 0$

$D = 1 + 8 = 9$

$a_1 = \frac{-1+3}{2} = 1$

$a_2 = \frac{-1-3}{2} = -2$

1) ~~$\sqrt{5x-1} = 4x+1$~~

$\log_{\sqrt{}}($ $\log_{()}($

$4\log_{5x+1}$ $= \frac{1}{} + 1$

1 из 2

Черновик

$НОД(a; b; c) = 6$

$НОК(a; b; c) = 2^{15} \cdot 3^{16}$

$2^2\ 3^4$

$2^4\ 3^3$

$НОД \cdot НОК = a \cdot b \cdot c$

$2^2 \cdot 3^3$

$2^{16} \cdot 3^{17}$

$|||$

$17 \cdot \cancel{\frac{18}{2}}$

$0\ 0|0\ 0$

$\frac{17 \cdot 18 \cdot 19}{6} \cdot$

$< 2^{15} \cdot 3^{16}$

000000

$2 \cdot 3$

$2 \cdot 3$

$2 \cdot 3$

$\frac{15 \cdot 14 \cdot 13}{6} \cdot \frac{16 \cdot 15 \cdot 14}{6} = \frac{5^2 \cdot 7^2 \cdot 13 \cdot 16}{3!}$

$|\ \ |$

5) $\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1) = 2\log_{5x-1}(4x+1) - 1 = 2(\ -\frac{1}{2}) = 2\log_{5x-1}(4x+1)\sqrt{5x-1}$

$2\log_{4x+1}(\frac{x}{2}+2)$

$= \frac{x}{2} + 2\sqrt{4x+1}$

$\cancel{\log_{4x+1}(\frac{x}{2}}$

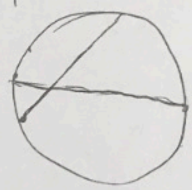
$\cancel{\log_{\frac{x}{2}+2}} = \log_{\frac{x}{2}}$

$\begin{array}{r} 225 \\ \cdot\ 56 \\ \hline 1350 \\ 1125\ \\ \hline 12600 \end{array}$

$2\log_a b = \log_b c$

$2\log_a b = \log_c a + 1$

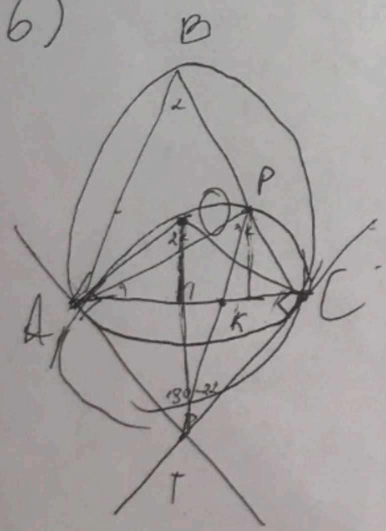
$\log_c a = 1 - 2\log_a b$



$\cancel{300}$ $2 \cdot 5^2 \cdot 6$

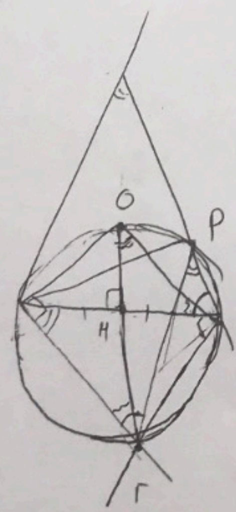
300

6)



$AP \cdot PC \cdot \sin 2\alpha = 10$

$\frac{AK}{KC} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$



$T \in$ окр.

OT – диаметр

$\frac{ГH}{n} = \frac{3}{2}$

$\frac{OH}{AH} = \frac{HC}{TH}$

$\frac{OH}{HC} = tg\,\alpha = \frac{AH}{HT}$

2 из 2

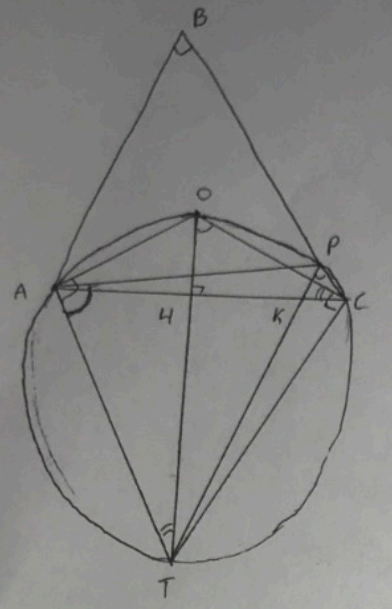
21100352 (U833944 M1298464)

№6

Чистовик

Дано: $S_{APK}=6$, $S_{CPK}=4$, б) $\angle ABC = \operatorname{arctg}\frac{a}{5}$

Найти: а) S_{ABC}, б) AC



Решение.

а) $S_{APK} = \frac{1}{2} AK \cdot h$

$S_{KPC} = \frac{1}{2} KC \cdot h$

$\Rightarrow \frac{AK}{KC} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{KC}{AC} = \frac{2}{5}$

$\angle AOC = 2\angle ABC$ как центральный и вписанный углы ω

$\angle OAT = \angle OCT = 90°$ как углы между радиусами и касательной $\Rightarrow \angle OAT + \angle OCT = 180° \Rightarrow$ $AOCT$ - вписанный четырёхугольник.

Вокруг треугольника можно описать только одну окружность. $\Rightarrow$ P (которая по условию лежит на одной окр. с A, O, C), T, A, O, C лежат на одной окружности

$\angle OAT = 90° \Rightarrow OT$ - диаметр

$\triangle OAT = \triangle OTC$ (OT - общ., $OC = OA = R(\omega)$, $\angle OAT = \angle OCT = 90°$) $\Rightarrow \angle AOT = \angle OTC$

$\Rightarrow \breve{OA} = \breve{OC} \Rightarrow OT \perp AC$ (т.к. OT - диаметр, делит дугу пополам, а AC - хорда) и $AH = HC$ (где H - т. пересеч. AC и OT)

~~H - т. пересеч. AC и OT. AH = HC (т.к. AOC -~~

$\Rightarrow OH$ - биссектриса, медиана, высота для равноб. $\triangle AOC$. $\Rightarrow \angle AOT = \angle TOC = \frac{\angle AOC}{2} = \angle ABC$

$\angle TOC = \angle TPC$ как вписанные $\Rightarrow \angle TPC = \angle ABC$

Рассмотрим $\triangle ABC$ и $\triangle KPC$:

1) $\angle TPC = \angle ABC$

2) $\angle BCA = PCK$

$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle KPC$, $k = \frac{KC}{AC} = \frac{2}{5}$ ~~$\Rightarrow S_{ABC}$~~

$\Rightarrow \frac{S_{KPC}}{S_{ABC}} = k^2 \Rightarrow S_{ABC} = \frac{S_{KPC}}{k^2} = \frac{4 \cdot 25}{4} = 25$

б) $\angle HOC = \angle ABC \Rightarrow tg\angle HOC = tg\angle ABC = \frac{HC}{OH} = \frac{AC}{2OH}$

$\angle HAT = \angle CAT = \angle TOC$ как вписанные

$\triangle AHT$ и $\triangle OHC$:

1) $\angle AHT = \angle OHC = 90°$

2) $\angle TAH = \angle HOC$

$\Rightarrow \triangle AHT \sim \triangle OHC \Rightarrow \frac{HC}{OH} = \frac{HT}{AH} = \frac{2HT}{AC}$

$\triangle AKT$ и $\triangle KPC$:

$\angle AKT = \angle KPC$ как вертикальные

$\angle ATK = \angle KPC$ как вписанные

$\Rightarrow \triangle AKT \sim \triangle KPC \Rightarrow \frac{h}{HT} = \frac{KC}{AK} = \frac{2}{3}$

высоты $\Rightarrow HT = \frac{3}{2}h$

1 из 5

Чистовик

$S_{KPC} = \frac{1}{2} \cancel{A}KC \cdot h = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} AC \cdot h = \frac{AC}{5} \cdot h$

$h = \frac{5 S_{KPC}}{AC} = \frac{20}{AC}$

$\Rightarrow HT = \frac{3}{2} \cdot \frac{20}{AC} = \frac{30}{AC}$

$\Rightarrow tg \angle ABC = tg \angle MOC = \frac{MC}{OM} = \cancel{\frac{AC}{2OM}} \Rightarrow \frac{2HT}{AC} = \frac{60}{AC^2}$

$\Rightarrow AC = \sqrt{\frac{60}{tg \angle ABC}} = \sqrt{\frac{60 \cdot 5}{7}} = \frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{10\sqrt{21}}{7}$

Ответ: а) $S_{ABC} = 25$, б) $AC = \frac{10\sqrt{21}}{7}$

№ 4

Чистовик

$$\begin{cases} НОД(a; b; c) = 6 \\ НОК(a; b; c) = 2^{15}\cdot 3^{16} \end{cases}$$

$НОД(a; b; c)\cdot НОК(a; b; c) = 2^{15}\cdot 3^{16}\cdot 6 = 2^{16}\cdot 3^{17}$ $a\cdot b\cdot c$

$\Rightarrow a\cdot b\cdot c = 2^{16}\cdot 3^{17}$

~~При этом~~. Значит, нам нужно найти количество способов распределить множители 2 и 3 по трём "ящикам" ~~коробках~~, причём ~~ни одна короб~~ каждый "ящик" содержит ~~по~~ хотя бы одну 2 и хотя бы одну 3 и количество $2 < 15$ и $3 < 16$ (что выполняется при соблюдении первого условия т.к. $16 - 2 = 14 < 15$ и $17 - 2 = 15 < 16$)

~~2 2 2 ... 2 2 2 2 2 2~~

Найдём количество способов распределить 2 и 3 и перемножим их. Это и будет искомое число 3, т.к. расположение множителей не влияет на произведение и 2 и 3 взаимно простые

Используем метод шаров и перегородок. Представим, что выписали все 16 двоек и расставили две перегородки. Все двойки до первой перегор~~множители для~~ множители a, от ~~в~~ первой до второй b и от после второй c. Например:

$$\underbrace{2\,2}_{2^2}\,|\,\underbrace{2\,2\,\ldots\,2\,2}_{2^{11}}\,|\,\underbrace{2\,2}_{2^3}\,2$$

Т.к. каждое число делится на 2 и 3, перегородки не могут стоять рядом между двумя 2. Тогда количество способов расставить перегородки $= \frac{15\cdot 14}{2} = 15\cdot 7$

Аналогично для тройки: $\frac{16\cdot 15}{2} = 15\cdot 8$

Искомое: $15\cdot 7\cdot 15\cdot 8 = 225\cdot 56 = 12600$

Ответ: 12600

Чистовик

В. 17.

№5

Заметим, что $\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)\cdot\log_{4x+1}(\frac{x}{2}+2)^2\cdot\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)=$

$=(2\log_{5x-1}(4x+1)\cdot 2\log_{4x+1}(\frac{x}{2}+2))\cdot\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)=4\log_{5x-1}(\frac{x}{2}+2)\cdot\log_{4x+1}(4x+1)\cdot$

$\cdot\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)=4\log_{5x-1}(5x-1)\cdot\log_{\frac{x}{2}+2}(\frac{x}{2}+2)=4$

Пусть, два равных числа равны a, ~~а~~ тогда третье – $a+1$

$2a(a+1)=4$

$2a^2+2a-4=0$

$a^2+a-2=0$

$D=1+8=9$

$\left[\begin{array}{l} a_1=\frac{-1+3}{2}=1 \\ a_2=\frac{-1-3}{2}=-2 \end{array}\right.$

1) $a=1$

предположим

$\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)=1$ и $\log_{4x+1}(\frac{x}{2}+2)^2=1$ и $\Rightarrow$ $\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)=2$

$\sqrt{5x-1}=4x+1$ $\quad$ $4x+1=(\frac{x}{2}+2)^2$

$\left\{\begin{array}{l}(\frac{x}{2}+2)^2=5x-1 \\ 4x+1=5x-1 \Rightarrow x=2 \\ \sqrt{5x-1}=5x-1\end{array}\right.$

$\Downarrow$ $5x-1=0$ или $5x-1=1$

$x=\frac{1}{5}$ $\quad$ $x=0$

$\varnothing$

$a=1$

2) $\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)=1$ и $\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)=1$ и $\log_{4x+1}(\frac{x}{2}+2)^2=2$

$\sqrt{5x-1}=4x+1$ $\quad$ $\frac{x}{2}+2=5x-1$ $\quad$ $(4x+1)^2=(\frac{x}{2}+2)^2$

$5x-1=(4x+1)^2$ $\quad$ $5x-1=(\frac{x}{2}+2)^2$

$\frac{x}{2}+2=(\frac{x}{2}+2)^2$

$\frac{x}{2}+2=0$ или $\frac{x}{2}+2=1$

$x=-4$ $\quad$ $x=-2$

$\notin$ ОДЗ

$a=1$

3) $\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)=1$ и $\log_{4x+1}(\frac{x}{2}+2)^2=1$ и .

$\frac{x}{2}+2=5x-1$ $\quad$ $4x+1=(\frac{x}{2}+2)^2$ $\quad$ $4x+1=5x-1$

$(\frac{x}{2}+2)^2=\frac{x}{2}+2$

$\notin$ ОДЗ

4) $a=-2$

$\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)=-2$ и $\log_{4x+1}(\frac{x}{2}+2)^2=-2$ и $\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)=-1$

$\frac{1}{5x-1}=4x+1$ $\quad$ $\frac{1}{(4x+1)^2}=(\frac{x}{2}+2)^2$ $\quad$ $\frac{1}{\frac{x}{2}+2}=5x-1$

$\frac{1}{4x+1}=\frac{x}{2}+2$

$4x+1=\frac{1}{\frac{x}{2}+2}$

$\left\{\begin{array}{l}4x+1=5x-1 \quad x=2 \\ \frac{1}{5x-1}=5x-1 \quad 5x-1=1\end{array}\right.$

$x=0$ $\varnothing$

4 из 5

21100352 (U833944 M1298464)

5) $a = -2$ Чистовик

$\log_{\sqrt{5x+1}}(4x+1) = -2$

$\frac{1}{5x-1} = 4x+1$

$5x-1 = \frac{1}{4x+1}$

$\frac{1}{(\frac{x}{2}+2)^2} = 5x-1$

$\frac{1}{4x+1} = (\frac{x}{2}+2)^2$

$5x-1 = (\frac{x}{2}+2)^2$

$\frac{1}{(\frac{x}{2}+2)^2} = (\frac{x}{2}+2)^2$

$(\frac{x}{2}+2)^2 = 1$ $\quad 5x-1=1$

$0 < \frac{x}{2}+2 = 1$ $\quad x=0$

$x = -2$ $\quad \varnothing$

6) $a = -2$

$\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1) = -2$

$\frac{1}{(\frac{x}{2}+2)^2} = 5x-1$

$\frac{1}{5x-1} = 4x+1$

$\log_a b^2 = 1, \log_b c^2 = 1, \log_c b = 2$

$a = b^2 \quad b = c^2 \quad c^2 = b$

$a = b^2 = c^4$

$\sqrt{5x-1} = 4x+1$ и $\sqrt{5x-1} =$

$5x-1 = 16x^2+8x+1$

$5x-1 = (4x+1)^2$

$5x-1 = 16x^2+8x+1$ и $(\frac{x}{2}+2)^2 = 4x+1$

$16x^2 - 3x - 2 = 0$

$\frac{x^2}{4} + 2x + 4 = 4x+1$

$D = 9 + 32 \cdot 4$

$\frac{x^2}{2} - 2x + 3 = 0$